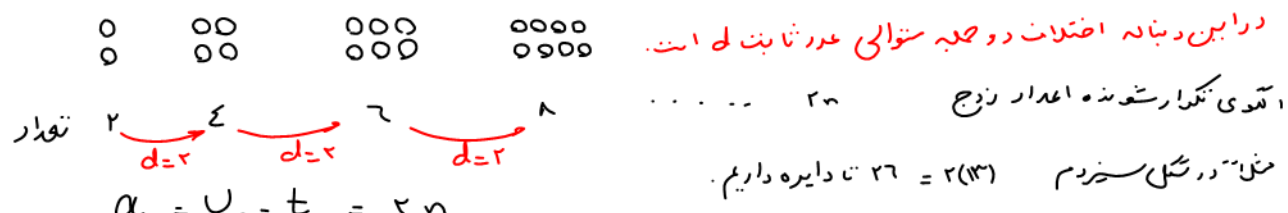


الگو دنباله

دنباله خطی: درجه یک حبابی یا عددی (n) ... (4) (3) (2) (1) شماره شکل



$a_n = U_n = t_n = 2n$
 جمله عمومی باجه n ام
 جمله n ام است
 درجه یک
 الگوی خطی
 یا دنباله حبابی
 $d=2$
 a_n بر حسب n از درجه یک حباب است و منسوب n قدرینت
 $d=2$

$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$
 $a_1, a_1+d, a_1+2d, a_1+3d, \dots, a_1+(n-1)d$
 $a_n = a_1 + (n-1)d$
 $a_n = dn + a_1 - d$

جدات آن ... 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100

$S_n = \text{مجموع جمله های اول تا } n \text{ ام دنباله حبابی} = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{n}{2} (a_1 + a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d) = \frac{d}{2} n^2 + \dots$

در دنباله خطی یا حبابی یا عددی جمع جمله ها بر حسب n از درجه 2 است و 2 برابر منسوب n قدرینت است



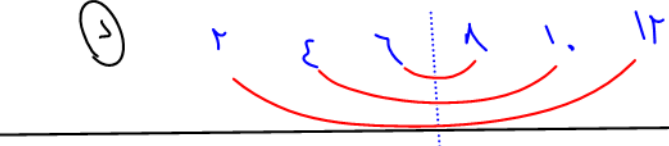
جمع اعداد زوجی (عددی) الگوی خطی
 جمع اعداد فردی (حبابی) الگوی حبابی
 $a, b, c \rightarrow a+c=2b$
 $b = \frac{a+c}{2}$
 میانگین یا اوسط حبابی



a, b, c, d دنباله حبابی
 $a+d=b+c$
 جمع اعداد فردی برابر جمع اعداد زوجی



جمع جمله های متناهی الفاصله از وسط برابر است
 $2+10 = 4+8 = 6(2)$



$2+12 = 4+10 = 6+8$

مثال: در یک دنباله عددی $a_2 = 3, a_3 = 5$ جمله سیزدهم؟ جمله بیست و دوم؟ جمله بیست و نهم؟
 جمله های a_1, d را بیابید

$a_{19} = a_1 + 18d = 3$
 $a_{22} = a_1 + 21d = 5$
 $a_{13} = a_1 + 12d = 17$
 $a_{22} = a_1 + 21d = 30 + 2(2) = 34$
 $(a_1 + 21d) - (a_1 + 19d) = 5 - 3 = 2$
 $2d = 2 \rightarrow d = 1$
 $a_1 + 19(1) = 3 \rightarrow a_1 = -16$

نکته: $d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$ مثل $d = \frac{5 - 3}{22 - 19} = \frac{2}{3}$
 $a_{19} = a_{22} - 3d = 5 - 3(1) = 2$
 $a_{29} = a_{22} + 7d = 5 + 7(1) = 12$

نکته: در همه دنباله دلخواه داریم: $S_n \cdot S_{n-1} = a_n$

نکته: اگر بین a و b تعداد m واسطه حسابی درج کنیم
 اولی }
 آخری }

$$d = \frac{b-a}{m+1}$$

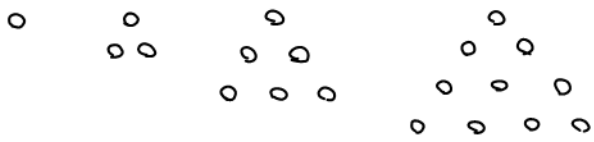
مثال: بین ۷ و ۷۷ چهار واسطه حسابی درج کردیم. قدر نسبت کدام است؟ ر.ا.ب $a_7=77$ $a_1=7$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow a_7 = a_1 + 6d$$

$$77 = 7 + 6d \rightarrow d = \frac{77-7}{6} = \frac{70}{6} = 11\frac{2}{3}$$

ر.ا.ب: $d = \frac{b-a}{m+1} = \frac{77-7}{4+1} = 14$

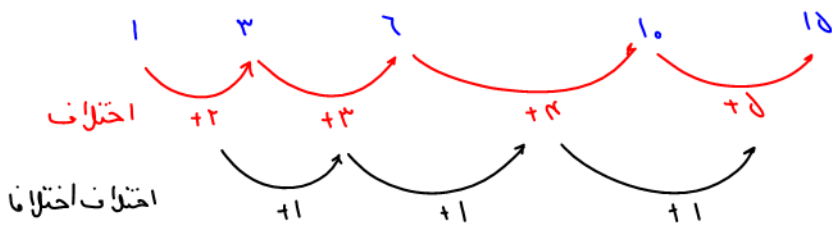
معرفی دنباله درجه دوم: $a_n = an^2 + bn + c$



اعداد مثلثی ... ۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, ۲۱, ۲۸, ۳۶, ۴۵, ۵۵, ۶۶, ۷۸, ۹۱, ۱۰۵, ۱۲۰, ۱۳۶, ۱۵۳, ۱۷۱, ۱۹۰, ۲۱۰, ۲۳۱, ۲۵۳, ۲۷۶, ۳۰۰, ۳۲۵, ۳۵۱, ۳۷۸, ۴۰۶, ۴۳۵, ۴۶۵, ۴۹۶, ۵۲۸, ۵۶۱, ۵۹۵, ۶۳۰, ۶۶۶, ۷۰۳, ۷۴۱, ۷۸۰, ۸۲۰, ۸۶۱, ۹۰۳, ۹۴۶, ۹۹۰, ۱۰۳۵, ۱۰۸۱, ۱۱۲۸, ۱۱۷۶, ۱۲۲۵, ۱۲۷۵, ۱۳۲۶, ۱۳۷۸, ۱۴۳۱, ۱۴۸۵, ۱۵۴۰, ۱۵۹۶, ۱۶۵۳, ۱۷۱۱, ۱۷۷۰, ۱۸۳۰, ۱۸۹۱, ۱۹۵۳, ۲۰۱۵, ۲۰۷۸, ۲۱۴۱, ۲۲۰۵, ۲۲۷۰, ۲۳۳۶, ۲۴۰۳, ۲۴۷۱, ۲۵۴۰, ۲۶۱۰, ۲۶۸۱, ۲۷۵۳, ۲۸۲۵, ۲۸۹۸, ۲۹۷۲, ۳۰۴۷, ۳۱۲۳, ۳۲۰۰, ۳۲۷۸, ۳۳۵۷, ۳۴۳۷, ۳۵۱۸, ۳۶۰۰, ۳۶۸۳, ۳۷۶۷, ۳۸۵۲, ۳۹۳۸, ۴۰۲۵, ۴۱۱۳, ۴۲۰۲, ۴۲۹۲, ۴۳۸۳, ۴۴۷۵, ۴۵۶۸, ۴۶۶۲, ۴۷۵۷, ۴۸۵۳, ۴۹۵۰, ۵۰۴۸, ۵۱۴۷, ۵۲۴۷, ۵۳۴۸, ۵۴۴۹, ۵۵۵۱, ۵۶۵۴, ۵۷۵۸, ۵۸۶۳, ۵۹۶۹, ۶۰۷۶, ۶۱۸۴, ۶۲۹۳, ۶۴۰۳, ۶۵۱۴, ۶۶۲۵, ۶۷۳۷, ۶۸۵۰, ۶۹۶۴, ۷۰۷۹, ۷۱۹۵, ۷۳۱۲, ۷۴۳۰, ۷۵۴۹, ۷۶۶۹, ۷۷۹۰, ۷۹۱۲, ۸۰۳۵, ۸۱۵۹, ۸۲۸۴, ۸۴۱۰, ۸۵۳۷, ۸۶۶۵, ۸۷۹۴, ۸۹۲۴, ۹۰۵۵, ۹۱۸۷, ۹۳۲۰, ۹۴۵۴, ۹۵۸۹, ۹۷۲۵, ۹۸۶۲, ۱۰۰۰۰

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	...	n
تعداد دایره	۱	۱+۲	۱+۲+۳	۱+۲+۳+۴	۱+۲+۳+۴+۵	...	۱+۲+۳+...+n = $\frac{n(n+1)}{2}$

نزول $a_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$



$$a_n = an^2 + bn + c$$

نکته: در دنباله درجه دوم اختلاف ۲ جمله متوالی یکسان است ولی اختلاف اولی دو جمله متوالی ثابت است.

نصف اختلاف اولی ضرب n^2 یا a است.

$$\frac{1}{2} = a$$

$$a_n = an^2 + bn + c$$

$$a_n = \frac{1}{2}n^2 + bn + c$$

... ۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, ۲۱, ۲۸, ۳۶, ۴۵, ۵۵, ۶۶, ۷۸, ۹۱, ۱۰۵, ۱۲۰, ۱۳۶, ۱۵۳, ۱۷۱, ۱۹۰, ۲۱۰, ۲۳۱, ۲۵۳, ۲۷۶, ۳۰۰, ۳۲۵, ۳۵۱, ۳۷۸, ۴۰۶, ۴۳۵, ۴۶۵, ۴۹۶, ۵۲۸, ۵۶۱, ۵۹۵, ۶۳۰, ۶۶۶, ۷۰۳, ۷۴۱, ۷۸۰, ۸۲۰, ۸۶۱, ۹۰۳, ۹۴۶, ۹۹۰, ۱۰۳۵, ۱۰۸۱, ۱۱۲۸, ۱۱۷۶, ۱۲۲۵, ۱۲۷۵, ۱۳۲۶, ۱۳۷۸, ۱۴۳۱, ۱۴۸۵, ۱۵۴۰, ۱۵۹۶, ۱۶۵۳, ۱۷۱۱, ۱۷۷۰, ۱۸۳۰, ۱۸۹۱, ۱۹۵۳, ۲۰۱۵, ۲۰۷۸, ۲۱۴۱, ۲۲۰۵, ۲۲۷۰, ۲۳۳۶, ۲۴۰۳, ۲۴۷۱, ۲۵۴۰, ۲۶۱۰, ۲۶۸۱, ۲۷۵۳, ۲۸۲۵, ۲۸۹۸, ۲۹۷۲, ۳۰۴۷, ۳۱۲۳, ۳۲۰۰, ۳۲۷۸, ۳۳۵۷, ۳۴۳۷, ۳۵۱۸, ۳۶۰۰, ۳۶۸۳, ۳۷۶۷, ۳۸۵۲, ۳۹۳۸, ۴۰۲۵, ۴۱۱۳, ۴۲۰۲, ۴۲۹۲, ۴۳۸۳, ۴۴۷۵, ۴۵۶۸, ۴۶۶۲, ۴۷۵۷, ۴۸۵۳, ۴۹۵۰, ۵۰۴۸, ۵۱۴۷, ۵۲۴۷, ۵۳۴۸, ۵۴۴۹, ۵۵۵۱, ۵۶۵۴, ۵۷۵۸, ۵۸۶۳, ۵۹۶۹, ۶۰۷۶, ۶۱۸۴, ۶۲۹۳, ۶۴۰۳, ۶۵۱۴, ۶۶۲۵, ۶۷۳۷, ۶۸۵۰, ۶۹۶۴, ۷۰۷۹, ۷۱۹۵, ۷۳۱۲, ۷۴۳۰, ۷۵۴۹, ۷۶۶۹, ۷۷۹۰, ۷۹۱۲, ۸۰۳۵, ۸۱۵۹, ۸۲۸۴, ۸۴۱۰, ۸۵۳۷, ۸۶۶۵, ۸۷۹۴, ۸۹۲۴, ۹۰۵۵, ۹۱۸۷, ۹۳۲۰, ۹۴۵۴, ۹۵۸۹, ۹۷۲۵, ۹۸۶۲, ۱۰۰۰۰

$$n=1 \rightarrow a_1 = \frac{1}{2} + b + c = 1$$

$$n=2 \rightarrow a_2 = \frac{1}{2}(2)^2 + 2b + c = 4$$

$$\begin{cases} b+c = \frac{1}{2} \\ 2b+c = 1 \\ -b-c = -\frac{1}{2} \\ +2b+c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} b = \frac{1}{2} \\ c = 0 \end{matrix} \Bigg) b+c = \frac{1}{2}$$

$$a_n = an^2 + bn + c$$

$$a_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + 0$$

نکته:

جمع اعداد طبیعی تا $n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

جمع اعداد زوج تا $2n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$

جمع اعداد فردا تا $2n-1 = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$

جمع اعداد فردا تا 13: $n^2 = 13^2 = 169$ جواب
 $2n-1 = 13$
 $n = 7$

جمع مربعات اعداد طبیعی $= 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

جمع مکعبات اعداد طبیعی $= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

معرفی دنباله هندسی:

$$\begin{cases} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \dots & a_n \\ a_1 & a_1 q & a_1 q^2 & a_1 q^3 & \dots & a_n = a_1 q^{n-1} \end{cases}$$
 قدرنسبت $q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

مثال 1: 2, 4, 8

ضرب الطرفین مربع الوسطی $2(8) = (4)^2$ هندسی $a, b, c \rightarrow ac = b^2$
 $\sqrt{ac} = b$
 واسطه هندسی بین a و b

نکته: $\sqrt{ac} \leq \frac{a+c}{2}$ واسطه حسابی \leq واسطه هندسی
 $a=c$

مثال 2: 2, 8, 16

ضرب الطرفین برابر ضرب الوسطین $2(16) = 8(8)$

هندسی $a, b, c, d \rightarrow a.d = b.c$

قانون انباشت ها:

$m+n = p+q$
 $m+n = 2k$

دنباله حسابی $\rightarrow a_m + a_n = a_p + a_q$
 $a_m + a_n = 2a_k$
 دنباله هندسی $\rightarrow a_m a_n = a_p a_q$
 $(a_m)(a_n) = (a_k)^2$
 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$
 $1+d = 2(2)$
 $a_1 a_7 = (a_4)^2$

$$\begin{cases} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+7 = 2+6 \rightarrow a_1 + a_7 = a_2 + a_6 \\ 1+d = 2(2) \\ a_1 + a_5 = 2a_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+7 = 2+6 \\ a_1 a_7 = a_2 a_6 \\ (1)(14) = (2)(12) \end{cases}$$

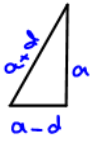
ضرب عدلات دنباله هندسی از a_1 تا $a_n = \sqrt{(a_1 a_n)^n}$

جمع عدلات دنباله هندسی از a_1 تا a_n قدرنسبت $q = \frac{a_1(1-q^{n+1})}{1-q}$

تت: مساحت مثلثی قائم الزامیه که اضلاعش به دنباله حسابی اند و با هم قدرینت دارند، بر حسب d کدام است؟

(۱) $\frac{d^2}{2}$ (۲) $2d^2$

(۳) $\frac{d}{2}$ (۴) $2d$



وتر = وتر مربعین
 a, b, c
 $a-d, a, a+d$
 وتر دوطرفه
 مربع دوطرفه
 مربع وتر

فیثاغورس $(a+d)^2 = a^2 + (a-d)^2$

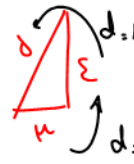
~~$a^2 + d^2 + rad = a^2 + a^2 + d^2 - rad$~~

$2ad = a^2$

$2d = a$

$a+d = 3d$
 $a-d = d$

$S = \frac{(a_1 + a_n)(n)}{2} = \frac{(a-d + a+d)(3d)}{2} = 3d^2$
 جواب: گزینه ۲



$S = \frac{3(2)}{2} = 6$

$3(d-1)^2 = 6d^2$

تت: آر جلات اول، پنجم و نهم یک دنباله حسابی به ترتیب جلات اول ردهم و سوم یک دنباله هندسی

دیتر را تشکیل دهند. قدرینت دنباله هندسی کدام است؟ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

a_1 دنباله حسابی

$a_9 = a_1 + 8d$

$a_{29} = a_1 + 28d$

راستی

$q = \frac{a_9 - a_1}{9-1} = \frac{8d}{8} = d$

a دنباله هندسی

$b^2 = ac \rightarrow (a_1 + 8d)^2 = a_1(a_1 + 28d)$

~~$a_1^2 + 16a_1d + 64d^2 = a_1^2 + 28a_1d$~~

$28a_1d = 64d^2$

$rd = a_1$

$q = \frac{b}{a} = \frac{a_1 + 8d}{a_1} = \frac{rd + 8d}{rd} = \frac{1+d}{1} = d$
 گزینه ۲

تت: اعداد طبیعی فردا طوری دسته بندی کرده ایم که مقدار جلات هر دسته برابر شماره آن دسته است.

..... د (۱۱, ۹, ۷), د (۳, ۵), (۱) مجموع دو جمله اول را که از دسته سی ام کدام است؟

(گزینه ۱۳۹۴)

دسته ۱: (۱)
 دسته ۲: (۳, ۵)
 دسته ۳: (۷, ۹, ۱۱) ...

دسته ۲۹: (۱ تا ۲۹)

دسته ۳۰: (۱ تا ۳۰)

دسته ۳۱: (۱ تا ۳۱)

$b_1 + b_{31} = 1 + 31 = 32$

مقدار کل جلات ۲۹ دسته اول = $S_{29} = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{29}{2}(1 + 29) = 436$

مجموع اعداد فرد از ۱ تا ۲۹ = $1 + 3 + \dots + 29 = 225$

$b_1 + b_{31} = 1 + 31 = 32$

