

## ۲. امتحان نهایی عزادار و ۱. تست کن کور

۲۵. مردم بزرگتری

۱ احتمال اینکه فردا باران ببارد  $\frac{3}{5}$  است. اگر باران ببارد، احتمال برگزاری مسابقه فوتبال برابر  $\frac{75}{100}$  و در صورتی که باران نبارد، این احتمال مساوی با  $\frac{95}{100}$  است. احتمال اینکه مسابقه برگزار نشود چقدر است؟

۱۰۵ مردم بزرگتری

$$P(\text{ن شود}) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{25}{100}\right) + \left(\frac{7}{5} \times \frac{5}{100}\right) = \frac{11}{100}$$

۰/۱۱ (۲) ✓

۰/۱ (۱)

۰/۱۵ (۴)

۰/۱۳ (۳)

۲ درون جعبه A، ۴ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و درون جعبه B، ۸ مهره قرمز وجود دارد، اگر احتمال انتخاب جعبه A سه برابر احتمال انتخاب جعبه B باشد و با چشمان بسته جعبه‌ای را انتخاب و از درون آن دو مهره همزمان انتخاب کنیم، با چه احتمالی دو مهره

همرنگ است؟

$$P(A) + P(B) = 1$$

$$3P(B) + P(B) = 1 \rightarrow \begin{cases} P(B) = \frac{1}{4} \\ P(A) = \frac{3}{4} \end{cases}$$

(۱)  $\frac{6}{7}$

(۳) ✓  $\frac{4}{7}$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

(۲)  $\frac{5}{7}$

(۴)  $\frac{3}{7}$

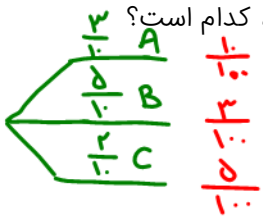
۳ دو جعبه داریم. در جعبه اول ۳ مهره قرمز و ۲ مهره سفید و در جعبه دوم ۳ مهره قرمز و ۱ مهره سفید قرار دارد. از جعبه اول یک مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم و در جعبه دوم قرار می‌دهیم. سپس از جعبه دوم یک مهره انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه مهره‌های خارج شده از جعبه‌های اول و دوم غیرهمرنگ باشند، کدام است؟

$$P(\text{غیر}) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{5}\right) = \frac{9}{25} + \frac{6}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

۰/۳۵ (۱)

۰/۴۲ (۳)

۴ میوه‌فروشی ده صندوق سیب از سه باغ مختلف خریده است. سه صندوق از باغ شمال، پنج صندوق از باغ مرکزی و دو صندوق از باغ جنوبی. در این سه باغ احتمال اینکه یک سیب لکه‌دار باشد، به ترتیب ۱۰ درصد، ۳ درصد و ۵ درصد است. با فرض اینکه تعداد سیب در صندوق‌های مختلف برابر است، احتمال اینکه سیبی که از یکی از صندوق‌ها برمی‌داریم لکه‌دار باشد، کدام است؟



(۲) ۰/۰۱۴

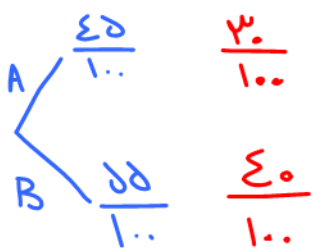
(۱) ✓ ۰/۰۵۵

(۴) ۰/۰۳۵

(۳) ۰/۰۲۸

$$P(\text{لکه‌دار}) = \left(\frac{3}{10} \times \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{5}{10} \times \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{2}{10} \times \frac{5}{10}\right) = \frac{3}{100} + \frac{15}{100} + \frac{10}{100} = \frac{28}{100} = \frac{7}{25}$$

۵ کارخانه‌ای دارای دو خط تولید است. ۴۵ درصد تولیدات را خط تولید A و ۵۵ درصد دیگر را خط تولید B تولید می‌کنند. اگر ۳۰ درصد تولیدات خط تولید A و ۴۰ درصد تولیدات خط تولید B نیاز به کنترل مجدد داشته باشند، احتمال اینکه یکی از محصولات این کارخانه را که انتخاب کرده‌ایم نیاز به کنترل مجدد داشته باشد، چقدر است؟



(۲) ✓ ۰/۳۵۵

(۱) ۰/۴۲۳

(۴) ۰/۲۷۵

(۳) ۰/۳۷۵

$$P(\text{کنترل مجدد}) = \left(\frac{45}{100} \times \frac{30}{100}\right) + \left(\frac{55}{100} \times \frac{40}{100}\right) = \frac{135}{1000} + \frac{220}{1000} = \frac{355}{1000} = \frac{71}{200}$$

$$P(A) = \frac{3}{8} \text{ و } P(B) = \frac{1}{5} \quad P(A) + P(B) = 1$$

مدرسه A سه برابر مدرسه B دانش آموز دارد. ۳۰ درصد دانش آموزان مدرسه A و ۲۰ درصد دانش آموزان مدرسه B معدل بالای ۱۹ دارند. اگر از بین همه دانش آموزان مدرسه A و B یک نفر انتخاب کنیم، با چه احتمالی فرد انتخابی معدل بالای ۱۹ ندارد؟

۶

$$\begin{aligned} (1) & \frac{29}{40} \\ (3) & \frac{19}{40} \end{aligned}$$

$$P(\text{معدل بالای ۱۹}) = \left(\frac{3}{8} \times \frac{2}{10}\right) + \left(\frac{1}{5} \times \frac{2}{10}\right) = \frac{11}{40}$$

$$P(\text{معدل بالای ۱۹ نباشد}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{11}{40} = \frac{29}{40}$$

آزاده در انتخاب رشته خود برای تحصیل در دبیرستان بین سه رشته ریاضی، تجربی و انسانی مردد است. اگر او رشته ریاضی را انتخاب کند، به احتمال ۰/۴، اگر تجربی را انتخاب کند به احتمال ۰/۱ و اگر انسانی را انتخاب کند به احتمال ۰/۳۵ در آزمون ورودی دانشگاه پذیرفته خواهد شد. اگر احتمال اینکه او رشته ریاضی را انتخاب کند ۰/۱، احتمال اینکه رشته تجربی را انتخاب کند ۰/۴ و احتمال اینکه رشته انسانی را انتخاب کند ۰/۱ باشد، با چه احتمالی در دانشگاه پذیرفته خواهد شد؟

۷

$$\begin{aligned} (1) & 0.75 \\ (2) & 0.75 \\ (3) & 0.215 \\ (4) & 0.115 \end{aligned}$$

$$P(\text{قبول}) = (0.1 \times 0.4) + (0.1 \times 0.35) + (0.1 \times 0.1) = 0.115$$

در جعبه‌ای ۶ مهره سفید و ۹ مهره سیاه موجود است. دو مهره به طور متوالی و بدون جایگذاری از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره خارج شده سفید است؟

۸

$$\begin{aligned} (1) & \frac{5}{14} \\ (2) & \frac{3}{7} \\ (3) & \frac{2}{5} \\ (4) & \frac{3}{5} \end{aligned}$$

نکته: به مهره اول توجه نمی‌کنیم.

$$P(\text{مهره دوم سفید}) = \frac{7}{15} = \frac{2}{5}$$

تاسی را پرتاب می‌کنیم اگر عدد کمتر از ۳ ظاهر شد، از کیسه A که در آن سه مهره قرمز و سه مهره آبی قرار دارد، مهره‌ای انتخاب و در غیر این صورت از کیسه B که در آن چهار مهره قرمز و دو مهره آبی قرار دارد مهره‌ای انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی مهره انتخابی آبی است؟

۹

$$P(\text{آبی}) = \left(\frac{2}{7} \times \frac{3}{6}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{2}{6}\right) = \frac{7}{18}$$

$$\begin{aligned} (1) & \frac{9}{16} \\ (2) & \frac{5}{16} \\ (3) & \frac{5}{18} \\ (4) & \frac{7}{18} \end{aligned}$$

در یک جامعه نسبت تعداد زنان به مردان ۴ به ۳ است. اگر ۴۰ درصد زنان و ۶۰ درصد مردان باسواد باشند، با چه احتمالی فرد انتخابی از جامعه زن یا باسواد است؟

۱۰

$$P(Z \cup B) = P(Z) + P(B) - P(Z \cap B)$$

$$P(Z \cup B) = \frac{4}{7} + \left(\frac{4}{7} \times \frac{4}{10}\right) - \left(\frac{4}{7} \times \frac{4}{10}\right) = \frac{29}{35}$$

$$P(B) = \left(\frac{4}{7} \times \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{10}\right) = \frac{27}{70}$$

چهار ظرف یکسان داریم. در ظرف اول تعدادی مهره قرمز، در ظرف دوم تعدادی مهره آبی، در ظرف سوم نیمی از مهره‌ها قرمز و نیم دیگر آن‌ها آبی است و در ظرف چهارم تعداد مهره‌های قرمز سه برابر تعداد مهره‌های آبی می‌باشد. ظرفی را به تصادف انتخاب و از درون آن مهره‌ای خارج می‌کنیم، با چه احتمالی مهره انتخابی قرمز است؟

۱۱

$$\begin{aligned} (1) & \frac{9}{16} \\ (2) & \frac{9}{14} \\ (3) & \frac{3}{8} \\ (4) & \frac{5}{8} \end{aligned}$$

$$P(\text{قرمز}) = \left(\frac{1}{4} \times 1\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4} \times \frac{9}{2} = \frac{9}{8}$$

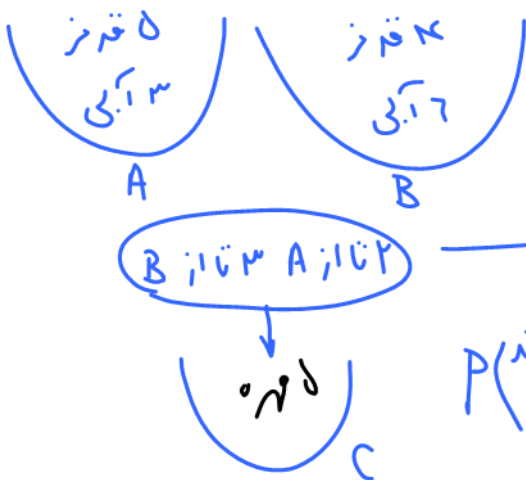
فرض کنیم احتمال انتقال بیماری کرونا در بزرگسالان به مردان  $۵/۸$  و به زنان  $۵/۶$  باشد. فردی با یک بیمار بزرگسال کرونایی ملاقات می‌کند، احتمال مبتلا نشدن فرد به بیماری کرونا چقدر است؟

$$P(\text{مبتلا نشدن}) = \left(\frac{1}{6} \times \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} \times \frac{5}{8}\right) = 0.7$$

(۲)  $۵/۶$ (۱)  $۵/۷$ (۳)  $۵/۴$ (۴)  $۵/۳$ 

$$P(\text{مبتلا شدن}) = 1 - 0.7 = 0.3$$

در ظرف A، ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و در ظرف B، ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی موجود است. ۲ مهره از A و ۳ مهره از B به تصادف خارج می‌کنیم و در ظرف خالی C قرار می‌دهیم. اکنون مهره‌ای از ظرف C خارج می‌کنیم. احتمال اینکه این مهره قرمز باشد چقدر است؟

(۲)  $\frac{26}{100}$ (۴)  $\frac{12}{50}$ (۱) ✓  $\frac{49}{100}$ (۳)  $\frac{23}{40}$ 

$$\begin{aligned} & \text{قرمز باشد} \quad \frac{2}{5} \times \frac{5}{8} \\ & \text{قرمز باشد} \quad \frac{3}{5} \times \frac{4}{10} \end{aligned}$$

$$P(\text{مهره آبی از C قرمز باشد}) = \left(\frac{2}{5} \times \frac{5}{8}\right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{4}{10}\right) = \frac{49}{100}$$

تابع نمایی و لگاریتمی:

۱ چه توانی از ۲ هست؟  $2^3 = 8$   
 $\log_2 8 = 3 \rightarrow 2^3 = 8$

$b^y = x \leftrightarrow \log_b x = y$   
 به توان

b: base یا نه

دامنه تابع لگاریتمی:

$y = \log_b u$

$\left. \begin{matrix} u > 0 \\ b > 0 \\ b \neq 1 \end{matrix} \right\} \rightarrow$  اشتباه

تعریف:  $b^y = x \rightarrow \log_b x = y$   
 لگاریتم:  $f(x) = \log_b x \rightarrow y = \log_b x$   
 به توان

$b^y = x \rightarrow y = \log_b x = f^{-1}(x)$   
 داشتن تابع لگاریتمی، تابع نمایی است  
 تابع نمایی متغیرش در نمادهاست

دامنه تابع  $y = \log_{10} x$  ؟  
 $\left\{ \begin{matrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{matrix} \right.$   
 $D_f: (0, 1) \cup (1, \infty)$

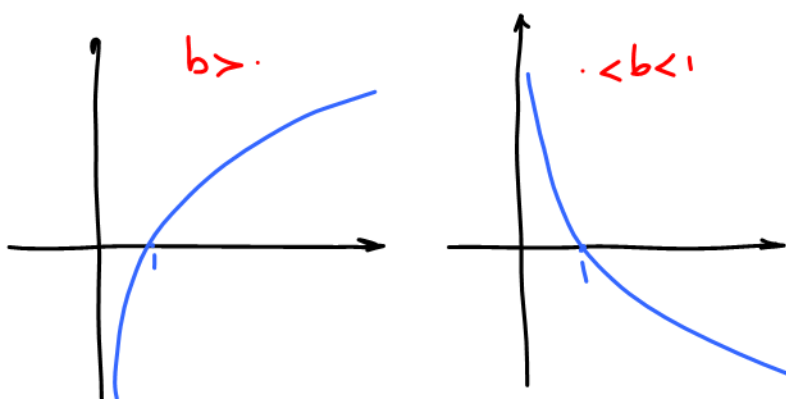
دامنه تابع یک همایی متجانس عددی به شعاع یک است.

تعریف: لگاریتم را در حالت نامادی هم می توان  
 به کار برد فقط وقتی مبنای بین صفر و یک است.  
 جهت نامادی را عوض می کنیم

(الف)  $2 \leq x \rightarrow (2, 10) = 1 \rightarrow 3 - x \rightarrow \log_{10} x \geq 0$  شرط:  $\sqrt{\log_{10} x}$

(ب)  $3 > x \rightarrow 3 - x > 0$  شرط:  $\log_{10} x$

$D_f [2, 3)$   
 (ب)  $\cap$  (الف)



رسم  $y = \log_b x$

می دانیم  $x > 0$  پس نمودارش

در جهت راست محور y هاست

از طرف  $b > 1$  پس  $0 < b < 1$

$\log_b 1 = 0$   $\log_b b = 1$

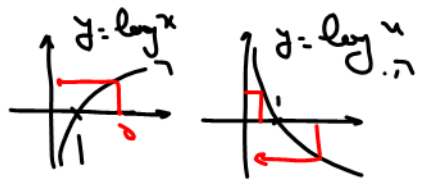
تفاوت بین اعداد منفی و صفر داریم نه اینه. مثال:

ل:  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \log[Sinx] = ?$

حد ندارد:  $\begin{cases} x \rightarrow 0^- & \log[0^-] = \log -1 \\ x \rightarrow 0^+ & \log[0^+] = \log(خورد صفر) = \log -\infty \end{cases}$

(د) اعداد همواره بیشتر شوند که داریم آنها بیشتری شود به شرفی که منهای بیشتر از یک باشد.

(س) خط  $x=0$  بی  $y=\log x$  عجیب قائم است.



(چ) بی ای ادا تابع اکید صعودی و بی ای  $b < a$  اکید نزولی است.

(پنج)  $\lim_{x \rightarrow 0} \log x$  زمانی مثبت است که عدد 0 بیش از یک یا

عدد 0 بین صفر دیگر باشد. اگر یکی از 0 ها بیش از یک و دیگری بین صفر یک باشد حاصل منفی است.

ت: اگر  $f(x) = \frac{1}{|G \sin x|}$  ,  $g(x) = \log x$  به ترتیب  $g \circ f$  که  $f$  است؟

$y = g(f(x)) = \log f(x) = \log \frac{1}{|G \sin x|} \geq 1$

نتیجه  $g \circ f$  را می سازیم:  $1 \leq x \leq 10$   $\rightarrow \frac{1}{|G \sin x|} \geq 1$

نتیجه  $g \circ f$  را می سازیم:  $1 \leq x \leq 10$   $\rightarrow \frac{1}{|G \sin x|} \geq 1$

$x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$

حاصل موارد زیر را بنویسید:  $\log 1000 = 3$  ,  $\log 1771 = 3, \dots$  ,  $\log 1 = -1$  ,  $\log 10 = -2$

$\log 7^2 = 2$  ,  $\log 7^{29} = 2, \dots$  ,  $\log \frac{2}{3} = ?$   $\rightarrow \log \frac{2}{3} < \log \frac{2}{3} < \log \frac{2}{3}$

$\log \frac{2}{3} = -1, \dots$   $\log \frac{2}{3} = -1, \dots$

ویژگی های داریم:

①  $\log_c a \cdot b = \log_c a + \log_c b$

②  $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$

$$(3) \log_b a^n = n \log_b a$$

$$(4) \log_{b^n} a = \frac{1}{n} \log_b a$$

$$(5) \log_b a = \log_{b^{\frac{1}{n}}} a^n = \log_{\sqrt[n]{b}} a^n = \log_{\frac{1}{\sqrt[n]{b}}} a^{\frac{1}{n}}$$

$$(*) \log_{\frac{1}{r}} = \log_{\frac{1}{r}} = \log_{\frac{1}{r}} = \log_{\frac{1}{r}} = \log_{\frac{1}{r}}$$

$$(6) x^{\log_b a} = a^{\log_b x}$$

$$(7) \log_b a = \log_b a = a^{\log_b b} = a$$

$$(8) \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

$$(9) \log_b a \cdot \log_a b = 1 \rightarrow \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

$$\frac{\log a}{\log b} \cdot \frac{\log b}{\log a} = 1$$

تت: آنه  $g(x) = \sin^2(x)$  و  $f(x) = \log_2 x + 2$  باشد و  $x$  در دامنه تابع  $f \circ g$  تغییر کند، مقادیر تابع  $f \circ g$  را بدست آورده و باز تغییر می کنند؟  $f \circ g$  کدام است؟

$$y = f(g(x)) = \log_2 \sin^2(x) + 2$$

$$0 \leq \sin^2(x) \leq 1$$

$$0 \leq \sin^2(x) \leq 1$$

$$0 \leq \sin^2(x) \leq 1$$

$$2 \leq \log_2 \sin^2(x) + 2 \leq 4$$

$$1 \leq y = f(g(x)) \leq 2$$

$$1 = \log_2 2 \leq \log_2 \sin^2(x) + 2 \leq \log_2 4 = 2$$

$$\log E = 11,8 + 1,5 M$$

۱۱: انرژی زلزله در

زلزله: کاربرد گاه داریم

حتی پس ایشتر

$$E = 10^{11,8 + 1,5 M}$$

E: انرژی آزاد شده بر حسب erg



تت: بر روی زلزله منطقه A، سیماس، بیشتر ۶،۶ د، منطقه B برابر ۸،۶، بیشتر بوده است.  
 حته، انرژی، زلزله، منطقه B چند برابر منطقه A است؟

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{10^{11,8 + 1,5(M=8,6)}}{10^{11,8 + 1,5(M=7,6)}} = \frac{10^{11,8} \cdot 10^{1,5 \cdot 1,0}}{10^{11,8} \cdot 10^{1,5 \cdot 1,0}} = 10^{1,5 \cdot 1,0} = 10^{1,5} = 31,6 \approx 32$$

$100(1) \quad 1000(2) \quad 10000(3)$   
 $2(K) \quad 2(M)$

$$\frac{E_B}{E_A} = 10000$$

