

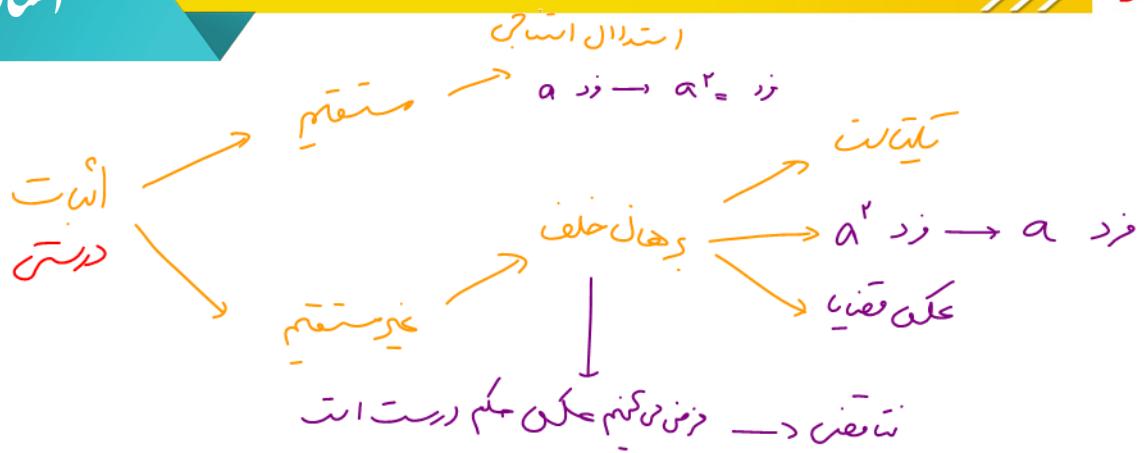
اسناد مسح

$$\text{فصل ۱} = \text{مسوی} \quad \text{فصل ۲} = \text{گران} \quad \text{فصل ۳} = \text{خره} \quad \text{فصل ۴} = \text{خره}$$

خره دسته دسته

ردیف	نمره	استناده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.
۱	۰,۷۵	<p>هر یک از گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض کنید. شهریور ۱۴۰۱</p> <p>الف) برای هر عدد طبیعی n، عدد $1 + 2^n$ اول است. \times</p> <p>ب) مربع هر عدد فرد، عددی فرد است.</p> <p>$a = 2k + 1$ $\rightarrow a^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2k' + 1$</p> <p>$a = 2k + 1$ $\rightarrow a = 2k + 1$</p> <p>$a = 2k + 1$ $\rightarrow a = 2k + 1$</p>
۲	۱	<p>درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. شهریور ۱۴۰۰</p> <p>الف) اگر $a b$ و m, n دو عدد طبیعی باشند که $m \leq n$، آن گاه $[a, b] = b$</p> <p>ب) اگر $a b$ آن گاه $(a, b) = a$</p> <p>پ) اگر $a \equiv b$ باشد، آن گاه باقیمانده های تقسیم دو عدد a و b بر m مساوی اند.</p> <p>ت) منظور از حل معادله همنهشتی، پیدا کردن همه جواب های حقیقی است که در معادله $a x \equiv b$ صدق کند.</p> <p>$\frac{a}{m}x \equiv \frac{b}{m}$ $\rightarrow x \equiv \frac{b}{m}$ $\rightarrow x \equiv \frac{b}{m}$ $\rightarrow x \equiv \frac{b}{m}$ $\rightarrow x \equiv \frac{b}{m}$</p>
۳	۰,۷۵	<p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. خرداد ۱۴۰۰</p> <p>الف) a و b اعدادی صحیح و a مخالف صفر است. اگر $a b$ آن گاه عدد a شمارنده عدد b است.</p> <p>ب) عددی صحیح است. حاصل $(2m, 6m^3)$ برابر با ... است.</p> <p>$a b \Rightarrow a \leq b$ (ب) [۳۶۵]</p>
۴	۰,۷۵	<p>اگر عدد طبیعی a، دو عدد $(8k+13)$ و $(5k+9)$ را <u>اعداد</u> کند، ثابت کنید: $a = 7$ یا $a = 1$.</p> <p>شهریور ۱۴۰۱</p> <p>$a 8k+13 \rightarrow a -4k - 7$</p> <p>$a 5k+9 \rightarrow a 40k + 70$</p> <p>$a b$</p> <p>$a c$</p> <p>$a nb + m$</p> <p>$a V$</p> <p>$a = \{ \pm 1, \pm 7 \} \rightarrow a = \{ 1, 7 \}$</p>





برهان متناهی

$$a \mid b \Leftrightarrow b = aq$$

$$a \mid b \Leftrightarrow a^n \mid b^n$$

$b = aq \Rightarrow bc = a(q^c) \Rightarrow a \mid bc$

$$a \mid cb \xrightarrow{c=b^k} a \mid b^{k+1}$$

$$\begin{matrix} a \mid b \\ a \mid c \end{matrix} \Rightarrow a \mid mb + nc$$

$$a - b \stackrel{m}{=} \Leftrightarrow a \stackrel{m}{=} b \rightarrow \begin{matrix} b, a \text{ بینهایتی} \\ a - b = mk \end{matrix}$$

$$m \mid a - b \Leftrightarrow a \stackrel{m}{=} b$$

$$ax \stackrel{m}{=} b$$

$$(a, m) \mid b$$

$$\begin{matrix} rx \stackrel{r}{\equiv} \underbrace{b}_{\substack{\text{بینهایتی} \\ \text{با} \\ \text{میانه}}} \\ rx \stackrel{r}{\equiv} 0 \end{matrix} \quad a = bq + r$$

$$\begin{matrix} a = rq + s \\ a = rq' + t \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} a &= rq + s \xrightarrow{x \wedge} ra = rq + s \\ a &= rq' + t \xrightarrow{x \vee} -ra = -rq' + t \end{aligned}$$

$$a - ra = rq - rq' \Rightarrow a = rq'' + t$$



مجموع از $\overset{\circ}{\text{ر}} \overset{\circ}{\text{س}} \overset{\circ}{\text{م}}$ \rightarrow ساقمهنگره

$\overset{\circ}{\text{د}}, \overset{\circ}{\text{ج}}, \overset{\circ}{\text{ب}}, \overset{\circ}{\text{ا}}, \overset{\circ}{\text{ه}}$ \rightarrow هم ستران

$\overset{\circ}{\text{ل}}, \overset{\circ}{\text{ل}}$ \rightarrow تکه درین جمع داشتند

$$\text{ل} \overset{-2}{\cancel{\text{ل}}} + \overset{-1}{\cancel{\text{ل}}} - \text{ل} \overset{+}{=} -2 + 1 \overset{+}{=} 1$$



اسداد مسح

$$\{a, b, c, d, e, f, g\} \quad G(V, E)$$

$\{a, b, c, e, f\}$

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

(دیف)

۹

$$\{g, e, a, f\}$$

با توجه به گراف شکل مقابل (گراف G) به سوالات زیر پاسخ دهید. دی ۹۷

مجموعه احاطه -2

$$\{f, b, d\}$$

$$\{a, b\}$$

$$\{c, e\}$$

$$\{d, g\}$$

$$\{e, f\}$$

$$\{a, c\}$$

$$\{b, d\}$$

$$\{c, g\}$$

$$\{d, e\}$$

$$\{a, f\}$$

$$\{b, g\}$$

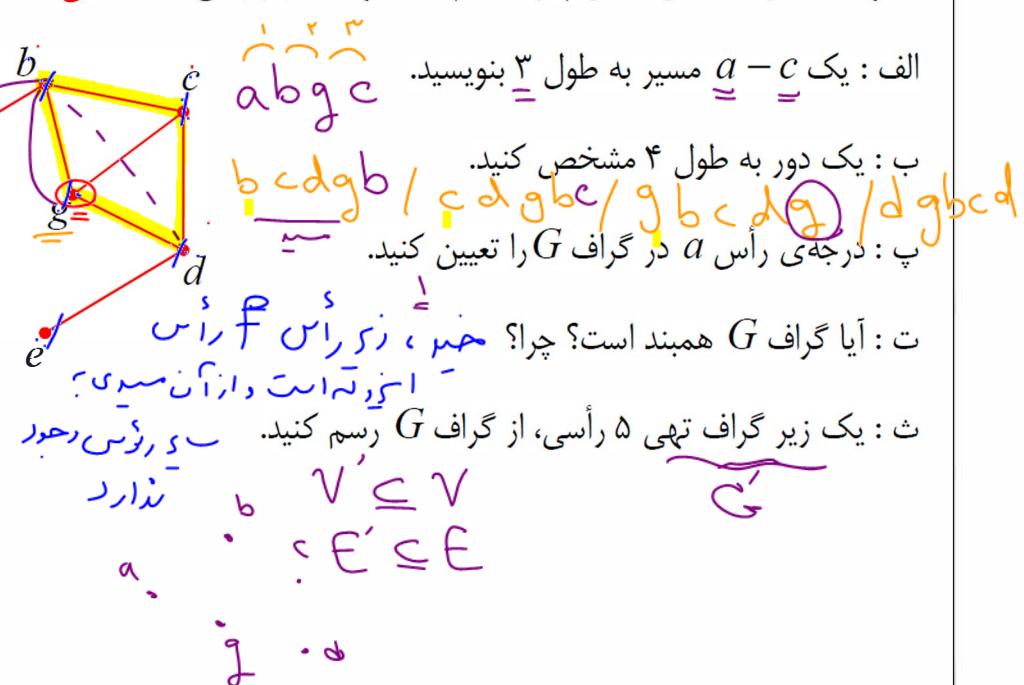
$$\{c, e\}$$

$$\{d, f\}$$

(رحمه را رس

$$\deg(a) = 1$$

تعدادی خروج نهاد از رأس a



$$V' \subseteq V$$

$$E' \subseteq E$$

ج

۱,۵

شهریور ۱۴۰۱

به سوالات زیر پاسخ دهید:

۱۰

الف) گراف C_n را رسم کنید.



عدد احاطه $= \frac{n}{2}$

ب) یک 7 -مجموعه از آن مشخص کنید.

$\{a, b, c, d, e, f, g\}$

پ) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴-عضوی از آن را مشخص کنید.

$\{a, b, d, g\}$

$\{a, c, e, h\}$

میان مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص کنید!

۱

خرداد ۶۹

درجه رأس v درجه رأس v

مرتبه

گراف G را مشخص کنید.

۱۱

$$9 + 12 = 21 = P - 1$$

$$P = 22$$



K-Subtrees $a \overset{1}{\underset{\sim}{\mid}} b \overset{2}{\underset{\sim}{\mid}} c \dots \overset{k}{\underset{\sim}{\mid}} z$
 $\omega_1 - \omega_j, k+1, j$

ک درجه a درجه b درجه c درجه a
 ک درجه a درجه b درجه c درجه a
 ک درجه a درجه b درجه c درجه a

The diagram shows three graphs drawn in red ink:

- C_n : A cycle graph with 5 vertices arranged in a pentagonal loop.
- P_n : A path graph with 4 vertices connected by a single horizontal edge.
- K_p : A complete graph with 5 vertices where every vertex is connected to all other vertices.

The diagram shows two graphs side-by-side. The left graph, labeled $G(V, E)$, has vertices a , b , c , d , and e . Vertex a is circled in red. Edges connect a to b , a to c , b to d , c to d , and c to e . Below this graph is the label $P-1$. The right graph, labeled $\bar{G}(V-bar, E-bar)$, has vertices a , b , c , d , and e . Vertex a is circled in red. Edges connect a to b , a to c , b to d , b to e , and c to d . Below this graph is the label J_2 . A purple arrow points from the left graph to the right graph.

$$\deg_G(a) + \deg_{\bar{G}}(a) = p - 1$$

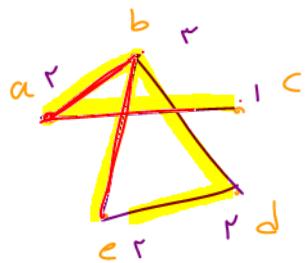
$$G + \overline{G} = K_p \xrightarrow{\text{جای}} J_C \xrightarrow{\text{حراکت درجه}} \widetilde{P-1} - \deg(a) \xrightarrow{\text{درست رسانید}} \deg(a)$$

$$\rightarrow \binom{P}{r} = \frac{P(P-1)}{r} = q$$

کجوم احاطه س = کجوم ای است که روش را با خود داخل کجوم بازی بتوسط
حرافی روش احاطه شواند.



نمره	استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.	دیف
۱	<p>جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.</p> <p>الف : مرتبه گراف نشان دهنده تعداد رئوس گراف می باشد.</p> <p>ب : اگر یک یال، یک رأس به خود آن رأس وصل کند، این یال را طوف نماییم.</p> <p>پ : دو یال را بیار نماییم، هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آنها را به هم متصل کند.</p> <p>ت : تعداد رأس های فرد هر گراف عددی است.</p> <p style="text-align: right;">۹۹ دی</p>	۱۲
۱	<p>گراف G با مجموعه رأس های $\{a, b, c, d, e\}$ و مجموعه یال های $V(G) = \{ae, bc, bd, be, ec, ed\}$</p> <p>$N(d) = \{e, b\}$</p> <p>$N_{[d]} = N(d) + \{d\}$</p> <p>مفروض است. با توجه به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف : مجموعه همسایگی های باز رأس d را بنویسید.</p> <p>ب : اندازه گراف را مشخص کنید.</p> <p>ج : مجموع درجات رئوس این گراف برابر چند است؟</p> <p style="text-align: right;">۹۷ دی</p>	۱۳
۱	<p>کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>می خواهیم با حروف «ب» و «ج» و ارقام $۱, ۲, ۴, ۶, ۸, ۹, ۱۰$ رمزی شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم. مطلوب است:</p> <p>الف) تعداد رمزهایی که هر یک از آنها با یک حرف آغاز و حرف دیگر خاتمه یابد.</p> <p>ب) تعداد رمزهایی که در آنها حروف کنار هم باشند.</p> <p style="text-align: right;">۱۴۰۰ خرداد</p>	۱۴
	<p>(الف)</p> <p>$\frac{۲}{۲} \times \frac{۴}{۴} \times \frac{۶}{۶} \times \frac{۸}{۸} \times \frac{۱۰}{۱۰} \times \frac{۱}{۱} \times \frac{۱}{۱} = ۱$</p> <p>(ب)</p> <p>$\boxed{\begin{array}{l} \text{ب} \\ \text{ج} \end{array}} ۱ ۲ ۴ ۶ ۸ ۱۰ = ۷۱۲۱$</p>	



$$\sum_{\text{all vertices}}^{\text{deg}} = \sum_{\text{vertices on boundary}}^{\text{deg}} + \sum_{\text{vertices in interior}}^{\text{deg}}$$

$\Rightarrow q = \text{Number of vertices on boundary} + \text{Number of vertices in interior}$

$$\sum_{\text{all vertices}}^{\text{deg}} = 2+2+1+2+2 = 10 = q$$

!!! $\Rightarrow q = \text{Number of vertices on boundary} + \text{Number of vertices in interior}$



ردیف	نمره	استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.
۱۵	۹۸	<p>۶ دانش آموز پایه‌ی دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه‌ی یازدهم به چند طریق می‌توانند کنار هم خرداد</p> <p>در یک ردیف قرار گیرند؟ به طوری که :</p> <p>الف : به صورت یک در میان قرار بگیرند.</p> <p>ب : همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند!</p> <p>ج : یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.</p> <p>ک = حالت کسر - حالت کفر</p>
۱۶	۹۸	<p>تیر</p> <p>تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی زیر را بدست آورید.</p> $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_5 = 12$ $x_1 \geq 2, x_5 \geq 4$ $\binom{9}{4} = \frac{9!}{4! 5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{4! 5!} = 129$ <p>اعداد علاوه‌ها</p> <p>اعداد علاوه‌ها</p> $x_1 + \dots + x_5 = n$ $\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{n+k-1}{n}$
۱۷	۹۸	<p>دی</p> <p>با حروف کلمه‌ی «می سی سی پی» چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟</p> <p>۱</p> <p>$\frac{1!}{4! 2!} = \frac{1 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2 \times 1} = (148) \times 9 = 1290$</p> <p>۲</p> <p>$\frac{S!}{1! 2! 3! 2!} = 123210$</p>

$$\text{کمتر} \leftarrow \frac{\alpha \ln n}{q+1} = \text{حداکثر شرط}$$

$r=0$

$r \neq 0$

$$\frac{\mu_0}{2\pi} \left| \frac{V}{r+1} \right| = Q$$

حداکثر Q

نفر در کم روز از
نهضه به دنیا کمده است



لام ۱۲ - ۱

ردیف	نمره	استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.
۱۸	۹۸	<p>نقطه درون یک مستطیل 8×6 قرار دارند. نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله‌ی آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.</p> <p>کبوتر</p> <p>برای اثبات این فرضیه، می‌توانیم مربع ۸x۶ را به ۱۲ قطعه کوچک‌تر برش کنیم. مثلاً مربع ۸x۸ را به ۴ قطعه کوچک‌تر برش کنیم. اگر هر ۲ قطعه کوچک‌تر را در یک قطعه بزرگ‌تر قرار نماییم، آنها بین هم کمتر از $\sqrt{8}$ فاصله خواهند داشت.</p> $n = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$
۱۹	۰,۷۵	<p>مربع لاتین A را در نظر بگیرید. ابتدا سطر اول و سطر دوم مربع A را جابه‌جا کنید. سپس در مربع حاصل ستون دوم و سوم را جابه‌جا کنید و مربع حاصل را B نام‌گذاری کنید. متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.</p> <p>خودکاری در این مربع</p> <p>جزئیات اثبات:</p> <ul style="list-style-type: none"> مربع A (با عناصر $1, 2, 3$) مربع B (با عناصر $1, 2, 3$) مربع C (با عناصر $1, 2, 3$) مربع D (با عناصر $1, 2, 3$) <p>مربع A را در نظر بگیرید. ابتدا سطر اول و سطر دوم را جابه‌جا کنید. سپس در مربع حاصل ستون دوم و سوم را جابه‌جا کنید و مربع حاصل را B نام‌گذاری کنید. متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.</p>
۲۰	۰,۷۵	<p>در بین اعداد طبیعی 1 تا 200 ($1 \leq n \leq 200$) چند عدد وجود دارد که بر $\frac{4}{7}$ بخش‌پذیر باشند ولی بر $\frac{7}{4}$ بخش‌پذیر نباشند؟</p> <p>شنبه ۱۴۰۰</p> <p>$\left[\frac{n}{k} \right] =$ تعداد اعداد بین 1 و n که بر k بخش‌پذیر نباشند</p> <p>$\left[\frac{200}{4} \right] - \left[\frac{200}{28} \right] = 50 - 7 = 43$</p> <p>بنابراین 43 عدد بین 1 و 200 که بر $\frac{4}{7}$ بخش‌پذیر نباشند.</p> <p>$2+3-4 \rightarrow 3 \in 2 \cap 4 \rightarrow A \cup B$</p>

