

الکورد دنباله:

دنباله خطی: (نام دیگر: دنباله حسابی یا عددی یا تصاعد عددی) اختلاف دو جمله متوالی ثابت است.
 همان طور که معادله خط $y = ax + b$ است. دنباله خطی تابع مرتب $n \in \mathbb{N}$ است که معادله آن به صورت $t_n = an + b$ است.
 همان t_n یا a_n یا u_n همان جمله عمومی است.
 که اعداد طبیعی را می‌تواند و جملات متوالی از دنباله را تولید می‌کنند.

تجربگی ۱۶۰۱: اگر ۵ به ترتیب جملات پنجم و دهم یک انوی خطی باشند، جمله شانزدهم؟ $\frac{9,7}{1,2} \mid \frac{11,7}{2,4}$

$$a_n = an + b \begin{cases} n=5 \rightarrow a_5 = 5a + b = 1 \\ n=10 \rightarrow a_{10} = 10a + b = 5 \end{cases} \begin{cases} -5a - b = -1 \\ 10a + b = 5 \end{cases}$$
$$5a = -3 \quad a = -\frac{3}{5} \quad 5\left(-\frac{3}{5}\right) + b = 1 \quad b = 11$$
$$a_n = -\frac{3}{5}n + 11 \rightarrow a_{17} = -\frac{3}{5}(17) + 11 = \frac{-51 + 55}{5} = \frac{4}{5} = 1,4 \quad \boxed{1,4}$$

تفاوت:
 $a_1, a_1+d, a_1+2d, \dots, a_1+(n-1)d$ جمله n
 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ جمله عمومی
 $a_n = a_1 + (n-1)d = dn + (a_1 - d)$
 a_n بر حسب n از دو جمله اول است و ضریب n
 قدرنت است. مثلاً $a_n = 3n + 2$
 $a_1 = 5, a_2 = 8, a_3 = 11$
 $d = 3$
 $d = a_{n+1} - a_n$ قدرنت

دو عدد که دنباله خطی یا عددی یا حسابی می‌سازند مثل a, b, c داریم: $a + c = 2b$
 $b = \frac{a+c}{2}$
 a, c وسط حسابی بین a, c
 $a + d = b + c$
 a, b, c, d مثلث متساوی الساقین
 قانون انباشته:
 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5
 $1, 2, 3, 4, 5$
 $1+5 = 2+4$
 $a_1 + a_5 = a_2 + a_4$
 $1+5 = 2(3)$
 $a_1 + a_5 = 2a_3$

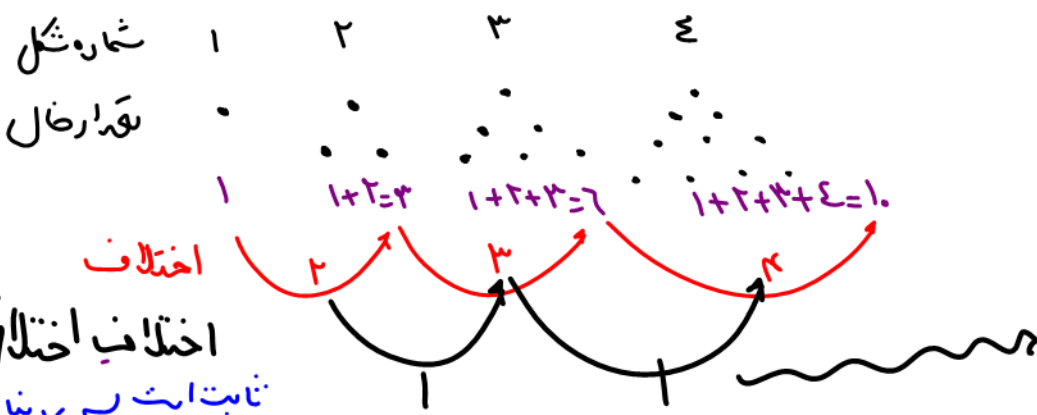
مثال: انت ۱۴ تجربی
 $a_5 = 1, a_{10} = 5, a_{17} = ?$
 $a_5 = a_1 + 4d = 1$
 $a_{10} = a_1 + 9d = 5$
 $9d - 4d = 5 - 1 \rightarrow 5d = 4 \rightarrow d = \frac{4}{5}$
 $a_1 + 4\left(\frac{4}{5}\right) = 1$
 $a_1 = 1 - \frac{16}{5} = -\frac{11}{5}$
 $a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow a_{17} = -\frac{11}{5} + (17-1)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{-11 + 64}{5} = \frac{53}{5} = 10,6$
 $a_{17} = \frac{53}{5} = 10,6$

شش) ویژه دشته ریاضی (جابان) مجموع جملات دنباله حسابی: $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
 $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

دنباله درجه دوم: به صورت $a_n = an^2 + bn + c$ است. تفاوت جملات متوالی، با هم دنباله عددی می سازند. یعنی اختلاف ۲ جمله متوالی ثابت نیست. بلکه اختلاف اختلافات ۲ جمله متوالی ثابت است که آن را ضلع کرده و برابر a می ننداریم.

مثال) اعداد مثلثی زیر تشکیل یک دنباله درجه ۲ داده اند. جمله عمومی کدام است؟

یا در هر شماره شکل، مقدار خالی داده شده است، مقدار خالی در شکل n ام کدام است؟
 یا مقدار خالی شکل دهم؟



اختلاف افزایشی $= \frac{1}{2} = a$

اختلاف افزایشی ثابت است پس دنباله درجه دو می باشد.

$a_n = an^2 + bn + c = \frac{1}{2}n^2 + bn + c$
 (الف) $n=1 \rightarrow a_1 = \frac{1}{2} + b + c = 1$
 (ب) $n=2 \rightarrow a_2 = 2 + 2b + c = 3$

(ب) - (الف) $= \frac{3}{2} + b = 2$
 $b = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + c = 1$
 $c = 0$

$a_n = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$
 $n=10 \rightarrow a_{10} = \frac{100}{2} + \frac{10}{2} = 55$ مقدار خالی شکل دهم

تجربی ۱۴ خارج: اعداد ۱۷, ۲ به ترتیب جملات پنجم و هفتم یک دنباله درجه دو هستند. آفرنیب بزرگترین رده جمله عددی برابر $\frac{1}{7}$ قدرینه چند پنجم! رده یا رده چند برابر رده اول؟

۲, ۴	۲
۵	۴, ۶

$a_n = an^2 + bn + c$
 $a = \frac{1}{7} \cdot (-a_5 = -14) = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$

$a_2 = 4a + 2b + c = 14$
 $a_7 = 49a + 7b + c = 17, 2$
 (الف) $-5 + 2b + c = 14$
 (ب) $-\frac{49}{5} + 7b + c = 17, 2$
 (الف) - (ب) $\Rightarrow b = 2$
 $c = -1$

$a_n = -\frac{1}{5}n^2 + 2n - 1 \rightarrow \frac{a_{15}}{a_1} = \frac{-14}{5} = -2, 8$

دنباله هندسی: هر جمله از ضرب یک عدد ثابت در جمله قبلی در دست نیفتد.

$$\left. \begin{matrix} a_1 & a_1q & a_1q^2 & a_1q^3 & \dots & a_1q^{n-1} \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \dots & a_n \end{matrix} \right\} \rightarrow a_n = a_1q^{n-1} \quad q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

نکات:

الف) اگر a, b, c دنباله هندسی باشند: $ac = b^2$ و واسطه هندسی بین a, b, c $b = \sqrt{ac}$

ب) اگر a, b, c, d دنباله هندسی باشند: $a, b, c, d \rightsquigarrow acd = bc$

ج) جمله n ام برابر a_1 و q ترتیباً a_1 و a_1q

د) همیشه قدر نسبت در جمله همگویی پایه به توان فردی متغیر است: مثلاً در $a_n = 1 \left(\frac{1}{3}\right)^{2n+1}$ داریم $q = \left(\frac{1}{3}\right)^2$

ه) ویژه رشته ریاضی (حاجان) جمع جمله‌ها دنباله هندسی: $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

تست دی ماه ۱۴۰۱ ریاضی با ضرب ۳ جمله ششامی یک دنباله هندسی به ترتیب در $17, 18, 19$ مثبت اول $14, 2$ رشته پافنی

یک دنباله حسابی بدست می آید. اگر مجموع مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جمله‌ها دنباله حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} \frac{74}{5} & \frac{34}{5} \\ \hline \frac{41}{5} & \frac{24}{5} \\ \hline 0 & 0 \end{array}$$

دنباله هندسی: $a_1, a_1q, a_1q^2 \rightarrow a_1^2 + (a_1q)^2 + (a_1q^2)^2 = 2a_1 + 18a_1q + 17a_1q^2$ *

دنباله حسابی: $4a_1, 18a_1, 17a_1q^2$ $\rightarrow 2(18a_1q) = 4a_1 + 17a_1q^2$ (توجه: از آنجایی که دنباله حسابی است)

$18a_1q = 4a_1 + 17a_1q^2 \rightarrow 18q = 4 + 17q^2 \rightarrow 17q^2 - 18q + 4 = 0$

$(17q-12)(q-1) = 0 \rightarrow \boxed{q = \frac{1}{17}}$

* طرف $\rightarrow a_1 + a_1q + a_1q^2 = 4 + 18 + 17q^2$

بقیمت a_1 $a_1 + \frac{a_1}{17} + \frac{a_1}{289} = 4 + 18 + 17 \cdot \frac{a_1^2}{289}$ $\xrightarrow{\text{طرف ضرب ۲۸۹}} 17a_1 + 17a_1 + a_1 = 17(17+18)$

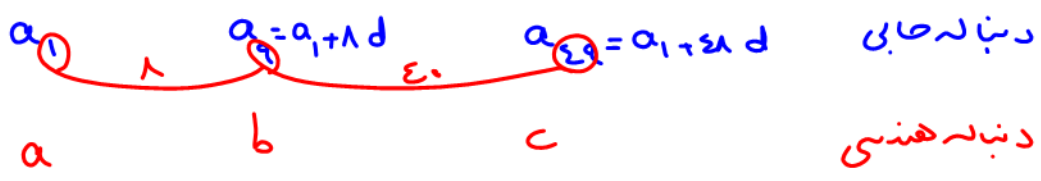
$21a_1 = 17(35)$

گزینه یک $a_1 = \frac{17(35)}{21} = \frac{74}{3}$

نت) جملات اول، دوم و چهل و نهم یک دنباله حسابی، تشکیل یک دنباله هندسی داده اند. قدر نسبت دنباله هندسی؟

$$\frac{5}{7} \mid \frac{4}{9}$$

$$q = \frac{4}{5} = 0.8$$



در دنباله هندسی داریم:

$$a \cdot c = b^2$$

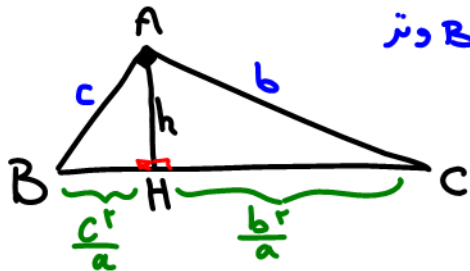
$$a_1 (a_1 + 2d) = (a_1 + d)^2$$

$$a_1^2 + 2a_1d = a_1^2 + 2a_1d + d^2$$

$$2a_1d = d^2 \implies a_1 = \frac{d}{2}$$

$$q = \frac{b}{a} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{\frac{d}{2} + d}{\frac{d}{2}} = 3$$

روابط طولی در مثلث قائم الزاویه: $BC = a$ وتر



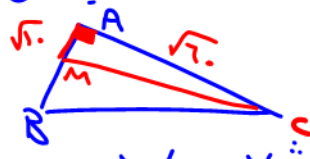
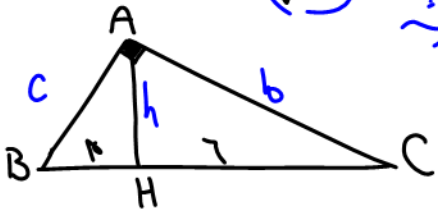
4 چیز در مثلث قائم الزاویه

- 1) $a^2 = b^2 + c^2$ (پیتاغورس)
- 2) $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ah = \frac{b \cdot c}{2} \implies a \cdot h = bc$
- 3) $h^2 = (BH) \cdot (CH)$
- 4) $b^2 = a \cdot (CH)$
 $c^2 = a \cdot (BH)$

$$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{75}} \mid \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{50}}$$

نت) در بزرگترین مثلث قائم الزاویه شکل زیر، اندازه بزرگترین مربع میانه کدام است؟

به کوچکترین مربع رسم می‌شود



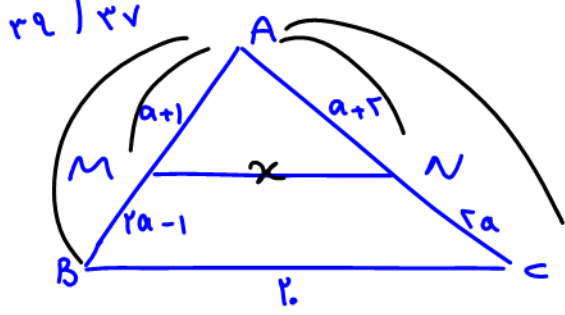
تفسیر: در مثلث قائم الزاویه هر ضلع زاویه قائمه و اضلاع هندسی است بین وتر و تقویرش بر وتر

$$c^2 = (4) \cdot (7) = 28 \implies c = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$b^2 = (3) \cdot (7) = 21 \implies b = \sqrt{21}$$

$$\Delta AMC: \text{پیتاغورس} \implies CM^2 = (\sqrt{21})^2 + (\sqrt{7})^2 = 28 \implies CM = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

تت تاس : در شکل زیر محیط چهارضلعی MNCB کدام است؟ (MN موازی BC) $r=BC$



س.پ: تاس

حل: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$: $\frac{a+1}{ra-1} = \frac{a+2}{ra} = \frac{x}{r}$

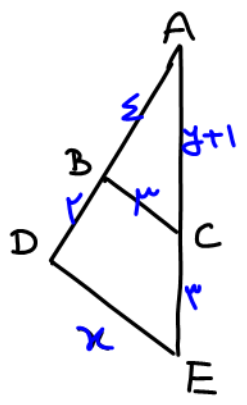
$ra^2 + ra + ra + r = ra^2 + ra \rightarrow a = 1$

$\frac{a+1}{ra} = \frac{x}{r} \rightarrow \frac{2}{2} = \frac{x}{1} \rightarrow x = 1$

محیط MNCB = $1 + (ra = 2) + r + (ra - 1 = 1) = 4$

تت تشابه

در شکل زیر $BC \parallel DE$ حاصل $x+y$ ؟



$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{y}{y+1} \rightarrow x = \frac{2(y)}{1} = \frac{18}{3} = 6$

$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \rightarrow \frac{6}{2} = \frac{y+1}{3} \rightarrow y+1 = 9 \rightarrow y = 8$

تت شمارش: چند عدد پنج رقمی با ارقام بینرنگداری می توان نوشت که ارقام آنها یک در میان زوج و فرد باشند؟

باشند؟ $\frac{1920}{240} \mid \frac{1840}{2160} \checkmark$

کدام عدد زوج ۰، ۲، ۴، ۶، ۸، ۵ تا عدد فرد ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ داریم:

شروع با فرد: $\frac{5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 3}{1} = 1200$

شروع با زوج: $\frac{4 \times 5 \times 4 \times 4 \times 3}{1} = 960$

جمع: $1200 + 960 = 2160$

۳ اسری ریاضی دی ۱۴۰۱

تت شمارش: ۵ نفر در یک جلسه تفریبات سخنرانی کنند. در چند حالت دو نفر خاص پت هم سخنرانی کنند؟

$$\begin{array}{r|l} 24 & 24 \\ \hline 96 & 72 \end{array}$$

AB C D E : $4! \cdot 2! = 48$

۳ اسری مجتبی ریاضی دی ۱۴۰۲

تت شمارش: ۴ کتاب متمایز با موضوع ریاضی و ۲ کتاب متمایز با موضوع آمار را به چند طریق می توان در یک قفسه کتاب چید به طوری که موضوع ۲ کتاب مجاور (به جز کتاب اول در آخر) متفاوت باشد؟

$$\begin{array}{r|l} 72 & 96 \\ \hline 24 & 48 \end{array}$$

چون فقط ۲ کتاب آمار داریم این دو نمی توانند اول را گرفتند پس فقط حالت زیر رخ می دهد:

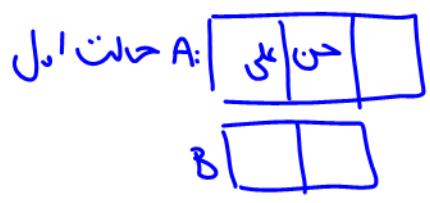
R : کتاب ریاضی
A : کتاب آمار



تت شمارش انانی دی ۱۴۰۱

۳ نفر به همراه علی و حسن در یک هتل هر کدام در یک اتاق اقامت کنند.

هتل ۳ اتاق عالی کنار هم در یک طرف راهرو و دو اتاق دئیر در کنار هم در طرف دیگر راهرو دارد. به چند طریق این افراد می توانند در اتاقها اقامت کنند به طوری که علی و حسن در اتاقهای کنار هم نمانند؟



حالت ۳ $\binom{3}{1} = 3$

حسن علی $\frac{3}{2!} \times 3$

حسن علی $\frac{3}{3!} \times 2!$

حسن علی $\frac{3}{2!} \times 3 = 12$

نکن شوند؟

$$\begin{array}{r|l} 24 & 12 \\ \hline 72 & 36 \end{array}$$

علی و حسن حالت دوم در کنار هم

$24 \times 3 = 72$

$24 + 12 = 36$

تست امکان اضافی ری ۱۴۰۱

در یک مسابقه دو سیدانی ۷ نفر شرکت کرده اند. که ۳ نفر از آن‌ها به A، ۴ نفر از آن‌ها به B به طرز پیاپی رسیدند.

یا کدام احتمال تمام اول را که خرازند به A است؟

$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{3}{14}$	$\frac{5}{9}$

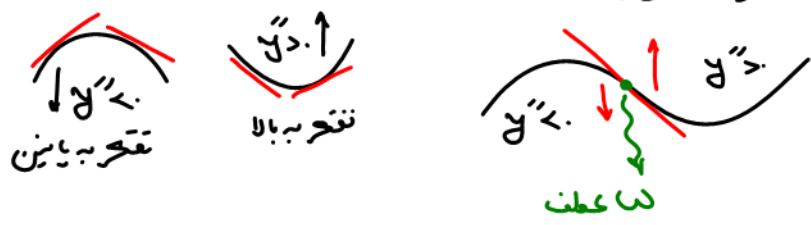


$n(S) = 7!$
 $n(A) = \binom{3}{2} \times 2!$
 از ۳ نفر به A ۲ نفر انتخاب کنی
 که بدون اول و آخر بمانند

$\rightarrow P(A) = \frac{3 \times 2}{7!} = \frac{1}{7}$

ویژه رشته ریاضی حسابان - قسمت آخر آزمون سن دوم عطف و تقعر

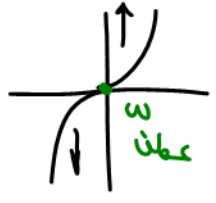
گویا آزمون سن دوم : برای تعیین جهت تقعر (تودی) و نقطه عطف است.



چگونه است؟

تمرین : بارسم جدول جهت تقعر مشخص کنید تابع $y = x^3$
 آنبه معدهی $y' = 3x^2 >$
 $y'' = 6x$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$y' = 6x$		-	+
$y = x^3$		∩	∪



نقطه عطف : الف) تابع در آن بهولنه است.

ب) مشتق چپ و راست در آن برابر است و شیب همان چپ و راست یکی است.

ج) جهت تقعر عوض می شود و آبی تغییر علامت می دهد. معنی شدن y'' لازم نیست.

رقت: جهت تقعر $y = \frac{1}{x}$ در $x = 0$ عوض شده دلی $x = 0$ عطف نیست
 زیرا در $x = 0$ یونسد نیست




رقت: در $y = |x^2 - 1|$ جهت تقعر در $x = \pm 1$ عوض شده دلی $x = \pm 1$
 عطف نیستند زیرا در $x = \pm 1$ همس چپ در راست شب برابرند

نت طول عطف $y = (5-x)\sqrt[3]{x^2}$ کدام است؟

$$y = (5-x)x^{\frac{2}{3}} = 5x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{3}}$$

$$y' = \frac{10}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} \rightarrow y'' = -\frac{10}{9}x^{-\frac{4}{3}} - \frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}}$$

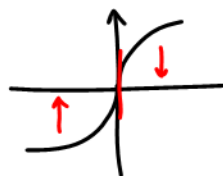
$$y'' = -\frac{10}{9\sqrt[3]{x^4}} - \frac{10}{9\sqrt[3]{x}} = -\frac{10}{9x\sqrt[3]{x}} - \frac{10}{9\sqrt[3]{x}} = -\frac{10}{9\sqrt[3]{x}} \left(\frac{1}{x} + 1\right) = -\frac{10}{9\sqrt[3]{x}} \left(\frac{1+x}{x}\right)$$

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$y'' = -\frac{10}{9\sqrt[3]{x}} \left(\frac{x+1}{x}\right)$		+	-	-
$y = (5-x)\sqrt[3]{x^2}$				
		عطف $x = -1$		

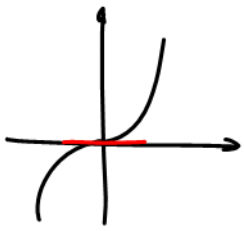
نکته: لازم نیست در نقطه عطف تابع مشتق پذیر باشد مثلاً $y = x^3$ و $y = \sqrt[3]{x}$
 است در $x = 0$ عطف دارد و مشتق پذیر نیست (ماترینم)

$$y = \sqrt[3]{x} \rightarrow y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \rightarrow y'' = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$y'' = -\frac{2}{9\sqrt[3]{x^5}}$		+	-
			



انواع محلف :



$y = x^3$

محلف افقی

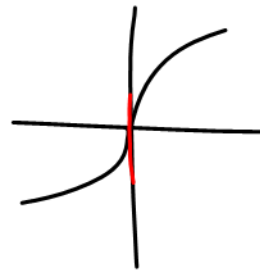


$y = x^3 + x$

$y' = 3x^2 + 1$

$y'' = 6x = 0 \rightarrow x = 0$

محلف عمودی
در $x=0$ عمود غیر صفر می شود



$y = \sqrt{x}$

$x=0$ محلف قائم



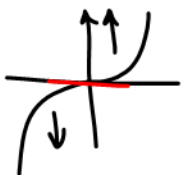
$y = \sin x$



$y = \tan x$

نکته: در نقطه محلف y' ممکنه صفر بشه، بشه یا اصلاً تعریف نشه مثل $y = x|x|$

$f(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$



$f'_-(0) = f'_+(0)$

f' در $x=0$ حتی اول دارد.

$f'(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ -2x & x < 0 \end{cases}$

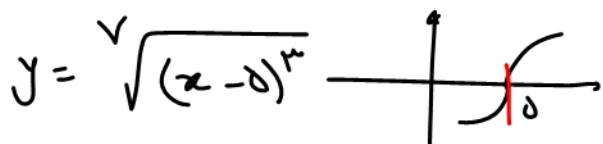
$f''_+(0) \neq f''_-(0)$

f' در $x=0$ حتی دوم ندارد.

$f''(x) = \begin{cases} 2 & x > 0 \\ -2 & x < 0 \end{cases}$

x	0
y''	تناهین
	+
	-
	∩
	∪

نکته: ریشه ساده (مزد) زیر رادیکال نرسد محلف قائم است. $y = \sqrt[n+1]{(x-a)^{rk+1}}$
 $rk+1 < n+1$



نکته: ریشه ساده راجع به محلف که فریب آن را ریشه مکرر مرتبه نرسد صفر کند محلف افقی است.

$y = (x-a)^{n+1} |x-a|$

نکته: در $y = (x-a)^{n+1} g(x)$ به a می‌گویند $x=a$ طول محف است. مثل:

$y = x - \sin x$ $\xrightarrow{\text{هم‌ارز}}$ $\frac{x^3}{6}$

$y = \frac{(x-1)^3}{x^2}$ \rightarrow محف $x=1$

$y = (x-d)^3 (x^3 - 4x^2)$ \rightarrow محف $x=d$
برای محف‌های دیگر y' را حل کنید.

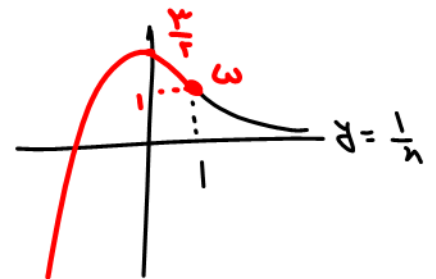
محف دارد \rightarrow ریشه ساده (فرد)
محف ندارد \rightarrow ریشه مضرب زوج

مجموعه طول تقاطع محف $x < 1$ $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & x < 1 \\ \frac{1}{x} & x \geq 1 \end{cases}$ (در $x=1$ پیوسته)

$f' = \begin{cases} -x & x < 1 \\ -\frac{1}{x^2} & x > 1 \end{cases}$ $f'(1) = -1 = f'_+(1)$
شبیب در $x=1$ است و دایره برابر دارد.

$f'' = \begin{cases} -1 & x < 1 \\ \frac{2}{x^3} & x > 1 \end{cases}$

x	1
y''	$-$ $+$
y	\cup \cup



$x=1$ محف است

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$x = -\frac{b}{3a}$

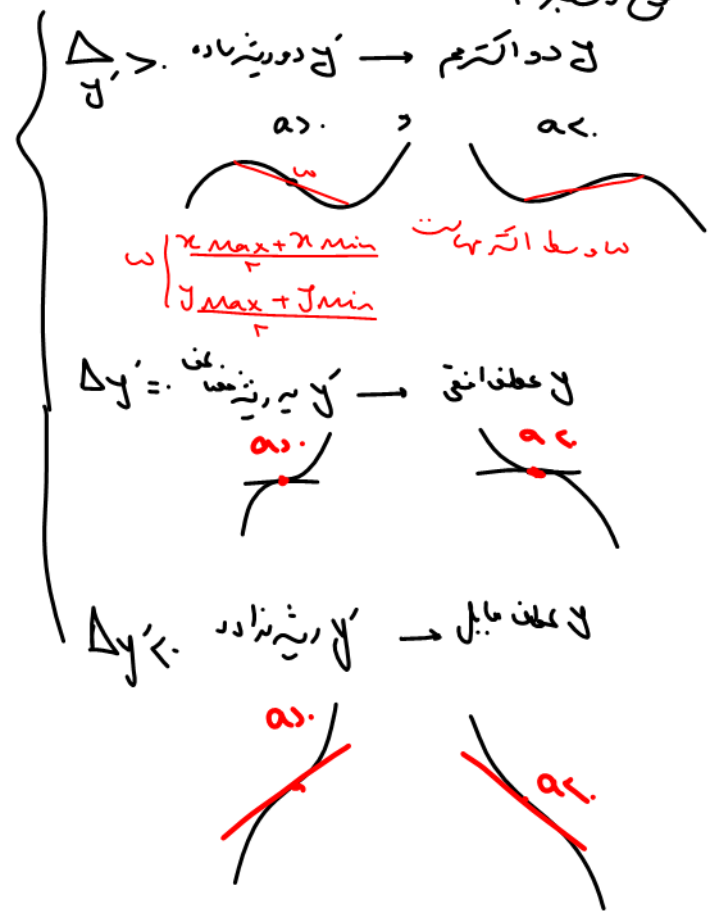
نکته: طول محف درجه ۳

انواع درجه ۳

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0 \rightarrow$$

$$y'' = 6ax + 2b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{3a}$$



$$y = \sin u \rightarrow y' = u' \cos u$$

$$y = \cos u \rightarrow y' = -u' \sin u$$

$$y = \tan u \rightarrow y' = u' (1 + \tan^2 u)$$

$$y = \cot u \rightarrow y' = -u' (1 + \cot^2 u)$$

حشق مثلثاتی:

$$y = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \rightarrow y' = -\frac{1}{x^2} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$y = \cos \sqrt{x} \rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \sin \sqrt{x}$$

$$y = \tan(\sin x) \rightarrow y' = \cos x (1 + \tan^2(\sin x))$$

$$y = r \sin^v(x^\theta) \rightarrow y' = r(v)(\theta x^{\theta-1}) \cos^v(x^\theta) \sin^{v-1}(x^\theta)$$

ضریبها
توان
مشتق ادن کمانها
مشتق ادن تابع
تابعها
مشتق ادن تابعها
(توان مشتق ادن تابعها)

$$y = r \cos^5\left(\frac{1}{x}\right) \rightarrow y' = r(5)\left(-\frac{1}{x^2}\right)\left(-\cos^4\left(\frac{1}{x}\right)\right) \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$