تمرین: برد تابع $f(x)=\sqrt{|x-۳|-|x+۶|}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۱۰ ۲) ۷ ۳) ۳ ۴) ۴

$-9 \le y=|x-3|-|x+6| \le 9$

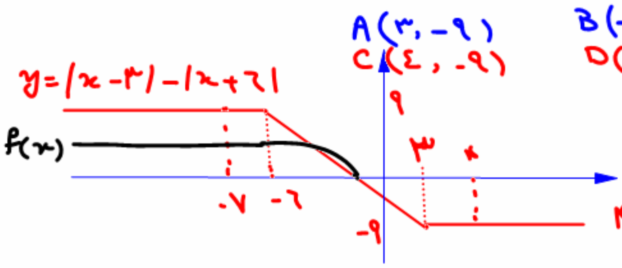
$x=3$ ریشه ، $x=-6$ ریشه

$0 \le f(x)=\sqrt{0 \le |x-3|-|x+6| \le 9} \le 3$

خروجی $y=|x-3|-|x+6|$ ورودی $\sqrt{\ }$ می‌شود

بخش $\sqrt{\ }$ ، ۹- تا صفر را نمی‌بَرد ، تا ۹ را می‌بَرد

$0 \le f(x) \le 3$



اعداد صحیح برد: ۳، ۲، ۱ و ۰ → ④ تا ، گزینه ۴

تمرین: اگر $A(۳,۰)$ مرکز تقارن نمودار تابع $y=|x-k+۱|-|x+۲|$ باشد، کم‌ترین مقدار تابع $y=|x+۲|+|x-k|$ کدام است؟

ایکس مرکز تقارن ۳

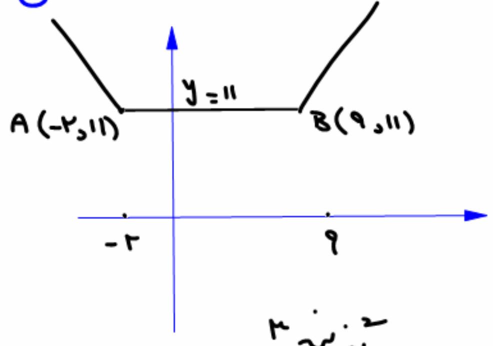
۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

وسط ایکس دو ریشه داخل قدرمطلق‌هاست

ریشه $x=k-1$ ، ریشه $x=-2$

$3=\frac{(k-1)+(-2)}{2} \to 6=k-3 \to k=9$

$y=|x+2|+|x-9|$ گلدان

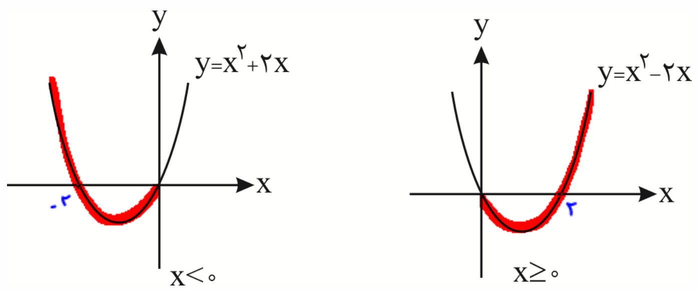


گزینه ۳

۳) راه اصلی رسم نمودار این توابع تعیین علامت عبارت داخل قدرمطلق است. به این مثال توجه کنید:

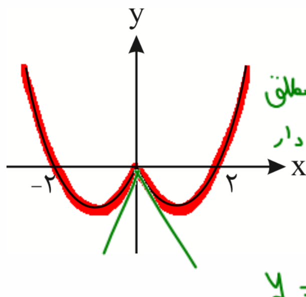
$$y=x^۲-۲|x|=\begin{cases} \overbrace{x^۲-۲x}^{x(x-2)} & x\ge ۰ \\ \underbrace{x^۲+۲x}_{x(x+2)} & x<۰\end{cases}$$

$x=0$ ریشه



قسمتی از نمودار اول که $(x\ge ۰)$ در ناحیه‌ی اول یا چهارم است را به قسمتی از نمودار دوم که $(x\le ۰)$ در ناحیه‌ی سوم یا دوم است متصل می‌کنیم.

Cut & paste



در ریشه ساده داخل قدرمطلق نقطه تیز (تیز) زاویه‌دار داریم

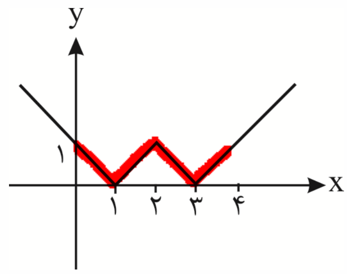
$y=x^2-|x|$

۴) برای رسم نمودار تابع $y=|f(x)|$ ابتدا نمودار تابع $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم و سپس قسمت‌های پایین محور طول‌ها را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم.

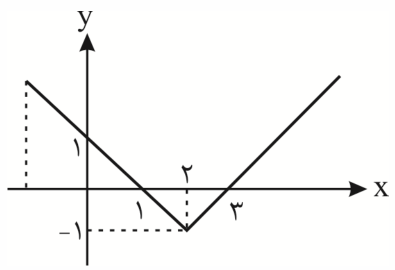
تمرین: مجموع طول پاره‌خط‌های تشکیل‌دهنده‌ی نمودار تابع $y=||x-2|-1|$ در بازه‌ی $0\le x\le 4$ کدام است؟

۱) $2\sqrt{2}$ ۲) $4\sqrt{2}$ ۳) $6\sqrt{2}$ ۴) $8\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه‌ی «۲» ـ ابتدا نمودار تابع $f(x)=|x-2|-1$ را رسم می‌کنیم و سپس قسمت‌های پایین محور xها را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم:



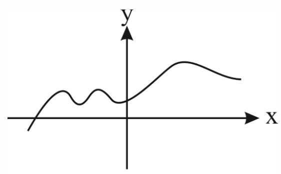
$y=||x-2|-1|$



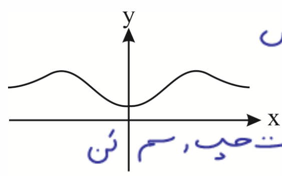
$y=|x-2|-1$

حالا برای آن که طول پاره‌خط‌ها را پیدا کنیم مختصات دو نقطه به طول $x=0$ و $x=4$ را پیدا می‌کنیم که می‌شود $(0,1)$ و $(4,1)$. حالا به شکل نگاه کنید نمودار از چهار پاره‌خط تشکیل شده که طول همه‌شان $\sqrt{2}$ است پس مجموع طول پاره‌خط‌ها می‌شود $4\sqrt{2}$.

۵) برای رسم نمودار تابع $y=f(|x|)$ ابتدا نمودار تابع $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم و سپس قسمتی را که سمت چپ محور yها (یعنی $x<0$) است، حذف می‌کنیم و قرینهٔ قسمت سمت راست (یعنی $x>0$) را نسبت به محور yها رسم می‌کنیم.



f(x)

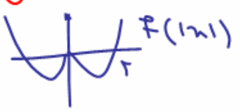


f(|x|)

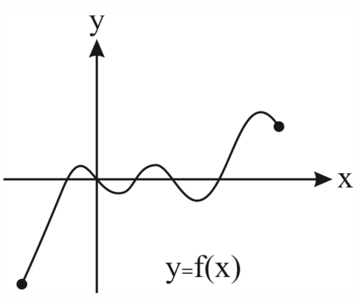
تبدیل x به |x|: $f(x)$ را بکش
سمت چپ y ها را پاک کن
هر چه سمت راست بود را اینا سمت چپ رسم کن

مثلاً می‌خوام $y=x^2-2|x|$ را رسم کنم: می‌دانیم $\boxed{x^2=|x|^2}$ لذا تابع را به صورت $y=|x|^2-2|x|$ می‌نویسیم که می‌توان آن را $f(|x|)=|x|^2-2|x|$ دانست

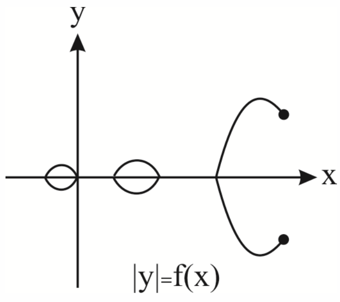
حال تابع $f(x)=x^2-2x$ را رسم کرده و سپس x را به |x| تبدیل می‌کنیم.



۶) برای رسم نمودار ضابطه‌ی $|y|=f(x)$ که عموماً یک تابع نیست، ابتدا نمودار تابع $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم و سپس قسمت زیر محور xها را حذف می‌کنیم و قرینه‌ی قسمت بالای محور xها را نسبت به محور xها رسم می‌کنیم.



y=f(x)



|y|=f(x)

$|x^۲-۲|-x>۰ \rightarrow |x^۲-۲|>x$

باید دید کی ها $|x^۲-۲|$ بالاتر از $y=x$ است؟

Homework (1)

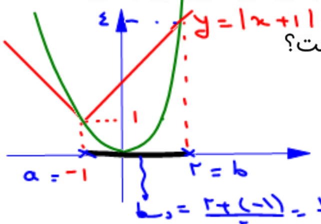
۱ دامنهٔ تابع با ضابطهٔ $f(x)=\log_{۴}(|x^۲-۲|-x)$، کدام است؟

۱) $(-\infty,-\sqrt{۲})\cup(۲,+\infty)$ ۲) $(-\infty,۱)\cup(\sqrt{۲},+\infty)$

۳) $[-۱,۱)\cup(\sqrt{۲},+\infty)$ ۴) $(-\infty,۱)\cup(۲,+\infty)$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

صورت اصلی سؤال $|x^۲-۲|<|x+۱|-۱$



۲ اگر مجموعه جواب نامعادلهٔ $x^۲-۲<|x+۱|-۱$ بازهٔ (a,b) باشد، طول وسط این بازه کدام است؟

$x^۲<|x+۱|+۱$

در چه بازه‌هایی سهمی $y=x^۲$ زیر نمودار $y=|x+۱|+۱$ است

۱) ۰/۵ ۲) ۱

۳) ۱/۵ ۴) ۲

$L=\frac{۲+(-۱)}{۲}=\frac{۱}{۲}=۰/۵$

در پاسخنامه صورت سؤال فرق داره این حل درست است و برای همین صورت سؤال است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۳ مساحت ناحیهٔ محدود به نمودارهای دو تابع $y=|x|-x$ و $y=۲-\frac{۳}{۲}x$، کدام است؟

۱) $\frac{۸}{۳}$ ۲) ۴

۳) $\frac{۱۶}{۳}$ ۴) ۶

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۴ مساحت ناحیهٔ محدود به نمودارهای دو تابع $y=۵-|x-۱|$ و $y=|x|$، کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹

۳) ۱۰ ۴) ۱۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

۵ نمودارهای دو تابع $y=|x-۲|+|x+۱|$ و $y=x+۷$، در دو نقطهٔ A و B متقاطع هستند. اندازهٔ پاره‌خط AB، کدام است؟

۱) $۸\sqrt{۲}$ ۲) ۱۲

۳) ۱۳ ۴) $۱۰\sqrt{۲}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۶ اگر $f(x)=x^۲+x$ و $g(x)=\sqrt{۴x+۱}$ باشند، مساحت ناحیهٔ محدود به نمودار تابع gof و خط به معادلهٔ $y=۳$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴

۳) ۴/۵ ۴) ۶

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۷ مساحت ناحیهٔ محدود به نمودارهای دو تابع $y = x + |x|$ و $y = ۲ - |x|$، کدام است؟

۱) ۲
۲) $\frac{۷}{۳}$
۳) $\frac{۸}{۳}$
۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

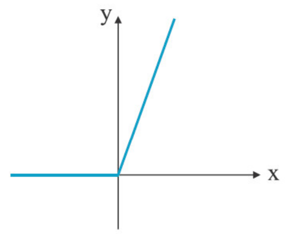
ریاضی

۸ اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^۲ + ۳} + ۲a & ; |x| \leq ۱ \\ ax^۲ + ۵ & ; |x| \geq ۱ \end{cases}$، ضابطهٔ تابع f باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

۱) ۴۶
۲) ۳۲
۳) ۲۵
۴) ۱۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

۹ شکل زیر، نمودار کدام تابع است؟



۱) $y = x - |x|$
۲) $y = x + |x|$
۳) $y = |x - ۱| - ۱$
۴) $y = ۱ - |x - ۱|$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

۱۰ نمودار $y = \frac{|۲x|}{x}$ و خط $y = ۲x - ۱$ در دو نقطهٔ A و B، مشترک‌اند. میانگین طول نقاط A و B، کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$
۲) صفر
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۱

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۱ دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x^۲ - ۲x - ۲$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$، در نقطه‌ای با کدام طول، مشترک‌اند؟

۱) $۱ - \sqrt{۲}$ و ۳
۲) $۱ + \sqrt{۲}$ و -۱
۳) $۱ + \sqrt{۲}$ و ۳
۴) $۱ - \sqrt{۲}$ و -۱

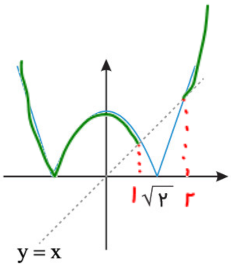
کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

پاسخ Homework (1)

۱ گزینه ۴

$$|x^۲-۲|-x>۰\Rightarrow |x^۲-۲|>x \quad (۱)$$

نمودار دو تابع را رسم می‌کنیم:



ملاحظه می‌کنید که یک برخورد در بازهٔ $(۰,\sqrt{۲})$ و یک برخورد در بازهٔ $(\sqrt{۲},+\infty)$ است:

$$۰<x<\sqrt{۲}\ :\ |x^۲-۲|=۲-x^۲$$
$$\Rightarrow ۲-x^۲=x\Rightarrow x^۲+x-۲=۰\xrightarrow{۰<x<\sqrt{۲}}x=۱$$
$$x>\sqrt{۲}\ :\ |x^۲-۲|=x^۲-۲$$
$$\Rightarrow x^۲-۲=x\Rightarrow x^۲-x-۲=۰\xrightarrow{x>\sqrt{۲}}x=۲$$

پس جواب نامعادلهٔ (۱) که همان دامنهٔ تابع است به‌صورت زیر خواهد بود:

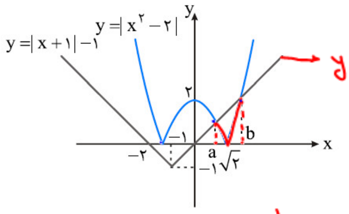
$$D=(-\infty,۱)\cup(۲,+\infty)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۲ گزینه ۳

دو منحنی $y_۱ = |x+۱| - ۱$ و $y_۲ = |x^۲ - ۲|$ را رسم می‌کنیم.

$|x^2-2| < |x+1| - 1$



باید دید کجا ها (کدام xها) نمودار $y=|x^2-2|$ زیر $y=|x+1|-1$ است

$y=|x+1|-1 \xrightarrow[x>-1]{} x+1-1=x$

$\begin{cases} y=x \\ y=|x^2-2| \end{cases}$

$\begin{cases} |x^2-2|=x \\ x<\sqrt{2} \quad -x^2+2=x \longrightarrow -x^2-x+2=0 \quad x=1 \quad x=-2 \\ x>\sqrt{2} \quad x^2-2=x \longrightarrow x^2-x-2=0 \quad x=-1 \quad x=2 \end{cases}$

$a=1 \qquad b=2$

وسط $= \frac{a+b}{2} = \frac{1+2}{2} = 1,5$

مجموعه جواب نامعادله (a, b) است. برای یافتن a، $۰ < x < \sqrt{۲}$ را در نظر می‌گیریم:

$$|x^۲ - ۲| = |x+۱| - ۱ \Rightarrow -(x^۲ - ۲) = x + ۱ - ۱ \Rightarrow -x^۲ + ۲ = x \Rightarrow x^۲ + x - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (x+۲)(x-۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۲ \\ x = ۱ \end{cases} \xrightarrow{۰<x<\sqrt{۲}} x = a = ۱$$

برای یافتن b، $x > \sqrt{۲}$ را در نظر می‌گیریم:

$$x^۲ - ۲ = x + ۱ - ۱ \Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \Rightarrow (x-۲)(x+۱) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ x = -۱ \end{cases} \xrightarrow{x>\sqrt{۲}} x = b = ۲$$

$$\text{مجموعهٔ جواب} = (a, b) = (۱, ۲) \Rightarrow \frac{a+b}{۲} = \frac{۲+۱}{۲} = ۱/۵$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۳

گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

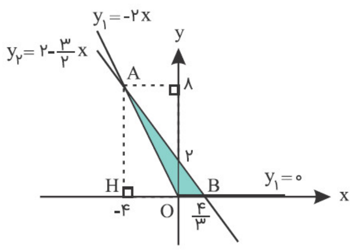
هر تابع شامل قدر مطلق را می‌توان به‌صورت یک تابع دو ضابطه‌ای نوشت. می‌دانیم: $|x| = \begin{cases} x & ;x \geq ۰ \\ -x & ;x < ۰ \end{cases}$

گام دوم

ابتدا ضابطهٔ تابع $y = |x| - x$ را برای مقادیر $x \geq ۰$ و $x < ۰$ به دست می‌آوریم:

$$y = |x| - x = \begin{cases} x - x = ۰ & ;x \geq ۰ \\ -x - x = -۲x & ;x < ۰ \end{cases}$$

نمودار هر دو تابع $y = |x| - x$ و $y = ۲ - \frac{۳}{۲}x$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



برای محاسبهٔ مساحت ناحیهٔ محصور بین دو منحنی ابتدا مختصات محل تلاقی؛ یعنی نقطهٔ A را با مساوی قرار دادن ضابطه‌ها تعیین می‌کنیم:

$$۲ - \frac{۳}{۲}x = -۲x \Rightarrow -۲x + \frac{۳}{۲}x = ۲ \Rightarrow -\frac{۱}{۲}x = ۲ \Rightarrow x = -۴$$
$$\xrightarrow{y=-۲x} y = ۸ \Rightarrow A(-۴, ۸)$$

بنابراین ارتفاع مثلث $\overset{\Delta}{ABO}$ برابر ۸ است و مساحتش به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{\overset{\Delta}{ABO}} = \frac{۱}{۲} \times ۸ \times \frac{۴}{۳} = \frac{۱۶}{۳}$$

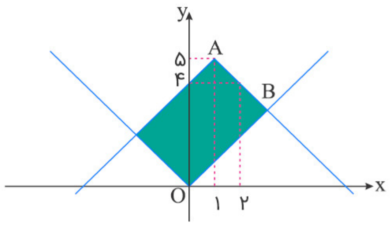
۴

گزینه ۴

نمودار دو تابع را رسم می‌کنیم.

x	۰	۱	۲
$y = ۵ - \|x - ۱\|$	۴	۵	۴

x	-۱	۰	۱
$y = \|x\|$	۱	۰	۱



نقاط برخورد دو تابع را محاسبه می‌کنیم.

$$۵ - |x - ۱| = |x| \Rightarrow |x| + |x - ۱| = ۵ \Rightarrow \begin{cases} x + x - ۱ = ۵ \Rightarrow x = ۳ \\ -x - x + ۱ = ۵ \Rightarrow x = -۲ \end{cases}$$

خطوط بر هم عمودند، پس شکل موردنظر یک مستطیل است. فقط مختصات یکی از نقاط برخورد (مانند $B(۳, ۳)$) را لازم داریم تا مساحت مستطیل به دست آید. طول و عرض برابر است با:

$$|AB| = \sqrt{(۳ - ۱)^۲ + (۳ - ۵)^۲} = \sqrt{۴ + ۴} = ۲\sqrt{۲}$$

$$|BO| = \sqrt{۳^۲ + ۳^۲} = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$$

$$S = |AB| \times |BO| = ۳\sqrt{۲} \times ۲\sqrt{۲} = ۱۲$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

۵ گزینه ۴

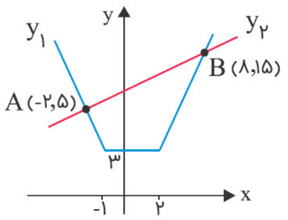
$$y_۱ = |x-۲| + |x+۱| \quad , \quad y_۲ = x + ۷$$

$$y_۱ = \begin{cases} -x+۲-x-۱ & ; x \leq -۱ \\ -x+۲+x+۱ & ; -۱ < x \leq ۲ \\ x-۲+x+۱ & ; x > ۲ \end{cases} \Rightarrow y_۱ = \begin{cases} -۲x+۱ & ; x \leq -۱ \\ ۳ & ; -۱ < x \leq ۲ \\ ۲x-۱ & ; x > ۲ \end{cases}$$

حال نمودار دو تابع $y_۱$ و $y_۲$ را رسم می‌کنیم:

$$x > ۲ : ۲x - ۱ = x + ۷ \Rightarrow x = ۸$$

$$x < -۱ : -۲x + ۱ = x + ۷ \Rightarrow x = -۲$$



$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^۲ + (y_B - y_A)^۲} = \sqrt{(۸-(-۲))^۲ + (۱۵-۵)^۲}$$
$$= \sqrt{۱۰۰ + ۱۰۰} = ۱۰\sqrt{۲}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۶ گزینه ۳

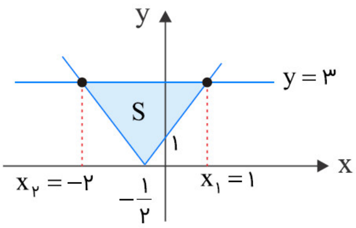
ابتدا تابع gof را به دست می‌آوریم:

$$(gof)(x) = g(f(x)) = g(x^{۲} + x) = \sqrt{۴x^{۲} + ۴x + ۱} \Rightarrow (gof)(x) = |۲x + ۱|$$

$$|۲x+۱| = \begin{cases} ۲x + ۱ & ; x \geq -\frac{۱}{۲} \\ -۲x - ۱ & ; x < -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

نقاط برخورد تابع $|۲x+۱|$ و خط $y = ۳$ را می‌یابیم.

$$۲x_{۱} + ۱ = ۳ \Rightarrow x_{۱} = ۱ \,,\; -۲x_{۲} - ۱ = ۳ \Rightarrow x_{۲} = -۲$$

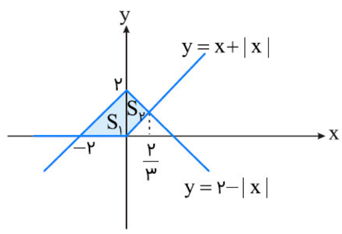


$$S = \frac{(|x_{۱}| + |x_{۲}|) \times ۳}{۲} = \frac{۹}{۲} = ۴/۵$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۷ گزینه ۳

$$y = x + |x| = \begin{cases} ۲x & ; x \geq ۰ \\ ۰ & ; x < ۰ \end{cases} \quad , \quad y = ۲ - |x| = \begin{cases} ۲ - x & ; x \geq ۰ \\ x + ۲ & ; x < ۰ \end{cases}$$



$$۲ - x = ۲x \Rightarrow x = \frac{۲}{۳}$$

$$S = S_{۱} + S_{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲ + \frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۳} \times ۲ = ۲ + \frac{۲}{۳} = \frac{۸}{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

ریاضی

۸ گزینه ۲

به ازای $x = ۱$ و $x = -۱$ دو ضابطه را برابر قرار می‌دهیم.

$$\sqrt{۱ + ۳} + ۲a = a + ۵ \Rightarrow a = ۳$$

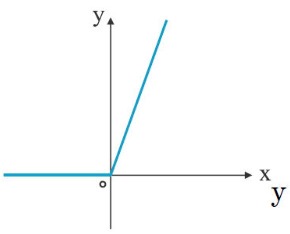
$$f(a) = f(۳) = ۳(۳)^{۲} + ۵ = ۳۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

۹ گزینه ۲

$$y = x + |x| = \begin{cases} x + x & ; x \geq ۰ \\ x - x & ; x < ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} ۲x & ; x \geq ۰ \\ ۰ & ; x < ۰ \end{cases}$$



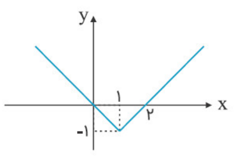
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱:

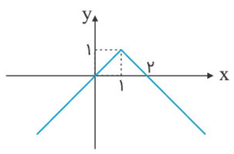
$$y = x - |x| = \begin{cases} x - x & ; x \geq ۰ \\ x + x & ; x < ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} ۰ & ; x \geq ۰ \\ ۲x & ; x < ۰ \end{cases}$$

گزینه‌های ۳ و ۴ نیز به‌صورت زیر می‌باشند:



گزینهٔ ۳



گزینهٔ ۴

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

۱۰

گزینه ۳

باتوجه‌به اطلاعات صورت تست نمودار و خط در دو نقطهٔ A و B متقاطع‌اند، بنابراین در این نقاط با یکدیگر برابرند.

ابتدا ضابطهٔ نمودار $y=\frac{|۲x|}{x}$ را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$y=\frac{|۲x|}{x}=\begin{cases}\frac{۲x}{x}=۲ & ;x>۰\\ \frac{-۲x}{x}=-۲ & ;x<۰\end{cases}$$

نقاطی که ضابطهٔ دو تابع با یکدیگر برابر است را به دست می‌آوریم. داریم:

$$x>۰:۲x-۱=۲\Rightarrow ۲x=۳\Rightarrow x=\frac{۳}{۲}\ ;\ y=۲\ ;\ \ A(\frac{۳}{۲},۲)$$

$$x<۰:\ ۲x-۱=-۲\Rightarrow ۲x=-۱\Rightarrow x=\frac{-۱}{۲}\ ;\ y=-۲\ ;\ \ B(-\frac{۱}{۲},-۲)$$

بنابراین دو نمودار و خط در نقاط A و B با مختصات ذکرشده متقاطع‌اند. میانگین طول نقاط A و B برابر است با:

$$\frac{\frac{۳}{۲}-\frac{۱}{۲}}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۱

گزینه ۱

نکته: در صورتی دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ در نقطه‌ای به طول a مشترک‌اند که رابطهٔ $f(a)=g(a)$ برقرار باشد.

ابتدا ضابطهٔ تابع $g(x)$ را به‌صورت زیر ساده می‌کنیم.

$$g(x)=\frac{|x|}{x}=\begin{cases}۱ & ;x>۰\\ -۱ & ;x<۰\end{cases}$$

بنابراین مقادیری که به ازای آن‌ها $f(x)=g(x)$ می‌باشد را به دست می‌آوریم.

$$x>۰\ :\ f(x)=g(x)\Rightarrow x^۲-۲x-۲=۱\Rightarrow x^۲-۲x-۳=۰$$

$$(x+۱)(x-۳)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۱ & \text{غ ق ق}\\ x=۳ & \text{ق ق}\end{cases}$$

$$x<۰:f(x)=g(x)\Rightarrow x^۲-۲x-۲=-۱\Rightarrow x^۲-۲x-۱=۰$$

$$\Delta=۴-۴(۱)(-۱)=۸\Rightarrow\begin{cases}x_۱=\frac{۲+۲\sqrt{۲}}{۲}=۱+\sqrt{۲} & \text{غ ق ق}\\ x_۲=\frac{۲-۲\sqrt{۲}}{۲}=۱-\sqrt{۲} & \text{ق ق}\end{cases}$$

بنابراین دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ در نقاط به طول $x=۳$ و $x=۱-\sqrt{۲}$ با یکدیگر برابرند.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

Homework (2)

۱ حاصل عبارت $||\sqrt{۵}-۳|-|-۳-\sqrt{۵}||$ کدام است؟

۱) ۶

۲) صفر

۳) $۲\sqrt{۵}+۶$

۴) $۲\sqrt{۵}$

۲ در تابع $f(x)=|x+۱|-|۲x-۳|$ حاصل $f(۲)+f(-۲)$ برابر با کدام گزینه است؟

۱) $f(۰)$

۲) $-f(۰)$

۳) $۲f(۰)$

۴) $\frac{f(۰)}{۲}$

۳ ضابطهٔ تابع $f(x)=|-۲x+۵|-۸$ به‌صورت چندضابطه‌ای کدام است؟

۱) $f(x)=\begin{cases}۲x-۳ & ;x\leq\frac{۵}{۲}\\ -۲x-۱۳ & ;x>\frac{۵}{۲}\end{cases}$

۲) $f(x)=\begin{cases}-۲x-۳ & ;x\leq\frac{۵}{۲}\\ ۲x-۱۳ & ;x>\frac{۵}{۲}\end{cases}$

۳) $f(x)=\begin{cases}-۲x-۳ & ;x\leq-\frac{۵}{۲}\\ ۲x-۱۳ & ;x>-\frac{۵}{۲}\end{cases}$

۴) $f(x)=\begin{cases}۲x+۳ & ;x\leq-\frac{۵}{۲}\\ -۲x-۱۳ & ;x>-\frac{۵}{۲}\end{cases}$

۴ حاصل عبارت $|\sqrt{۵}-۴|+|۲+\sqrt{۵}|-|-۴|$ کدام است؟

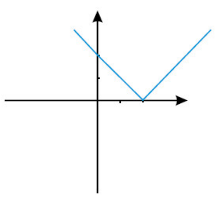
۱) ۴

۲) $\sqrt{۵}$

۳) $۲\sqrt{۵}$

۴) ۲

۵ نمودار زیر مربوط به کدام گزینه است؟



۱) $y=|x|+۲$

۲) $y=|x|-۲$

۳) $y=|x+۲|$

۴) $y=|x-۲|$

۶ اگر $f(x)=|۳x-۴|$ باشد، آن‌گاه مقدار $f(۱-\sqrt{۲})-f(۱+\sqrt{۲})$ کدام است؟

۱) صفر
۲) $۶\sqrt{۲}$
۳) $-۶\sqrt{۲}$
۴) ۲

۷ کمترین مقدار تابع $f(x)=|-x^{۲}-۲|+۳$ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۵
۴) ۱

۸ تابع $f(x)=|۳x-۹|$ به‌صورت چندضابطه‌ای کدام است؟

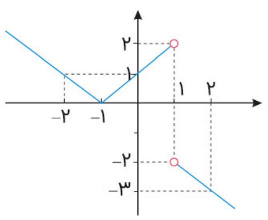
۱) $f(x)=\begin{cases} ۳x+۹ & ;x<۳ \\ ۳x-۹ & ;x\geq ۳ \end{cases}$

۲) $f(x)=\begin{cases} ۳x-۹ & ;x<۳ \\ -۳x+۹ & ;x\geq ۳ \end{cases}$

۳) $f(x)=\begin{cases} ۳x-۹ & ;x\geq ۳ \\ -۳x+۹ & ;x<۳ \end{cases}$

۴) $f(x)=\begin{cases} -۳x-۹ & ;x\leq ۳ \\ -۳x+۹ & ;x>۳ \end{cases}$

۹ نمودار تابع f به‌صورت زیر است. ضابطهٔ آن کدام می‌تواند باشد؟



۱) $f(x)=|x+۱|$

۲) $f(x)=\dfrac{|۱-x^{۲}|}{۱-x}$

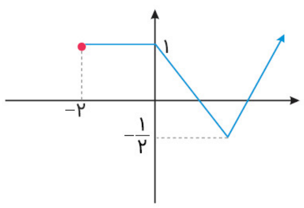
۳) $f(x)=\dfrac{|x^{۲}-۱|}{x+۱}$

۴) $f(x)=\begin{cases} x-۱ & ;-۱<x<۱ \\ -(x-۱) & ;x>۱\,,\ x<-۱ \end{cases}$

۱۰ برد تابع $f(x)=|x-۲|-|x+۱|$ کدام است؟

۱) $\mathbb{R}$
۲) $[-۳\,,\,+۳]$
۳) $[۳\,,\,+\infty]$
۴) $\mathbb{R}-(-۳\,,\,+۳)$

۱۱ اگر نمودار $f(x)$ به‌صورت زیر باشد، دامنه و برد تابع g با ضابطهٔ $g(x)=۲|f(\frac{۱}{۲}x)|$ کدام است؟



۱) $D_g=[-۴\,,\,+\infty)\,,\ R_g=[۰\,,\,+\infty)$

۲) $D_g=[-۲\,,\,+\infty)\,,\ R_g=[۰\,,\,+\infty)$

۳) $D_g=[-۱\,,\,+\infty)\,,\ R_g=[۰\,,\,+\infty)$

۴) $D_g=[۰\,,\,+\infty)\,,\ R_g=[۰\,,\,+\infty)$

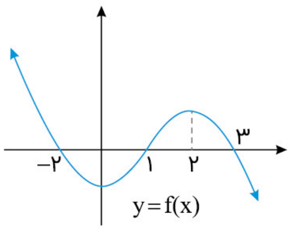
۱۲ نمودار تابع $y=|x^{۳}-۳x^{۲}+۳x|$ خط $y=x+۱$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

۱۳ تابع $|\cos(x+\frac{\pi}{۴})|$ در کدام بازه نزولی اکید است؟

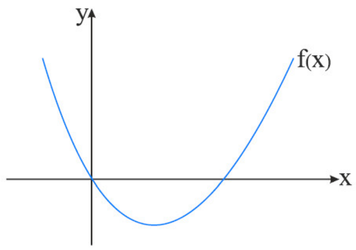
۱) $[۰, \frac{۳\pi}{۴}]$
۲) $[-\frac{\pi}{۴}, \frac{\pi}{۴}]$
۳) $[\frac{\pi}{۴}, \frac{۳\pi}{۴}]$
۴) $[\frac{۵\pi}{۴}, \frac{۷\pi}{۴}]$

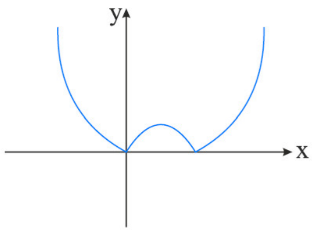
۱۴ تابع $f(x)$ به‌صورت زیر است. در چند بازه تابع $|f(x)|$ صعودی اکید است؟

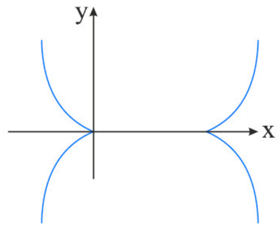


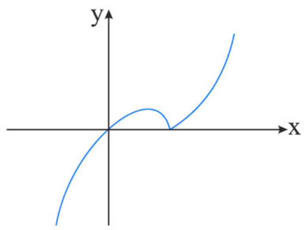
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

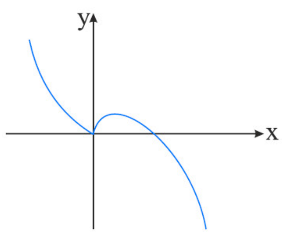
۱۵ اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به‌صورت زیر باشد، نمودار $|y|=f(x)$ کدام است؟



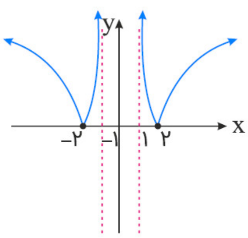
۱)


۲)


۳)


۴)


۱۶ شکل زیر، مربوط به نمودار کدام تابع است؟



۱) $|\log_{۲}|x+۱||$

۲) $|\log_{۲}|x-۱||$

۳) $|\log_{۲}(|x|+۱)|$

۴) $|\log_{۲}(|x|-۱)|$

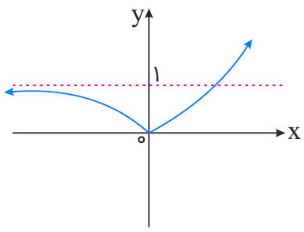
۱۷ دو تابع $f(x)=||x+۲|-|x-۲||$ و $g(x)=|\log x|$ چند نقطه مشترک دارند؟

۱) صفر
۲) یک
۳) دو
۴) سه

۱۸ نمودار تابع $|\log x|$ چگونه است؟

۱) صعودی اکید
۲) نزولی اکید
۳) ابتدا صعودی اکید، سپس نزولی اکید
۴) ابتدا نزولی اکید، سپس صعودی اکید

۱۹ کدام تابع، مربوط به نمودار زیر است؟

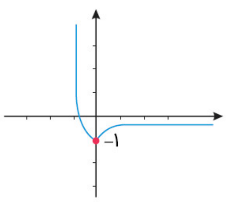


۱) $f(x)=|۲^{-x}+۱|$
۲) $f(x)=|۲^{-x}|+۱$
۳) $f(x)=|-۲^{x}|+۱$
۴) $f(x)=|-۲^{x}+۱|$

۲۰ نمودار $y=|\cos|x+\frac{\pi}{۸}||$ در چند نقطه خط $y=۱$ را قطع می‌کند؟ (در بازه $[-۲\pi\ ,\ ۲\pi]$)

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۲۱ معادلهٔ نمودار زیر کدام است؟

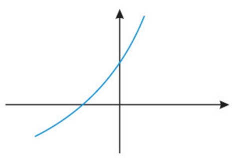


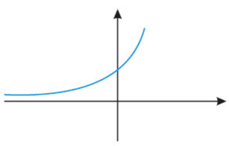
۱) $|\log(x+۱)|-۱$
۲) $|x^{۳}-۱|$
۳) $-|\log(x+۱)-۱|$
۴) $|x^{۳}|-۱$

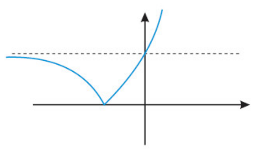
۲۲ معادلهٔ $|\sin x|-|\log|x||=۰$ دارای چند جواب است؟ (در $\mathbb{R}$)

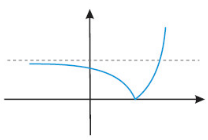
۱) ۴
۲) ۶
۳) ۱۲
۴) بی‌شمار

۲۳ نمودار تابع $y=\sqrt{۲^{۲x+۲}-۲^{x+۲}+۱}$ کدام است؟

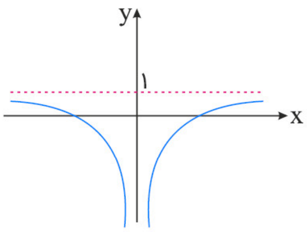
۱)


۲)


۳)


۴)


۲۴ نمودار زیر نشان‌دهندهٔ کدام‌یک از توابع زیر است؟



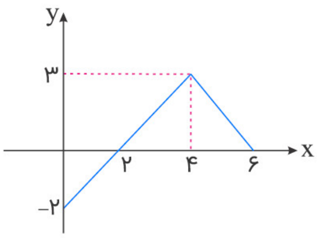
۱) $y = ۱ - \frac{۱}{x}$

۲) $y = ۱ - \frac{۱}{|x|}$

۳) $y = ۱ + \frac{۱}{x - ۱}$

۴) $y = ۱ + \frac{۱}{|x|}$

۲۵ نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر می‌باشد. سطح محصور بین محور xها و $y = |f(x - ۲)|$ کدام است؟



۱) ۴

۲) ۸

۳) ۶

۴) ۱۰

پاسخ Homework (2)

۱

گزینه ۴

$$||\underbrace{\sqrt{۵}-۳}_{\text{منفی}}|-|\underbrace{-۳-\sqrt{۵}}_{\text{منفی}}||=|-(\sqrt{۵}-۳)-(-(-۳-\sqrt{۵}))|$$
$$=|-\sqrt{۵}+۳-(۳+\sqrt{۵})|$$
$$=|-\sqrt{۵}+۳-۳-\sqrt{۵}|$$
$$=|-۲\sqrt{۵}|$$
$$=۲\sqrt{۵}$$

* نکته:

تابع قدر مطلق : $f(x)=|x|=\begin{cases} x & x\geq ۰ \\ -x & x<۰ \end{cases}$

۲

گزینه ۳

$$f(۲)=|۲+۱|-|۲\times ۲-۳|=|۳|-|۱|=۳-۱=۲$$
$$f(-۲)=|-۲+۱|-|۲\times(-۲)-۳|=|-۱|-|-۷|=۱-۷=-۶$$
$$f(۲)+f(-۲)=۲-۶=-۴$$
$$f(۰)=|۰+۱|-|۲\times ۰-۳|=|۱|-|-۳|=۱-۳=-۲\Rightarrow ۲f(۰)=-۴$$

۳

گزینه ۲

تابع با ضابطهٔ $f(x)=|x|$ تابع قدرمطلق نامیده می‌شود و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases} x & ;x\geq ۰ \\ -x & ;x<۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow |-۲x+۵|=\begin{cases} -۲x+۵ & ;-۲x+۵\geq ۰ \\ -(-۲x+۵) & ;-۲x+۵<۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۲x+۵ & ;x\leq \frac{۵}{۲} \\ ۲x-۵ & ;x>\frac{۵}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases} -۲x+۵-۸ & ;x\leq \frac{۵}{۲} \\ ۲x-۵-۸ & ;x>\frac{۵}{۲} \end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases} -۲x-۳ & ;x\leq \frac{۵}{۲} \\ ۲x-۱۳ & ;x>\frac{۵}{۲} \end{cases}$$

بنابراین گزینهٔ "۲" صحیح می‌باشد.

۴

گزینه ۴

$$\begin{cases} \sqrt{۵}<۴ \Rightarrow |\underbrace{\sqrt{۵}-۴}_{\text{عددی منفی}}|=-(\sqrt{۵}-۴) \\ |\underbrace{۲+\sqrt{۵}}_{\text{عددی مثبت}}|=۲+\sqrt{۵} \\ |-۴|=-(-۴)=۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\sqrt{۵}-۴|+|۲+\sqrt{۵}|-|-۴|$$
$$=-(\sqrt{۵}-۴)+(۲+\sqrt{۵})-۴=-\sqrt{۵}+۴+۲+\sqrt{۵}-۴=۲$$

تابع قدرمطلق : $|x|=\begin{cases} x & x\geq ۰ \\ -x & x<۰ \end{cases}$

۵

گزینه ۴

نمودار رسم‌شده همان نمودار تابع $y=|x|$ است که ۲ واحد به سمت راست رفته است. اگر نمودار $y=|x|$ را a واحد به راست ببریم به ضابطهٔ $y=|x-a|$ می‌رسیم، درنتیجه داریم: $y=|x-۲|$ که ضابطهٔ نمودار رسم‌شده است.

۶ گزینه ۴

$$f(x) = |۳x - ۴| \Rightarrow f(۱-\sqrt{۲}) = |۳(۱-\sqrt{۲}) - ۴| = |۳ - ۳\sqrt{۲} - ۴|$$

$$= |\underbrace{-۳\sqrt{۲} - ۱}_{\text{عدد منفی}}| = -(-۳\sqrt{۲} - ۱) = ۳\sqrt{۲} + ۱$$

$$f(۱+\sqrt{۲}) = |۳(۱+\sqrt{۲}) - ۴| = |۳ + ۳\sqrt{۲} - ۴| = |\underbrace{۳\sqrt{۲} - ۱}_{\text{عدد مثبت}}| = ۳\sqrt{۲} - ۱$$

$$\Rightarrow f(۱-\sqrt{۲}) - f(۱+\sqrt{۲}) = (۳\sqrt{۲} + ۱) - (۳\sqrt{۲} - ۱) = \cancel{۳\sqrt{۲}} + ۱ - \cancel{۳\sqrt{۲}} + ۱$$

$$\Rightarrow f(۱-\sqrt{۲}) - f(۱+\sqrt{۲}) = ۲$$

نکته: $|x| = \begin{cases} x & ; x > ۰ \\ -x & ; x < ۰ \end{cases}$

۷ گزینه ۳

$$f(x) = |-x^۲ - ۲| + ۳ = |-\underbrace{(x^۲ + ۲)}_{+}| + ۳ = x^۲ + ۲ + ۳ = x^۲ + ۵$$

حداقل مقدار تابع درجه دو از $\frac{-\Delta}{۴a}$ به‌دست می‌آید: $\frac{-\Delta}{۴a} = ۵$

۸ گزینه ۳

باتوجه‌به تعریف قدر مطلق:

$$|u| = \begin{cases} u & ; u \geq ۰ \\ -u & ; u < ۰ \end{cases}$$

$$f(x) = |۳x - ۹| = \begin{cases} ۳x - ۹ & ; ۳x - ۹ \geq ۰ \\ -(۳x - ۹) & ; ۳x - ۹ < ۰ \end{cases}$$

$$= \begin{cases} ۳x - ۹ & ; x \geq ۳ \\ -۳x + ۹ & ; x < ۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} ۳x - ۹ & ; x \geq ۳ \\ -۳x + ۹ & ; x < ۳ \end{cases}$$

۹ گزینه ۲

ضابطهٔ هر قسمت از نمودار را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\begin{cases}-x-۱ & ;x\le -۱\\ x+۱ & ;-۱<x<۱\\ -x-۱ & ;x>۱\end{cases}$$

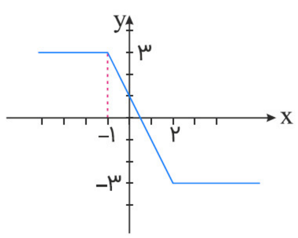
در بین گزینه‌ها، گزینه "۲" همان ضابطه‌ای که به دست آوردیم، است.

$$f(x)=\frac{|۱-x^۲|}{۱-x}=\begin{cases}\dfrac{۱-x^۲}{۱-x} & ;-۱<x<۱\\ \dfrac{-(۱-x^۲)}{۱-x} & ;x>۱,\ x\le -۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{(۱-x)(۱+x)}{۱-x}=۱+x & ;-۱<x<۱\\ \dfrac{-(۱-x)(۱+x)}{۱-x}=-x-۱ & ;x>۱,\ x\le -۱\end{cases}$$

۱۰ گزینه ۲

آسان‌ترین روش حل این سؤال رسم نمودار آن است:



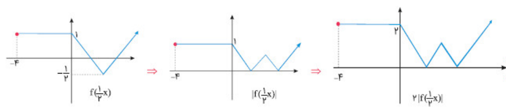
باتوجه‌به شکل نمودار برد تابع برابر است با بازه $[-۳\ ,\ +۳]$.

۱۱ گزینه ۱

مراحل تبدیل تابع به‌صورت زیر است.

$$f(x)\Rightarrow f(\frac{۱}{۲}x)\Rightarrow |f(\frac{۱}{۲}x)|\Rightarrow ۲|f(\frac{۱}{۲}x)|$$

دامنه و برد به‌صورت زیر است:



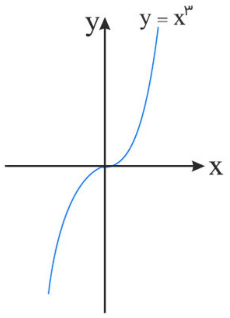
$$D_g=[-۴\ ,\ +\infty)\ ,\ R_g=[۰\ ,\ +\infty)$$

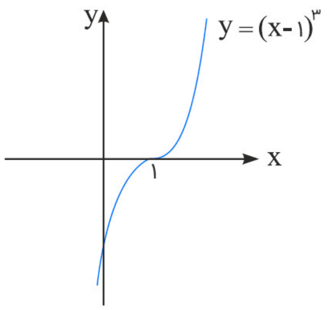
۱۲

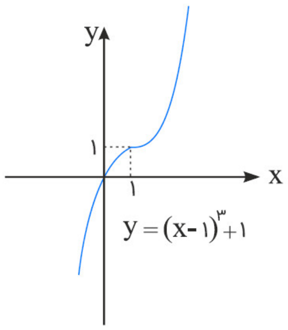
گزینه ۲

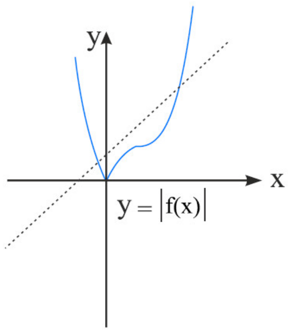
فرض می‌کنیم $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ باشد.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1$$







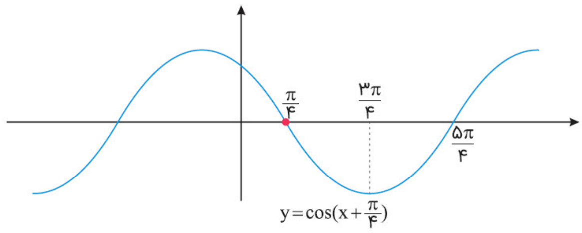


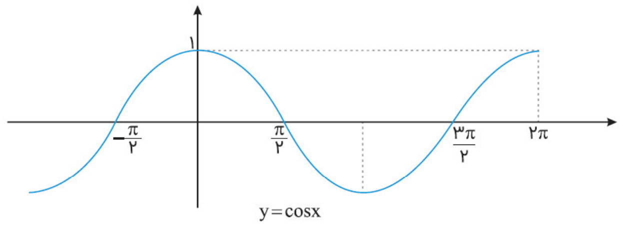
ملاحظه می‌کنید که در دو نقطه متقاطع‌اند.

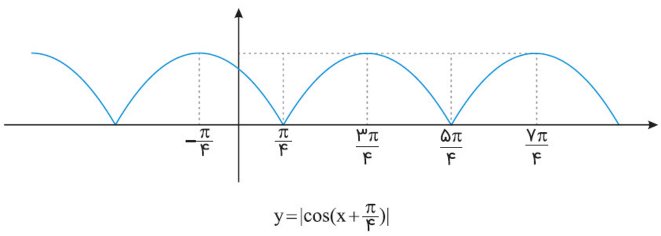
۱۳

گزینه ۲

نمودار تابع را رسم می‌کنیم.







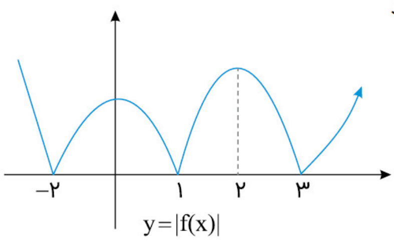
باتوجه‌به شکل، تابع در بازهٔ $\left[-\frac{\pi}{۴} , \frac{\pi}{۴}\right]$ نزولی اکید است.

۱۴

گزینه ۳

قسمت‌های زیر محور xها را به بالای محور xها متقارن می‌کنیم:

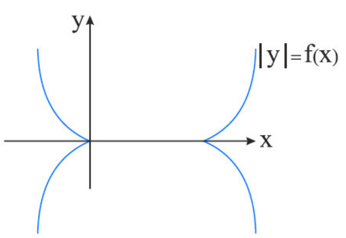
باتوجه‌به نمودار $|f(x)|$ در بازه‌های $[-۲ , ۰]$، $[۱ , ۲]$ و $[۳ , +\infty)$ صعودی اکید است.



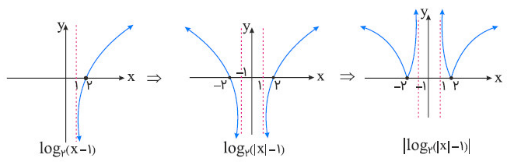
۱۵

گزینه ۲

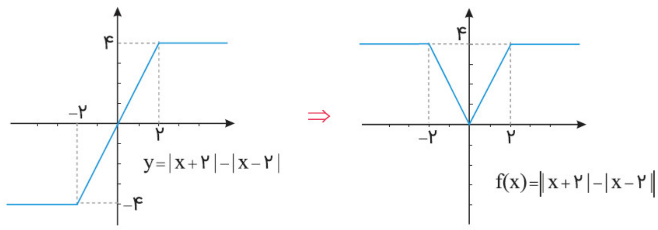
$$|y| = f(x) \Rightarrow \begin{cases} y \geq ۰ \Rightarrow y = f(x) \\ y < ۰ \Rightarrow -y = f(x) \end{cases}$$

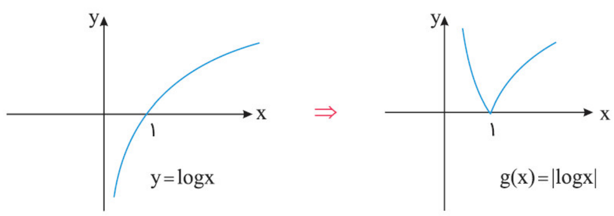


۱۶ گزینه ۴

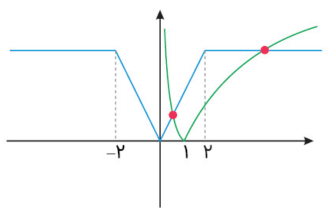


۱۷ گزینه ۳



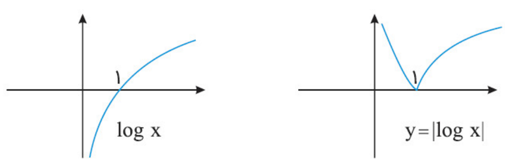


اگر دو تابع را در یک دستگاه رسم کنیم تعداد نقاط برخورد معلوم می‌شود.



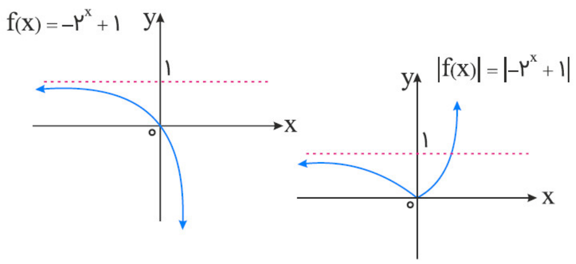
دو تابع در دو نقطه مشترک‌اند.

۱۸ گزینه ۴



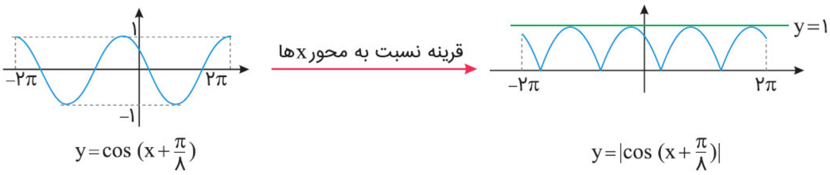
تابع $|\log x|$ در بازهٔ $(0\ ,\ 1]$ نزولی اکید و در بازهٔ $[1\ ,\ +\infty)$ صعودی اکید است.

۱۹ گزینه ۴



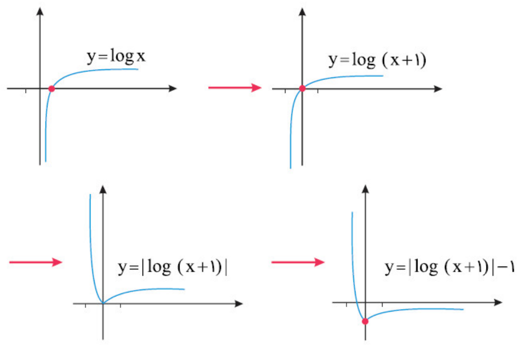
۲۰ گزینه ۲

باتوجه‌به اینکه $\cos x = \cos(-x)$، بنابراین $\cos|x+\frac{\pi}{8}| = \cos(x+\frac{\pi}{8})$.



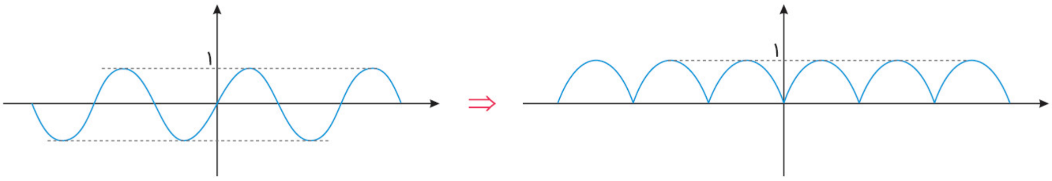
بنابراین دو تابع در چهار نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.

۲۱ گزینه ۱

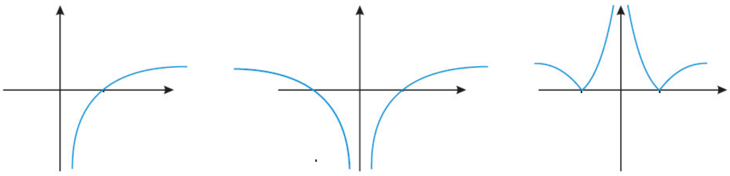


۲۲ گزینه ۳

نمودار هریک از توابع $y = |\sin x|$ و $y = |\log |x||$ را رسم می‌کنیم:

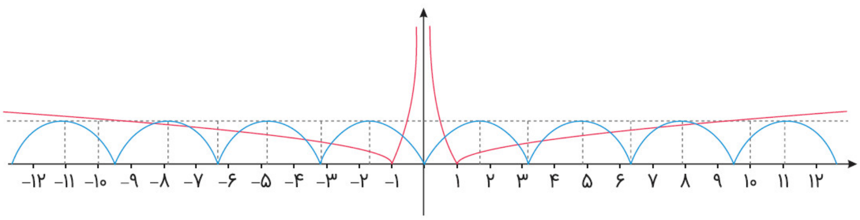


y=sin x   y=|sin x|



y=log x   y=log|x| y=|log|x||

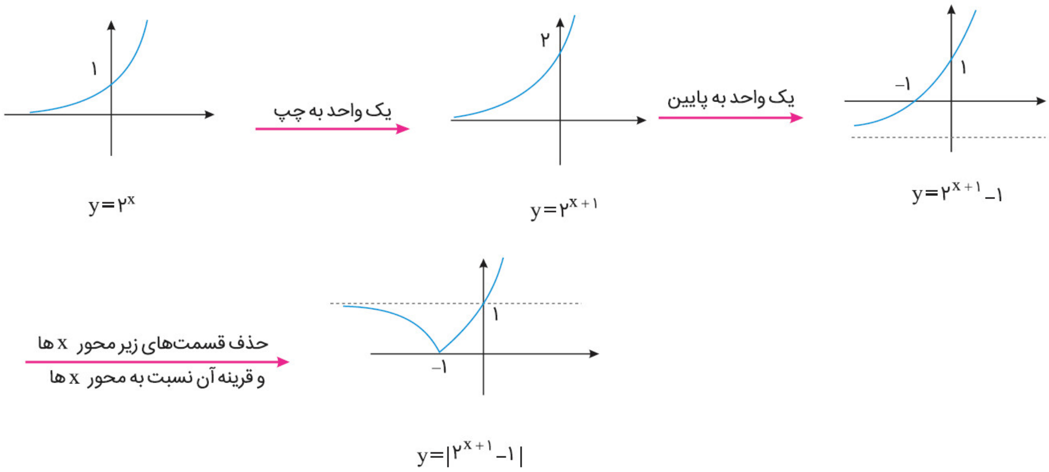
حال نمودار دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



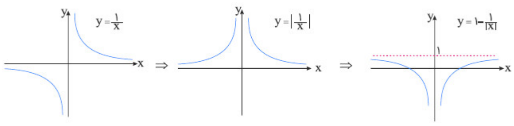
توجه کنید که $\log ۱۰ = ۱$، بنابراین به ازای $x = ۱۰$، مقدار $\log$ یک می‌شود و پس از آن مقدار $\log$ افزایش یافته و دیگر با تابع $y = |\sin x|$ برخورد نخواهد داشت. بنابراین تعداد نقاط برخورد ۶ عدد در سمت راست و ۶ عدد در سمت چپ و در مجموع ۱۲تا است.

۲۳ گزینه ۳

$$y = \sqrt{۲^{۲x+۲} - ۲^{x+۲} + ۱} = \sqrt{۲^{۲(x+۱)} - ۲^{x+۱+۱} + ۱}$$
$$= \sqrt{(۲^{x+۱})^۲ - ۲(۲^{x+۱}) + ۱} = \sqrt{(۲^{x+۱} - ۱)^۲} = |۲^{x+۱} - ۱|$$

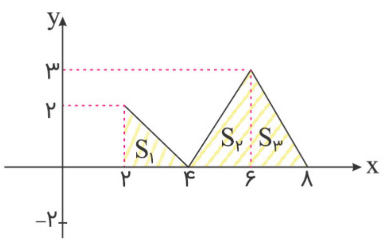


۲۴ گزینه ۲



۲۵ گزینه ۲

نمودار تابع $y = f(x)$ را دو واحد به‌سمت راست انتقال می‌دهیم تا به نمودار $f(x-۲)$ برسیم.
سپس $S_۱$ را از قسمت منفی به قسمت مثبت دستگاه مختصات تصویر می‌کنیم.



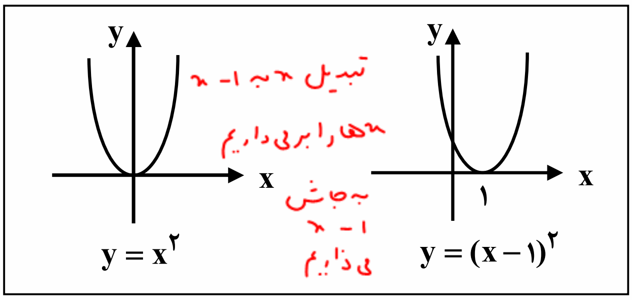
$$\left.\begin{aligned} S_۱ &= \frac{۲\times ۲}{۲} = ۲ \\ S_۲ &= \frac{۲\times ۳}{۲} = ۳ \\ S_۳ &= \frac{۲\times ۳}{۲} = ۳ \end{aligned}\right\} \Rightarrow S_۱ + S_۲ + S_۳ = ۸$$

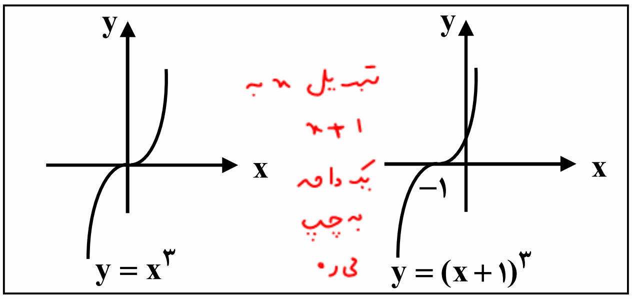
تبدیل نمودار توابع سؤال قطعی کنکور داشتن نهایی

۱- انتقال افقی

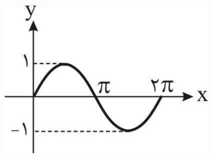
۱) اگر $a > 0$ باشد، نمودار $y = f(x-a)$ همان نمودار f است که a واحد به سمت راست انتقال داده شده است. در این حالت به مقادیر x، a واحد اضافه شده است. (دامنه تغییر می‌کند.)

۲) اگر $a > 0$ باشد نمودار $y = f(x+a)$ همان نمودار f است که a واحد به چپ انتقال داده شده است. در این حالت از مقادیر x، a واحد کم می‌شود. (دامنه تغییر می‌کند.)

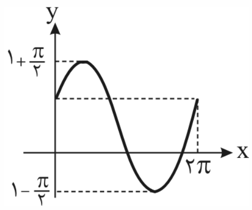


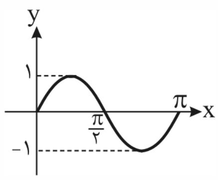


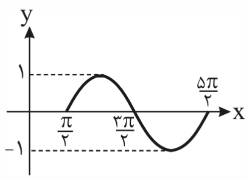
تمرین: نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت

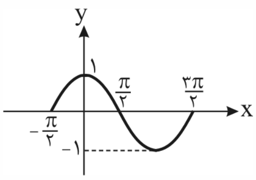


است، نمودار تابع $y = f(x + \frac{\pi}{2})$ کدام است؟ $\frac{\pi}{2}$ به چپ می‌بره گ ۴

۱)


۲)


۳)


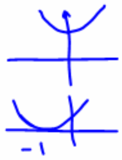
۴)


تمرین: اگر نقطهٔ $A(3,4)$ روی تابع $f(x)$ قرار گیرد، در این صورت کدام نقطهٔ زیر، روی تابع $y = f(x+m)$ قرار می‌گیرد؟

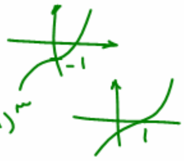
۱) $(3+m, 4)$ ۲) $(3-m, 4-m)$ ۳) $(3-m, 4)$ ۴) $(3+m, 4+m)$

عرض نقطه عوض نمیشه طول نقطه به ۳ - m تبدیل میشه گ ۳

$\begin{cases} y = -x^2+1 \\ y = -(x+1)^2 \end{cases}$



$\begin{cases} y = x^3-1 \\ y = (x-1)^3 \end{cases}$



۲– انتقال عمودی

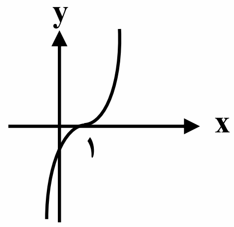
۱) اگر $a > ۰$ باشد نمودار $y = f(x)+a$ همان نمودار f است که a واحد به بالا انتقال داده شده است. در این حالت به مقادیر y (برد) a واحد اضافه می‌شود (برد تغییر می‌کند).

۲) اگر $a < ۰$ باشد نمدار $y = f(x)+a$ همان نمودار f است که a واحد به پایین انتقال داده شده است. در این حالت از مقادیر y (برد) a واحد کم می‌شود (برد تغییر می‌کند).

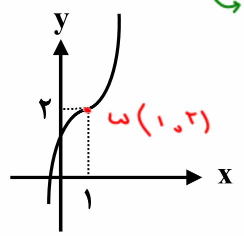
مثلاً برای رسم نمودار $y = x^۳ - ۳x^۲ + ۳x + ۱$ می‌نویسیم: $y = (x^۳ - ۳x^۲ + ۳x - ۱) + ۲ = (x-۱)^۳ + ۲$ حالا:

$y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 2$
$y = (x-1)^3 + 2$

$y = a(x-b)^3 + c$
مرکز تقارن
$\omega(b, c)$
$y = (x-1)^3 + 2$



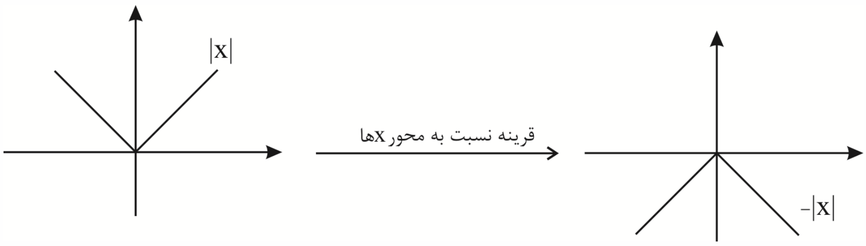
$y = (x-۱)^۳$



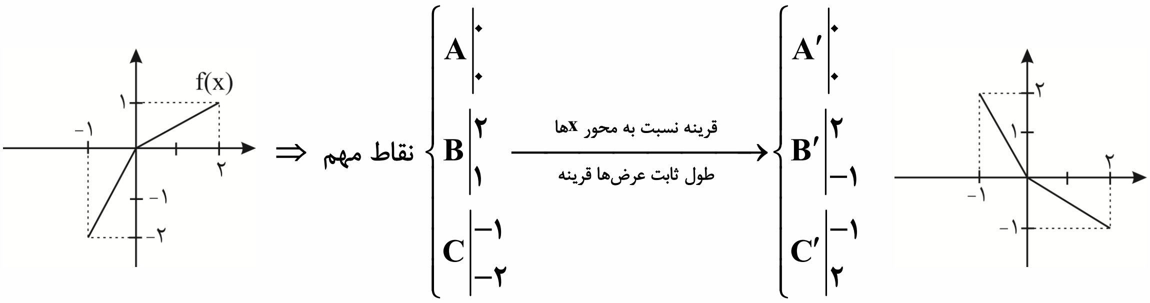
$y = (x-۱)^۳ + ۲$

۳– رسم $-f(x)$: درهمان x ها y ها قرینه می‌شود

برای رسم $-f(x)$ کافی است نمودار f را نسبت به محور xها قرینه کنیم. توجه کنید در این حالت طول نقاط ثابت ولی عرضشان قرینه می‌شود. پس مقادیر دامنه ثابت ولی مقادیر برد قرینه خواهند شد. مثلاً برای رسم تابع $y = -|x|$ داریم:

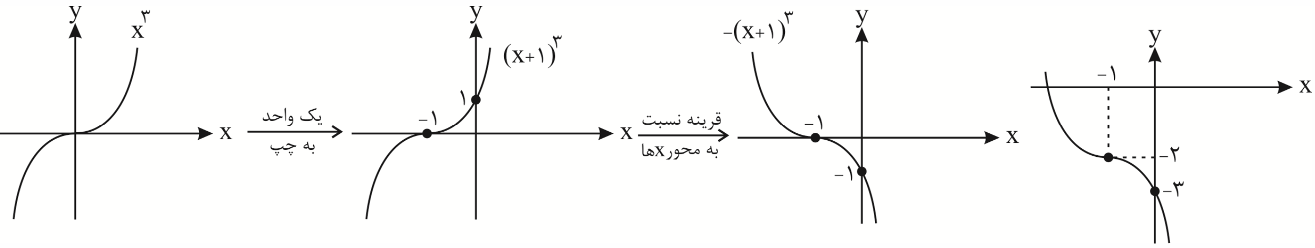


و یا مثلاً اگر $f(x)$ به صورت مقابل باشد داریم:



برای رسم تابع $y = -(x+۱)^۳ - ۲$، ابتدا $x^۳$ را یک واحد به سمت چپ انتقال داده و سپس نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم و در نهایت کل نمودار را ۲ واحد به پایین منتقل می‌کنیم:

$y = x^{2n+1}$ شبیه x^3 است هرچه n بیشتر شاخه‌های منحنی به محور yها نزدیک‌تر



همان‌طور که دیدید اولویت با انتقال افقی، سپس با علامت منفی پشت تابع و در نهایت با انتقال عمودی است.

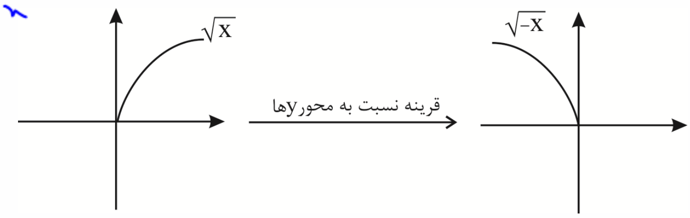
۴- رسم $f(-x)$:

برای رسم نمودار $f(-x)$ کافی است نمودار f را نسبت به محور yها قرینه کنیم. توجه کنید در این حالت طول نقاط قرینه شده ولی عرضشان ثابت می‌ماند. پس مقادیر دامنه قرینه خواهند شد ولی برد تغییری نمی‌کند.

تبدیل x به $-x$ شکل را نسبت به محور yها قرینه می‌کند.

مثلاً برای رسم $y=\sqrt{-x}$ داریم:

xها رو برعکس داریم به جاش $-x$ می‌گذاریم.



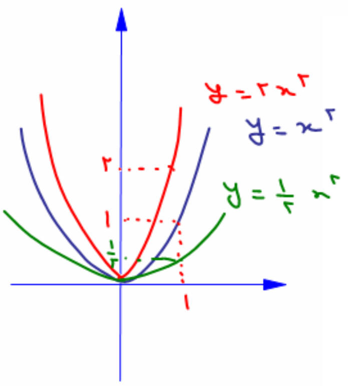
۵- رسم $y=af(x)$

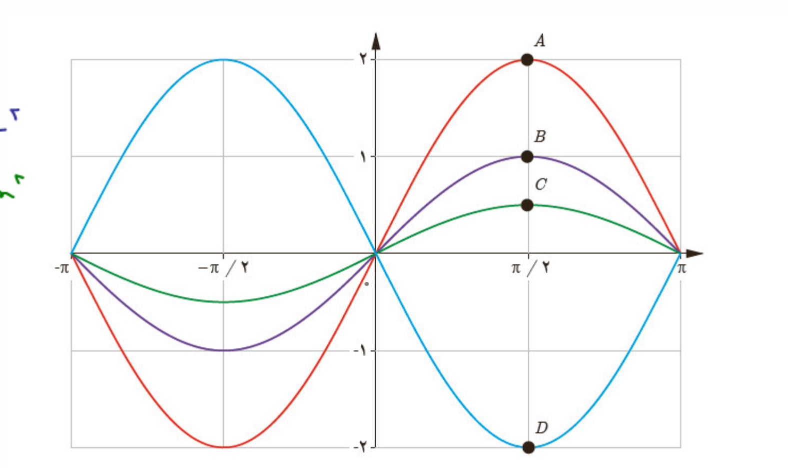
۱) اگر $a>1$ باشد، نمودار $f(x)$ در امتداد محور yها با ضریب a کشیده می‌شود که به آن انبساط عمودی می‌گوییم. در این حالت مقادیر برد (yها)، a برابر می‌شوند.

۲) اگر $0<a<1$ باشد، نمودار $f(x)$ در امتداد محور yها با ضریب a فشرده می‌شود که به آن انقباض عمودی می‌گوییم. در این حالت نیز مقادیر برد (yها)، a برابر می‌شوند.

۳) اگر پشت تابع یک عدد منفی ضرب شده باشد $(a<0)$ ابتدا تابع را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم که از منفی خلاص شویم و سپس عرض‌ها را در عدد مثبت a ضرب می‌کنیم (مثل ۲ حالت بالا).

تمرین: در شکل زیر نمودار توابع با ضابطه‌های $y=\sin x$ و $y=2\sin x$ و $y=-2\sin x$ و $y=\frac{1}{2}\sin x$ در بازه‌ی $[-\pi,\pi]$ رسم شده است. مشخص کنید هر کدام از ضابطه‌ها مربوط به کدام نمودار است. دامنه و برد هر کدام را مشخص کنید.





یادت باشه: در این نوع از توابع $(af(x))$، عرض نقاط در عدد a ضرب می‌شود اما xها (طول نقاط) ثابت می‌ماند.

۶- رسم $f(ax)$

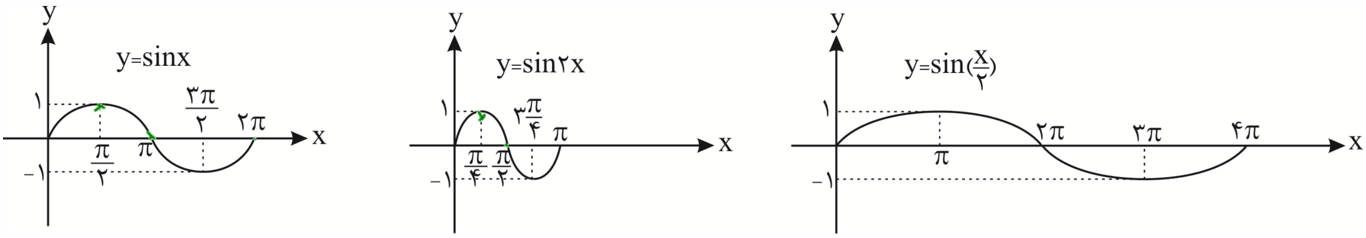
با فرض این که $a > ۰$ است، برای رسم $f(ax)$ کافی است طول هر نقطه از نمودار $f(x)$ را $\frac{۱}{a}$ برابر کنیم.

۱) اگر $a > ۱$ باشد منحنی با ضریب $\frac{۱}{a}$ در امتداد محور xها منقبض (فشرده) می‌شود.

۲) اگر $۰ < a < ۱$ باشد منحنی با ضریب $\frac{۱}{a}$ در امتداد محور xها کشیده می‌شود.

در هر دو حالت فوق، مقادیر دامنه $\frac{۱}{a}$ برابر می‌شود.

یادت باشه: در این مدل از توابع $(f(ax))$، طول نقاط در عدد $\frac{۱}{a}$ ضرب می‌شود اما عرض نقاط ثابت می‌ماند. مثلاً اگر $f(x) = \sin x$ باشد برای رسم $f(\frac{x}{۲})$ و $f(۲x)$، به ترتیب طول نقاط را در ۲ و $\frac{۱}{۲}$ ضرب می‌کنیم:

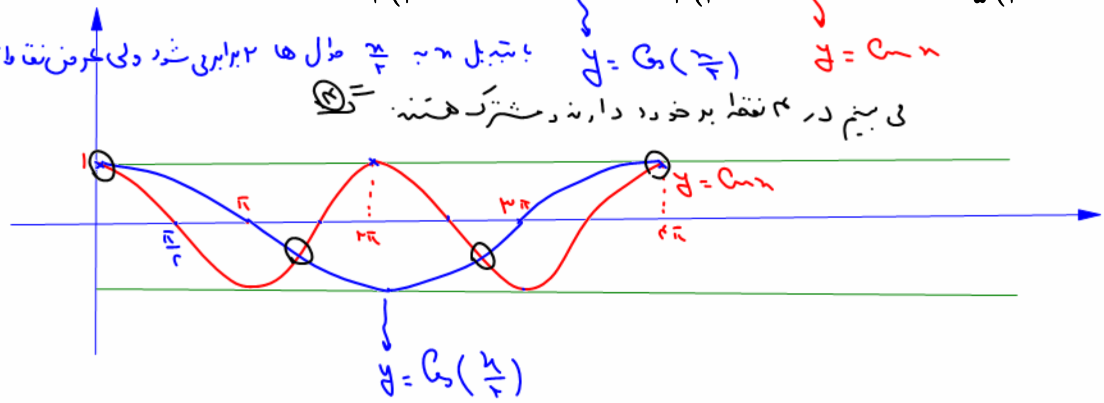


تمرین: اگر $f(x) = \cos x$ باشد، آن‌گاه نمودار دو تابع $y = f(x)$ و $y = f(\frac{x}{۲})$ در بازهٔ $[۰, ۴\pi]$ در چند نقطه مشترک‌اند؟

۱) ۲   ۲) ۵   ۳) ۳   ۴) ۴

با تبدیل x به $\frac{x}{۲}$ طول ها ۲ برابر می‌شود ولی عرض نقاط ثابت است

می بینیم در ۴ نقطه برخورد دارند و مشترک هستند = ④



۷- رسم $y = Af(bx + c) + D$

بهترین و کامل‌ترین روش رسم، همین مورد است که تمام موارد قبلی را شامل می‌شود.

مراحل رسم:

۱) ابتدا انتقال عدد ثابت c را انجام می‌دهیم.

۲) با توجه به مقدار b نمودار را در راستای افقی یعنی محور xها منبسط یا منقبض می‌کنیم.

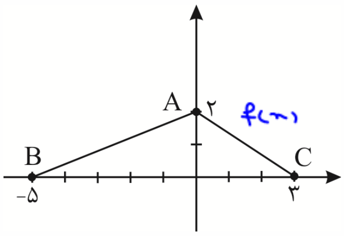
۳) اگر b منفی باشد، در پایان، نمودار را نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم.

۴) با توجه به مقدار A نمودار در راستای محور yها کشیده و یا فشرده می‌کنیم (عرض نقاط را در A ضرب می‌کنیم).

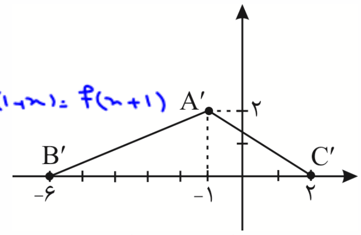
۵) اگر A منفی باشد پس از آن که عرض نقاط را در عدد مثبت پشت تابع ضرب کردیم، تابع را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم (یعنی با ثابت نگه داشتن xها، عرض نقاط را در منفی ضرب می‌کنیم).

۶) انتقال عمودی عدد D را انجام می‌دهیم.

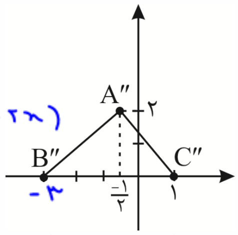
تمرین: اگر $f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار $y=-2f(1-2x)$ را رسم کنید.



یک واحد به چپ



xها نصف



$A\left|\begin{matrix}0\\2\end{matrix}\right. \to A'\left|\begin{matrix}-1\\2\end{matrix}\right.$

$B\left|\begin{matrix}-5\\0\end{matrix}\right. \to B'\left|\begin{matrix}-6\\0\end{matrix}\right.$

$C\left|\begin{matrix}3\\0\end{matrix}\right. \to C'\left|\begin{matrix}2\\0\end{matrix}\right.$

$B'\left|\begin{matrix}-6\\0\end{matrix}\right. \to B''\left|\begin{matrix}-3\\0\end{matrix}\right.$

$C'\left|\begin{matrix}2\\0\end{matrix}\right. \to C''\left|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right.$

$A'\left|\begin{matrix}-1\\2\end{matrix}\right. \to A''\left|\begin{matrix}-\frac{1}{2}\\2\end{matrix}\right.$

$A\left|\begin{matrix}0\\2\end{matrix}\right. \in f(x)$

$A_1\left|\begin{matrix}-1\\2\end{matrix}\right. \in f(x+1)$

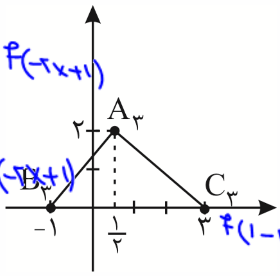
$A_2\left|\begin{matrix}-\frac{1}{2}\\2\end{matrix}\right. \in f(2x+1)$

$A_3\left|\begin{matrix}\frac{1}{2}\\2\end{matrix}\right. \in f(-2x+1)$

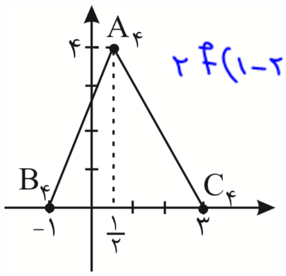
$A_4\left|\begin{matrix}\frac{1}{2}\\4\end{matrix}\right. \in 2f(-2x+1)$

$A\left|\begin{matrix}\frac{1}{2}\\-4\end{matrix}\right. \in -2f(-2x+1)$

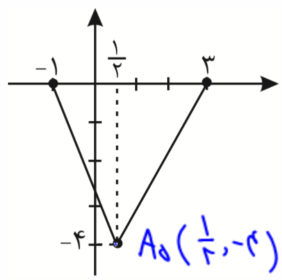
در راه تستی می‌توان فقط یک یا ۲ نقطه خاص را انتقال داد.



عرض‌ها دو برابر می‌شوند



تقارن عمودی



$B''\left|\begin{matrix}-3\\0\end{matrix}\right. \to B_3\left|\begin{matrix}3\\0\end{matrix}\right.$

$A''\left|\begin{matrix}-\frac{1}{2}\\2\end{matrix}\right. \to A_3\left|\begin{matrix}\frac{1}{2}\\2\end{matrix}\right.$

$C''\left|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right. \to C_3\left|\begin{matrix}-1\\0\end{matrix}\right.$

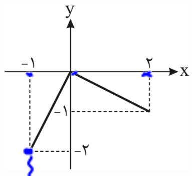
$C_3\left|\begin{matrix}-1\\0\end{matrix}\right. \to C_4\left|\begin{matrix}-1\\0\end{matrix}\right.$

$B_3\left|\begin{matrix}3\\0\end{matrix}\right. \to B_4\left|\begin{matrix}3\\0\end{matrix}\right.$

$A_3\left|\begin{matrix}\frac{1}{2}\\2\end{matrix}\right. \to A_4\left|\begin{matrix}\frac{1}{2}\\4\end{matrix}\right.$

مراحل رسم:
تابع f را بد
یک واحد به چپ
xها نصف
قرینه نسبت به محور yها
قرینه نسبت به محور xها

تمرین: نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت



است، نمودار تابع $y=-f(1-2x)$ کدام است؟

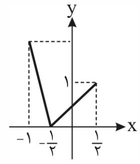
$A\,|^{-1}_{-2} \in f(x)$

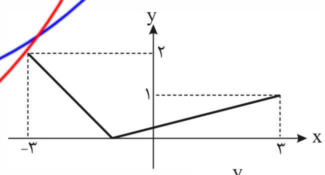
$A_1\,|^{-2}_{-2} \in f(x+1)$

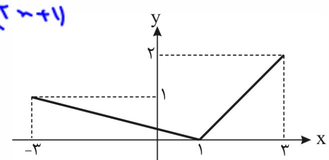
$A_2\,|^{-1}_{-2} \in f(2x+1)$

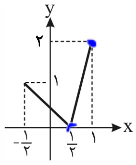
$A_3\,|^{1}_{-2} \in f(-2x+1)$

$A_4\,|^{1}_{2} \in -f(-2x+1)$ فقط روی گزینه ۲ است

۱) 

۲) 

۳) 

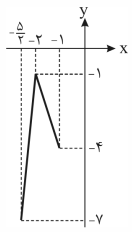
۴) 

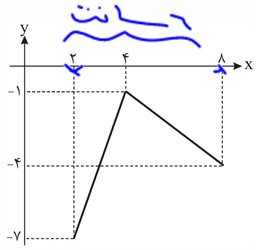
روش تستی: از روی شکل f(x) می‌بینم دامنه‌اش D_f [-1,2] ۳ سانت است

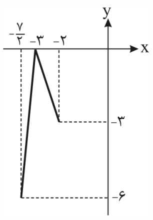
برای $f(1-2x)$ - دامنه باید نصف شود یعنی $\frac{3}{2}$ سانت پس حتماً گزینه ۲

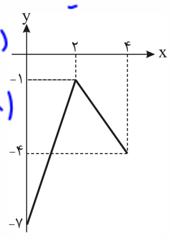
و گزینه ۳ با دامنه ۶ سانتی غلط

تمرین: بر اساس نمودار تابع $y=f(x)$ در تست قبلی، نمودار تابع $y=3f(\frac{x}{2}-2)-1$ کدام است؟

۱) 

۲) ۶ سانت 

۳) 

۴) 

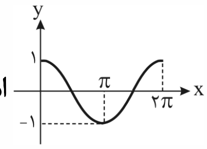
f(x) در x=0 یعنی

$-f(1-2x)$ در $x=\frac{1}{2}$

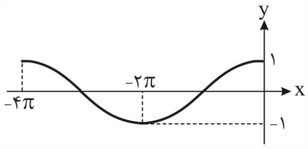
باید تیز باشد

روش سریع: دامنه f(x) ۳ سانت است دامنه $3f(\frac{x}{2}-2)$ باید ۲ برابر یعنی ۶ سانت شود تنها گزینه‌ای که دامنه‌اش ۶ سانت است گزینه ۲ است

تمرین: نمودار تابع $y=f(x)$ به شکل



است، ضابطه‌ی نمودار



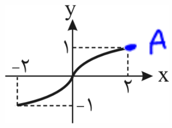
کدام است؟

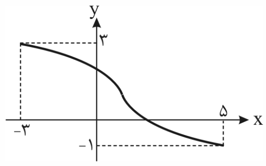
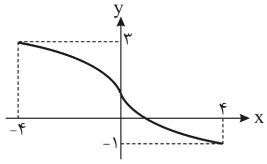
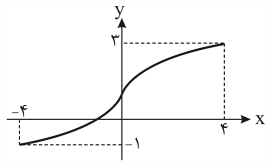
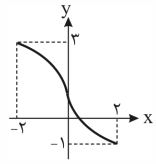
۱) $y=f(\frac{x}{2})$ ۲) $y=f(-\frac{x}{2})$ ۳) $y=f(2x)$ ۴) $y=f(-2x)$

f(x) هم انبساط در راستای xها پیدا کرده و ۲ برابر شده

$f(\frac{x}{2})$ و هم قرینه نسبت به yها شده پس $f(-\frac{x}{2})$

جواب است گزینه ۲

تمرین: نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت  است، نمودار تابع $y = -2f(\frac{x}{2}) + 1$ کدام است؟

۴)  ۳)  ۲)  ۱) 

$f(x)$ باید xهایش ۲ برابر شود، عرض هایش ۲- برابر و به واحد هم کلاً یک بره بالا.

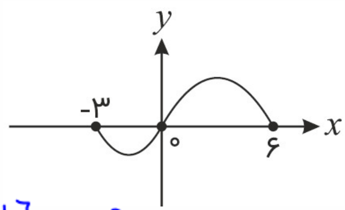
$A\Big|^{2}_{1} \in f(x)$

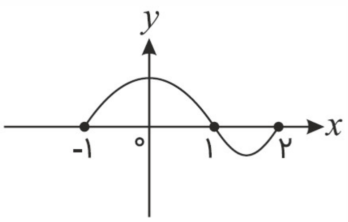
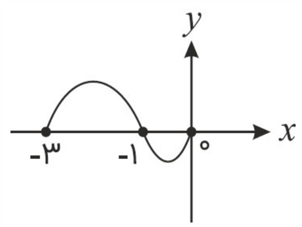
$A_1\Big|^{4}_{1} \in f(\frac{x}{2})$

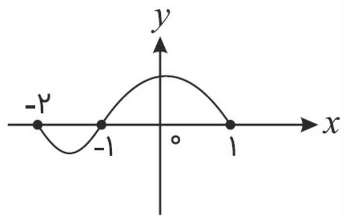
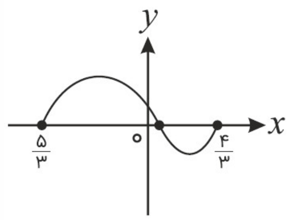
$A_2\Big|^{4}_{-2} \in -2f(\frac{x}{2})$

$A_3\Big|^{4}_{-1} \in -2f(\frac{x}{2})+1$ فقط روی گزینه ۳ است.

تمرین: اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y = f(1-3x)$ کدام است؟



۲)  ۱) 

۴)  ۳) 

$A\Big|^{6}_{0} \in f(x)$

$A_1\Big|^{5}_{0} \in f(x+1)$

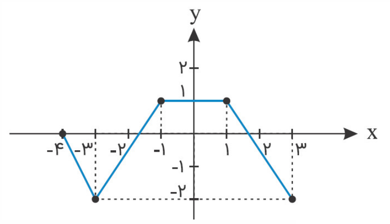
$A_2\Big|^{\frac{5}{3}}_{0} \in f(3x+1)$

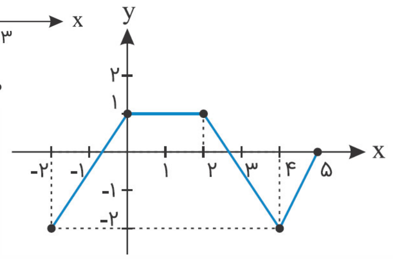
$A_3\Big|^{-\frac{5}{3}}_{0} \in f(-3x+1)$

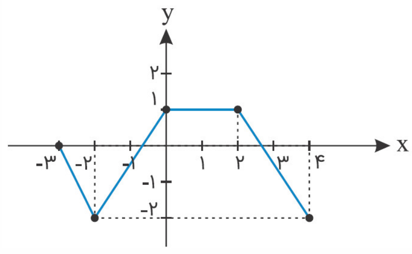
فقط روی گزینه ۴ است.

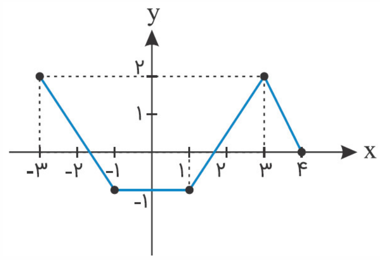
پاسخ: گزینهٔ «۳» ـ باید تابع نسبت به محور yها قرینه شود و همچنین xهای آن $\frac{1}{3}$ گردد و در آخر نمودار $\frac{1}{3}$ به سمت راست منتقل گردد.

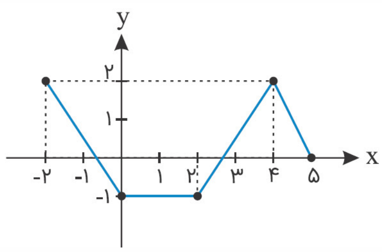
تمرین: اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار $-f(-x+1)$ کدام است؟




۲)


۱)


۴)


۳)

پاسخ: گزینهٔ «۳» ـ برای رسم نمودار تابع $-f(-x+1)$ باید مراحل زیر را انجام داد:

ابتدا نمودار ۱ واحد به سمت چپ انتقال داده شود و نمودار نسبت به محور yها قرینه شود، سپس برای این که نمودار $-f(-x+1)$ را رسم کنید باید نمودار را نسبت به محور xها قرینه کنید که در نهایت به گزینهٔ (۳) می‌رسیم.

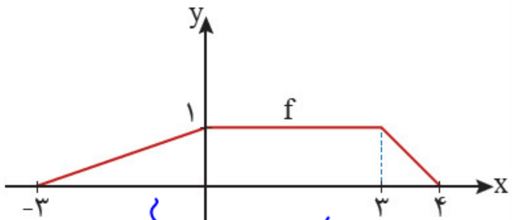
تمرین: اگر نمودار تابع f به صورت شکل زیر و $g(x)=\begin{cases} f(x+1) & x\geq 0 \\ f(2x) & x<0 \end{cases}$ باشد، مساحت سطح محدود بین نمودار تابع g و محور xها کدام است؟

در $x\geq 0$ تابع f یک واحد به چپ

در $x<0$ x های f را نصف کنید.

۱) $\frac{7}{4}$ ۲) $\frac{11}{4}$

۳) $\frac{13}{4}$ ۴) $\frac{15}{4}$



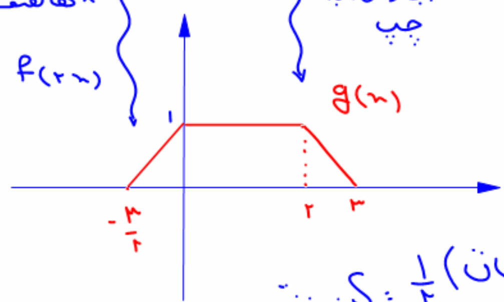
x ها نصف

$f(2x)$

یک واحد به چپ

در ایکس مثبت

$g(x)$



$S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{1}{2}(\text{مجموع دو ساق})(\text{ارتفاع}) = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{2}+2\right)(1) = \frac{13}{4}$ گ ۳

x را به x-۱ تبدیل کن

تمرین: نمودار تابع $f(x)=\frac{1}{x}$ را در امتداد محور xها یک واحد در جهت مثبت و سپس قرینهٔ آن نسبت به محور xها را در امتداد محور yها ۲ واحد د رجهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه‌های برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f، از مبدأ مختصات کدام است؟ (خارج ۱۴۰۱)

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ ۳) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$

$\begin{cases} y = -\frac{1}{x-1} - 2 \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$

باهم قطع می‌دهیم (مساوی می‌گذاریم)

گویا کنید:

$OA = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

جواب را گویا کن:

گزینه ۴

$\frac{-1}{x-1} - 2 = \frac{1}{x}$

$\frac{-1-2x+2}{x-1} = \frac{1}{x}$

$\frac{-2x+1}{x-1} = \frac{1}{x}$

$-2x^2+x = x-1$

طول تلاقی

$2x^2 = 1 \longrightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \in y = \frac{1}{x}$

$A(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2})$ $A'(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\sqrt{2})$

$OA = \sqrt{\frac{1}{2}+2} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$OA' = \sqrt{\frac{1}{2}+2} = \sqrt{\frac{5}{2}} =$

تمرین: نقطهٔ $A(-1,3)$ روی نمودار تابع $f(x)$ و نقطهٔ متناظر با آن یعنی $A'(a,b)$ روی نمودار تابع $y=3f(2x-5)-7$ قرار دارد. $a-b$ کدام است؟

۱) ۲- ۲) صفر ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ «۲»

$A\begin{vmatrix}-1\\3\end{vmatrix} \xrightarrow{\text{۵واحدبه‌راست}} \begin{vmatrix}4\\3\end{vmatrix} \xrightarrow{\text{انقباض‌طولی}} \begin{vmatrix}2\\3\end{vmatrix} \xrightarrow{\text{انبساط عرضی}} \begin{vmatrix}2\\9\end{vmatrix} \xrightarrow{\text{انتقال به پایین}} \begin{vmatrix}2 = a\\2 = b\end{vmatrix}$

$\Rightarrow A'(2,2) \Rightarrow a-b = 2-2 = 0$

مهم

$\sqrt{-x}$

تمرین: قرینهٔ نمودار $f(x)=\sqrt{x}$ را نسبت به محور yها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف xهای مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل، نیمساز ناحیهٔ اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟ (خارج تجربی ۹۷)

در تابع x-: x را به x-۲ تبدیل می‌کنیم

۱) ۲- ۲) ۰/۵ ۳) ۱ ۴) ۱/۵

xها را برداری و x-۲ بزار

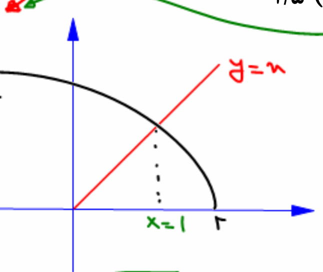
$y = \sqrt{-(x-2)}$

$\begin{cases} y = \sqrt{-x+2} \\ y = x \end{cases}$

حدس

$x=1$

جواب $\leftarrow x = \sqrt{-x+2}$



اگر نخواهیم جواب حدس بزنیم: $x = \sqrt{-x+2}$

طرفین به توان ۲

$x^2 = -x+2$

$x^2+x-2=0$

$x=1$

$x=-2$

می‌بینیم برخورد دو تابع در بازه (۰,۲) است لذا $x=1$ درسته

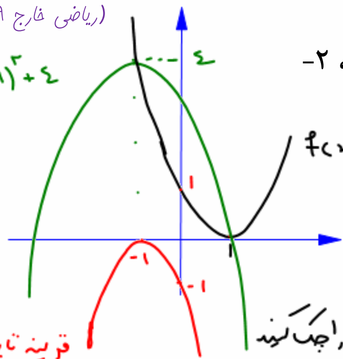
تمرین: اگر $x=2$ محور تقارن $y=f(x+1)$ باشد، محور تقارن $y=f(1-x)$ کدام است؟

۱) $x=-4$ ۲) $x=4$ ۳) $x=-2$ ۴) $x=-1$

در این تابع x به x- تبدیل شده $y=f(-x+1)$ یعنی شکل نسبت به محور yها قرینه شده پس محور تقارنش هم نسبت به محور yها قرینه می‌شود جواب $x=-2$ است. گزینه ۳

تمرین: ابتدا قرینه نمودار تابع $f(x)=(x-1)^2$ را نسبت به مبدأ مختصات رسم کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. طول نقاط تلاقی منحنی اخیر با منحنی اصلی کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۹)

۱) ۰، ۲ ۲) ۱، -۱ ۳) ۱، ۲ ۴) ۱، -۲



نکته: $A(x,y)$ و $A'(-x,-y)$ نسبت به مبدا قرینه‌اند. برای اینکه قرینه یک منحنی (تابع) را نسبت به مبدا بیابید xها را به $-x$ و y را به $-y$ تبدیل کنید.

$y=(x-1)^2 \longrightarrow -y=(-x-1)^2$ ساده کن $y=-(x+1)^2$

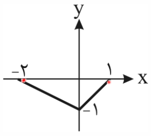
$\begin{cases} y=-(x+1)^2+4 \\ y=(x-1)^2 \end{cases}$

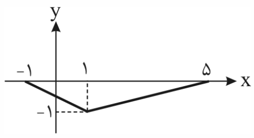
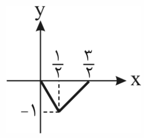
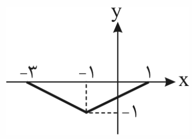
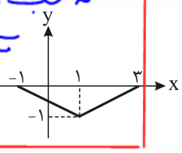
$(x-1)^2=-(x+1)^2+4$

حل کنید یا گزینه‌ها را چک کنید $\longrightarrow$ $x=1$ و $x=-1$

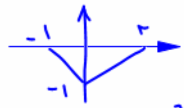
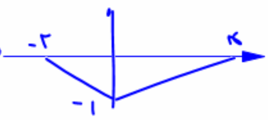
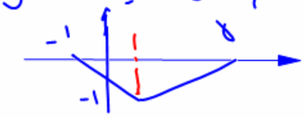
گزینه ۲ درسته!

گاهی اوقات نمودار انتقال‌یافته رو میدن و نمودار خود $f(x)$ رو می‌پرسن.

تمرین: نمودار $y=f(1-2x)$ به صورت  است، نمودار $y=f(x)$ کدام است؟

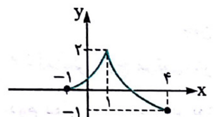
۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

$y=f(1-2x)$ راه سریع: دامنه از ۲- تا ۱ برابر ۳ است که نسبت به دامنه f نصف شده. پس دامنه f باید ۶ تا باشد که فقط در گزینه یک این طوراست.

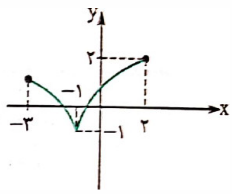
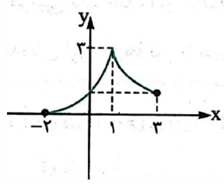
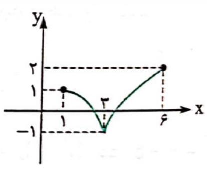
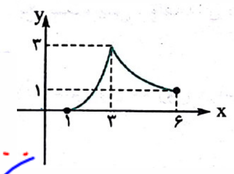
چون f بوده که به واحد به چپ رفته و x ها نصف شده و نسبت به y ها قرینه شده است. حالا برای رسیدن به $f(x)$ عمل برعکس انجام می‌دهیم اول قرینه نسبت به y ها  پس x ها دو برابر  و در آخر یک واحد به راست 

گزینه ۱ درسته

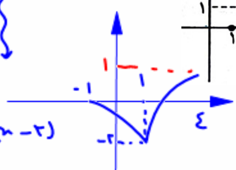
تمرین: اگر نمودار تابع $y=-f(x-2)$ به شکل مقابل باشد، نمودار تابع $y=1+f(x)$ کدام است؟



$y=-f(x-2)$

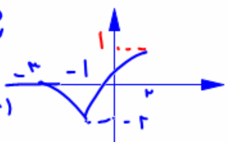
۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

قرینه نسبت به x ها

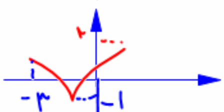


$y=f(x-2)$

۲ واحد به چپ

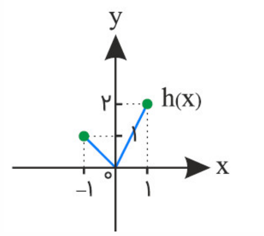


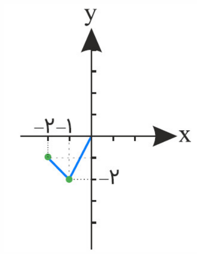
$y=f(x)$

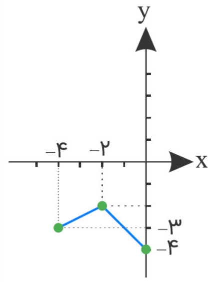


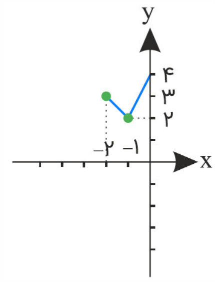
$y=1+f(x)$ گزینه ۱

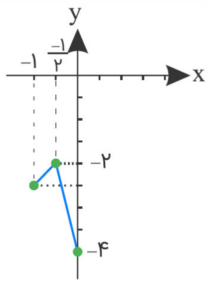
تمرین: نمودار تابع $h(x)=f(x-1)-2$ مطابق شکل زیر است. کدام گزینه نمودار تابع $-f(\frac{x}{2})$ را به درستی نشان می‌دهد؟



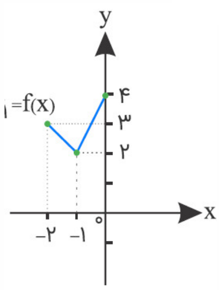
۱) 

۲) 

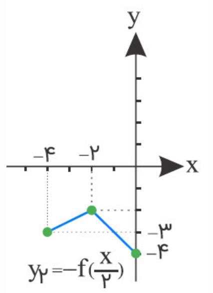
۳) 

۴) 

پاسخ: گزینهٔ «۲» ـ ابتدا باید نمودار تابع $y_1=f(x)$ را به دست آوریم. برای این منظور، کافی است نمودار $y=h(x)$ را یک واحد به سمت چپ و دو واحد به سمت بالا انتقال دهیم؛ بنابراین:



حال برای رسم $y_2=-f(\frac{x}{2})$ کافی است نمودار تابع $y_1=f(x)$ را در راستای افقی دو برابر منبسط و سپس نسبت به محور xها قرینه کنیم؛ در نتیجه تابع $y_2=-f(\frac{x}{2})$ به صورت زیر به دست می‌آید:



«تاثیر انتقال روی دامنه و برد تابع» به بردهم در تست و کنکور

۱) اگر دامنهٔ f، بازهٔ $[a,b]$ باشد، برای یافتن دامنهٔ $A.f(Bx+c)+D$ کافی است نامعادلهٔ $a\le Bx+c\le b$ را حل کنید.

تمرین: اگر دامنهٔ تابع f بازهٔ $[-2,3)$ باشد، دامنهٔ $y=5f(3x)-3$ را بیابید.

دقت کن دامنه f از ۳- تا ۲، ۳ برابر ۵ ساخته

در $f(3x)$ دامنه باید $\frac{5}{3}$ ساخته شود

ضرب ۵ و عدد ۳- در $5f(3x)-3$

دامنه $f(3x)$ را عوض نمی‌کند

$D_{f(x)}: -2\le x<3$

ورودی‌های f

$-2\le 3x<3$

$D_{f(3x)}: -\frac{2}{3}\le x<1 = D_{5f(3x)+4}$

۳x ورودی f است باید بین ۲- تا ۳ باشد

نکته‌ام

$D_f = D_{af+b}$

مثال $D_{f(x)} = D_{3f(x)+5}$

$D_{f(3x)} = D_{5f(3x)-3}$

۲) اگر دامنه‌ی $A.f(Bx+c)+D$ بازه‌ی $[a,b]$ باشد، برای یافتن دامنه‌ی $f(x)$ با قرار دادن $a \le x \le b$ ، عبارت $Bx+c$ را بسازیم و محدوده‌اش را بیابیم.

بی تأثیر در دامنه است، برد را عوض می‌کند

تمرین: اگر دامنه‌ی $y=-۲f(۴x-۱)$ بازه‌ی $[-۳,۳]$ باشد، دامنه‌ی f را بیابید.

۶ تا

دامنه $f(۴x-۱)$ با $y=-۲f(۴x-۱)$ برابره:

$-۳ \le x < ۳ \xrightarrow{\text{ضرب در ۴}} -۱۲ \le ۴x < ۱۲$ $\qquad -۱۲-۱ \le ۴x-۱ < ۱۲-۱$

$D_f \; [-۱۳,۱۱)$

۲۴ تا

۳) اگر برد f، بازه‌ی $[a,b]$ باشد، برای یافتن برد $A.f(Bx+c)+D$ کافی است برد f را در A ضرب کنیم و سپس با D جمع می‌کنیم.

تمرین: اگر برد تابع f برابر $R_f=[-\sqrt{۳},۲]$ باشد، برد تابع $y=\sqrt{۲}f(x-۱)+۱$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۵ $\qquad$ ۲) ۲ $\qquad$ ۳) ۳ $\qquad$ ۴) ۴

بی تأثیر در برد است زیرا تابع را به راست می‌برد.

$-\sqrt{۳} \le \quad \le ۲$

$\sqrt{۲}(-\sqrt{۳}) \le \quad \le \sqrt{۲}(۲)$

$۱+\sqrt{۲}(-\sqrt{۳}) \le \quad \le \sqrt{۲}(۲)+۱$

$R_{\sqrt{۲}f(x-۱)+۱} : [\overset{-۱/...}{۱-\sqrt{۶}} , \overset{۳/۸}{۲\sqrt{۲}+۱}]$

$\boxed{-۱,۰,۱,۲,۳}$ ۵ تا درسته

تمرین: دامنهٔ تابع $y=\dfrac{-f(x)}{۲}$ به صورت $[۰,۴)$ است. دامنهٔ تابع $y=-f(\dfrac{-x}{۲})$ کدام است؟

۱) $[-۸,۰]$ $\qquad$ ۲) $(-۸,۰]$ $\qquad$ ۳) $[۰,۸]$ $\qquad$ ۴) $[۰,۸)$

پاسخ: گزینهٔ «۲» ـ می‌دانیم دامنهٔ توابع $y=\dfrac{-f(x)}{۲}$ و $y=f(x)$ برابر است. (قبوله؟) پس داریم:

$$D_{-\frac{f(x)}{۲}}=D_{f(x)}=[۰,۴)$$

از طرفی برای محاسبهٔ دامنهٔ تابع $y=-f(\dfrac{-x}{۲})$ می‌توان نوشت:

$$۰ \le -\frac{x}{۲} < ۴ \xrightarrow{\times(-۲)} -۸ < x \le ۰$$

پس دامنهٔ تابع $y=-f(-\dfrac{x}{۲})$ برابر $(-۸,۰]$ است.

تمرین: اگر برد تابع $y=f(x-۱)$ به صورت $[۰,۲)$ باشد، برد تابع $y=-۳f(۲-x)+۱$ کدام است؟

۱) $(-۱,۵]$ $\qquad$ ۲) $[-۱,۵)$ $\qquad$ ۳) $(-۵,۱]$ $\qquad$ ۴) $[-۵,۱)$

پاسخ: گزینهٔ «۳» ـ می‌دانیم انتقال افقی روی برد تابع اثر ندارد یعنی برد دو تابع $f(x-۱)$ و $f(۲-x)$ یکی است. حالا شروع می‌کنیم و محدودهٔ برد تابع خواسته‌شده را پیدا می‌کنیم، پس داریم:

$$۰ \le f(۲-x) < ۲ \xrightarrow{\times(-۳)} -۶ < -۳f(۲-x) \le ۰ \xrightarrow{+۱} -۵ < -۳f(۲-x)+۱ \le ۱$$

پس برد تابع $y=-۳f(۲-x)+۱$ بازهٔ $(-۵,۱]$ است.