تست‌های ترکیبی حد و پیوستگی، مشتق و کاربرد مشتق

با فرض $f(x)=\begin{cases}\frac{۳ax+۷}{۵x-۱} & x>۱\\ ۳a+۱ & x=۱\\ \sqrt{۱-۵ax} & x<۱\end{cases}$ و $g(x)=\frac{|x|}{x}$ چنان چه تابع $y=fog(x)$ وقتی x به سمت صفر میل می کند، حد داشته باشد، a چند مقدار متمایز می تواند داشته باشد؟

۱) ۱   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) برای a هیچ مقداری وجود ندارد.

$\lim_{x\to 0} y = f\left(g(x)=\frac{|x|}{x}\begin{cases} x\to 0^+ & \text{حدوداً } 1\\ x\to 0^+ & \text{حدوداً } -1\end{cases}\right.\begin{cases} 3a+1 = l_1\\ \sqrt{1+5a}=l_2\end{cases}$

$l_1=l_2$

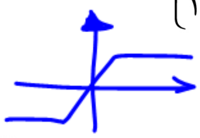
$3a+1=\sqrt{1+5a}$

$9a^2+6a+1=1+5a$

$9a^2+a=0$

$a(9a+1)=0 \quad \begin{cases} a=0\\ a=-\frac{1}{9}\end{cases}$ ۲ مقدار

فرض کنید $f(x)=\begin{cases}-۱ & x<-۱\\ ۲x & -۱\le x\le ۱\\ ۱ & x>۱\end{cases}$ و $g(x)=۱-x^۲$ درچند نقطه حداقل یکی از توابع fog یا gof ناپیوسته است؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

$y=f(g(x))=\begin{cases}-1\\ 2-2x^2\\ 1\end{cases}$

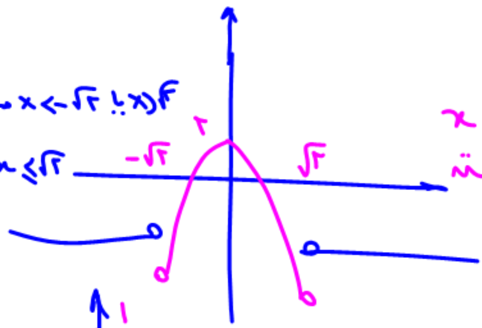
$g(x)=1-x^2<-1 \to 2<x^2$

$\sqrt{2}<|x| \to x<-\sqrt{2}$ یا $x>\sqrt{2}$

$-1\le 1-x^2\le 1$

$-2\le -x^2\le 0$. $-\sqrt{2}\le x\le \sqrt{2}$

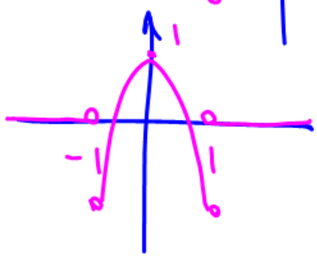
$1-x^2>1 \to -x^2>0$. $x^2<0$ غ ق ق



$x=\pm\sqrt{2}$

۲ جا ناپیوسته

$y=g(f(x))=1-f^2(x)=\begin{cases}1-1=0 & x<-1\\ 1-4x^2 & -1\le x\le 1\\ 1-1=0 & x>1\end{cases}$



۲ جا ناپیوسته

اگر مساحت مستطیل $MABH$ را با تابع $f(x)$ نمایش دهیم و نقطه $M(x, x^{۲})$ باشد.

حاصل حدکسر $\dfrac{f(۳h-۱)-f(-۱)}{h}$ وقتی h به سمت صفر میل می کند، کدام است؟

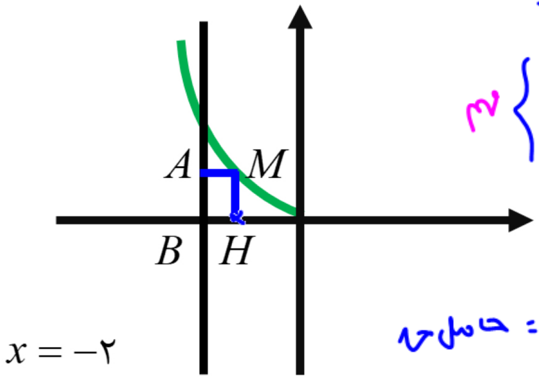
۱) ۳-　　　۲) ۶-　　　۳) ۹-　　　۴) ۲۱-

$f(x) = S_{\square} =$ عرض × طول $= (MH).(BH) = x^{۲}(x+۲)$

$f(x) = x^{۳} + ۲x^{۲}$

$f'(x) = ۳x^{۲} + ۴x$

۳ $\begin{cases} \text{طول پاره خط} = \text{ابتدا} - \text{انتها} \\ BH = x_H - x_B = x-(-۲) = x+۲ \end{cases}$



حاصل $= \frac{۰}{۰} \xrightarrow{Hop} \dfrac{۳f'(۳h-۱)-۰}{۱} = ۳f'(-۱) = ۳\left(f'(-۱) = ۳-۴ = -۱\right)$

$= -۳$

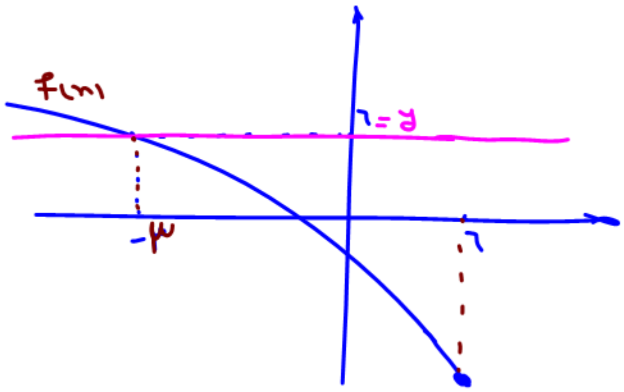
f تابعی است که در $x \le ۶$ تعریف می شود و برای هر x در این بازه $x_۱ < x_۲ \to f(x_۱) > f(x_۲)$

ترجمه: f اکیداً نزولیه

و $f^{-۱}(۶) = -۳$ و دامنه تابع fof به صورت $[a,b]$ است، $b-a$ کدام است؟

۱) ۳   ۲) ۶   ۳) ۹   ۴) ۱۲

$f(-۳) = ۶$



$D_{f(f(x))} = \{x \mid x \in D_f \,,\, f(x) \in D_f\} = [\underset{a}{-۳}, \underset{b}{۶}]$

$x \le ۶ \,,\, f(x) \le ۶$

از شکل می بینیم

$-۳ \le x \le ۶$

-۳   ۶

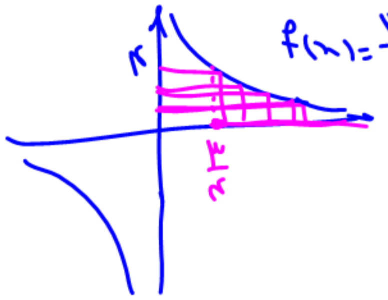
اگر $g(x)=x^{۲}+x+۱$ و $f(x)=\frac{۳}{x}$ باشد و x در دامنه $h(x)=fog(x)$ تغییر کند ، $h(x)$ در کدام بازه تغییر می کند؟

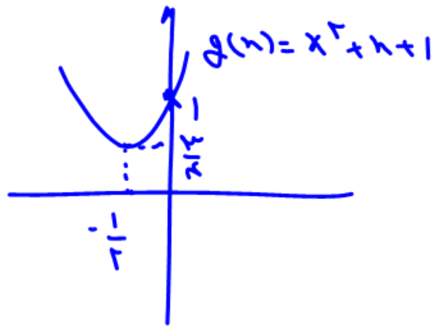
۱) $(۰,۴]$ ۲) $[۰,۴]$ ۳) $[۰,۴)$ ۴) $(۰,۴)$

$$y=f\left(g(x)\right)=\frac{3}{g(x)}=\frac{3}{x^2+x+1} \rightarrow \Delta<0 \qquad D_{fog}:\mathbb{R}$$

خروجی تابع داخلی ورودی تابع بیرونیه

$$0<y=f\left(\quad g(x)\geq\frac{3}{4}\quad\right)\leq 4$$





در مورد تابع $f(x)=\left|x^{3}\right|\left|x^{2}-1\right|$ به موارد زیر پاسخ دهید :

۱) دامنه و برد $D_f:\mathbb{R}$ $R_f:[0,+\infty)$ ۲) تعداد نقاط بحرانی ۵ و اکسترمم مطلق ۳ و نسبی ۵

۳) تعداد نقاط مشتق ناپذیر ۲ ۴) حداکثر تعداد ریشه های معادله $f(x)=k$ که $k>0$ ۵ تا

۵) رسم تابع

$|a||b|=|a.b|$

گوشه $x=\pm1$ مشتق ناپذیر

$y=|x^3||x^2-1|=|x^3(x^2-1)|=|(x+1)x^3(x-1)|$

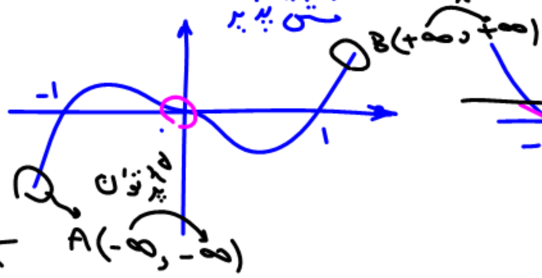
مشتق پذیر

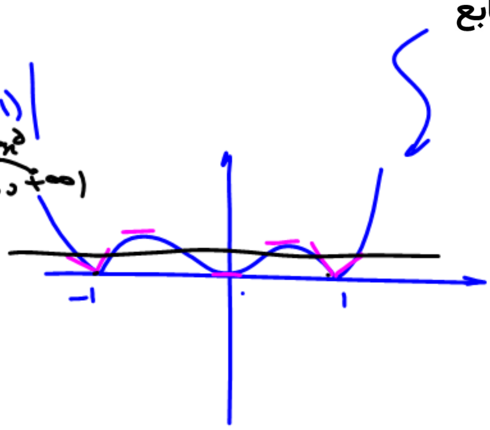
$y=(x+1)x^3(x-1)$

$y=x^5-x^3$

$y\xrightarrow[x\to 0]{\text{کم توان}}-x^3$

$y\xrightarrow[x\to\pm\infty]{\text{پرتوان}}x^5$





نکات :

۱) برای یافتن نقاط بحرانی $y=|V|$ یک بار $V=0$ یک بار $V'=0$

۲) ریشه های داخل قدرمطلق همگی بحرانی اند. ساده ها گوشه و مکرر ها مماس افقی دارند.

۳) در $y=|V|$ ریشه های ساده $V=0$ گوشه و مشتق ناپذیرند.

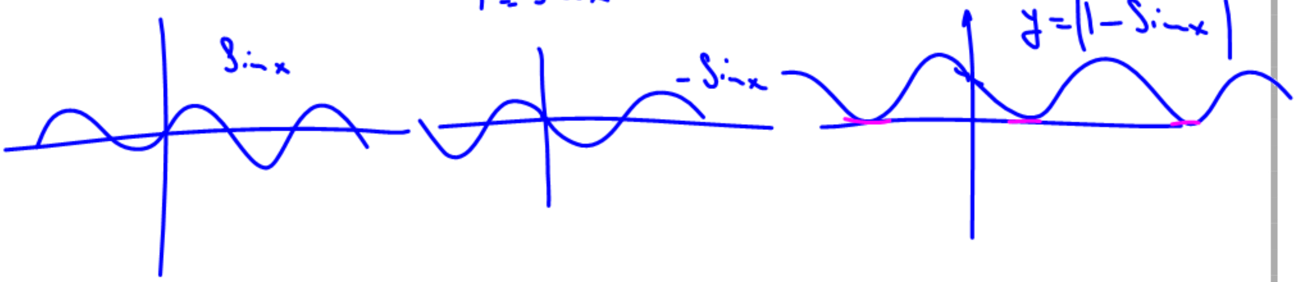
تابع $y=|۱-\sin x|$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

۱) هیچ　　　　۲) ۱　　　　۳) ۳　　　　۴) بی شمار

نکته: در $y=|U|$ ریشه های ساده U گوشه و مشتق ناپذیرند.

نکته: $\sin x=\pm 1$ یا $\cos x=\pm 1$ ، ریشه مضاعف است.

در تابع $y=|1-\sin x|$　　$1-\sin x=0$　$1=\sin x$　داخل قدرمطلق ریشه ساده ندارد لذا همه جا مشتق پذیر است



در مورد تابع $f(x)=|x\sin x|$ چند مورد از موارد زیر درست است؟

غ الف) وقتی x در دامنه تغییر می کند، مقدار تابع روی $\mathbb{R}$ تغییر می کند.

برد

برد $y\in[0,+\infty)$

غ ب) دارای Max مطلق است.

ندارد چون به $+\infty$ می ره

ج) دارای بی شمار Min مطلق است.

بله حتما همه Min مطلق ها صفره

د) بی شمار نقطهٔ بحرانی دارد.

بله ریشه‌های ساده داخل قدرمطلق بحرانی اند

$x\sin x=0$

$\begin{cases} x=0 \\ \sin x=0 \longrightarrow x=k\pi : 0, \pm\pi, \pm 2\pi \end{cases}$

ه) مجموع جواب های معادله $f(x)=k$ برابر صفر است.

به جز $x=0$ همه $k\pi$ ها بحرانی هستند

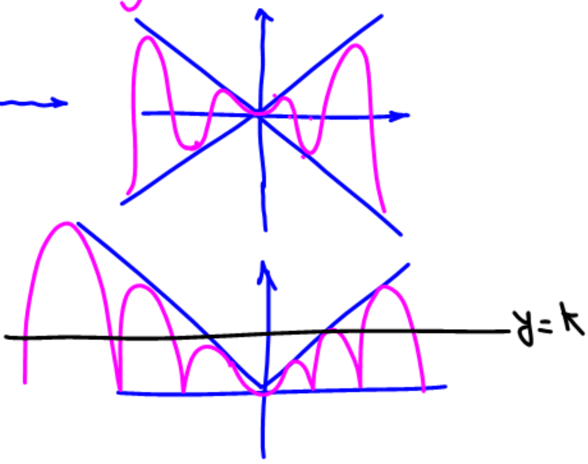
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

می دانیم:

$-1\le \sin x\le 1 \longrightarrow -x\le x\sin x\le x$

$y=x\sin x$ چون بین ۲ خط $y=\pm x$ است

و دقت کن $x\to\pm\infty$ آنگاه $y\to+\infty$ لذا ماکزیمم مطلق ندارد.



در مورد تابع $y=(x-1)|x^2-1|$ وقتی $-2\le x\le 2$ چند مورد زیر درست است؟

✓ ۱) دارای دو اکسترمم نسبی است.

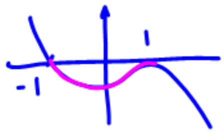
غ ۲) برد تابع $[0,3]$ است.

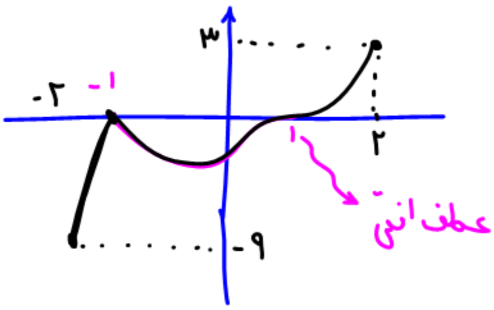
غ ۳) روی $(-2,2)$ در ~~۲~~ ۱ نقطه مشتق ناپذیر است.

غ ۴) $x=1$ طول مینیمم نسبی و مطلق است.

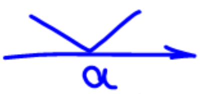
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

$$y=(x-1)|x^2-1|=\begin{cases}(x-1)(x^2-1)=(x+1)(x-1)^2 & x^2-1\geq 0 \quad x^2\geq 1 \quad |x|\geq 1 \quad x\leq -1 \text{ یا } x\geq 1\\ -(x-1)(x^2-1) & x^2-1<0 \quad x^2<1 \quad |x|<1 \quad -1<x<1\end{cases}$$





$y=|x-a|$

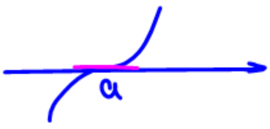


نوک تیز
مشتق ناپذیر

$f'_+(a)=-f'_-(a)$

$f'_+(a)+f'_-(a)=0$

$y=(x-a)^{2k+1}|x-a|$



عطف افقی
مشتق پذیر

$f'(a)=0$

$y=(x-a)^{2k}|x-a|$

اکسترمم
مشتق پذیر

$f'(a)=0$

چند مورد از توابع زیر در نقطه ای به عرض صفر مشتق پذیرند؟

الف) $y=\sqrt[3]{x}$ ب) $y=\sqrt[3]{x^2}$ ج) $y=\sqrt[4]{x^2}$ د) $y=\sqrt[6]{x^2}$

دارد ریشه x^3

$y=\sqrt{|x|}$ $y=\sqrt[3]{|x|}$

ه) $y=\sqrt{x^3}$ و) $y=\sqrt[3]{x^4}$ ز) $y=\sqrt[3]{x^5}$

$y=x\sqrt{x}$ $y=x\sqrt[3]{x}$ $y=x\sqrt[3]{x^2}$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

مورد واو و ز

از راست $x=0$ در مشتق پذیر. کلاً مشتق ناپذیر در همه جا است.

$f'(0)=0$

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}$$

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{x}\sqrt[3]{x}}{\cancel{x}}=0$$

افقی

چند نکته: در توابع رادیکالی فرجه فرد ریشه ساده (فرد) زیر رادیکال طول عطف قائم در ریشه مضاعف (زوج) زیر رادیکال طول بازگشت است. به شرطی که مرتبه تکرار ریشه از فرجه بیشتر نباشد.

تابع آن جا مشتق پذیر نیست و مماس قائم دارد.

$$y=\sqrt[2k+1]{(x-a)^{2n+1}}$$

$2n+1<2k+1$

اما اگر همین ریشه زیر رادیکال مرتبه تکرارش از فرجه بیشتر باشد تابع مشتق پذیر با $f'(a)=0$ می‌شود.

$y=\sqrt[3]{x}$ $y=\sqrt[3]{x^4}=x\sqrt[3]{x}$ $y=\sqrt[3]{x^5}=\sqrt[3]{x^3x^2}=x\sqrt[3]{x^2}$

ریشه ساده یا طاق در زیر رادیکال با هر فرجه بازگشت است.

$y=|x-a|$ $y=\sqrt{|x-a|}$ $y=\sqrt[3]{|x-a|}$

در مورد تابع $y=\sqrt[3]{x^3-4x^2}$ چند مورد زیر درست است؟

۱) دارای ۲ مماس قائم و یک مماس افقی است. درست است

۲) دارای ۳ اکسترمم نسبی است. غلط است

۳) فاقد اکسترمم مطلق است. درست است

۴) دارای ۴ نقطهٔ بحرانی است. غلط است

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) هیچ

$f(x)=\sqrt[3]{x^3-4x^2}=\sqrt[3]{x^2(x-4)}$

$D_f:\mathbb{R}$

$x=0$ مضاعف — بازگشت * و مماس قائم دارد.

$x=4$ ساده — عطف افقی

بزرگترین توان: $\lim_{x\to\pm\infty} y=\sqrt[3]{x^3}=x=\pm\infty$

$f'(x)=\dfrac{3x^2-8x}{3\sqrt[3]{(x^3-4x^2)^2}}=0$

$y'=0 \rightsquigarrow 3x^2-8x=0$

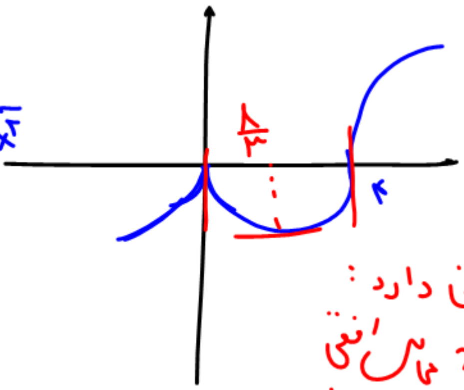
$x(3x-8)=0$ $\begin{cases} x=\frac{8}{3} & \text{مماس افقی} \\ x=0 \end{cases}$

$y'=\infty \rightsquigarrow x^3-4x^2=0$

$x^2(x-4)=0$ $\begin{cases} x=0 \\ x=4 & \text{مماس قائم} \end{cases}$

طبق * بازگشت در $x=0$ مماس قائم در ∞

کم‌توان: $y=\sqrt[3]{x^3-4x^2} \xrightarrow{x\to 0} \sqrt[3]{-4x^2}=-\sqrt[3]{4x^2}$

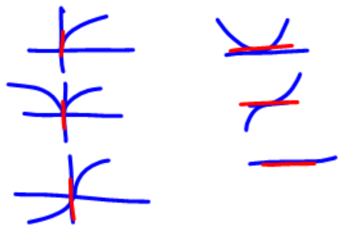


3 بحرانی دارد: $x=\frac{8}{3}$ مماس افقی و $x=0,4$ مماس قائم

نقطهٔ بحرانی: $c\in D_f$

$f'(c)=0$ یا $f'(c)=\infty$ یا وجود ندارد.

در $[a,b]$ نقاط $x=a,b$ بحرانیند



چند مورد از جملات زیر ، صحیح است؟

۱) مشتق یک تابع متناوب ، متناوب است. درست است.

۲) اگر نمودار f' را داشته باشیم ، برای f یک نمودار یکتا داریم. غلط است زیرا اگر $f'(x)=2x$ آنگاه $f(x)=x^2+c$

۳) اگر تابع متقارن نسبت به محور y ها باشد، در نقاط با طول قرینه ، مشتق های ~~برابر~~ قرینه دارد. غلط چون قرینه‌اند.

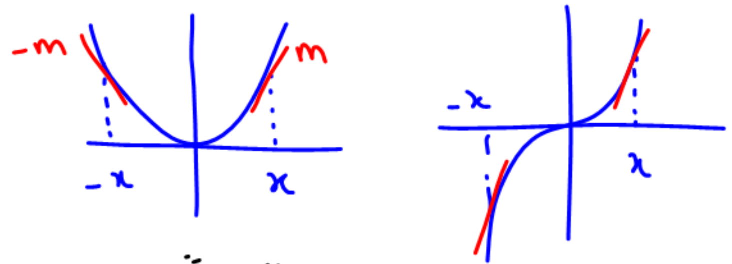
۴) اگر تابع متقارن نسبت به مبدأ باشد ، در نقاط با طول قرینه ، مشتق های ~~قرینه~~ برابر دارد. غلط

۵) اگر f دارای مجانب قائم باشد ، مشتق دوم آن هم دارای مجانب قائم است. درست است. $y=\frac{1}{x}$ $y'=\frac{-1}{x^2}$ $y''=\frac{2}{x^3}$

۶) در نمودار مشتق $y=x^3+x$ یک نقطه اکسترمم نسبی هست که روی محور x هاست. غلط

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۶

$f(x+T)=f(x) \xrightarrow{\text{مشتق}} f'(x+T)=f'(x) \rightarrow$ f' هم متناوب
دوره تناوب f' ممکنه با دوره تناوب f فرق کنند.

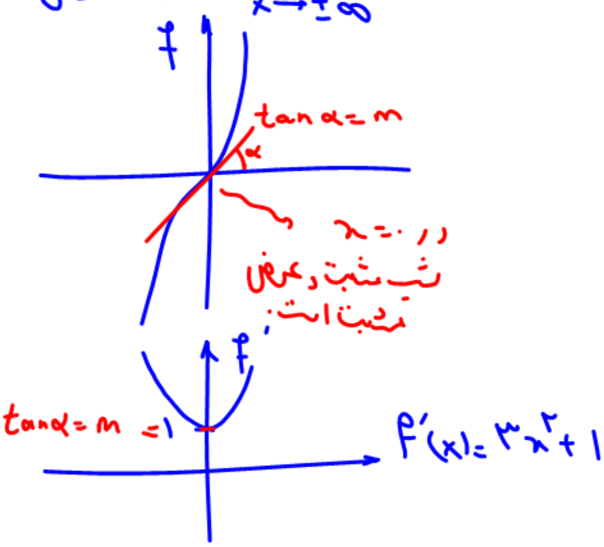


در تابع متقارن نسبت به yها در نقاط با طول قرینه مشتق ها قرینه‌اند.

در تابع متقارن نسبت به مبدأ در نقاط با طول قرینه مشتق ها برابرند.

$y=x^3+x \underset{x\to 0}{\sim} x$

$y=x^3+x \underset{x\to \pm\infty}{\sim} x^3$



نکته: عرض دار f' با عرض های خود شیب های f را می‌گوید.
اگر f صعودی باشد f' بالای xهاست
" " نزولی " " f' زیر xهاست
هر جا f ماکزیمم یا مینیمم است f' با محور xها برخورد دارد.
هر جا تقعر f به بالاست f' صعودی
" " تقعر f به پایین f' نزولی

تابع f روی $\mathbb{R}$ پیوسته و مشتق آن در نمودار شکل زیر رسم شده است.

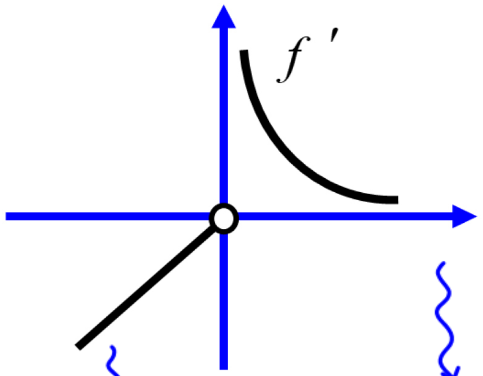
در مورد نقطهٔ $x=0$ روی تابع f کدام مطلب زیر درست نیست ؟

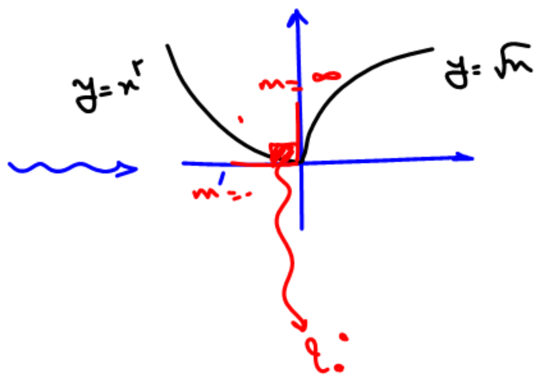
۱) نقطه بحرانی نیست. غلط زیرا بحرانیه و مشتق ناپذیره چون $f'(0)$ وجود ندارد.

۲) مینیمم مطلق و نسبی است. درسته

۳) دو نیم مماس چپ و راست در $x=0$ برهم عمودند. درسته

۴) برای تابع f بی شمار جواب وجود دارد. درسته هرگاه f' را بدهند جواب $f+c$ می شود.





در $x<0$: f' منفی ← f نزولی
f' خطی ← f درجه ۲
f' صعودی ← تقعر f به بالا
$f'_-(0)=0$ ← نیم مماس افقی

در $x=0$
f' موجود نیست لذا f در $x=0$ مشتق ناپذیر است

در $x>0$: f' مثبت یعنی f صعودیه
f' نزولیه : تقعر f به پایین
$f'_+(0)=+\infty$
در راست صفر نیم مماس قائم

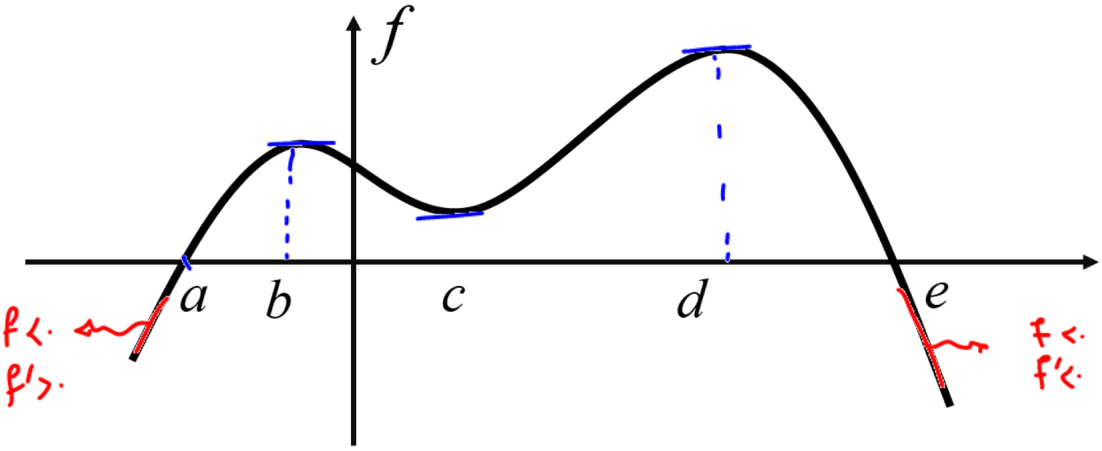
هر خط شیب صفر بر هر خط شیب ∞ عمود است

$m'=0=f'_-(0)\neq f'_+(0)=+\infty=m$

اگر نمودار تابع f به صورت شکل مقابل باشد ، تابع $y = f^{2}(x)$ چند مینیمم نسبی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

برای یافتن min ها بنی y' را تعیین علامت می‌کنیم.



$f<0$, $f'>0$

$f<0$, $f'<0$

هرجا بتوان بر f مماس افقی کشید مشتق صفر است. $f'=0$

x	$-\infty$		a		b		c		d		e		$+\infty$
$y'=2f(x)f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$y=f^2(x)$		$\searrow$	min	$\nearrow$		$\searrow$	min	$\nearrow$		$\searrow$	min	$\nearrow$	

انتهای همه کمان هایی که در $3\cos^3 x + 4\cos x = 7$ صدق می کنند روی دایره مثلثاتی چند نقطه را نشان می دهند؟

۱) ۱   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) ۴

$3\cos^3 x + 4\cos x - 7 = 0$ فرض $\cos x = t$

$3t^3 + 4t - 7 = 0 \sim (t-1)(\underbrace{3t^2+3t+7}) = 0 \begin{cases} t = 1 \longrightarrow \cos x = 1 \\ \text{ریشه ندارد} \end{cases}$

$\Delta = 9 - 4(3)(7) < 0$

$x = 2k\pi$

$$\begin{array}{r|l} 3t^3 + 4t - 7 & t - 1 \\ \cline{2-2} -(3t^3 - 3t^2) & 3t^2 + 3t + 7 \\ \hline 3t^2 + 4t - 7 & \\ -(3t^2 - 3t) & \\ \hline 7t - 7 & \\ -(7t - 7) & \\ \hline \text{صفر} & \end{array}$$

نکته: در تابع درجه ۳ اگر جمع ضرایب صفر باشد یک ریشه یک است و عبارت بر $x-1$ بخش پذیره:

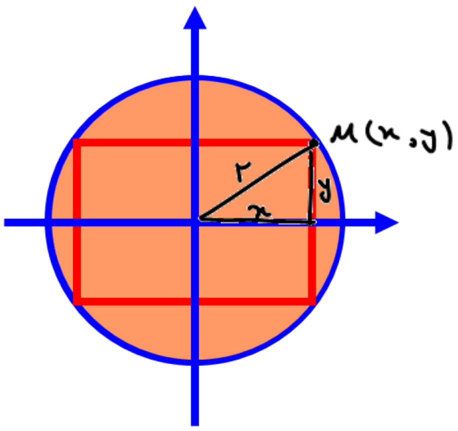
$R=۲$

مستطیل شکل زیر را حول قطر افقی دایره به معادله $x^۲+y^۲=۴$

$y^۲=۴-x^۲$

دوران می دهیم. بیشترین حجم ایجاد شده چقدر است؟

۱) $\frac{۸\sqrt{۳}}{۹}\pi$ ۲) $\frac{۸\sqrt{۳}}{۳}\pi$ ۳) $\frac{۱۶\sqrt{۳}}{۹}\pi$ ۴) $\frac{۳۲\sqrt{۳}}{۹}\pi$ ✓



استوانه: $V = ($مساحت قاعده$)($ارتفاع$) = \pi y^۲(۲x)$

$V = ۲\pi x y^۲ = ۲\pi x(۴-x^۲)$

$V = ۲\pi(۴x - x^۳)$

$V' = ۲\pi(۴-۳x^۲) = ۰ \rightarrow x^۲ = \frac{۴}{۳} \rightarrow x = \pm\frac{۲}{\sqrt{۳}}$

$V_{Max} = ۲\pi x(۴-x^۲) = ۲\pi\left(\frac{۲}{\sqrt{۳}}\right)\left(۴-\frac{۴}{۳}=\frac{۸}{۳}\right)$

$= \frac{۳۲}{۳\sqrt{۳}}\pi \overset{\text{گویا}}{=} \frac{۳۲\pi\sqrt{۳}}{۹}$

مهم پرتکرار مورد علاقه طراح

مجموع مقادیر اکسترمم های مطلق تابع $f(x)=x-\sqrt{۱-x^{۲}}$ در کدام بازه هست ؟

$-۰٫۶ \quad -۰٫۳ \qquad\qquad -۰٫۳ \quad ۰٫۳$

۱) $(-\frac{۲}{۳},-\frac{۱}{۳})$ ✓ ۲) $(-\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۳})$ ۳) $(\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳})$ ۴) $(\frac{۲}{۳},۱)$

برای یافتن اکسترمم مطلق در بازه $[a,b]$:

x	a	c_1 (نقاط بحرانی)	c_2	b
$f(x)$	$f(a)$	$f(c_1)$	$f(c_2)$	$f(b)$

بیشترین عدد در ردیف دوم Max

کمترین عدد در ردیف دوم Min

$f(x)=x-\sqrt{۱-x^۲}\geq ۰ \longrightarrow D_f\ [-۱,۱]$

$f'(x)=۱-\frac{-\cancel{۲}x}{\cancel{۲}\sqrt{۱-x^۲}}=۰ \sim \frac{x}{\sqrt{۱-x^۲}}=۱$

$f'(x)=۱+\frac{x}{\sqrt{۱-x^۲}}$

مربع

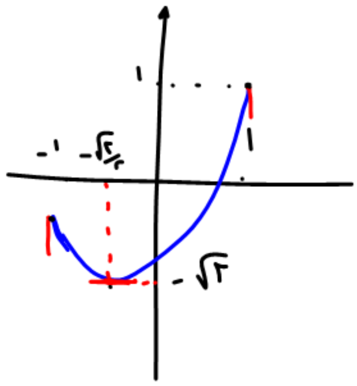
$x=\pm ۱$ بحرانی هم مشتق وجود ندارد هم سر بازه هست .

$\frac{x^۲}{۱-x^۲}=۱$

$x^۲=۱-x^۲$

$x^۲=\frac{۱}{۲}$

$x=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ فقط $x=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ هست که $f'(x)=۰$ را صفر می کند .



x	-۱	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	۱
$f(x)=x-\sqrt{۱-x^۲}$	-۱	$-\sqrt{۲}$ = Min	۱ = Max

$۱-\sqrt{۲}=۱-۱٫۴=-۰٫۴=-\frac{۴}{۱۰}$

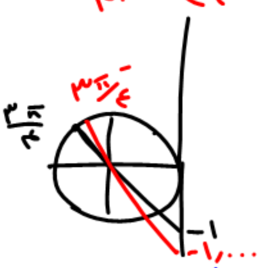
کدام حد درست محاسبه نشده است ؟ (نماد [ ] جزء صحیح است.) ۱ و ٤

۱) $\lim\limits_{x\to(-1)^-} Log\frac{x+1}{x-1}=+\infty$ ۲) $\lim\limits_{x\to\pi^-}(\frac{1}{2})^{\cot x}=+\infty$

۳) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\frac{3x+1}{x-2}\right]=2$ ۴) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\tan\frac{3\pi}{4(1+\frac{1}{x})}\right]=-1$

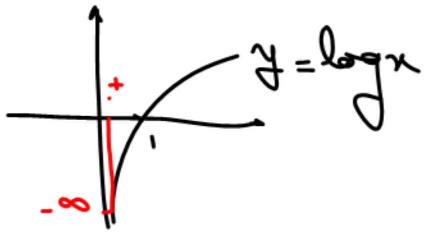
جواب -۲ هست

$\frac{3\pi}{4^+}=(\frac{3\pi}{4})^-$ $-1,\dots$ $4+\cancel{\frac{4}{x}}_{0^+}=4^+$

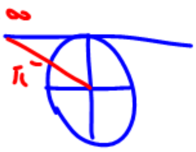


① $\lim\limits_{x\to(-1)^-} Log\frac{x+1}{x-1}=\frac{0^-}{-2}=0^+$ $x\to(-1)^-=-1,1$

$=\log 0^+=-\infty$ ۱۰ به توان



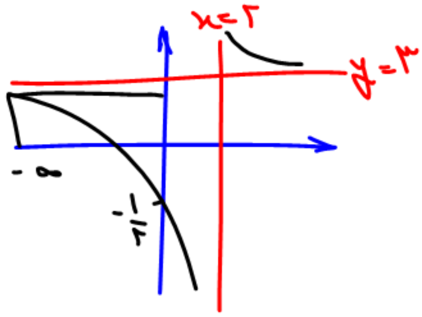
② $\lim\limits_{x\to\pi^-}(\frac{1}{2})^{Cotg\,x}=(\frac{1}{2})^{-\infty}=2^{+\infty}=+\infty$



③ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\frac{3x+1}{x-2}=\frac{-30+1}{-10-2}=\frac{-29}{-12}=\frac{29}{12}=2,\dots\right]=2$

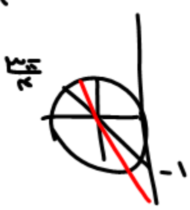
$x=-10$ مثلاً

$[3^-]=2$

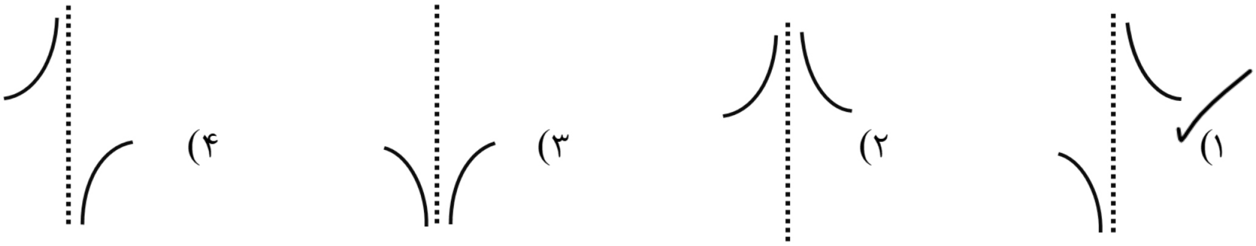


نکته: $\left[\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{3x+1}{x-2}=3\right]=3$

④ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\tan\frac{3\pi}{4(1+\frac{1}{x})=4+\cancel{\frac{4}{x}}_{0^+}=4^+}=\tan(\frac{3\pi}{4})^-=-1,\dots\right]=-2$



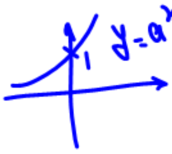
تابع $f(x)=\dfrac{x}{7^x-13+11^x}$ در همسایگی ریشه مخرج خود به کدام صورت است؟



(۱ (۲ (۳ (۴

مخرج $=0 \longrightarrow \underbrace{7^x+11^x}=13$

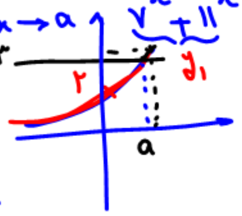
جمع دو تابع اکیداً صعودی اکیداً صعودیه



$y=a^x \quad a>1$

$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x}{7^x+11^x-13}$

$\begin{cases} x\to a^+ & y=\dfrac{a}{0^+}=+\infty \\ x\to a^- & -\infty \end{cases}$



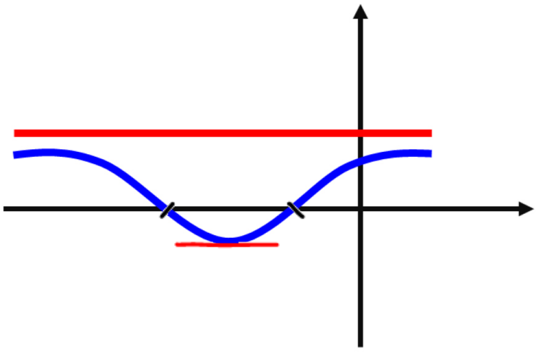
$y=13$ تابع ثابت

تابع ثابت $y=13$ ، تابع اکیداً صعودی مثبت $\longrightarrow$ مخرج = ۰ یک ریشه دارد

$y=7^x+11^x$ را فقط یک بار قطع می‌کند. آن هم در xها ی

تا ضمناً گزینه‌ها بررسی شود، با گزینه ۱ یا ۴

نمودار تابع $y=\dfrac{x^{2}+ax+2}{x^{2}+3x+3}$ به صورت مقابل است.



خط $x=1$ تابع را با کدام عرض قطع می کند؟

۱) $\frac{1}{7}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{5}{7}$ ۴) $\frac{6}{7}$

$D_y: \mathbb{R}$ مجانب افقی $y=1$

می بینم یک مماس افقی دارد لذا $y'=0$ یک ریشه دارد

$$y' = \frac{(2x+a)(x^2+3x+3)-(2x+3)(x^2+ax+2)}{(\ \ )^2}=0$$

$$\cancel{2x^3}+\cancel{6x^2}+\cancel{6x}+\cancel{ax^2}+\cancel{3ax}+3a-\cancel{2x^3}-\cancel{2ax^2}-\cancel{4x}-\cancel{3x^2}-\cancel{3ax}-6=0$$

$$\cancel{3x^2}+2x-\cancel{ax^2}+3a-6=0$$

$$(3-a)x^2+2x+(3a-6)=0$$

باید یک ریشه دهد.

$$\Delta=(2)^2-4(3-a)(3a-6)=0$$

$$4-4(3-a)3(a-2)=0 \qquad \div 4$$

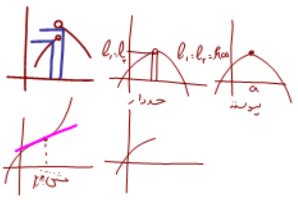
$$1-3(3-a)(a-2)=0$$

$$1+3(a-3)(a-2)=0$$

$$1+3(a^2-5a+6)=0$$

$$3a^2-15a+19=0$$ حل کن $a=\dots$

a را جایگذاری در تابع کن پس $x=1$ بده به تابع



حد 2

پیوستگی 1

مشتق 4 یا 5

$y=f\circ g$ اگر $g(x)=\frac{|x|}{x}$ ، $f(x)=\begin{cases}\frac{3ax+7}{5x-1} & x>1\\ 3a+1 & x=1\\ \sqrt{1-5ax} & x<1\end{cases}$

به سمت صفر میل کند و تابع حد داشته باشد a

چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) برای a مقداری وجود ندارد.

$\lim\limits_{x\to 0} f\left(g(x)=\frac{|x|}{x}\begin{cases} x\to 0^+ & \frac{x}{x}=1 \text{ (خود)}\\ x\to 0^- & \frac{-x}{x}=-1 \text{ (خود)}\end{cases}\right) \begin{matrix} = 3a+1 = l_1\\ = \sqrt{1+5a} = l_2\end{matrix}$

$3a+1=\sqrt{1+5a} \xrightarrow{۲} 9a^2+6a+\cancel{1}=\cancel{1}+5a$

$9a^2+a=0 \quad a(9a+1)=0 \begin{cases} a=0\\ a=-\frac{1}{9}\end{cases}$ ۲ مقدار

② فرض کنید $g(x)=1-x^2$ ، $f(x)=\begin{cases}-1 & x<-1\\ 2x & -1\le x\le 1\\ 1 & x>1\end{cases}$ در چند نقطه حداقل یکی از توابع fog یا gof ناپیوسته است؟

۲	۱
۴	۳

ریاضیات تجربی

دکتر سامان سلامیان

تست های تابع

جمعبندی و نکته و تست

$a^2 + b^2 = c^2$

ویژه کلاس های جمعبندی و نکته و تست

۱. دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{|x|+۲-x^{۲}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

$y=\sqrt{u}$ باید $u\geq 0$

$|x|+۲-x^۲\geq 0$ $x^۲=|x|^۲$

$0\geq x^۲-|x|-۲$

$0\geq |x|^۲-|x|-۲$

$0\geq \underbrace{(|x|+۱)}_{\text{همواره}\ +}(|x|-۲)$

$0\geq |x|-۲$

$۲\geq |x|$

$-۲\leq x\leq ۲$

$D_f\ [-۲,۲]$ $\underbrace{x=\pm۲,\pm۱,0}_{\text{۵تا}}$

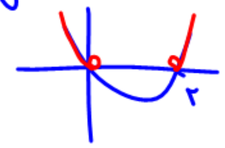
۲. دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{\sqrt{\frac{۱۲}{x^{۲}-۲x}}-۲}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

الف

$\frac{12}{\underbrace{x^2-2x}_{\text{باید } + \text{ باشد}}} \geq 0$ ۱۲ مثبت است

$y = x(x-2)$



$x<0$ یا $x>2$

ب

$\sqrt{\frac{12}{x^2-2x}} - 2 \geq 0$

طبق الف مثبت است

$\sqrt{\frac{12}{x^2-2x}} \geq 2$

مربع

$\frac{12}{x^2-2x} \geq 4$ تقسیم بر ۴ $\underbrace{\frac{3}{x^2-2x}}$ ≥ 1

چون می‌دانیم (از الف) که مخرج مثبت است لذا می‌توان ۲ طرف را در مخرج ضرب کرد.

$3 \geq x^2-2x$

$0 \geq x^2-2x-3$

	-1		3	
$+$	0	$-$	0	$+$

$-1 \leq x \leq 3$

$D_f: [-1,0) \cup (2,3]$ ⟶ $x=-1, 3$

اعداد صحیح بازه‌اند.

۳. دامنهٔ تابع $f(x)=\dfrac{۲}{\sqrt{ax^{۲}+bx+c}>0}$ برابر بازهٔ $(-\infty,۲)$ است. حاصل $۳a+c-۳|b|$ کدام است؟

$\cancel{۳a}+c+۳b=\underbrace{\boxed{c+۲b}}_{\text{صفر}}+b=b$

صفر

۱) b ۲) $-b$ ۳) $۲b$ ۴) $-۲b$

x	$-\infty$		۲		$+\infty$
$\cancel{a}x^{۲}+bx+c>0$		+	0	−	

باید $a=0$ باشه

چون جدول تعیین علامت درجه ۲ رو تعریف به این شکل نیست و به صورت $y=\dfrac{۲}{\sqrt{bx+c}>0}$ است

قبل از ریشه مخالف ضریب x است پس $\boxed{b<0}$

۲ ریشه زیر رادیکاله

$bx+c=0$

$۲b+c=0$

$c=-۲b>0$

۴. دامنهٔ تابع $f(x)=\log_{4}(\frac{(x-a)^{2}(x-b)}{x+1})$ به صورت $(-\infty,-1)\cup(4,+\infty)$ است. a چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۶ ✓ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

می دانیم دامنه $y=\log_b^{u}$

$4>0 \leftarrow b>0$, $4\neq 1 \leftarrow b\neq 1$, $\begin{cases} u>0 \\ b>0 \\ b\neq 1 \end{cases}$

$\frac{(x-a)^2(x-b)}{x+1}>0$

همواره مثبت و ریشه اش بین ۱- و ۴ هست

چون در تعیین علامت ظاهر نشده و ریشه مضاعف دارد

x	$-\infty$		-1		$4=b$		$+\infty$
		$+$		$-$		$+$	

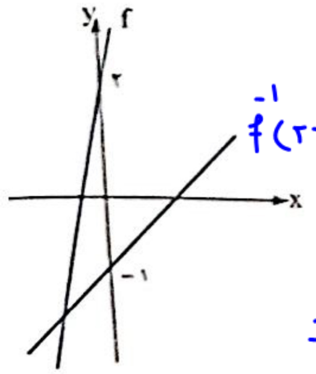
$x-b=0 \rightarrow x=b$

$4=b$

۶ تا مقدار صحیح

$\boxed{a=-1,0,1,2,3,4}$

۵. تابع خطی $f(x)$ و $f^{-1}(2x)$ رسم شده است.



دامنهٔ تابع $y=\sqrt{\sqrt{f(x)}-f(x)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۱ ✓

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

$f(x)=ax+b$

$f(0)=0+b=2$

$y=f(x)=ax+2$ وارون می‌کنیم: $x=\frac{y-2}{a}$

$f^{-1}(x)=y=\frac{x-2}{a}$

$f^{-1}(2x)=\frac{2x-2}{a}$

$x=0 \longrightarrow f^{-1}(0)=\frac{-2}{a}=-1 \longrightarrow \boxed{a=2}$

$f(x)=2x+2$

الف

$$\begin{cases} f(x)\geq 0 \longrightarrow 2x+2\geq 0 \longrightarrow \boxed{x\geq -1} \\ \sqrt{f(x)}-f(x)\geq 0 \longrightarrow \sqrt{f}\geq f \end{cases}$$

$f\geq f^2 \longrightarrow 0\geq f^2-f=f(f-1)$

	0		1	
+		−		+

$0\leq f(x)\leq 1$

$0\leq 2x+2\leq 1$

$-2\leq 2x\leq -1$

ب $\boxed{-1\leq x\leq -\frac{1}{2}}$

(ب)

(الف) -1 $-\frac{1}{2}$

$-1\leq x\leq -\frac{1}{2}$

بازه جواب فقط یک جواب $x=-1$ دارد.

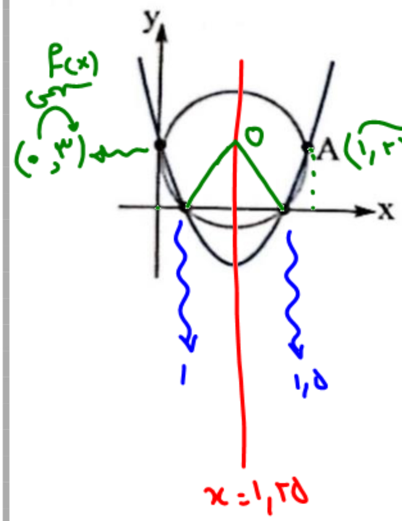
۶. تابع چندجمله‌ای درجه دو $\underbrace{f(x) = ۲x^۲ - ۵x + ۳}$ رسم شده است. اگر نقطهٔ $A(a,b)$ محل برخورد دایره و سهمی باشد، مقدار $۲a - b$ کدام است؟

جمع ضرایب صفر

$x = ۱ \ , \ \frac{۳}{۲}$

۱) ۳　　۲) ۲ ✓

۳) ۱　　۴) صفر



$۲,۵ = \frac{۵}{۲} = a$

$A(۱,۲۵ + ۱,۲۵ \ , ۳ \neq b$

عمود منصف هر وتر از دایره از مرکز دایره می‌گذرد.

$۲a - b = ۲(\frac{۵}{۲}) - ۳ = ۲$

نکته: در هر سهمی نقاط متقارن نسبت به محور تقارن $x_S = -\frac{b}{۲a}$ دارای عرض‌های یکسان هستند.

هر تابع درجه سوم $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ دارای مرکز تقارنی به طول $x_\omega=\frac{-b}{3a}$ است.

۷. نمودار تابع چندجمله‌ای $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ و نیمساز ناحیهٔ اول رسم شده است. m کدام است؟

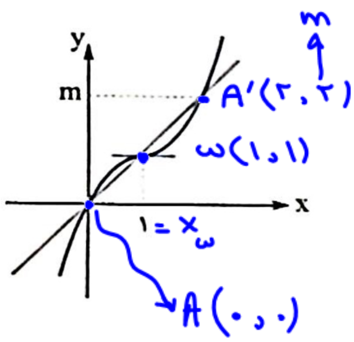
می‌بینیم: $x_\omega=\frac{-a}{3}=1$ و $a=-3$

۱) ۲ ✓

۲) ۲/۵

۳) ۳

۴) ۳/۵



$\omega(1,1)$ مرکز تقارن درجه سه است

چون A و A' نسبت به ω قرینه‌اند

و مختصات $A(0,0)$ است، باید

$A'(2,2)$

هر معادله درجه ۳ را می‌توان به صورت

$y=k(x-x_\omega)^3+y_\omega$

نوشت که

$\omega\begin{cases}x_\omega=\frac{-b}{3a}\\ y_\omega\end{cases}$ $\omega\left(\frac{-b}{3a},y_\omega\right)$

و k با دادن یک نقطه به تابع بدست می‌آید.

راه دیگر: $O(0,0)$ و $\omega(1,1)$ روی تابع است

پارامترها درمیایند و با جایگذاری $x=2$

عرض A که $m=2$ است حاصل می‌شود.

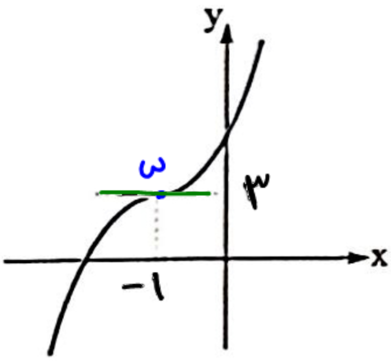
۸. تابع چندجمله‌ای درجه‌سوم $f(x)=(x-۲)^۳+ax^۲+bx+c$ را مطابق شکل روبه‌رو رسم کرده‌ایم. $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۱۲

۲) ۹

۳) ۶

۴) ۳



می دانیم که تابع درجه سوم در حالت کلی به صورت

$y=k(x-x_w)^۳+y_w$ است.

w مرکز تقارن است

$y=k(x+1)^3+3$

مقایسه کن

$y=m(x^3+3x^2+3x+1)+3=mx^3+3mx^2+3mx+m+3$

$y=(x-2)^3+ax^2+bx+c=x^3-6x^2+12x-8+ax^2+bx+c$

ضریب جملات هم درجه را برابر می‌گذاریم

$\rightarrow y=x^3+(a-6)x^2+(12+b)x+(c-8)$

$m=1$

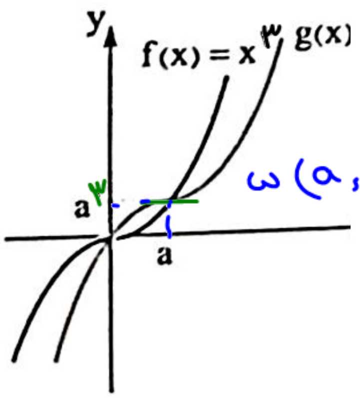
$3m=a-6 \rightarrow \boxed{a=9}$

$12+b=3m \rightarrow 12+b=3 \rightarrow \boxed{b=-9}$

$c-8=m+3 \rightarrow c-8=4 \rightarrow \boxed{c=12}$

$a+b+c=12$

۹. نمودار $y=f(x)$ را با انتقال به $g(x)$ تبدیل می‌کنیم. حداکثر مقدار $g(-1)$ کدام است؟



۱) -1

۲) $-\frac{1}{2}$

۳) $-\frac{1}{3}$

۴) $-\frac{1}{4}$

می بینیم $f(x)=x^3$ منتقل شده

$\omega(a, a^3)$

$y=m(x-x_\omega)^3+y_\omega$

چون همان x^3 منتقل شده، پس $m=1$

$g(x)=(x-a)^3+a^3$

$g(-1)=(-1-a)^3+a^3$

$g(-1)=-(1+a)^3+a^3$

$g(-1)=-(1+a^3+3a+3a^2)+a^3$

$g(-1)=-3a^2-3a-1$

حداکثر درجه ۲ از دستور $y_{max}=\frac{-\Delta}{4a}$ بدست می آید.

$\Delta=(-3)^2-4(-3)(-1)=9-12=-3$ $\quad y_{max}=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{3}{4(-3)}=-\frac{1}{4}$

۱۰. تابع چندجمله‌ای درجه‌سوم $f(x)=x^3$ را در نظر بگیرید. تعداد ریشه‌های معادلهٔ $f(-x+1)=f^{-1}(-x+1)$ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) صفر

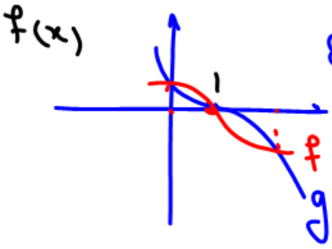
$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x}$

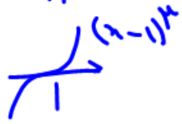
$(-x+1)^3=\sqrt[3]{-x+1}$

یکی از راه های حل معادله رسم ۲ طرف معادله در یک دستگاه است. هردو را در یک دستگاه می کشیم تعداد نقاط برخورد تعداد ریشه هاست.

$f(x)=\sqrt[3]{-x+1}$

$g(x)=(-x+1)^3=(-(x-1))^3=-(x-1)^3$





۳ برخورد
۳ ریشه

$x=0,1,2$

مراحل رسم : $y = a\,f(bx+c)+d$

① c ② دامنه $\frac{1}{|b|}$ ③ عرض ها ضرب در a ④ d

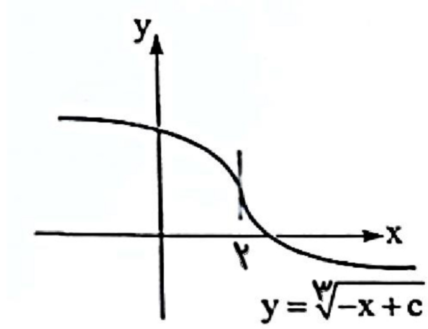
۱۱. معکوس تابع چندجمله‌ای $f(x) = -x^{3} + ax^{2} + bx + 3$ به صورت زیر رسم شده است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴



نکته : اگر f^{-1} وارون f باشد f هم وارون f^{-1} است.

محاسبه x برحسب y

$y - 1 = \sqrt[3]{-x+c}$

تعویض جای x و y

$(y-1)^{3} = -x + c$

$x = -(y-1)^{3} + c$

$f(x) = y = -(x-1)^{3} + c = -(x^{3} - 3x^{2} + 3x - 1) + c$

$f(x) = -x^{3} + 3x^{2} - 3x + (1+c)$

$f(x) = -x^{3} + ax^{2} + bx + 3$

تساوی:

$a = 3$

$b = -3$

$c + 1 = 3$

$c = 2$

$a + b + c = 2$

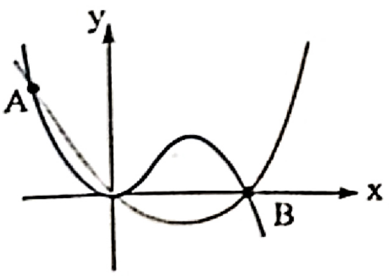
۱۲. نمودارهای $f(x) = x^{۲} - ۲x + a$ و $g(x) = -x^{۳} + ۲x^{۲} + bx + c$ رسم شده‌اند. طول پاره‌خط AB برابر کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$

۲) $۳\sqrt{۲}$

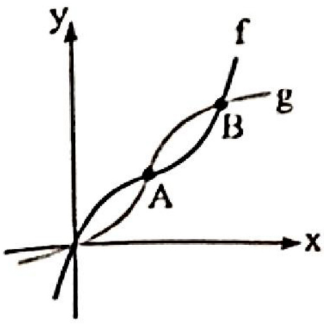
۳) $۴\sqrt{۲}$

۴) $۵\sqrt{۲}$



۱۳. تابع چندجمله‌ای $f(x)=(a-1)x^{6}+x^{3}-(a+2)x^{2}+3x$ و $g(x)=a^{2}+\sqrt[3]{x-a^{3}}$ رسم شده است. طول پاره‌خط AB کدام است؟

۱) ۱
۲) $\sqrt{2}$
۳) $\sqrt{3}$
۴) ۲



۱۴. اگر $f(x)=\frac{۲x+۱}{x-۱}$ و $g(x)=\frac{۳x+a}{x-۲}$، مقدار a کدام باشد تا برای $x\neq ۰,۱,-۱$ رابطهٔ $g(f(x))=۳x$ برقرار باشد؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۵. اگر $f(x) = x^۳ + ۲x - ۱$ و $g(x) = ۲x^۲ - ۱۱x + ۵$ باشد، حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $f(g(x)) = ۲$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۶. کدام تابع در بازهٔ $(0,3)$ نزولی است؟

۱) $y=|x+2|-|x-4|$ ۲) $y=-x^2+4x+3$ ۳) $y=\frac{2x-4}{3x-6}$ ۴) $y=\sqrt{6-x}-\sqrt{x+2}$

۱۷.اگر تابع $f(x)=\frac{ax+۳}{۲x+a-۱}$ در بازهٔ $(۱,+\infty)$ اکیداً نزولی باشد، حدود a کدام است؟

۱) $(-۲,۳)$

۲) $[-۲,۳)$

۳) $[-۱,۳)$

۴) $(۰,۳)$

۱۸. به ازای کدام مجموعه مقادیر a، تابع $f(x)=||x-5|-a|$ در بازهٔ $(0,3)$ نزولی است؟

۱) $(-1,5)$ ۲) $(-1,2)$ ۳) $[5,+\infty)$ ۴) $(-\infty,2]$

۱۹ـ اگر بازهٔ $(۲,۳)$ بزرگ‌ترین فاصله‌ای باشد که تابع $f(x) = (x - a) | x - b |$ نزولی و مقدار آن منفی باشد، مقدار $| a - b |$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۲۰. اگر $f(x) = x^{۳} + ۲x - ۳۰$ باشد، دامنهٔ تابع $y = \sqrt{f^{-۱}(x) - x}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) ۳   ۲) ۲   ۳) ۱   ۴) صفر

۲۱- تابع $f(x)=\dfrac{6x^2+2x-a|x|}{x}$ یک‌به‌یک است. حدود a کدام است؟

۱) $[0,+\infty)$ ۲) $[-1,+\infty)$ ۳) $(-\infty,0]$ ۴) $(-\infty,-1]$

۲۲. به ازای کدام مقادیر a تابع $f(x) = ax + 1 + |3x - 3|$ یک‌به‌یک است؟

۱) $|a| > 2$ ۲) $|a| < 2$ ۳) $|a| > 3$ ۴) $|a| < 3$

۲۳. حدود a برای آن‌که تابع $f(x)=\begin{cases} x^3+ax^2 & x<-2 \\ \sqrt{x+2} & -2\le x<2 \\ x^2-ax-2 & x\ge 2 \end{cases}$ یک‌به‌یک باشد، کدام است؟

۱) $(-\infty,0]$

۲) $(-\infty,1]$

۳) $(-\infty,2]$

۴) $(-\infty,3]$

۲۴. اگر $f(x) = \frac{4^x - 4^{-x}}{4^x + 4^{-x}}$ باشد، مقدار $f^{-1}(-0/6)$ کدام است؟

۱) $-0/25$ ۲) $-0/5$ ۳) $-0/75$ ۴) -1

۲۵. با فرض $x \geq ۲ \ ; \ f(x) = x^۲ - ۴x + ۹$ و $g(x) = \frac{۳ - x}{۲}$، حاصل $(gof)^{-۱}(-۹)$ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۲۶. اگر f تابعی یک‌به‌یک و $f^{-1}(\frac{۲}{۳x-۷}) = ۴x - ۹$ باشد، حاصل $f(-۱)$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۱−
۳) ۲
۴) ۲−

۲۷ـ ضابطهٔ وارون تابع $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{9x^2+1}}$ کدام است؟

۱) $f^{-1}(x)=\frac{2x}{\sqrt{9-4x^2}};|x|<\frac{3}{2}$

۲) $f^{-1}(x)=\frac{x}{\sqrt{9-4x^2}};|x|<\frac{3}{2}$

۳) $f^{-1}(x)=\frac{2x}{\sqrt{4-9x^2}};|x|<\frac{2}{3}$

۴) $f^{-1}(x)=\frac{x}{\sqrt{4-9x^2}};|x|<\frac{2}{3}$

۲۸. ضابطهٔ وارون تابع $f(x)=\frac{۳x}{۲+|x|}$ کدام است؟

۱) $f^{-1}(x)=\frac{۲x}{۳-|x|}\,;|x|<۲$

۲) $f^{-1}(x)=\frac{۲x}{۳-|x|}\,;|x|<۳$

۳) $f^{-1}(x)=\frac{۳x}{۲-|x|}\,;|x|<۲$

۴) $f^{-1}(x)=\frac{۳x}{۲-|x|}\,;|x|<۳$

۲۹. اگر $f(x) = -x + \sqrt{-۲x}$ باشد، ضابطهٔ معکوس f کدام است؟

۱) $f^{-۱}(x) = \sqrt{۲x+۱} + x - ۱ ; x \geq ۰$

۲) $f^{-۱}(x) = \sqrt{۲x+۱} + x - ۱ ; x \geq -\frac{۱}{۲}$

۳) $f^{-۱}(x) = \sqrt{۲x+۱} - x - ۱ ; x \geq ۰$

۴) $f^{-۱}(x) = \sqrt{۲x+۱} - x - ۱ ; x \geq -\frac{۱}{۲}$

۳۰. اگر وارون تابع $f(x)=\dfrac{۴^x+۱}{۲^{۲x+۱}+۳}$ به صورت $f^{-۱}(x)=\log_۲\sqrt{\dfrac{۳x-a}{b-cx}}$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۴   ۲) ۳   ۳) ۲   ۴) ۱

۳۱. قرینهٔ نمودار تابع $y = ۲ + \sqrt{x - ۱}$ را نسبت به خط $y = x$ رسم کرده و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد در جهت مثبت محور xها و ۳ واحد در جهت منفی محور yها انتقال می‌دهیم و ان را $y = g(x)$ می‌نامیم. مقدار $g(۴)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳- ۳) ۲- ۴) ۴-

۳۲. نمودار منحنی $y = \sqrt{۴ - x}$ را k واحد به بالا و $k - ۲$ واحد به راست انتقال می‌دهیم.

منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع می‌کند.

اگر منحنی جدید را ۱ واحد به پایین انتقال دهیم، طول نقطهٔ برخورد منحنی به دست آمده با محور xها، کدام است؟

۱) -۴ ۲) -۳ ۳) ۱ ۴) ۲

۳۳. تابع $y = 2^{x+|x|}$ را ۳ واحد در امتداد محور xها در جهت منفی و سپس ۲ واحد در امتداد منفی محور yها انتقال می‌دهیم.

نمودار جدید محور xها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) $-\frac{5}{2}$ ۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $\frac{7}{2}$

۳۴. نمودار تابع $y = 2^{|\sin x|}$ را ابتدا به اندازهٔ $\frac{\pi}{2}$ در امتداد محور xها در جهت مثبت و سپس $\frac{3}{2}$ در امتداد محور yها در جهت منفی انتقال می‌دهیم. تعداد محل تقاطع نمودار حاصل با محور xها در فاصلهٔ $[0,\pi]$ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

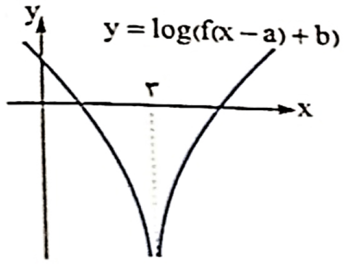
۳۶- اگر نمودار $y = f(x+1)$ و $y = \log(f(x-a)+b)$ به صورت زیر باشند، $a+b$ کدام است؟

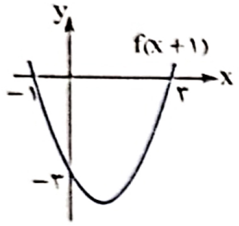
۱) ۳

۲) ۴

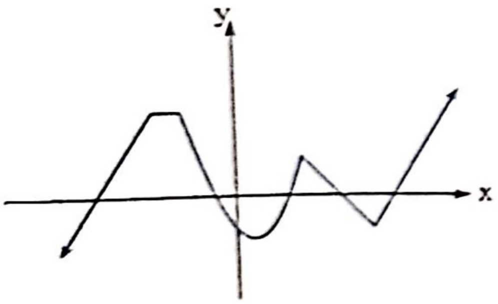
۳) ۵

۴) ۶





۳۷. نمودار تابع f به صورت مقابل رسم شده است. معادلات $f(|x|)=0$ ، $|f(x)|=0$ و $f(-|x|)=0$ به ترتیب چند ریشه دارند؟



۱) ۶ ـ ۵ ـ ۴

۲) ۷ ـ ۵ ـ ۲

۳) ۳ ـ ۵ ـ ۷

۴) ۵ ـ ۵ ـ ۵

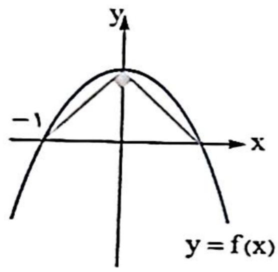
۳۸.فرض کنید $[a,b]$ برد تابع $f(x)=۲^{-\sqrt{۵\sin^۲ x-۱}}$ باشد. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

۳۹. فرض کنید برد تابع $f(x)=2^{\sqrt[3]{9\cos^2 x-1}}-2^{\sqrt[3]{1-9\cos^2 x}}$ به صورت $[a,b]$ باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) $\frac{9}{4}$ ۲) $\frac{15}{4}$ ۳) $\frac{9}{2}$ ۴) $\frac{21}{4}$

۴۰. نمودار سهمی f رسم شده است. برد تابع $y=\sqrt{\log_{۲} f(x-۱)}$ کدام است؟



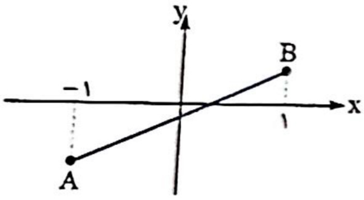
۱) $(۰,۱]$

۲) $[۰,۱]$

۳) $\{۰,۱\}$

۴) $\{۰\}$

۴۱. نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر برد تابع $y=\dfrac{-۲}{f(۲x+۱)}$ به صورت $(-\infty,-\frac{۱}{۲}]\cup[۲,+\infty)$ باشد. طول خط AB کدام است؟



۱) $\sqrt{۲۷}$

۲) $\sqrt{۲۹}$

۳) $\sqrt{۳۱}$

۴) $\sqrt{۳۳}$

۴۲- اگر $f(x)=\dfrac{x^{۲}+۳x-۴+|x^{۲}-۴-۳x|}{۲}$ باشد، کم‌ترین مقدار تابع f کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴