

## ریاضی ۱۰ تست اول ری ماه ۱۴۰۱ خجری ازت ۱۱ تا ۱۶ دی ماه ۱۴۰۱، نشه ریاضی

۱ در بررسی ۵۰۰ کشاورز، ۳۷۰ نفر دارای مزرعه چای و ۲۰۰ نفر دارای شالیزار هستند. تعداد آنهایی که نه مزرعه چای و نه شالیزار دارند، برابر تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند. چند کشاورز فقط مزرعه چای دارند؟ (کشاورزان فقط چای و برنج برداشت می کنند)

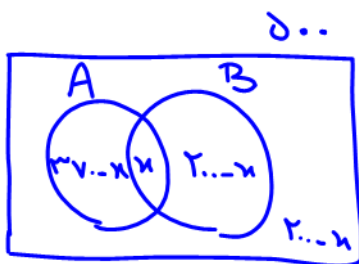
ری ۱۴۰۱ خجری

(۲) ۱۳۵

(۱) ۱۰۰

(۴) ۲۷۰

(۳) ۲۳۵

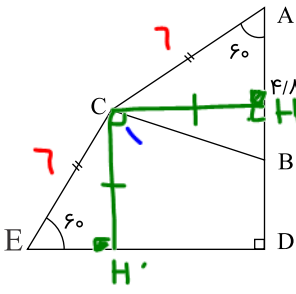


$$500 = (370 - x) + (200 - x) + x + (200 - x)$$

$$x = 235$$

در شکل زیر، مساحت مثلث ABC برابر  $7/2\sqrt{3}$  است. فاصله D از C کدام است؟

دی ۱

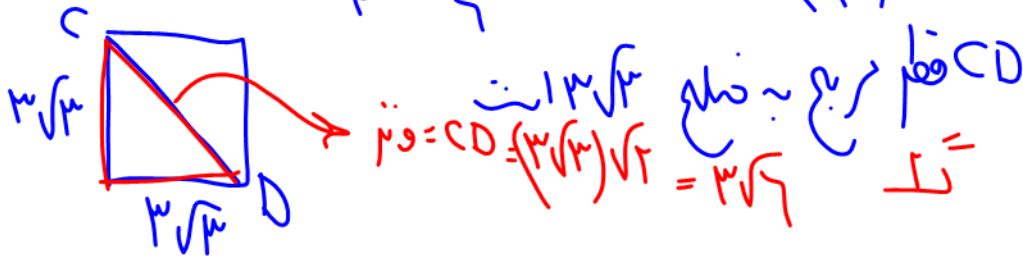


$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(AC)(AB) = \frac{1}{2}(7)(\frac{7}{2}) = \frac{49}{4}$$

$$AC = \frac{7/2}{1/2} = 7$$

$\Delta ACH = \Delta CEH \rightarrow CHDH'$

$\Delta ACH : \sin 60^\circ = \frac{CH}{AC} \rightarrow CH = 7 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 3\sqrt{3}$



- (۱)  $6\sqrt{6}$
- (۲)  $3\sqrt{6}$  ✓
- (۳)  $2\sqrt{2}$
- (۴)  $\sqrt{2}$

در بازه (a, b) عبارت  $15x^2 + 73x + 14$  منفی و عبارت  $\left|\frac{x-1}{2} - 1\right|$  بزرگتر از سه است. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

دی ۱

- (۲)  $\frac{23}{3}$
- (۴)  $\frac{67}{15}$

- (۱)  $\frac{5}{3}$  ✓
- (۳)  $\frac{4}{15}$

روش اولی در حل درجه ۲

$$15x^2 + 73x + 14 = 0$$

$$x^2 + 73x + 21 = 0$$

$$(x + 70)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -70 \end{cases}$$

$$x_1 = -\frac{3}{15} = -\frac{1}{5}$$

$$x_2 = -\frac{70}{15} = -\frac{14}{3}$$



$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$15x^2 + 73x + 14 = 15\left(x + \frac{1}{5}\right)\left(x + \frac{14}{3}\right)$$

$\left|\frac{x-1}{2} - 1\right| > 3 \Rightarrow |x-1| > 8 \Rightarrow x < -7 \text{ or } x > 9$

$|x| > a \Rightarrow -a < x < a$

$\frac{14}{3} < x < 9$

$b - a = -3 + \frac{14}{3} = \frac{5}{3}$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

۴

محور تقارن سهمی‌های  $y = x^2 + ax - 2$  و  $y = -x^2 - 2x + b$  مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض یکسان روی دو سهمی خط  $y = 1$  رسم شود، مقدار  $ab$  چقدر است؟

خط  $y=1$  هر دو سهمی را قطع می‌کند  
با عرض  $y=1$  مثل‌ها برابرند

$$\begin{cases} 1 = x^2 + 2x - 2 & (۲) \\ 1 = -x^2 - 2x + b & (۴) \end{cases}$$

$$x = 1, -3$$

$$\frac{2}{-2} = \frac{-a}{2}$$

$$1 = \frac{a}{-2} \rightarrow a = -2$$

- (۱) -۸
- (۲) -۴
- (۳) ۸

$$\begin{cases} 1 = -x^2 - 2x + b \\ x=1 \rightarrow 1 = -1 - 2 + b \rightarrow b = 4 \\ x=-3 \rightarrow 1 = -9 + 6 + b \rightarrow b = 4 \end{cases}$$

$$ab = 2(4) = 8$$

۱۴.۱ ری اگر  $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار  $\cos \alpha$  کدام است؟ (با تغییر)

۵

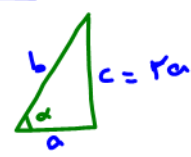
$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = 2$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + 4 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

- (۲)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{10}$



$$c = \frac{a}{\cos \alpha} = 2a \rightarrow \cos \alpha = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$b = a \tan \alpha = a \cdot 2 = 2a$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3}a$$

- (۱)  $-\frac{2\sqrt{5}}{10}$
- (۳)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

۱۴.۱ ری بزرگ‌ترین عضو مجموعه  $\{ \frac{1}{128} \}$  کدام است؟  $A = \{m^m + n^n | m, n \in \mathbb{N}, 2^{-m} \times 2^{-n} + 2^{-m} \times 2^{-n} > \frac{1}{128}\}$

۶

- (۲) ۹
- (۴) ۲

- (۱) ۱۲
- (۳) ۵

$$(2^m)^{2^{-m}} \times 2^{-2n} + 2^{-2m} \times (2^n)^{2^{-n}} = 2^{-2m-2n} + 2^{-2m-2n} = 2(2^{-2m-2n}) > 2^{-1}$$

$$2^{-2m-2n} > \frac{2^{-1}}{2} = 2^{-1.5} \rightarrow 2^{-2(m+n)} > 2^{-1.5} \rightarrow \frac{1}{2^{2(m+n)}} > \frac{1}{2^{1.5}}$$

$$\sqrt{2^{m+n}} < \sqrt{2^{1.5}} \rightarrow 2^{m+n} < 2^{1.5} \rightarrow m+n < 1.5$$

$$m^m + n^n = (2)^2 + (1)^1 = 4 + 1 = 5$$

جمع دو عدد طبیعی زیر ۱.۵ شده  
آنها ۲ و ۱ هستند.

جمله های چهارم و هشتم یک دنباله حسابی به ترتیب جمله دوم و هفتم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جمله دهم الگوی خطی باشد، جمله پانزدهم الگو، چند برابر قدرنسبت دنباله حسابی است؟

$a_n, d'$

$t_n, d$

$$t_\varepsilon = t_1 + r d = a_r = a_1 + d'$$

$$t_\kappa = t_1 + v d = a_v = a_1 + v d'$$

1/5 (2)

4 (4)

6/5 (1)

3 (3)

$$t_\kappa - t_\varepsilon = \varepsilon d = a_v - a_r = \delta d' \rightarrow \frac{d}{d'} = \frac{\delta}{\varepsilon}$$

$$a = a_1 + r d' = 0 \rightarrow a_1 = -r d'$$

$$\frac{a_{15}}{d} = \frac{a_1 + 14 d'}{d} = \frac{-r d' + 14 d'}{d} = \frac{\delta d'}{d} = \delta \left( \frac{d}{d'} \right) = \kappa$$

ریشه هفتم عدد مثبت  $a$  مساوی 27 برابر عدد  $a$  با توان  $\frac{15}{7}$  است.  $(\frac{1}{a} - 3)$  چند برابر  $(1 + \sqrt{3})$  است؟

3 (2)

6 + 3\sqrt{3} (4)

6 - 3\sqrt{3} (1)

6 (3)

$$\sqrt[v]{a} = r v \sqrt[v]{a}$$

$$a^{\frac{1}{v}} = r v a^{\frac{1}{v}}$$

$$1 = r v \left( \frac{a^{\frac{1}{v}}}{a^{\frac{1}{v}}} = a^{\frac{1}{v} - \frac{1}{v}} = \frac{1}{v} = r \right) \rightarrow a^r = \frac{1}{r v} \rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{r v}} \rightarrow \frac{1}{a} - 3 = \sqrt{r v} - 3$$

$$\frac{\frac{1}{a} - 3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{r v} - 3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} - 3}{\sqrt{3} + 1} = \frac{3(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} = \frac{3(\sqrt{3} - 1)^2}{3 - 1 = 2} = \frac{3(\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3)}{2} = \frac{3(3 - \sqrt{3})}{2} = \frac{9 - 3\sqrt{3}}{2}$$

خط  $2mx + (m^2 - 1)y = 3$  به ازای دو مقدار  $m$  با جهت مثبت محور  $x$  زاویه 60 درجه می سازد. اختلاف مقادیر  $m$  کدام است؟

14.1 (1)

$\tan 7 = \sqrt{3}$

$$y = \frac{-2m}{m^2 - 1} x + \frac{3}{m^2 - 1}$$

4\sqrt{3} (2)

4/\sqrt{3} (4)

$$\sqrt{3} = \frac{-2m}{m^2 - 1}$$

2\sqrt{3} (1)

2/\sqrt{3} (3)

$$\sqrt{3} m^2 - \sqrt{3} + 2m = 0$$

$$\sqrt{3} m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0 \rightarrow \begin{cases} m_1 \\ m_2 \end{cases}$$

$$a x^2 + b x + c = 0$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$|m_1 - m_2| = \frac{\sqrt{4 + 4(\sqrt{3})(\sqrt{3})}}{\sqrt{3}} = 2$$

$D = |m_1 - m_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

نمودار  $\frac{1}{f}$  را در امتداد محور  $x$  ها،  $a$  واحد در جهت مثبت انتقال داده و آن را  $g$  می‌نامیم. سپس تابع  $|g|$  را در امتداد محور  $y$  ها،

$\frac{1}{|f|}$  برابر  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  است. اگر  $f$  تابع همانی باشد، اختلاف مقادیر در تساوی  $f(x+a) = 3$  کدام است؟ (ی ۱۴۰۱ تجربی)

$f(x) = x$

$\frac{1}{x-a} = g(x)$

(۲) ۲

$x+a=3 \rightarrow x=3-a$   
 $x+\sqrt{2}-1=3 \rightarrow x=4-\sqrt{2}$   
 $x_2-x_1=2-\sqrt{2}$

(۴)  $\sqrt{2}$

(۳)  $2-\sqrt{2}$  ✓

$\left| \frac{1}{x-a} \right| - 2 = \frac{1}{|x|} \xrightarrow{x=\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\left| \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}-a} \right| - 2 = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2} \rightarrow \frac{1}{\left| \frac{\sqrt{2}}{2}-a \right|} = 2 + \sqrt{2} \rightarrow \frac{1}{2+\sqrt{2}} = \left| \frac{\sqrt{2}}{2}-a \right|$

$\frac{2-\sqrt{2}}{4-2\sqrt{2}} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \left| \frac{\sqrt{2}}{2} - a \right|$   
 $\frac{\sqrt{2}}{2} - a = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sqrt{2} - a = 2 - \sqrt{2} \rightarrow a = 1$

در پرتاب همزمان دو تاس، اعداد روشده  $m$  و  $n$  هستند. با کدام احتمال، معادله  $x^2 - mx + n = 0$  دارای دو ریشه حقیقی و متمایز است؟ (با تغییر) ریاضی ری ماه ۱۴۰۱

در پرتاب ۲ تاس:  $36 = 6^2 = n(S)$   
برای  $n(A)$  جدول می‌کشیم:

متمایز است؟ (با تغییر) ریاضی ری ماه ۱۴۰۱

(۲)  $\frac{1}{4}$   
(۴)  $\frac{4}{9}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

(۱)  $\frac{1}{3}$   
(۳)  $\frac{17}{36}$  ✓

$\Delta = (-m)^2 - 4(1)(n) \geq 0 \rightarrow m^2 \geq 4n$

m	n	تعداد حالات
۱	—	هیچ
۲	—	هیچ
۳	۹ > ۴ (۱ یا ۲)	۲ حالت
۴	۱۶ > ۴ (۱ یا ۲ یا ۳)	۳ حالت
۵	۲۵ > ۴ (۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴)	۴ حالت
۶	۳۶ > ۴ (۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶)	۵ حالت

$P(A) = \frac{17}{36}$

۱۱ حالت مجموع حالات مطلوب  $\Delta \geq 0$  است.

۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می‌کنند؟ (ی ۱۴۰۱ ریاضی)

(۲) ۴۸ ✓

(۱) ۲۴

(۴) ۹۶

(۳) ۷۲

$ABCDE$   
 $4! = 24$   
 $2! = 2$   
 $24 \times 2 = 48$



نمودار تابع  $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ ، به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی  $y = 0$  و  $y = -2$  واقع می‌شود؟

$-2 < \frac{2}{(x-1)(x-2)} < 0$  (۲) ۳  
 $-1 < \frac{1}{(x-1)(x-2)} < 0$  (۳) ۴  
 صفر (۴)  $\frac{x}{+} \mid \frac{1}{-} \mid \frac{2}{+}$   
 هیچ نقطه صحیحی  $1 < x < 2$

اگر A و B دو مجموعه ناتهی در مجموعه U باشند و داشته باشیم  $A \cap B' = (A \cap B)'$ ، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$A - B = U - (A \cap B)$   
 $A - (A \cap B) = U - (A \cap B) \subseteq B$  (۲)  $A \cap B = \emptyset$  (۱)  
 $A = U$   $A \cup B = B$  (۴)  $A' \subseteq B'$  (۳) ✓  
 $B \subseteq U = A \rightarrow A' \subseteq B'$



اگر  $A(-1, -4)$  رأس سهمی به معادله  $y = 3x^2 + ax + b$  باشد، این سهمی محور y را با کدام عرض قطع می‌کند؟

$f(x) = 3x^2 + 2x - 1$   
 $x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{a}{2(3)} = -1$   
 $a = -2$   
 $y = 3x^2 + 2x + b$   
 $-4 = 3 - 2 + b$   
 $-4 = -1 + b$   
 $-4 + 1 = b$   
 $-3 = b$

اگر اعداد  $\binom{n}{3}$  و  $\binom{n}{2}$ ،  $\binom{n}{1}$  جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، n کدام است؟ ( $n > 3$ )

$a, b, c$   
 $2b = a + c$

$2 \binom{n}{2} = \binom{n}{3} + \binom{n}{1}$

$\frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{n!}{(n-1)!}$

$n(n-1) = \frac{n(n-1)(n-2)}{2} + n$

$n-1 = \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1$   $\rightarrow$   $n=7$

به چند طریق می‌توان ۶ دانش‌آموز را در نیمکت‌های ۳ نفره، ۲ نفره و ۱ نفره جای داد؟

۵۴ (۲)

۴۵ (۱)

۷۲ (۴)

۶۰ (۳) ✓

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = 35$$

$$\binom{3}{2} = \frac{3 \times 2}{1 \times 2} = 3$$

$$\binom{1}{1} = 1$$

$$\text{مجموعت} = 35 \times 3 \times 1 = 105$$

به چند طریق می‌توان ۱۲ مسئولیت مختلف را بین سه نفر تقسیم کرد، به طوری که به هر نفر به ترتیب ۳، ۴ و ۵ مسئولیت محول شود؟

$$\binom{12}{5} \times \binom{7}{3} \quad (۲)$$

$$\binom{12}{4} \times \binom{8}{3} \quad (۱)$$

هر سه گزینه (۴) ✓

$$\binom{12}{3} \times \binom{9}{4} \quad (۳)$$

$$\binom{12}{4} \binom{8}{3} \binom{5}{5} = \binom{12}{5} \binom{7}{3} \binom{4}{4} = \binom{12}{3} \binom{9}{4} \binom{5}{5}$$

در چند جایگشت از حروف کلمه school دو حرف o در کنار یکدیگر قرار نمی‌گیرند؟

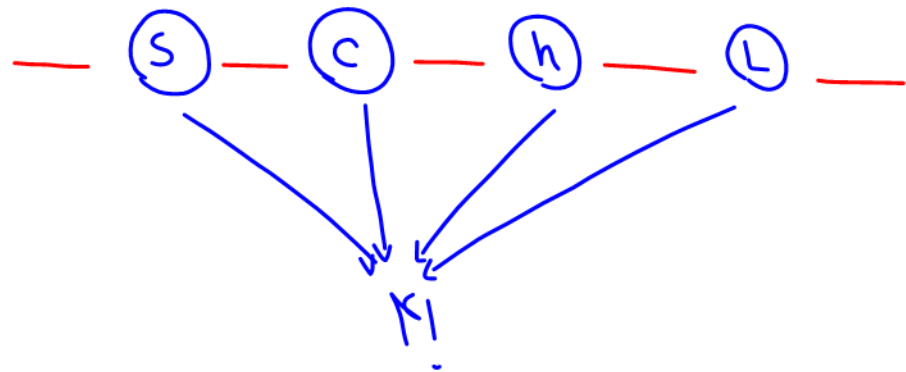
۲ خانه از ۵ خانه فرزند و جایگشت ۳ حرف دیگر

$$\binom{5}{2} \times 4! \quad (۲) ✓$$

$$\frac{6!}{2!} \quad (۱)$$

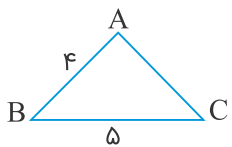
$$\binom{6}{2} \times 4! \quad (۴)$$

$$\binom{5}{2} \times 6! \quad (۳)$$





اگر مساحت مثلث  $\triangle ABC$  برابر ۶ باشد، طول  $AC$  چقدر است؟



$$7 = \frac{1}{2} (AB=4)(BC=5) \sin \hat{B}$$

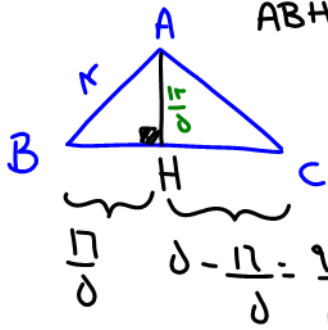
۳ (۱) ✓

$$\frac{4}{5} = \sin \hat{B} \implies \cos \hat{B} = \frac{4}{5} = \frac{BH}{AB=4} \implies BH = \frac{16}{5} \sqrt{3}$$

۶ (۳)

$$\triangle ABH: \sin \hat{B} = \frac{AH}{4} = \frac{4}{5} \implies AH = \frac{16}{5}$$

$\sqrt{6}$  (۴)



$$\triangle ACH: (AC)^2 = \left(\frac{9}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2$$

$$(AC)^2 = \frac{81}{25} + \frac{256}{25} = \frac{337}{25} = 9$$

$$\boxed{AC = 3}$$

دو تاس را با هم می‌ریزیم. اگر مجموع آن‌ها بزرگ‌تر از ۶ باشد، احتمال آن که فقط یکی از تاس‌ها زوج باشد کدام است؟

$$\frac{3}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{7} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{7} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{7} \quad (۳)$$

مجموع ۲ تاس بیشتر از ۶

$$S = \{(1, 6), (2, 5), \dots\} \rightarrow \text{اصالت ۱}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{71} = \frac{4}{7}$$

$$A = \{(1, 6), (2, 5), \dots\} \rightarrow \text{اصالت ۳}$$

یکی از تاس‌ها زوج

نقطه  $A(-1, -4)$  رأس سهمی به معادله  $f(x) = 3x^2 + ax + b$  است. این سهمی محور  $y$ ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

$$-۲ \quad (۲)$$

$$-۳ \quad (۱)$$

$$۲ \quad (۴)$$

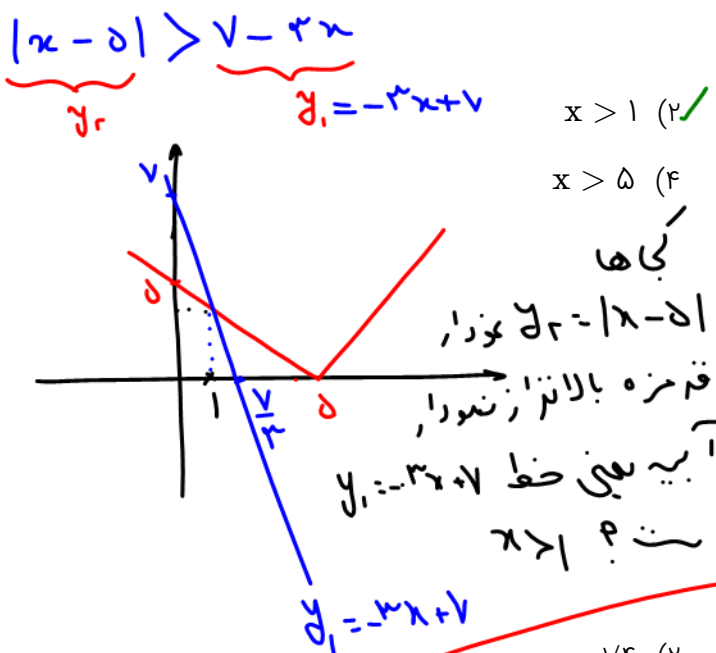
$$-۱ \quad (۳) \quad \checkmark$$

اگر نقطه  $(-2, 1)$  نقطه رأس سهمی به معادله  $y = -mx^2 + nx$  باشد، مقدار  $m + n$  کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & -km - 2n = 1 \\ (2) \quad & -km - 2(-km) = 1 \\ & km = 1 \\ & m = \frac{1}{k} \quad n = -1 \end{aligned}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{n}{2(-m)} = -2 \implies \frac{n}{m} = -4$$

$$n = -4m$$



مجموعه جواب نامعادله  $3x + |x-5| > 7$  کدام است؟

راه صحیح

فرض

$x \geq 5 \rightarrow 3x + x - 5 > 7 \rightarrow 4x > 12 \rightarrow x > 3$

$(x \geq 5) \cap (x > 3) : x \geq 5$  (الف)

$x < 5 \rightarrow 3x - x + 5 > 7 \rightarrow 2x > 2 \rightarrow x > 1$

$(x > 1) \cap (x < 5) : 1 < x < 5$  (ب)

$x > 1$  (ج) ✓

اگر  $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{24n}}{\sqrt[5]{4}}} = 2$  باشد، آنگاه  $n$  کدام است؟

$\frac{\sqrt[3]{kn}}{\sqrt[5]{k}} = k$  دو طرف به توان ۱۵

$(kn)^5 = 2^{15} k^3$

$k^5 n^5 = 2^{15} k^3$

$k^2 n^5 = 2^{15}$

$2 \cdot n - 7 = 10$

$2 \cdot n = 17$

$n = \frac{17}{2} = 8.5$

اگر  $\tan x = 3$  باشد، حاصل  $\frac{\sin^3 x + \cos x}{\cos^3 x + \sin x}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{35}{31}$
- (۳)  $\frac{31}{35}$

- (۲)  $\frac{37}{35}$
- (۴)  $\frac{37}{31}$

$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$   
 برای تولید  $\tan x$  جرات صورت و  
 مخرج را بر  $\cos^2 x$  تقسیم کنیم:

$$\frac{\tan^3 x + \frac{1}{\cos^2 x}}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\tan^3 x + (1 + \tan^2 x)}{1 + \tan(1 + \tan^2 x)} = \frac{27 + (1 + 9)}{1 + 3(1 + 9)} = \frac{27 + 10}{1 + 30} = \frac{37}{31}$$

در دنباله‌های حسابی "۲، ۹، ۱۶، ۲۳، ۳۰، ..." و "۲، ۹، ۱۶، ۲۲، ۲۷، ..." چند عدد سه رقمی مشترک کوچکتر از ۳۰۰، موجود است؟

- (۱) ۵
  - (۳) ۷
- $a_n: 2, 9, 16, \dots$   $d_1 = 7$   
 $b_n: 12, 17, 22, \dots$   $d_2 = 5$   
 $c_n: 37, \dots$   $d_3 = 35$
- اولین عدد مشترک ۳۷ است

بزرگترین جمله دنباله با جمله عمومی  $a_n = \frac{14n + 13}{7n + 2}$  کدام است؟

- (۱) ۲
- (۳) ۴

$$C_n = a_1 + (n-1)d$$

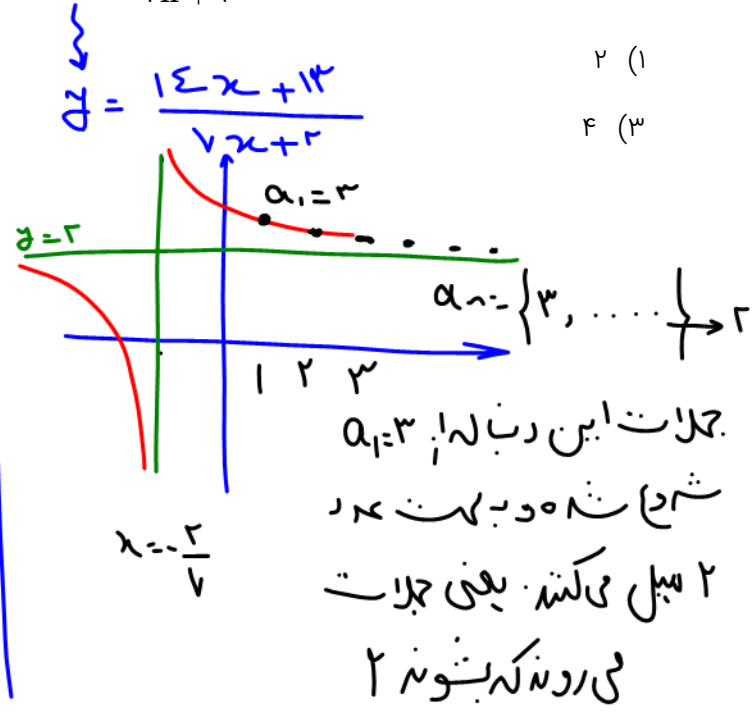
$$C_n = 37 + (n-1)35 = 35n + 2 \rightarrow 100 \leq 35n + 2 < 300 \rightarrow 98 \leq 35n < 298$$

$$2,8 \leq n < 8,5$$

$$n \in \mathbb{N} : 3, 4, 5, 6, 7, 8 \rightarrow 6$$

$$a_n = \frac{2(7n+2)}{7n+2} + 9$$

روش اول  
 با حاد کلاس دوم

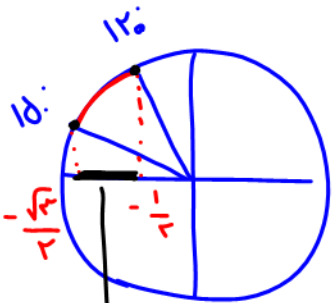


$$a_n = \frac{2(7n+2)}{7n+2} + \frac{9}{7n+2} = 2 + \frac{9}{7n+2}$$

از مخرج Min شود که بزرگتر شود  $a_n$   
 Max می‌شود Min مخرج برای  $n=1$  است  
 می‌آید:

$$a_1 = 2 + \left(\frac{9}{7(1)+2} = 1\right) = 3$$

اگر  $120^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$  و  $\cos \alpha = 2m - 1$  باشد، آنگاه حدود تغییرات  $m$  کدام است؟



$$\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{4} \leq m \leq \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (4)$$

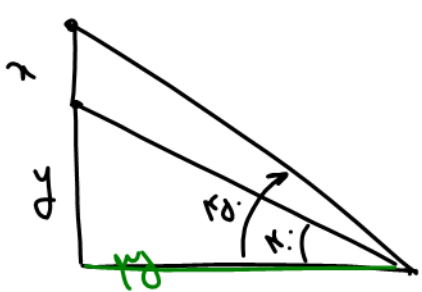
$$-1 \leq m \leq 1 \quad (1)$$

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{4} \leq m \leq \frac{1}{4} \quad (3 \checkmark)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos \alpha \leq -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq 2m - 1 \leq -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \leq 2m \leq 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{-\sqrt{3} + 2}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$$

ناظری به فاصله ۳۵ متر از پای ستونی که بر روی آن مجسمه‌ای قرار دارد، ایستاده است. زاویه رؤیت انتها و ابتدای مجسمه با سطح افق به ترتیب  $45^\circ$  و  $40^\circ$  می‌باشد. ارتفاع مجسمه کدام است؟ ( $\tan 40^\circ = 0.8$ )



$$6/4 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$7/2 \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$\tan 45^\circ = 1 = \frac{y}{35} \rightarrow y = 35$$

$$\tan 40^\circ = 0.8 = \frac{x+y}{35} \rightarrow x+y = 28 \rightarrow x = 7$$

اگر  $\frac{a}{\sin x} + \frac{b}{\cos x} = 0$  باشد،  $\tan x + \cot x$  کدام است؟

$$\frac{a \cos x + b \sin x}{\sin x \cos x} = 0$$

$$-\left(\frac{a^2 + b^2}{ab}\right) \quad (2 \checkmark)$$

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} \quad (1)$$

$$-\left(\frac{a^2 + b^2}{2ab}\right) \quad (4)$$

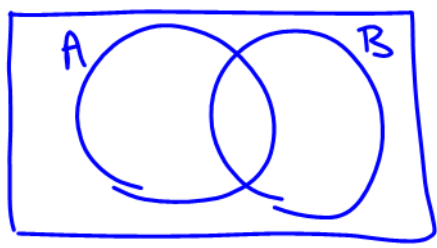
$$\frac{a^2 + b^2}{2ab} \quad (3)$$

$$a \cos x = -b \sin x$$

$$\frac{a}{-b} = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{a}{b} &= \tan x \\ -\frac{b}{a} &= \cot x \end{aligned} \right\} \rightarrow -\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = -\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}\right)$$

در یک مدرسه ۱۱۰ نفری، ۷۱ نفر در المپیاد ریاضی و ۵۷ نفر در المپیاد شیمی شرکت می‌کنند. اگر ۳۲ نفر از آن‌ها در هر دو المپیاد شرکت کنند، تعداد افرادی که فقط در یکی از دو المپیاد شرکت کرده‌اند کدام است؟



$n(A) = 71$  (۱)  $n(A \cap B) = 32$  (۲)  
 $n(B) = 57$  (۳)

۹۶ (۲)  $n(A-B) + n(B-A)$  ۱۲۸ (۱)  
 ۵۷ (۴)  $n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B)$  ۶۴ (۳) ✓  
 $= (71 - 32) + (57 - 32)$   
 $= 71 + 57 - 2(32) = 128 - 64 = 64$

با افزودن تعدادی عضو به مجموعه A، به تعداد اعضای مجموعه‌های  $A \cap B$  و  $A \cup B$  به ترتیب ۵ و ۲ واحد اضافه می‌شود. در این صورت تعداد اعضای  $A - B$  چند واحد افزایش می‌یابد؟

فرض کنیم x عضو به A اضافه شده پس می‌توان نوشت:

۳ (۲) ۲ (۱)  
 ۵ (۴) ۵ (۳) ✓

$n(A \cup B) + 2 = n(A) + x + n(B) - (n(A \cap B) + 5)$

$x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$

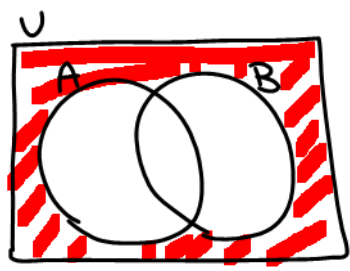
قدیم  $n(A-B) = n(A) - n(A \cap B)$

جدید  $n(A-B) = n(A) + x - (n(A \cap B) + 5)$

$n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) + x - 5$

$x - 5 = 5$

متمم مجموعه  $A - (B - A)$  نسبت به مجموعه جهانی کدام است؟



- $A \cap B$  (۲)
- $B$  (۴)
- $A \cup B$  (۱) ✓
- $A$  (۳)

# حل با نمودار ون

را درم:

$(B-A)' - A = (B-A)' \cap A'$   
 $= (B-A) \cup A = (B \cap A') \cup A$   
 $= (B \cup A) \cap (A' \cup A) = B \cup A = A \cup B$

$$x^2 - x - 15 = 0$$

$$(x+7)(x-10) = 0$$

$$x_1 = -7 \quad x_2 = 10$$

$$x_1 = \frac{-7}{1} = -\frac{7}{1} \quad x_2 = \frac{10}{1} = \frac{10}{1}$$

$$\left\{ \frac{3}{2}, -\frac{5}{2} \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ -\frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right\} \quad (4)$$

$$\left\{ -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2} \right\} \quad (1)$$

$$\left\{ \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right\} \quad (3)$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$4x^2 - 4x - 15 = 4\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{5}{2}\right)$$

$$= (2x+3)(2x-5)$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

اگر  $x^2 y = -\frac{1}{8}$  باشد، آنگاه حاصل  $(4x^2 + 3y)^2 - (4x^2 - 3y)^2$  کدام است؟

$$-8 \quad (2)$$

$$-6 \quad (1)$$

$$12 \quad (3)$$

$$= (4x^2 + 3y - 4x^2 + 3y)(4x^2 + 3y + 4x^2 - 3y)$$

$$= (6y)(8x^2) = 48x^2 y = 48\left(-\frac{1}{8}\right) = -6$$

اگر  $x^2 + y^2 = 1$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{x+1}{y+1}$  برابر کدام است؟

$$\frac{x^3 - x^2}{y^3 - y^2} \quad (2)$$

$$\frac{y^3 - y^2}{x^3 - x^2} \quad (4)$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

$$y^2 - 1 = (y-1)(y+1)$$

$$\frac{x^3 - x^2}{y^3 - y^2} \quad (1)$$

$$\frac{y^3 - y^2}{x^3 - x^2} \quad (3)$$

$$\frac{\frac{(x+1)(x-1)}{(1+x)} \cdot \frac{(y-1)(1-y)}{(1-x)}}{\frac{(y-1)(1-y)}{(1-x)} \cdot \frac{(x-1)(1-x)}{(1-x)}} = \frac{(x+1)(y-1)}{(1+x)(1-x)} \cdot \frac{(1-x)(1-x)}{(y-1)(1-y)} = \frac{(x+1)(y-1)}{(1+x)(1-x)} \cdot \frac{(1-x)(1-x)}{(y-1)(1-y)} = \frac{(x+1)(y-1)(1-x)(1-x)}{(1+x)(1-x)(y-1)(1-y)} = \frac{(x+1)(y-1)}{(1+x)(1-y)}$$

۴۱

در تجزیه عبارت  $(x-2)(x^2-4x+4)-1$  کدام عامل ضرب، موجود است؟

$(x-2)(x-2)^2 - 1$

$(x-2)^3 - 1 =$

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$x-2$  (۲) *اولی در نتیجه این عبارت را بفرستید*

$x+3$  (۴)

$x-1$  (۳)

$(x-2)^3 - (1)^3 = (x-2-1)((x-2)^2 + (x-2) + 1) = (x-3)(x^2 - 3x + 3)$

$\sqrt{\frac{x^2 + 2x + 25}{25x}} = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{73 - 28\sqrt{6} + 14 - 4\sqrt{6} + 25}{x = 7 - 2\sqrt{6}}}$

اگر  $x = 7 - 2\sqrt{6}$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt{\frac{x+2}{25} + \frac{1}{x}}$  کدام است؟

۴۲

۵/۸ (۲)

$x^2 = 49 + 28 - 28\sqrt{6}$

۵/۶ (۱)

۱/۴ (۴)

$x^2 = 73 - 28\sqrt{6}$

۱/۲ (۳)

$= \frac{1}{5} \sqrt{\frac{112 - 32\sqrt{6} = 16(7 - 2\sqrt{6})}{7 - 2\sqrt{6}}} = \frac{4}{5} = \frac{1}{1.25} = 0.8$

به علت تورم، بر قیمت کالایی به طور یکنواخت هر سال ۱۰ درصد اضافه می‌شود. در سال پنجم قیمت این کالا، چند برابر قیمت

۴۳

$x + 0.1x = 1.1x$

سال اول می‌شود؟

۱/۳۷۶۱ (۲)

قدرنسبت

۱/۳۳۲۱ (۱)

۱/۴۷۵۱ (۴)

جملات در  $q = 1.1$

۱/۴۶۴۱ (۳)

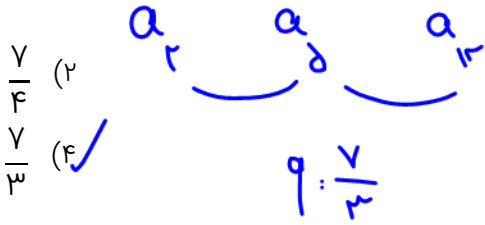
ضرب می‌شوند پس دنباله هندسی با صبه محوسه زیر داریم:

$a_n = a_1 q^{n-1} = a_1 (1.1)^{n-1} \rightarrow a_5 = a_1 (1.1)^4 = 1.4641 a_1$

جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می‌توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی

۴۴

کدام است؟



۷/۴ (۲)

۵/۳ (۱)

۷/۳ (۴)

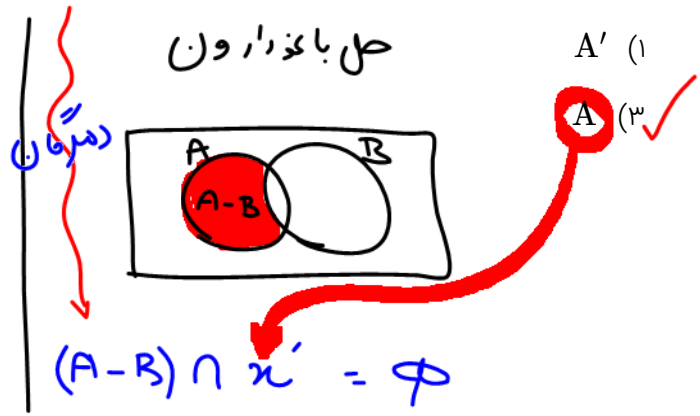
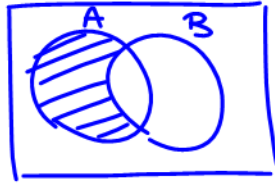
۹/۴ (۳)

$q = \frac{12-5}{5-2} = \frac{7}{3}$

۴۵ اگر فرض کنیم  $U$  مجموعه مرجع باشد و  $((A - B)' \cup X)' = \emptyset$ ، آنگاه  $X$  کدام می‌تواند باشد؟

$A - B = A \cap B'$   
 $(A - B)' = (A \cap B')' = A' \cup B$

$B$  (۲)  
 $B - A$  (۴)



$((A - B)' \cup X)' = \emptyset$

$((A' \cup B) \cup X)' = \emptyset$

$(A' \cup B)' \cap X' = \emptyset$

$((A - B)' \cap X' = \emptyset$

$(A - B) \cap X = \emptyset$

۴۶ از مجموعه  $\{1, 2, \dots, 20\}$  چه تعداد از اعداد نه مضرب ۳ و نه مضرب ۵ هستند؟

$n(U) = 20$

۱۱ (۲) ✓

۱۰ (۱)

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۳ مضرب ۳:  $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \rightarrow 6$

۵ مضرب ۵:  $\{5, 10, 15, 20\} \rightarrow 4$

$A \cup B = \{3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20\} \rightarrow 9$

$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 20 - 9 = 11$

۴۷ اگر برای مجموعه‌های  $A$  و  $B$  داشته باشیم:  $n(A) = 4 - x^2$ ،  $n(B) = 2x$  و  $n(A \cap B) = x$ ، در این صورت  $n(A \cup B)$  کدام است؟

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= (4 - x^2) + (2x) - x$

۴ (۲)

۶ یا ۴ (۴)

$\begin{cases} 4 - x^2 \geq 0 \\ 2x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq x^2 \\ 2 \geq |x| \end{cases}$

$-2 \leq x \leq 2$

$n(A \cup B) = -x^2 + x + 4$

$x=0 \rightarrow 4 = n(A \cup B)$   
 $x=1 \rightarrow 4 = n(A \cup B)$   
 $x=2 \rightarrow 2 = n(A \cup B)$

$n(A) = 4$	$n(B) = 0$	$n(A \cap B) = 0$
$n(A) = 3$	$n(B) = 2$	$n(A \cap B) = 1$
$n(A) = 0$	$n(B) = 4$	$n(A \cap B) = 2$

باید  $n(A \cap B) \leq n(A)$  و  $n(A \cap B) \leq n(B)$  فقط

$n(A \cup B) = 4$  می‌تونه ۱ یا ۲ باشه



اگر یکی از ریشه‌های معادله  $5x^2 - 6kx + k - 5 = 0$  برابر 1 باشد، آنگاه ریشه دیگر کدام است؟

۴۸

- $-\frac{5}{7}$  (۲)
- $-\frac{7}{5}$  (۴)

$$-5 - 7k + k - 5 = 0$$

$$-5k = 10$$

$$k = -2$$

$$-5x^2 + 12x - 7 = 0$$

$$x = 1$$

$$x = \frac{-7}{-5} = \frac{7}{5}$$

- $\frac{5}{7}$  (۱)
- $\frac{7}{5}$  (۳) ✓

$$\tan x + \frac{1}{\tan x} =$$

اگر  $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{6}}{2}$  باشد، حاصل  $\tan x + \frac{1}{\tan x}$  چقدر است؟

۴۹

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} =$$

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{1}{x} = k$$

- ۲ (۲)
- $2\sqrt{3}$  (۴)

دو طرف بتوان ۲

- ۴ (۱)
- $3\sqrt{2}$  (۳)

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{1}{x} = k$$

$$1 + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{x} = k$$

$$2 \sin x \cos x = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-k}{x}$$

اگر  $5(\sin x - \cos x) = 2 \cos x + \sin x$  باشد، مقدار  $\sin x \cdot \cos x$  کدام است؟

۵۰

- $\frac{28}{33}$  (۲)
- $\frac{72}{37}$  (۴)

- $\frac{80}{81}$  (۱)
- $\frac{28}{65}$  (۳) ✓

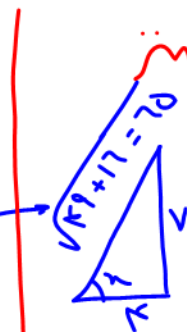
$$5 \sin x - 5 \cos x = 2 \cos x + \sin x$$

$$4 \sin x = 7 \cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{7}{4} \rightarrow \tan x = \frac{7}{4} \rightarrow \cot x = \frac{4}{7}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$\frac{7}{4} + \frac{4}{7} = \frac{49+16}{28} = \frac{65}{28} = \frac{1}{\sin x \cos x} \rightarrow \sin x \cos x = \frac{28}{65}$$



$$\sin x = \frac{7}{25}$$

$$\cos x = \frac{4}{25}$$

$$\sin x \cos x = \frac{28}{625}$$