

⑤ در کبیهای ۳ مهره‌ای قرمز و ۳ سیاه داریم. به چند طریق می‌توان ۳ مهره انتخاب کرد

به طوری که حداقل ۲ مهره سیاه باشد

یا ۲ سیاه یا ۳ سیاه باشد از ترتیب استفاده نمی‌کنیم

۲۱	۲۰
۲۴	۲۲

با ۲ سیاه : ۲ از ۳ سیاه و یک دونه از ۷ تایی بقیه که قرمزها می‌باشند

قرمزها می‌باشند

$$\binom{3}{2} \times \binom{7}{3+2=7} = \frac{3 \times 2}{1 \times 2} \times \frac{7}{1} = 3 \times 7 = 21$$

$$\binom{3}{3} \times \binom{7}{0} = 1$$

با ۳ سیاه : $\rightarrow 21 + 1 = 22$

③ اگر تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی یک مجموعه با تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی آن برابر باشد، تعداد زیرمجموعه‌های ۶ عضوی آن را بیابید.

نکته: تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی $(k < n)$:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\binom{n}{m} = \binom{n}{2} \rightarrow \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{n!}{2!(n-2)!} \rightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n!}{2!(n-2)!} \rightarrow \frac{(n-3)! = 2(n-2)!}{(n-3)(n-2)! = 2(n-2)!} \rightarrow n-3=2 \rightarrow n=5$$

حال تعداد زیرمجموعه‌های ۶ عضوی این مجموعه n عضوی را بیابیم: $\binom{n}{6} = 7$ است

نکته: $\binom{n}{a} = \binom{n}{b}$ اگر $a+b=n$

④ به چند مرتبه می توان ۶ شاگرد را در نیمکت های ۳ نفره، ۲ نفره و یک نفره جای داد ؟

۳ نفره از ۲ نفره ای بکن بذار توی نیمکت ۳ نفره:

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}4!} = 20$$

از ۲ نفر ۳ نفر سردسامان یا نشاند می یونند ۳ نفره حالا ۲ نفر از ۳ نفر

ای بکن نه بگذری بیرونه توی نیمکت انوه نشین

$$\binom{4}{2} = 3$$

۳+۲=۵ نفره برای نیمکت ۱ نفره

حالت ۱ = ۱ × ۳ × ۲ = ۶

⑤ با ۸ نقطه روی دایره حداکثر چند مثلث می توان ساخت ؟

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!(8-3=5!)}$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!}}{\cancel{3!} \times \cancel{5!}} = 56$$

باید ۳ نقطه از ۸ نقطه انتخاب کنی که بتوانی Δ جاری

⑥ از بین ۳ مدرس آردو، ریاضی ۳، درس فیزیک و ۳ مدرس شیمی می خواهیم یک گروه ۲ نفره برای طرح سوال انتخاب کنیم که ۲ نفر انتخاب شده هم رشته نباشند. مقدار حالتی که برای انجام این کار داریم ؟

اول از ۳ آردو، ریاضی و فیزیک با شیمی ۲ گروه انتخاب می کنیم.

$$\binom{3}{2} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = 3$$

حالا از هر گروه انتخاب شده به نفر بومی داریم :

$$\binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 3 = 9 \rightarrow 3 \times 9 = 27 \quad ! \quad \binom{3}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

⑦ از بین ۸ دونه سرعت به چند طریق ممکن است ۳ نفر حلال های طلا و نقره و برنز بگیرند

هر یک نفر از این ۸ تا می تواند هر یک از ۳ حلال را بگیرد، یعنی ۳ نفر از این ۸ نفر جزو نوات

حایزه بگیر شوند (چه طلا چه نقره چه برنز) و اون ۳ نفر ۳۱=۶ جور

تقریب
برندمان

$$\binom{8}{3} \times 31$$

حایزه دارنده به حلال های مختلف برنده

$$\frac{برنز}{۱} \times \frac{نقره}{۲} \times \frac{طلا}{۳} = 31 = 6$$

$$\left(\frac{8!}{3!(8-3)!} = 56 \right) \times 6 = 336$$

حلال طلا می تواند ۳ جور شود هر یک
" نقره " ۲ جور ..
" برنز " ۱ جور ..

$$\frac{1 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 1}$$

$$\begin{pmatrix} q \\ r \end{pmatrix} = \frac{q \times \lambda}{1 \times \lambda} = \lambda$$

$$\begin{pmatrix} \lambda \\ \mu \end{pmatrix} = \frac{\lambda \times \nu \times \gamma}{1 \times \nu \times \mu} = \gamma$$

$$\begin{pmatrix} \nu \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\nu \times \lambda \times \cancel{\lambda} \times \mu}{1 \times \cancel{\nu} \times \cancel{\mu} \times \gamma} = \lambda$$
$$\begin{pmatrix} \nu \\ \lambda \end{pmatrix} = \frac{\nu \times \gamma}{1 \times \gamma} = \lambda$$

\Rightarrow

$$\begin{pmatrix} \nu \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu \\ \lambda \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} n \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \\ b \end{pmatrix}$$

\downarrow
 $a + b = n$

فصل هفتم:

احتمال:

حالات مطلوب

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

حالات ممکن: $2 \times 2 = 2^2 = 4$ حالات n تاس: 2^n
 حالات سکه: ۲ حالت حالات تاس: ۶ حالات
 حالات سکه: ۲ حالت حالات تاس: ۶ حالات

مثال: احتمال باشناس این که عدد ۵ در تاس بیاید:

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

احتمال سکه در آمدن تاس: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ یا ۱ یا ۳ یا ۵ یا ۴

$$P(\text{تاس}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

مثال: سکه و تاس را با هم پرتاب کنیم. تعداد حالتی که تاس زوج می آید که ام است؟

{ (پشت ۱)، (پشت ۲)، (پشت ۳)، (پشت ۴)، (پشت ۵)، (پشت ۶) } = فضای نمونه‌ای

$$n(A) = 6$$

دقت: احتمال عددی است بین $0 \leq P(A) \leq 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} P(A) = \text{پیشامد اتفاقی و رخ نمی‌دهد} \\ P(A) = \text{پیشامد حتمی و قطعاً رخ می‌دهد} \end{array} \right.$$

مثال ۲) ناس را با هم می ریزیم آن جمع آن ها بالای ۶ باشد، احتمال این که فقط یک ناس زوج آکند، باشد را بدست آورید.

$$S = \{(1, 6), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \rightarrow n(S) = 21$$

$$A = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (6, 1), (6, 3), (6, 5)\} \rightarrow n(A) = 12$$

$$P(A) = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

کبیسه ای شامل ۳ مهر، سیاه، و ۴ مهر سفید است. ۳ مهر به تعداد و یکی بعد از دیگری انتخاب و بدون جایزه ای از کبیسه خارج می کنیم. (اند احتمال آن که مهر سیاه باشد)

$$P(A) = \frac{\binom{3}{1} \times \binom{4}{2}}{\binom{7}{3}} = \frac{11}{35}$$

(ب) مهرها هرگز نباشند:

$$P(B) = \frac{\binom{3}{3} \binom{4}{0} + \binom{4}{3} \binom{3}{0}}{\binom{7}{3}} = \frac{1}{7}$$

(ج) دقیقاً ۲ مهر سیاه باشد:

$$P(C) = \frac{\binom{3}{2} \binom{4}{1} + \binom{4}{2} \binom{3}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{7}{7} = 1$$

مثال ۳) مرد و یک زن به تعداد در یک رستوران می نهند. احتمالات زیر را بیابید.

(ج) حرد هانک رهم:

$$\frac{3! \times 4!}{7!} = \frac{1}{7}$$

(ب) مردها و زن هانک در یک

$$P(B) = \frac{3! \times 4!}{7!} = \frac{1}{35}$$

(الف) مرد هانک رهم زن هانک رهم

$$n(A) = 3! \times 4! \times 2! \quad \text{مرد} \quad \text{زن} \quad \text{دسته}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3! \times 4! \times 2!}{7!} = \frac{2}{35}$$

مثال) از بین اعداد ۳ رقمی، یک عدد فرد انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عدد ۳ باشد، چقدر است؟

$$\text{حل: تعداد کل اعداد ۳ رقمی: } 9 \times 10 \times 10 = 900$$

که تعدادشان زنده یعنی نهمتون فزوده پس ۴۵۰ تا فرد ۳ رقمی داریم.

هرگاه عددی بر ۳ تقسیم شود یا باقی‌مانده صفر یا یک یا دو پس از آن سه رقمی‌ها یک سوم آنها عدد ۳ اند که در تقسیم بر ۳ باقی‌مانده صفر دارند.

$$P(\text{صفر - ۳ باشد}) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{150}{450} = \frac{1}{3}$$

