



آموزش آنلاین

ریاضی جامع کنکور

(دهم – یازدهم – دوازدهم)

به روش انحصاری

I.P.P.P & P.B.L

مدرس: دکتر سامان سلامیان

بانک تست مبتنی + درس + نکته + تست + امتحان نهایی

به نام خردمند خردآفرین

مجموعه حاضر برای کلاس‌های آنلاین سالانه کنکور تجربی و حسابان رشته ریاضی دوره متوسطه دوم، گردآوری و تنظیم شده است. هدف این مجموعه؛ نجات مخاطب از یادداشت‌برداری و نوشتن جزوه در طول کلاس است. مطالب مفهومی و تکمیلی و نکات کنکوری سال‌های دهم و یازدهم و دوازدهم به صورت مبحثی و فصل به فصل آورده شده است. در کلاس آنلاین فرصتی برای گفتن و نوشتن جزوه نداریم. البته برای حل مثال‌های سر کلاس و مقایسه میزان یادگیری دانش‌آموزان برای حل مسئله‌ها به طور آنلاین زمانی در کلاس خواهیم گذاشت ولی فرصت نوشتن تمیز و با وسواس نخواهیم داد. پس این جزوه؛ گزارش اتفاقات هر جلسه درس خواهد بود. با توجه به اهمیت یافتن امتحان نهایی و نمره تشریحی درس ریاضی؛ به کمک جلسات ویژه امتحان نهایی و درسنامه‌های همراه با تمرین‌های تشریحی امتحانات کشوری؛ بدنه اصلی درس برای آمادگی امتحانات تشریحی مدرسه و نهایی ارائه می‌شود که دانش‌آموزان دوازدهم قدرت و توان برگه نویسی موثر برای امتحان مدرسه و تسلط بر کتاب وزارتخانه آموزش و پرورش را کسب کنند و سپس با حل تمرین‌ها و تست‌های متنوع؛ نکات کنکوری و جالبی که در کنکورهای آزمایشی استاندارد طرح می‌شود؛ آموزش داده می‌شود. روش تدریس در کلاس منطبق بر آخرین تغییرات کتاب درسی وزارتخانه آموزش و پرورش و بخشنامه‌های سازمان سنجش آموزش کشور است. با توجه به سابقه ربع قرن تدریس ریاضیات کنکور «روش مفهومی» و «حل مسئله به کمک حل مسئله» در این مجموعه به کار گرفته شده است که در تمام این سال‌ها موفق بوده است. تکلیف (Homework) در انتهای هر درس تست‌ها و تمرین‌های متعددی همراه با پاسخ تشریحی بسیار گویا و دقیق گذاشته شده که خارج از کلاس و به صورت خودآموز هم می‌توانند راهگشای حل مسئله‌ها و حل تست‌های جدید باشند. سعی شده است که دانش‌آموز با کار کردن کامل این مجموعه به هیچ سوال جدیدی از نظر محتوا در مدرسه و امتحان و کنکور آزمایشی و سراسری برخورد نکند و پوشش کامل بر نکات داخل کتاب و حاشیه امن خارج از کتاب داشته باشد. اگر قصد دارید در ابتدای شروع کلاس‌ها به خودتان قول دهید که «امسال ریاضی را «می‌خوانم» با من همراه نشوید؛ زیرا اصلاً ریاضی خواندنی نیست؛ بلکه نوشتنی و مسئله حل‌کردنی و توضیح‌دانی است. ریاضی را به این نیت یاد بگیرید که قرار است به کسی درس بدهید. مهمترین ابزار موفقیت در ریاضی؛ تمرین کردن و حل مسئله به کمک نوشتن در چرکنویس؛ توضیح دادن به خود یا یک شاگرد خیالی و حل مسئله‌های جدید است. سوالات مجموعه؛ سوالات رایج امتحانات مدارس برتر تهران؛ سوالات و تست‌های تالیفی؛ تست‌های کنکور سراسری و آزمون‌های آزمایشی استاندارد است؛ به طوری که با سلیقه طراحان مختلف در تمام کشور آشنا خواهید شد. همراهی آنلاین و بدون غیبت در کلاس آنلاین؛ حضور پر رنگ و شرکت فعال در بحث‌های کلاس و گروه رفع اشکال؛ حل همه تکالیف و مقایسه و تحلیل جواب‌ها با پاسخنامه؛ تنها راه گرفتن نمره کامل «بیست» در آزمون و درصد خوب در آزمونهای تستی است. اگر در ریاضی به مرحله‌ای رسیدید که؛ حل یک مسئله شما را شاد کرد و ذوق زده شدید و یا با خواندن و حل یک تست به طراح آن تست «آفرین» گفتید که با چه روش جالبی؛ فلان موضوع را پنهان کرده است یا مورد سوال قرار داده؛ یعنی اینکه دارید؛ مسیر یادگیری ریاضی را درست می‌پیمایید. تکرار می‌کنم پیشرفت در ریاضی فقط با «حل مسئله» و «تکرار و تمرین» امکان‌پذیر است. بدون کاغذ چرکنویس و تمام کردن خودکارهای متعدد؛ ریاضی شما رشد نمی‌کند. تدریس به خود یا شاگرد واقعی یا حتی خیالی با صدای بلند نیز در رشد مهارت‌های ریاضی شما موثر است. سعی کنید؛ تکالیف (Homework) پاسخنامه‌دار آخر هر درس هر فصل را؛ خودتان حتماً حتماً حل کنید و به کمک پاسخنامه نمره یا درصد برای خود حساب کنید. مثل قد و وزن خود که آن را می‌دانید؛ دانستن درصد یادگیری ریاضی خودتان در هر لحظه شما را به پیشرفت علاقه‌مندتر خواهد ساخت. در هر قسمت از درس ابتدا قسمت‌های مشترک هر دو رشته تدریس می‌شود و قسمت‌های محدود مرتبط با رشته ریاضی و حسابان جداگانه تدریس می‌شود. دانش‌آموزان رشته ریاضی مطالب هندسه تالس و تشابه و آمار و شمارش و احتمال را می‌توانند با این مجموعه دوره کنند و به صورت مهمان سر کلاس باشند البته که این مطالب را در کلاس هندسه و جبر و احتمال و گسسته خود کامل‌تر خواهند خواند. البته می‌توانند در جلساتی که این مباحث تدریس می‌شوند به‌عنوان میهمان سر کلاس باشند.

این مجموعه برای راهنمای تدریس معلمان ریاضی سراسر کشور و دانشجویان دانشگاه فرهنگیان گرایش دبیری ریاضی توصیه می‌شود. استفاده از این مجموعه با ذکر منبع بلامانع است و در غیر این صورت ایراد شرعی و اخلاقی دارد.

بهر روز باشید.**دکتر سامان سلامیان**

فهرست مندرجات

عنوان	صفحه
فصل صفر	
معرفی دستگاه مختصات و مختصات یک نقطه	۱
تابع	
زوج مرتب	۴۹
تابع گویا	۸۰
تابع رادیکالی	۹۷
جزء صحیح	۱۰۶
تابع مرکب	۱۲۰
قدر مطلق	۱۴۱
تبدیل نمودار توابع	۱۷۷
توابع چند جمله‌ای	۲۱۳
توابع صعودی و نزولی	۲۴۵
معادله درجه دو، سهمی، معادله گویا و گنگ	
معادله درجه دوم	۲۹۹
رابطه بین ریشه‌های یک معادله درجه دوم	۳۰۹
معادله دو مجذوری (درجه چهار)	۳۳۴
نامعادله‌ها - تعیین علامت	۳۴۸
نمودار تابع درجه دوم	۳۵۸
تقسیم و روابط آن	۳۹۲
مثلثات	
نسبت‌های مثلثاتی	۳۹۹
جهت مثلثاتی	۴۱۵
واحدهای کمان و زاویه	۴۳۰
نسبت‌های مثلثاتی α و $-\alpha$ (قرینه)	۴۳۶
روابط بین نسبت‌های مثلثاتی	۴۵۲
نسبت‌های مثلثاتی $\alpha \pm \beta$ (ویژه حسابان)	۴۶۵
فرمول‌های کمان 2α	۴۸۴
معادلات مثلثاتی	۵۰۷
دوره تناوب	۵۵۱
تانژانت	۵۹۱
حد و پیوستگی	
حد	۶۲۱
حالت صفر صفرم	۶۴۴
حد بی‌نهایت	۶۹۶

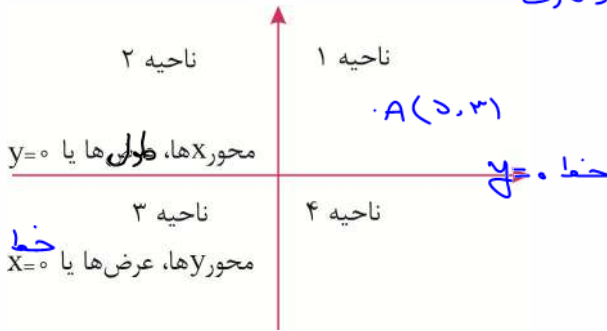
عنوان	صفحه
حد در بی نهایت.....	۷۲۸
پیوستگی.....	۷۵۹
پیوستگی در بازه.....	۷۶۸
همسایگی.....	۷۷۳
همسایگی چپ و راست.....	۸۱۲
مشتق	
آشنایی با مفهوم مشتق.....	۸۲۲
محاسبه مشتق.....	۸۳۶
ساده سازی و سپس مشتق گیری.....	۸۵۷
مشتق توابع شامل قدرمطلق.....	۸۹۲
مشتق پذیری و پیوستگی.....	۹۱۴
آهنگ تغییر.....	۹۷۸
کاربرد مشتق	
توابع صعودی و نزولی - بررسی جهت تغییرات تابع.....	۱۰۲۱
نقاط بحرانی.....	۱۰۳۱
اکسترمم مطلق.....	۱۰۵۵
اکسترمم نسبی.....	۱۰۸۰
بررسی نمودارها.....	۱۱۱۰
بهینه سازی.....	۱۱۳۵
عطف و تقعر (ویژه رشته ریاضی).....	۱۱۶۸
هندسه	
تفکر تجسمی و آشنایی با مقاطع مخروطی.....	۱۲۶۲
بیضی.....	۱۲۹۵
دایره.....	۱۳۱۶
وضعیت یک نقطه و دایره نسبت به هم.....	۱۳۳۳
احتمال کل دوازدهم.....	۱۳۹۵
شمارش بدون شمردن.....	۱۴۱۸
فاکتوریل.....	۱۴۲۵
جایگشت.....	۱۴۲۹
ترکیب.....	۱۴۴۱
احتمال.....	۱۴۵۹
احتمال شرطی.....	۱۴۸۴
پیشامد مستقل.....	۱۵۰۴
آمار.....	۱۵۲۱
تابع نمایی و لگاریتمی.....	۱۵۴۴
تالس و تشابه.....	۱۵۵۰
الگو و دنباله.....	۱۵۸۰

ریاضیات پایه دوازدهم

فصل صفر

صفحه دمارت

معرفی دستگاه مختصات و مختصات یک نقطه:



نقطه $A(x,y)$ (دولفه اول)

(ایگرگ، ایکس) A

(عرض، طول) A

(.....،)

(.....،)

بالا یا پایین یا روی محور قائم
چپ یا راست روی محور افقی

چهارم	سوم	دوم	اول	ناحیه یا ربع
+	-	-	+	x
-	-	+	+	y

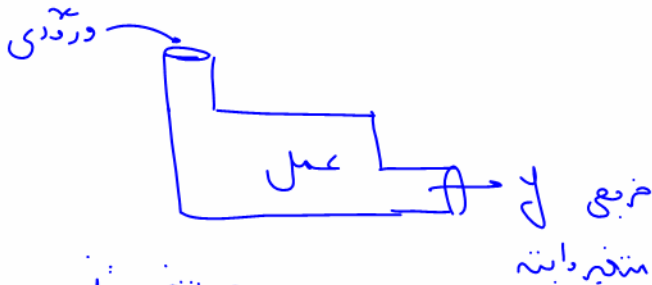
تمرین: اگر نقطه $A(m+2, 2m-1)$ در ناحیه چهارم دستگاه مختصات باشد و $m \in (a, b)$ بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

$m \in \emptyset$ (۴) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

$$A \begin{cases} x = m + 2 > 0 & m > -2 & \text{(الف)} \\ y = 2m - 1 < 0 & m < \frac{1}{2} & \text{(ب)} \end{cases}$$

$b - a = \frac{1}{2} - (-2) = \frac{5}{2}$

تابع $y = f(x)$ چیست؟ x تابعی از x است y بیرون و در دنباله روی x است.

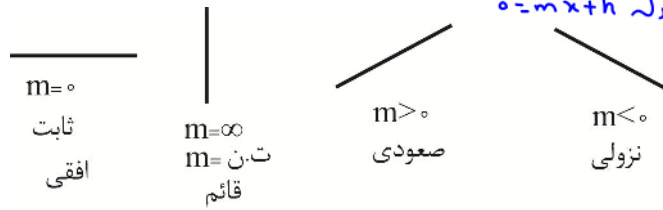
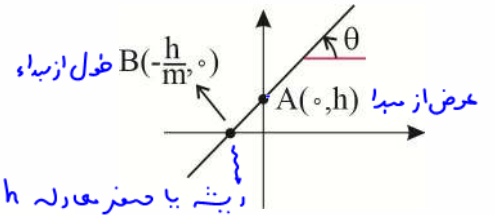


x متغیر مستقل
 لا، دیزودن ایکه، اول ایسی جنبه دنبالش
 لا عوض متغیر وی جنبه

جهت نگاه کردن به نمودار
چپ به راست

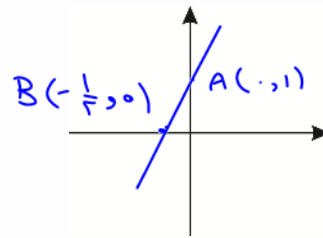
معادله خط راست یا تابع خطی:

عرض از مبدأ
 $y = f(x) = mx + h$
شیب یا ضریب زاویه = $\tan \theta$

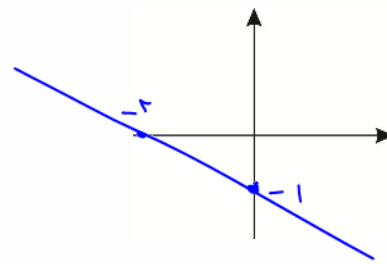


رسم خط: با ۲ نقطه

x	صفر	$-\frac{1}{2}$
$y = 2x + 1$	$y = 1$ A(0, 1)	صفر B(-1/2, 0)

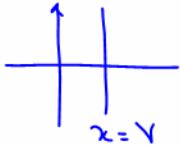


x	صفر	-2
$y = -\frac{x}{2} - 1$	-1	صفر



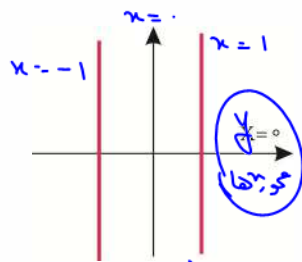
شکل تابع: هر خط دوازدهم محورهای

تابع را حد التشریک جابجایی کنه

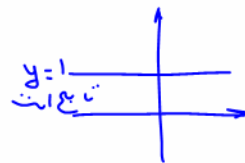


$x = 2$

تابعیت در این خط تمام
شکل را در بی نهایت جابجایی کنه

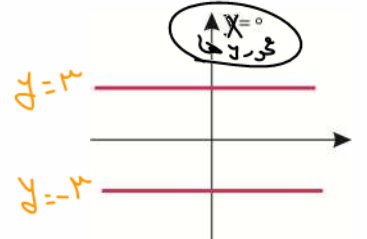


خط قائم $x = k$
موازی محور y ها
تابع نیست

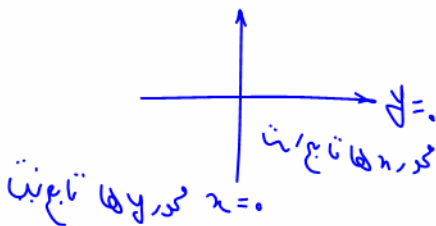


$y = 1$
تابع است

خطهای خاص:

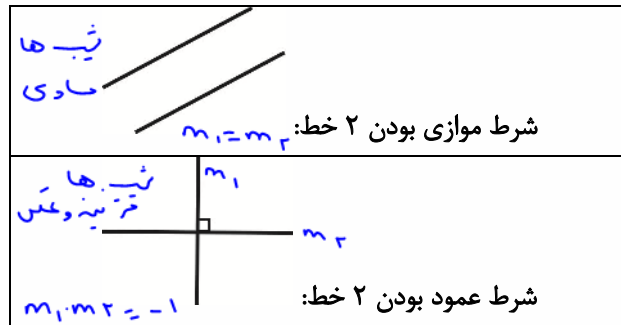


خط افقی $y = k$
موازی محور x ها
تابع است



محورهای تابع است
 $x = 0$ محورهای تابع نیست

توجه: دو خط $y = m_1x + h_1$ و $y = m_2x + h_2$ را در نظر بگیرید:



$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ 3y + 7x + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x + 1 \\ 3y = -7x - 9 \\ y = -\frac{7}{3}x - 3 \end{cases}$$

دو خط موازیند.

موازی

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = 2x - 7 \end{cases}$$

عمود

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + 8 \end{cases}$$

$$m_1 = -\frac{1}{m_2}$$

صورت دیگر معادله خط:

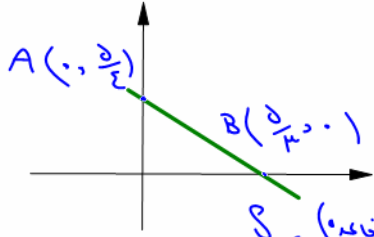
$$ax + by + c = 0$$

$$by = -ax - c \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

گیراننداره حصر شده

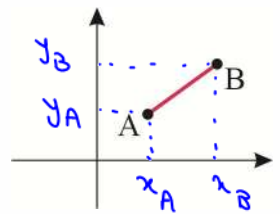
تمرین: مساحت محصور بین خط $3x + 4y = 5$ و محورهای مختصات کدام است؟

$$\frac{12}{25} \text{ (۴)} \quad \frac{25}{12} \text{ (۳)} \quad \frac{24}{25} \text{ (۲)} \quad \frac{25}{24} \text{ (۱)}$$



$$S_{\Delta} = \frac{(ارتفاع)(طول)}{2} = \frac{(\frac{5}{4})(\frac{5}{3})}{2} = \frac{25}{24}$$

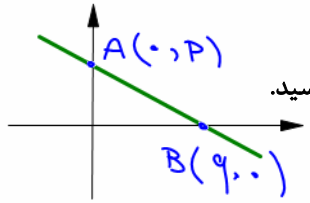
شیب خط بین دو نقطه:



$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

نوشتن معادله خط با داشتن دو نقطه $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$:

$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} (x - x_A)$$



تمرین: معادله خط عبوری از نقاط $A(0, p)$ و $B(q, 0)$ را بنویسید.

جائدهای

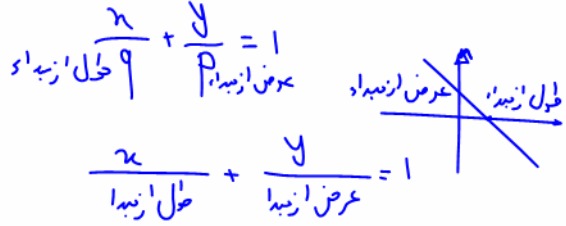
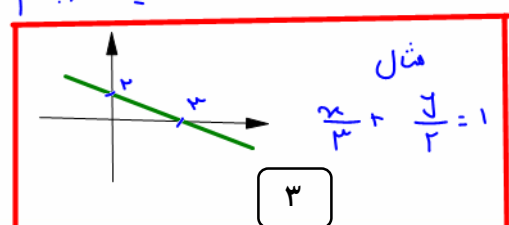
$$y - p = \frac{0 - p}{q - 0} (x - 0)$$

$$y = -\frac{p}{q}x + p$$

جواب سؤال که بهتر است آن را شیب بنویسیم 😊

$$9y = -px + pq \Rightarrow px + 9y = pq$$

طرف تقسیم بر ۹



نوشتن معادله خط با داشتن یک نقطه و شیب:

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

تمرین: معادله خط عبوری از $A(2, -1)$ که عمود بر خط $3x + 4y = 1$ می باشد، کدام است؟

جانتاری

$$-1 - (-1) = \frac{4}{3} (2 - 2)$$

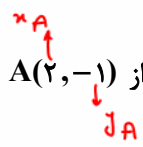
$$-1 + 1 = \frac{4}{3} x - \frac{1}{3}$$

$$-1 = \frac{4}{3} x - \frac{1}{3} - 1 = \frac{4}{3} x - \frac{11}{3}$$

$$-2 = \frac{4}{3} x - \frac{11}{3} \quad \rightsquigarrow \quad 4x - 3y = 11$$

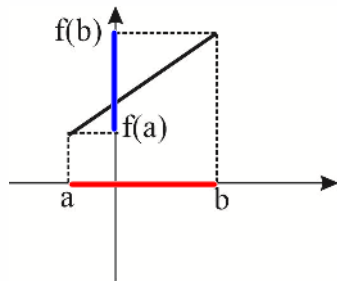
$$m' = \frac{4}{3}$$

تقسیم بر ۴
 $4y = -3x + 1$
 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$
 عکس دقربینه

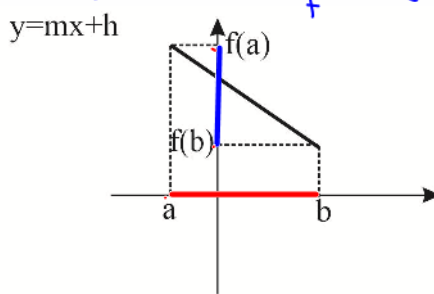


دامنه و برد خط $y = mx + h$

Domain دامنه: محدوده تغییرات x
 Range برد: محدوده تغییرات y



$m > 0$ صعودی



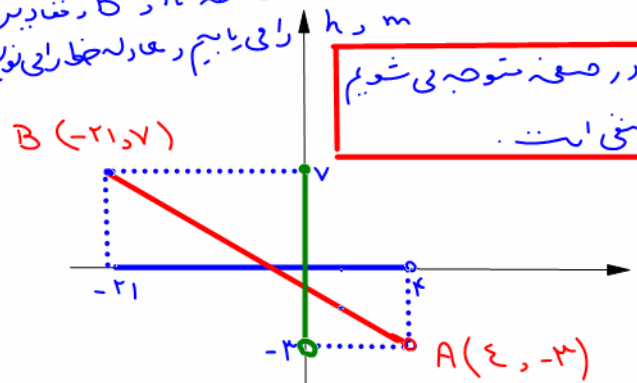
$m < 0$ نزولی

دامنه $D_f : [a, b]$
 برد $R_f : [f(a), f(b)]$

دامنه $D_f : [a, b]$
 برد $R_f : [f(b), f(a)]$

نقطه نزولی یا صعودی
 تمرین: یک تابع خطی با دامنه $[-21, 4]$ و برد $[-3, 7]$ مفروض است، حاصل $[3f(1)]$ کدام است؟ (نماد $[]$ جزء صحیح است). عدله خط را

$y = mx + h$ فرض می کنیم با داشتن مختصات دو نقطه A و B در تقاطع h و m را می یابیم و عدله خط را می نویسیم



بجای گذاشتن A و B در معده متوجه می شویم که خط نزولی با شیب منفی است.

نقطه پُر یا طر بسته بودن بازه

$A(4, -3)$ و $B(-21, 7)$
 $-3 = 4m + h$
 $7 = -21m + h$

تابع خطی $y = mx + h$
 نقطه $A \leftarrow -3 = 4m + h$
 نقطه $B \leftarrow 7 = -21m + h$

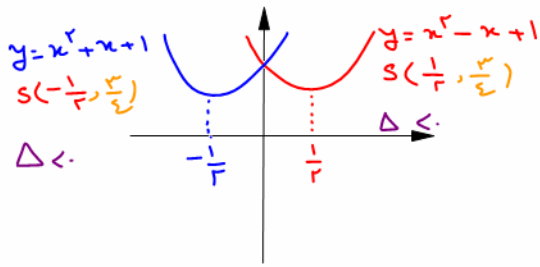
ضرب در منفی

$$\begin{cases} 3 = -4m - h \\ + 7 = -21m + h \end{cases}$$

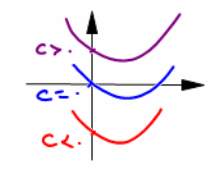
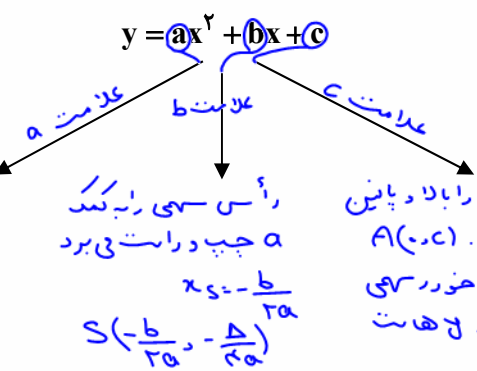
$$10 = -25m$$

$$m = -\frac{2}{5}$$

$y = -\frac{2}{5}x + h$
 $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{7}{5}$
 $f(1) = -\frac{2}{5} - \frac{7}{5} = -\frac{9}{5}$
 $[3f(1) = -\frac{27}{5} = -5, \dots] = -7$
 $h = -3 + \frac{1}{5} = -\frac{14}{5}$



معرفی تابع درجه دوم یا ۳ جمله‌ای درجه ۲ یا سهمی: $f(x) = ax^2 + bx + c$



با زوایه کردن دهانه سهمی است هر چه |a| بیشتر باشد دهانه بسته تر است. $a < 0$ و $a > 0$
 و $a = 0$ تبدیل به خط $y = bx + c$ می شود.

علامت a: $a > 0$ دهانه رو بالا و پایین می برد. $A(0, c)$ محل برخورد سهمی با محور y هاست.
 علامت b: رأس سهمی را می کند. a چپ در راست می برد. $x_s = -\frac{b}{a}$
 $S(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$

نکات مهم:

$\Delta = b^2 - 4ac$ مبین یا بی تاثیر تعداد ریشه هاست. $\Delta > 0$ ۲ ریشه. $\Delta = 0$ یک ریشه مضرب. $\Delta < 0$ ریشه حقیقی ندارد.

یک معادله درجه دو ~~همیشه~~ ریشه دارد.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} = \Delta}{2a} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

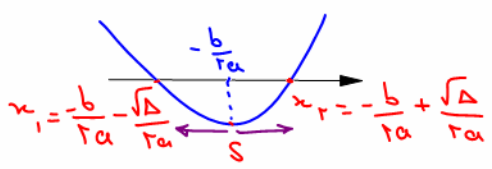
ریشه یا صفر معادله در صورت وجود: به صورت متقابل است.

جمع ریشه‌ها در صورت وجود: $S = -\frac{b}{a}$

ضرب ریشه‌ها در صورت وجود: $P = \frac{c}{a}$

معادله محور تقارن: $x_s = -\frac{b}{2a}$

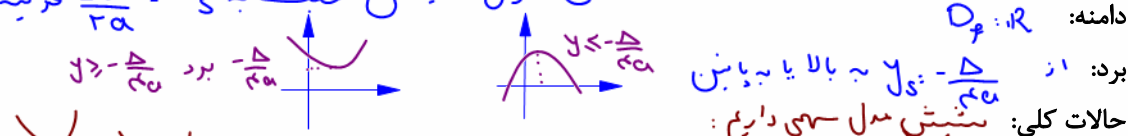
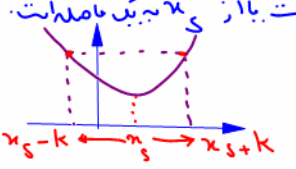
مختصات رأس: $S(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$



$$f(-\frac{b}{2a}) = a(-\frac{b}{2a})^2 + b(-\frac{b}{2a}) + c = -\frac{\Delta}{4a}$$

اکسترمم: **مینیمم** یا **ماکزیمم** و منظر عرض یا **y آن است**. $\frac{4ac - b^2}{4a} = y_s = -\frac{\Delta}{4a}$

ویژگی مهم: هر دو نقطه هم عرض روی سهمی **طول هایشان نسبت به x_s برابر است**. $\frac{b}{2a} = x_s$ **قرینت** است. باز x_s **بیک نامدهات** دامنه: $D_f = \mathbb{R}$



برد: از $y_s = -\frac{\Delta}{4a}$ به بالا یا به پایین. **حالات کلی:** **شش** مدل سهمی داریم.

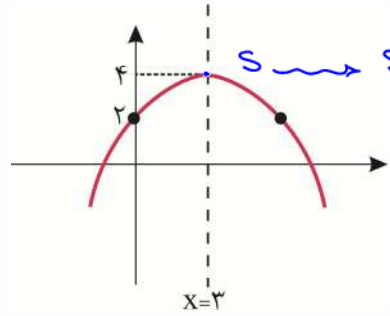
آبالت: $(\Delta \text{ مدل ۱}) \times (\Delta \text{ مدل ۲}) \times (\Delta \text{ مدل ۳}) =$ **صورتها**

$a > 0$	$a > 0$	$a > 0$	$a < 0$	$a < 0$	$a < 0$
$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$

نوشتن معادله سهمی با داشتن رأس و یک نقطه:

$$y = a(x - x_s)^2 + y_s$$

تمرین: معادله سهمی مقابل را بنویسید. کافی است در فرمول تن جایگذاری کنیم.



رأس $S(3, 4)$
 یک نقطه $A(0, 2)$
 نقطه A روی تابع است.

$$y = a(x - x_s)^2 + y_s$$

$$y = a(x - 3)^2 + 4$$

$$2 = a(0 - 3)^2 + 4$$

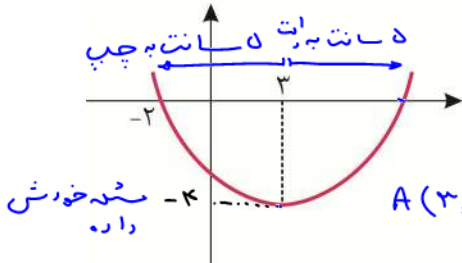
$$-2 = 9a$$

$$a = -\frac{2}{9}$$

جواب: $y = -\frac{2}{9}(x - 3)^2 + 4$

نوشتن معادله سهمی با داشتن دو ریشه:

ریشه اول ریشه دوم
 $y = a(x - x_1)(x - x_2)$



تمرین: اگر معادله شکل مقابل $y = ax^2 + bx + c$ باشد، $f(-1)$ کدام است؟

دو ریشه: $x_1 = 3 - 5 = -2$ $x_2 = 3 + 5 = 8$

نقطه $S(3, -4)$ روی سهمی است:

$y = a(x - x_1)(x - x_2)$

$A(3, -4) \in y = a(x - (-2))(x - 8)$

$-4 = a(3+2)(3-8)$

$-4 = -25a$

$\frac{4}{25} = a$ $f(x) = \frac{4}{25}(x+2)(x-8) \rightarrow f(-1) = \frac{4}{25}(-9) = -\frac{36}{25}$

نوشتن معادله سهمی با داشتن ۳ نقطه:

یک راه طولانی این است که $y = ax^2 + bx + c$ را در نظر گرفته و با صدق دادن مختصات سه نقطه و حل سه معادله سه مجهول a و b و c را پیدا می‌کنیم. اما راه ساده‌تر:

راه اول: معادله ۳ مجهول

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f(2) = 4a + 2b + c = 4$

$f(0) = 0 + 0 + c = 3$

$f(-1) = a - b + c = 2$

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 3$

بین ۲ از نقطه‌ها به رابعه صحنی بنویس (کارده خط با نقطه بنویس)

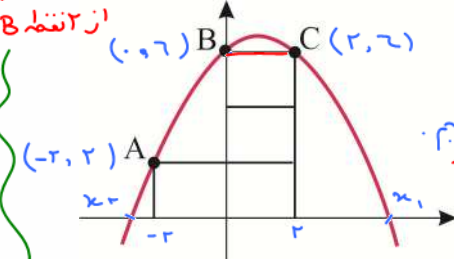
تمرین: معادله یک سهمی بنویسید که از نقاط $A(2, 4)$ و $B(0, 3)$ و $C(-1, 2)$ بگذرد.

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 4 \\ a - b + c = 2 \\ c = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + 2b + 3 = 4 \\ a - b + 3 = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 1 \\ a - b = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 1 \\ 4a - 2b = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8b = -3 \\ b = -\frac{3}{8} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = b - 1 = -\frac{11}{8} \\ c = 3 \end{cases}$$

$y = (x+3) + a(x-0)(x+1)$
 $4 = (2+3) + 7a \rightarrow a = -\frac{1}{7} \rightarrow y = -\frac{1}{7}x(x+1) + x + 3 = -\frac{1}{7}x^2 + \frac{6}{7}x + 3$

روش دیگر نوشتن معادله سهمی بین ۳ نقطه A, B, C

تمرین: چهار مربع به ضلع ۲ مانند شکل کنار یکدیگر قرار دارند. یک سهمی از نقاط A, B و C عبور کرده و محور xها را در دو نقطه قطع می‌کند. فاصله نقاط تقاطع چند است؟ (نزال برصد اول السید ریاضی ۱۴۰۰)



ابتدا داشتن سه نقطه $A(-2, 2), B(0, 6), C(2, 6)$

کارده سهمی رابعی بنویس تا مثل اینها یعنی D را بیایم.

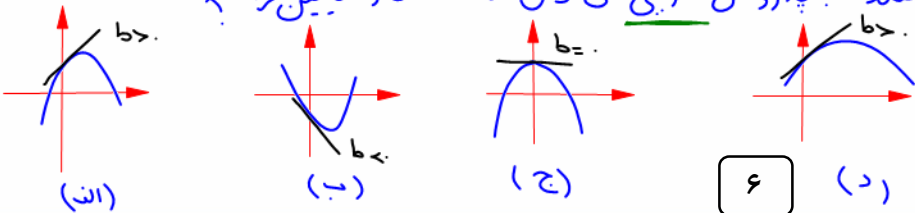
فاصله بین ۲ ریشه همان تقاض ریشه هاست $D = \frac{|x_1 - x_2|}{|a|} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

- ۱ (۱)
- ۲ (۲) $2\sqrt{13}$
- ۳ (۳) $5\sqrt{2}$
- ۴ (۴) $3\sqrt{7}$
- ۵ (۵) ۸

$A(-2, 2) \in$ سهمی $y = 7 + a(x-0)(x-2) \rightarrow 2 = 7 + a(-2)(-2-2) \rightarrow a = -\frac{1}{4}$

$y = -\frac{1}{4}x(x-2) + 7 = -\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 7 \rightarrow |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{13}}{|-\frac{1}{4}|} = 4\sqrt{13}$

پیش: آرنجودار $y = ax^2 + bx + c$ را بدهند، چه روشی می‌توان علامت b را تعیین کرد؟





$[2] = 2$ $[2,3] = 2$
 کسند یا مادی

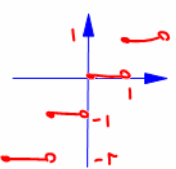
معرفی تابع جزء صحیح: بزرگترین عدد صحیح نایبتر از x

if $n \in \mathbb{Z}$, $n \leq x < n+1 \rightarrow [x] = n$

$-4 < x < -3 \rightarrow [x] = -4$
 $-4 \leq x < -3 \rightarrow [x] = -4$
 $-4 < x < -1 \rightarrow [x] = -4$ یا -3 یا -2 یا -1
 $\sqrt{2} < x < \sqrt{3} \rightarrow [x] = 1$

$[-x] = \begin{cases} -[x] & x \in \mathbb{Z} \\ -[x]-1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$
 جزوی Partial
 $x = [x] + P$ هر عدد x
 $2,3 = 2 + 1,3$ $7 = 7 + 0$ $-2,3 = -3 + 1$
 P اعداد حسی: کسب حسی اعداد P اعداد مثبت: اعداد P

$y = [x] + [-x] = \begin{cases} x & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$
 دوره تناوب $T = 1$
 $D_f: (-\infty, +\infty)$
 $R_f: \{0, -1\}$



سؤال ۷: دامنه و برد $y = [x]$ چه اعداد حقیقی را می‌تهد: $x \in (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$ دامنه
 برد $y \in \mathbb{Z}: \{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
 خروجی یا برد $[x]$ اعداد صحیح است.

سؤال ۸: دامنه و برد $y = [x]$ تابع از x است یعنی نوی U اینس را بزم. دامنه تابع همان دامنه U است و برآنت دامنه را کج من ننی کنه ولی برد $[U]$ زیر مجموعه ای از اعداد صحیح است.

$y = [1/x]$ $D_f: \mathbb{R} - \{0\}$ $R_f: \mathbb{Z}$
 $y = [\sqrt{x}]$ $D_f: [0, +\infty)$ $R_f: \{0, 1, 2, \dots\} = \mathbb{N}$
 $y = [x^2 - 2x]$ $D_f: \mathbb{R}$ $R_f: \{-1, 0, 1, 2, \dots\}$

$[x+k] = [x] + k \quad (k \in \mathbb{Z})$
 $[x+0,1] \neq [x] + 0,1$ $[x+1] = [x] + 1$ $[x-5] = [x] - 5$

$[x + [x]] = [x] + [x] = 2[x]$
 $[x - [x]] = [x] - [x] = 0$

$[a+b] = \begin{cases} [a] + [b] & \text{مجموع اعداد } a, b > 1 \\ [a] + [b] + 1 & \text{مجموع اعداد } a, b < 1 \end{cases}$
 $[2,7] + [3,8] = 5,3 = 5 = [2,1] + [3,2]$ $0,1 + 0,2 < 1$
 $[2,7] + [3,8] = 5,5 = 6 \neq [2,7] + [3,8] = 5 + 5 = 10$ $0,7 + 0,8 > 1$
 $[-2,7] + [-3,8] = -5,5 = -7 = [-2,7] + [-3,8] = -2 - 5 = -7$

$x = [x] + P$
 $-2,7 = [-2,7] + P = -3 + 0,3$
 $-3,8 = [-3,8] + P = -4 + 0,2$

$f(x) = x - [x]$
 تابع جزء اعشاری
 $0 \leq x < 1 \rightarrow y = x$
 $1 \leq x < 2 \rightarrow y = x - 1$
 $2 \leq x < 3 \rightarrow y = x - 2$
 $3 \leq x < 4 \rightarrow y = x - 3$
 $T = 1$ متناوب است

هر رسم $[U] = y$ با داشتن U : را یکیش خط های متوالی $y = k$ و $y = k+1$ که $k \in \mathbb{Z}$ را رسم کن برجا U به این خط ها خود را را نقطه پرته از سایه قهوه ای بین خط را ردی خط یا بین تر کش زیر هر نقطه پر یک نقطه توخالی است.
 $y = \sin x$
 $y = [\sin x]$

$$|u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases}$$

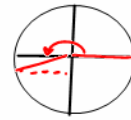
$$|-5| = -(-5) = 5$$

$$\left| \sqrt{2} - \sqrt{3} \right| = -(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

۱,۴-۱,۷<

$$\left| \sqrt{2} - 194 \right| = -\sqrt{2} + 194$$

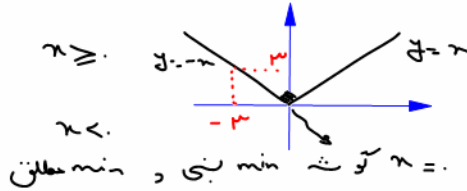
عدد منفی



معرفی تابع قدر مطلق:

خرد جی قدر مطلق نامنتی است (مثبت یا صفر).

$$y = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$



x = ...
min منبج و min منطلق

نمادی هم

$$\begin{cases} u^2 < a^2 \rightarrow |u| < a \xrightarrow{a>} -a < u < a \\ u^2 = a^2 \rightarrow |u| = a \xrightarrow{a>} u = \pm a \\ u^2 > a^2 \rightarrow |u| > a \xrightarrow{a>} u < -a \text{ یا } u > a \end{cases}$$

مثال

$$|2x+1| < 1 \rightarrow -1 < 2x+1 < 1 \rightarrow -1 < x < 0$$

$$|x^2-1| = 2 \rightarrow \begin{cases} x^2-1=2 & x^2=3 & x = \pm\sqrt{3} \\ x^2-1=-2 & x^2=-1 & \text{غلق} \end{cases}$$

$$|2x+1| > 3 \rightarrow \begin{cases} 2x+1 > 3 & x > 1 \\ 2x+1 < -3 & x < -2 \end{cases}$$

$$|a+b| \leq |a| + |b|$$

$$|-10+2| = |-8| = 8 < |-10| + |2| = 12$$

$$|(-2)+(-7)| = |-9| = 9 = |-2| + |-7| = 9$$

حالت تارک برای هر دو هم علامت است



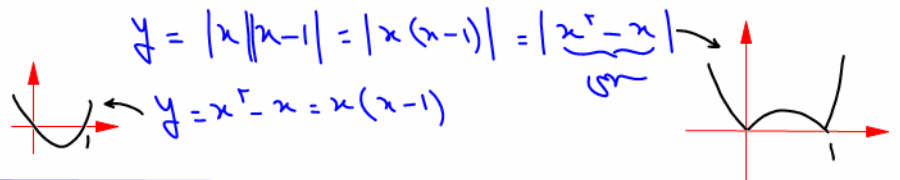
نمادی مثلثی

$$|a-b| \geq |a| - |b|$$

قضیه چهارم (خرد) در هر مثلث یک ضلع ($\vec{a+b}$) از مجموع دو ضلع دیگر کوچکتر است.

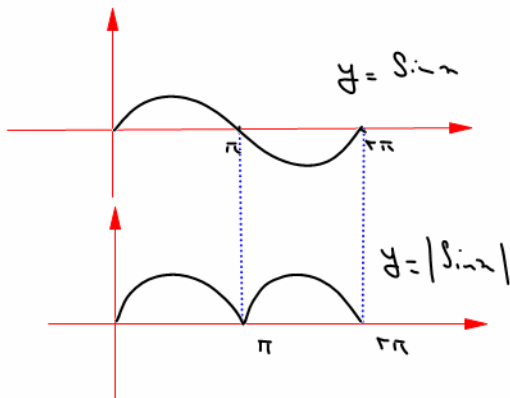
$$|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$



رسم $y = |u|$ با داشتن u : ابتدا $u = x$ را می کشیم، سپس بخش هایی از u را که زیر محور x هستند را پاک می کنیم

و قرینه قسمتهای پاک شده را عمود بالای محور x های کشیم.

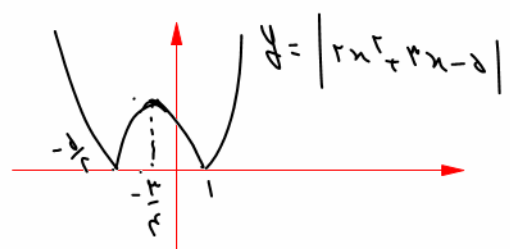
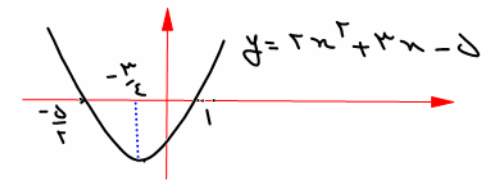


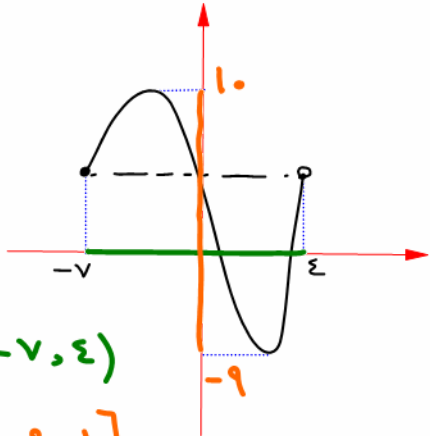
$$y = |2x^2 + 3x - 5|$$

$$y = 2x^2 + 3x - 5$$

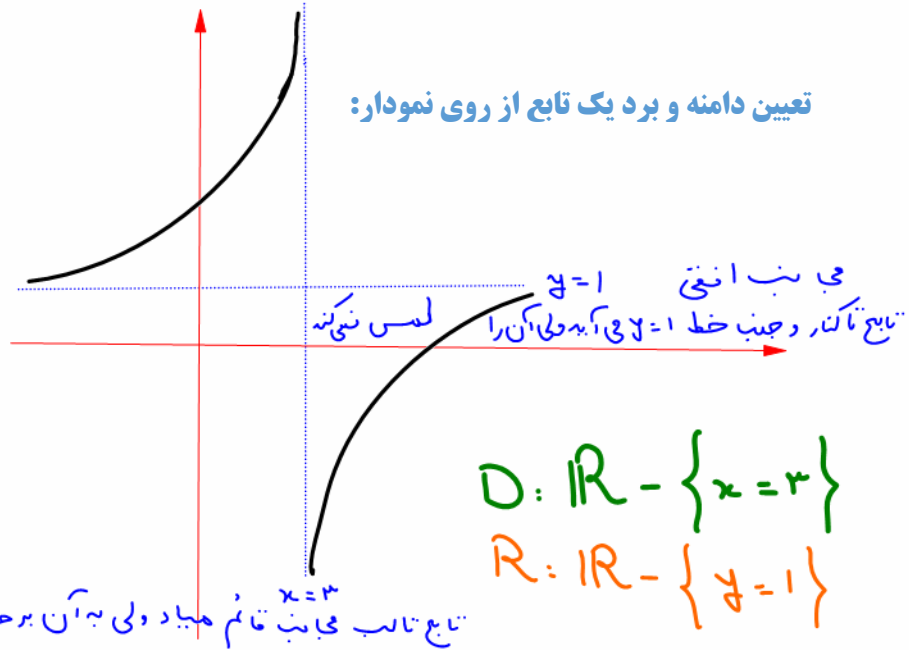
جمع ضرایب صفر

$$x_1 = 1 \quad x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{5}{2}$$



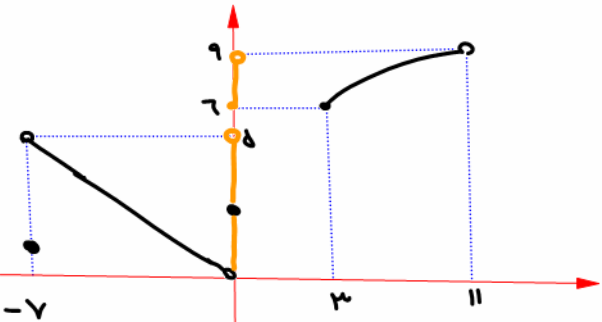


$D: [-7, 4)$
 $R: [-9, 10]$



$D: \mathbb{R} - \{x=3\}$
 $R: \mathbb{R} - \{y=1\}$

تابع تابع مجانب قائم می‌باشد ولی به آن برخورد نمی‌کند

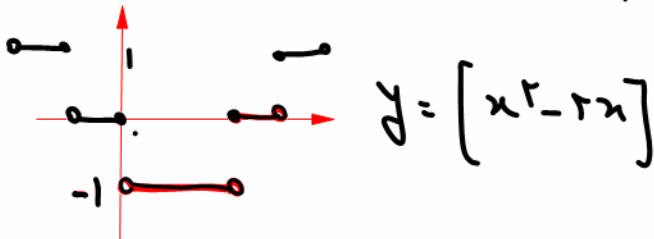


$D: [-7, 0] \cup [3, 11)$
 $R: (0, 5) \cup [6, 9)$
 D: Domain R: Range

گاهی است باید پرس آنکه یک بار شکل را روی محور x ها و یک بار روی محور y ها پرس کنیم
 گدده تغییرات x دامنه و گدوره تغییرات y برد خواهد بود.

برد تابع $y = [x^2 - 2x]$ را بیابید. $y = x^2 - 2x = x(x-2) = 0$ $x=2, x=0$ $y \geq -1$ $y = -1$ $y = 0, 1, 2, \dots$

سوی اعداد بالاتر مساوی -1 را تحویل برآنت می‌دهد و برآنت Z های بالاتر مساوی -1 را به ما می‌دهد.

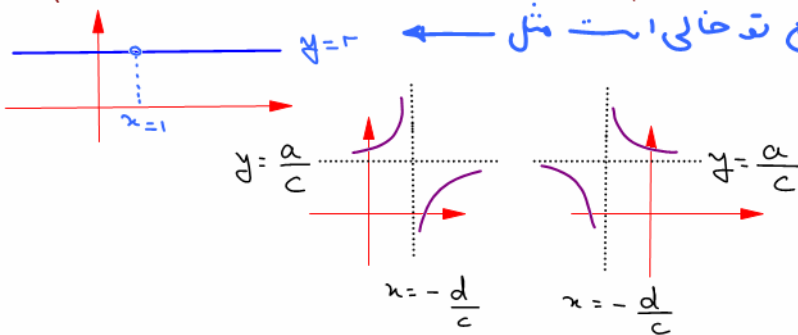


روش‌های حل تست:

- ۱- روش کلاسیک
- ۲- حذف حالات نامطلوب (ردّ گزینه)
- ۳- کنترل گزینه‌ها و عددگذاری
- ۴- روش ترسیم

معرفی و رسم تابع $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ در صورتیکه $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ تابع هذرات است به شرطی که $\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$ شد اگر $y = \frac{2x-2}{x-1}$ در صورتیکه

تابع ثابت $y=2$ است که در $x=1$ توخالیه $y = \frac{2x-2}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$ هذرات است به شرطی که $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ باشد تابع ثابت است مثل $\frac{2}{1} = \frac{-2}{-1}$ هذرات است به شرطی که



رسم تابع $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ در ۵ ثانیه:

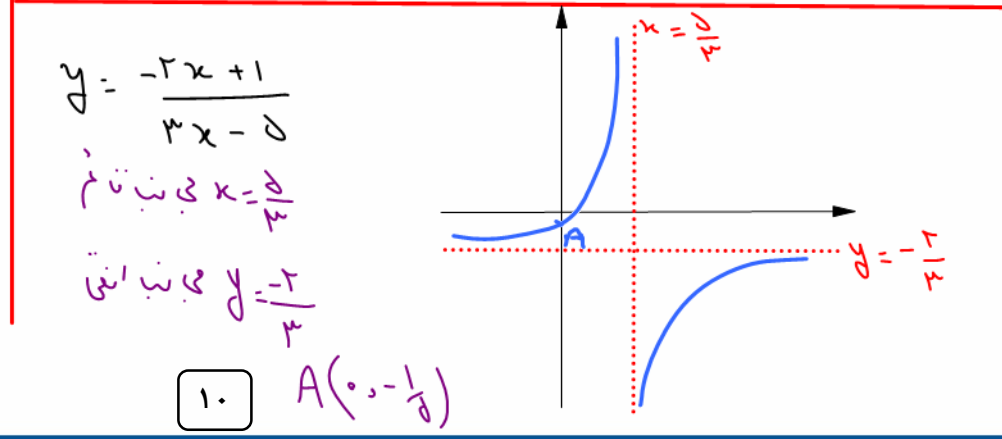
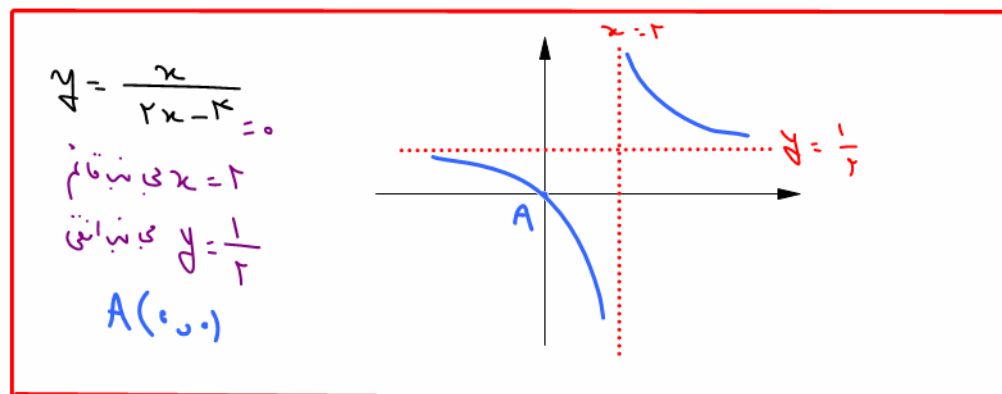
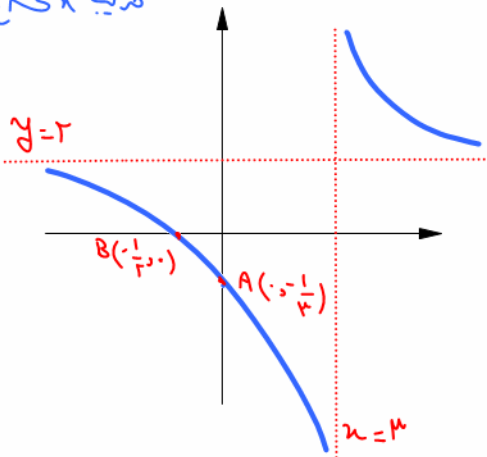
یک ثانیه: جانب قائم = ریشه خارج $x =$

یک ثانیه: جانب افقی = ضریب صورت $y =$ ضریب مخرج

یک ثانیه: $A(0, y)$ یا $B(x, 0)$ عمل بر محور در! محورهای مختصات

یک ثانیه: رسم دستگاه دیک ثانیه رسم شانه

$y = \frac{2x+1}{x-3}$
 $x=3$ جانب قائم
 $y = \frac{1}{2}$ جانب افقی
 ضریب صورت / ضریب مخرج



تمرین: مجموعه جواب نامعادله $-1 < \frac{3x+1}{x-3} < 3$ به کدام صورت است؟
 (تجربی ۹۶) **تست را با (۳) روش حل می‌کنیم:**

- (۱) $x < \frac{1}{2}$
- (۲) $x < 3$
- (۳) $-\frac{1}{2} < x < 3$
- (۴) $\frac{1}{2} < x < 3$

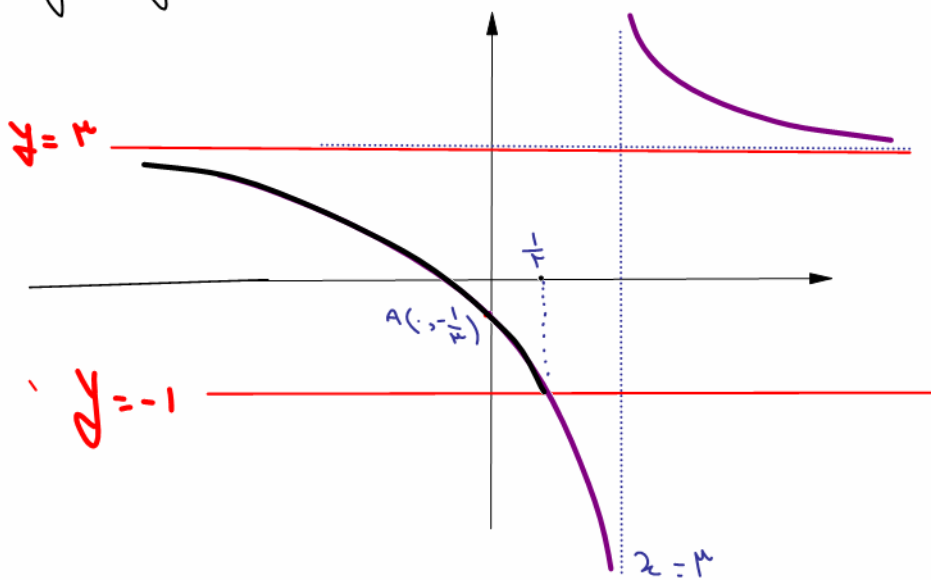
راه کلاسیک: حل ناعدی‌های توامان و اشتراک‌گیری جواب‌ها:

(الف) $x < 3$ و $x - 3 < 0$ باید $\frac{3x+1-3x+9}{x-3} = \frac{10}{x-3} < 0$

(ب) اشتراک $x < \frac{1}{2}$ و $x > 3$

نمودار:

راه نهم: بی‌خواهیم بینگر همدگر باشیم در نام $y = \frac{3x+1}{x-3}$ ها پس از خط انتی $y=3$ و $y=-1$ است؟



$$y = -1 < \frac{3x+1}{x-3} < 3 = y$$

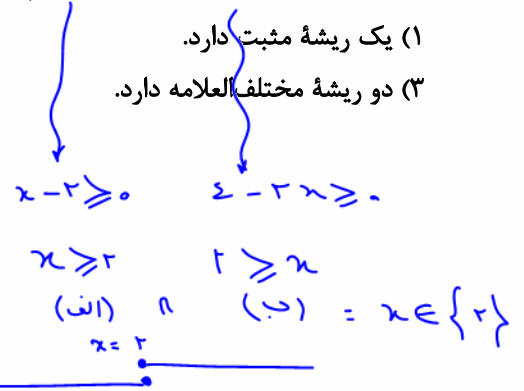
$$\frac{3x+1}{x-3} = -1 \Rightarrow 3x+1 = -x+3 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

روش کنترل گزینه: $x=0$ نامادی را به صورت $-1 < \frac{3(0)+1}{0-3} = -\frac{1}{3} < 3$ در می‌آورد که درست است $x=0$ باید در مجوعه جواب باشد لذا گزینه $x=0$ را ندارد غلط

عدد $x=1$ نامادی را $-2 < \frac{3(1)+1}{1-3} = -2 < -2$ غلطی‌کنه لذا $x=1$ نباید در مجوعه جواب باشد لذا ازگ او را رد فقط گزینه (۱) درست است نه شامل $x=1$ هست

تمرین: معادله $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-2x} = 5$ چند ریشه دارد؟

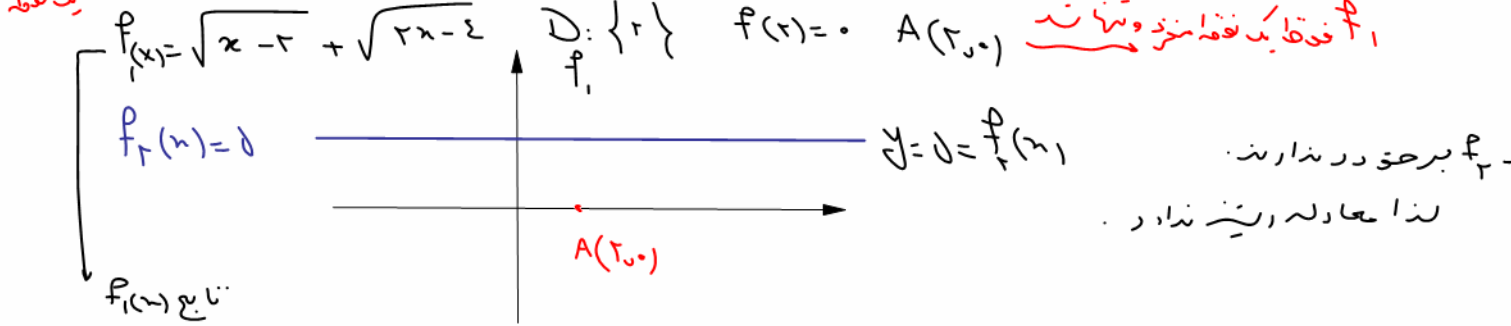
- (۱) یک ریشه مثبت دارد.
- (۲) یک ریشه منفی دارد.
- (۳) دو ریشه مختلف علامه دارد.
- (۴) ریشه ندارد.



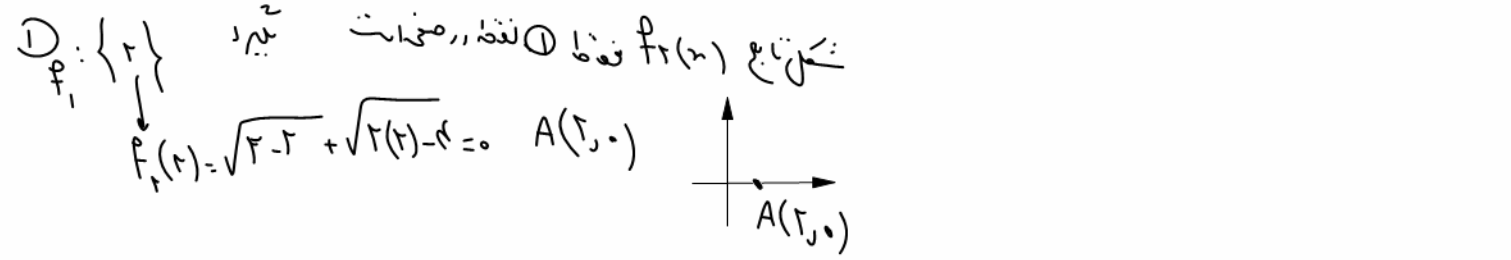
فقط $x=2$ می توان در معادله نه اثبات که آن هم معادله را برقرار نمی کند $5 \neq 0+0$ و معادله جواب ندارد پس گزینه ۴ درسته. طرف چپ تابعی از $x \in \mathbb{R}$ فقط $x=2$ را می برد که صدق نمی گوید و هم از این ابر \emptyset نمی شود.

روش حل معادله به کمک ترسیم: معادله را به تابع قابل رسم تبدیل می کنیم و هر x را بر یک دست.

مختصات می کشیم نقاط تلاقی نقاط را در رسم نگاه داریم. تابع ثابت $y=0$ می کشیم $f_1(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{2x-4} = 0 = f_2(x)$ تابع ثابت $y=0$ می کشیم.



تتابع $f_1(x)$ از تمام x هایی که $x \in \mathbb{R}$ حده آن فریده، یعنی \mathbb{R} فقط می تونه $x=2$ را بگیرد.



ریشه‌های $x=1$ و $x=3$ فقط کوشه هستند که ثابت نمودار عوض می‌شود.

تعریف: اگر x در دامنه $f(x) = |x-1| + |x-3|$ تغییر کند، در چه بازه‌ای تغییر می‌کند؟ سوال برد تابع f را می‌خواهد.

$y \geq -2$ (4) $-1 \leq y \leq 3$ (3) $y \geq 2$ (2) $1 \leq y \leq 3$ (1)

دامنه تابع $f(x) = |x-1| + |x-3|$ کندان است.

دامنه تابع $x \in \mathbb{R}$ است

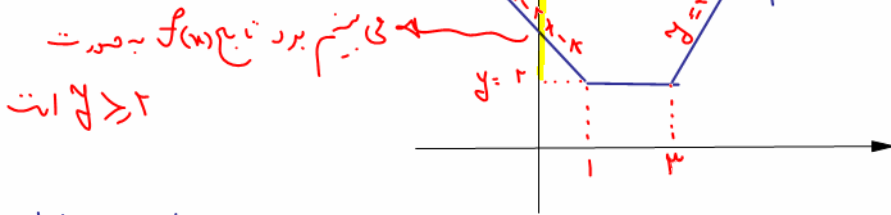
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$x-1$	-	0	+	+
$x-3$	-	-	0	+

تابع ثابت

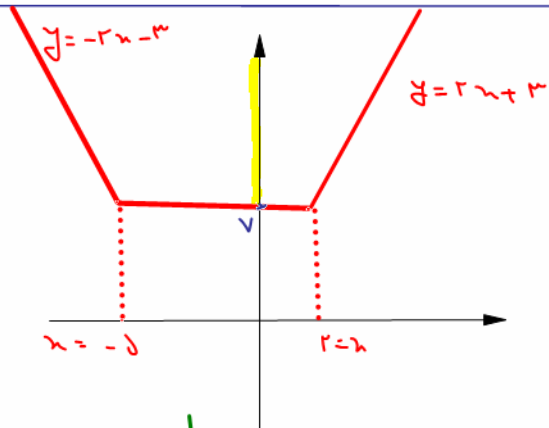
$x < 1$: $y = -x + 1 - x + 3 = -2x + 4$

$1 < x < 3$: $y = x - 1 - x + 3 = 2$

$x > 3$: $y = x - 1 + x - 3 = 2x - 4$



را کنترل کنیم: اول جمع 2 تا قدر مطلق نامنفی است و کمترین 3 و 1 که شامل مقادیر منفی است نقطه عدد دلخواهی از \mathbb{R} مثل $x=6$ به تابع می‌دهیم $f(6) = 9+7=16$ لذا y بین 1 و 3 محدود نیست. کمترین 2 هم نقطه ندارد درستی.



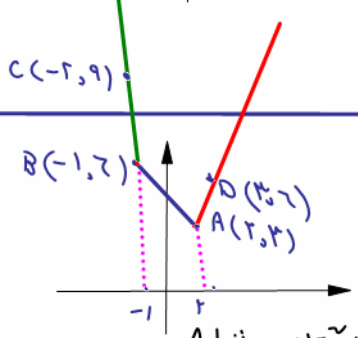
$y = |x+5| + |x-2|$

$x = -5$ $x = 2$

$f(-5) = 7 = f(2)$

$D_f: \mathbb{R}$
 $R_f: [7, +\infty)$

حلولیت رسم



اگر x در داخل قدرها صریح داشت مثل $y = |2x-4| + |x+1|$ ریشه قدرها را به تابع به نقطه A و B رسانیدیم $A(2,2)$ و $B(-1,2)$ به عدد تیل $x=1$ و به عدد 2 به تابع $C(-2,9)$ و نقاط C و D را رسانیدیم و نقاط را به ترتیب از x کوچک به بزرگتر وصل کن

$A(2,2)$ $B(-1,2)$

$D(3,6)$ $C(-2,9)$

x نقطه D به ازای بزرگتر از x نقطه A نقطه C تیل از یکگن از x نقطه B است

گوشه دثیب نمودار محض مینه

تمرین: خط $y = \sqrt{2}$ نمودار هندسی تابع $y = |x-1| - |x+1|$ را در چند نقطه قطع می کند؟

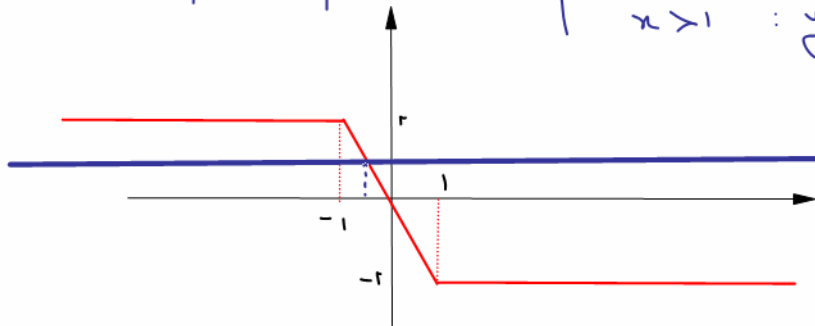
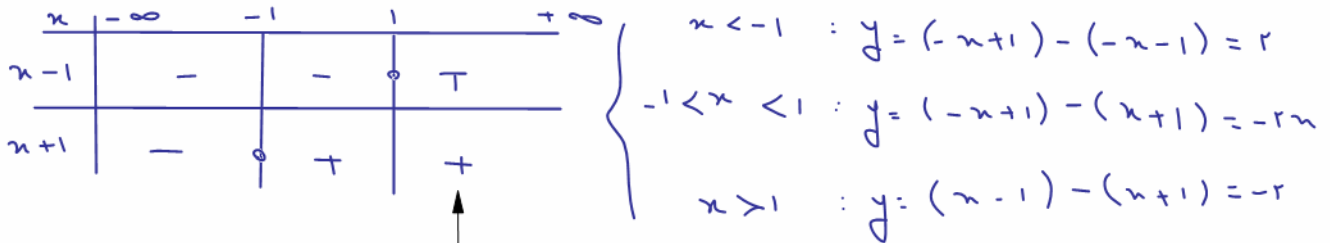
(۴ بی شمار

(۳ هیچ

(۲ ۲

(۱ ۱

حل به روش تریبیم:

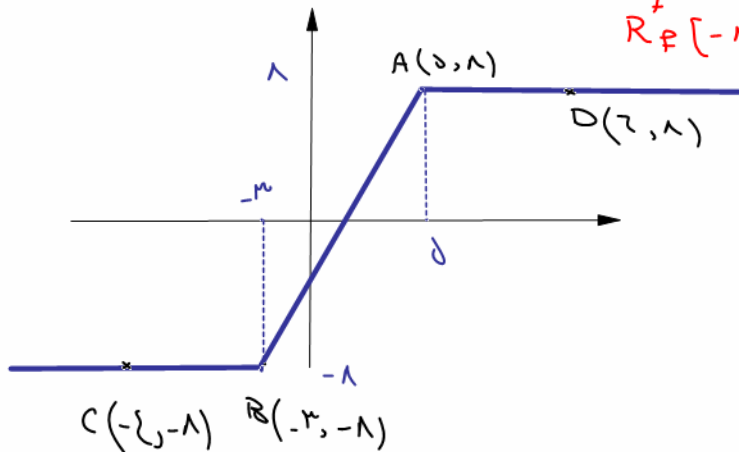


تعداد
تابع را قطع می کند ۲

مثال: تابع $y = |x+3| - |x-5|$ را رسم کنید.

مثال: تابع

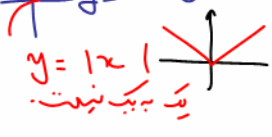
$D_f: \mathbb{R}$
 $R_f: [-1, 8]$



ذات: به طوری برای رسم جمع و تفریق
حد مطلق بی که دانشان درجه یک
است. ریشه شدت قدرها را به کل
تابع داده نقاط را می یابیم. به عدد قبل
کمترین این عدد یک عدد بعد از بزرگترین
ریشه به تابع می دهیم. نقاط را به هم وصل
می کنیم.

توینت تابع بودن: یک n با یک n در ارتباط باشد، هر خط موازی محور x ها شکل را n اکثر یک جا قطع کند.

تعبیر تابع یک به یک: یک n با یک n در ارتباط و هر خط موازی محور x ها شکل را حداکثر یک جا قطع کند مثل $y = x^3$

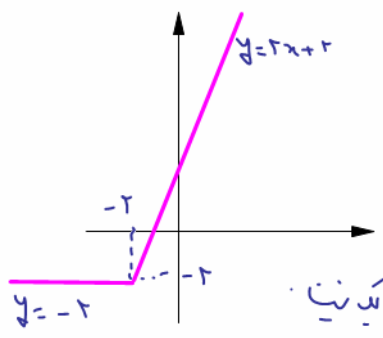


$y = |x+2| + |x|$ (۲۰۰۳)
 $y = |x+2| + x$ (۴)



کدام تابع زیر یک به یک است؟
گندون (۱) $y = |x+2| + |x|$
جواب (۳) $y = |x+2| + 4x$

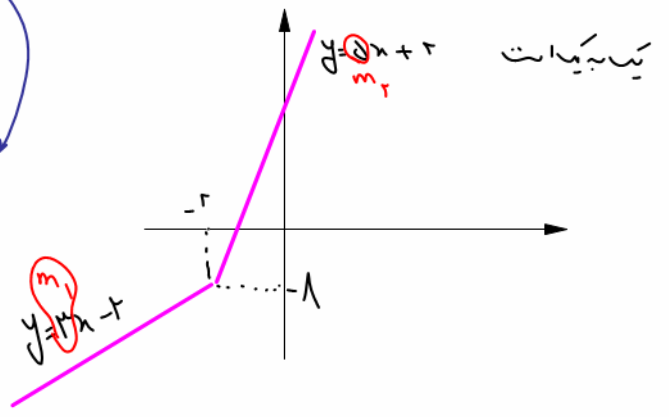
کدام تابع دو دو قطع کند و چون گره تابع ثابت دارند یک به یک نیستند.



ریشه داخل نه در مطلق $x = -2$
 $y = \begin{cases} x \leq -2 & y = -x - 2 + x = -2 \\ x > -2 & y = x + 2 + x = 2x + 2 \end{cases}$

چون بخشی از تابع ما تابع ثابت است یک به یک نیست.

$y = \begin{cases} x \leq -2 & y = -x - 2 + 4x = 3x - 2 \\ x > -2 & y = x + 2 + 4x = 5x + 2 \end{cases}$



دکته: تابعی مثل x^3 نیست که آینه صعودی است یک به یک است. اگر تابعی آینه صعودی یا آینه نزولی باشد آن تابع یک به یک است.

تداومی مثل $y = x^{2n}$ یا $y = |x|$ یا $y = ax^2 + bx + c$ یا $y = \sqrt{x}$ یا ثابت باشد یا متناوب باشد.
که محور تقارن قائم دارد $x = -\frac{b}{2a}$

مثل $y = \sin x$ یا $y = \cos x$ یا $y = x^{2n+1}$ یا آینه نزولی مثل $y = -x^{2n+1}$ یا یک تابع آینه صعودی مثل $y = x^{2n+1}$ یک به یک نیستند. ولی یک تابع آینه صعودی است یک به یک هستند.

معرفی لگاریتم، تابع لگاریتمی، تابع نمایی:

تقریباً داریم: $\log_b x = y \iff b^y = x$
 مبنای لگاریتم را b می‌گویند.

$\log_7 49 = 2$ یا $\log_{10} 100 = 2$
 $\log_{10} 0.01 = -2$ یا $\log_7 49 = 2$

۸ ج توانی از ۲ است؟ $\log_2 8 = 3$
 $2^3 = 8$

$\log_{10} 10 = 1$ $\log_2 4 = 2$ $\log_{10} 1000 = 3$ $\log_2 1 = 0$
 $\log_2 8 = 3$ $\log_3 27 = 3$ $\log_5 5 = 1$
 $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$ $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$ $\log_b a^n = n \log_b a$

دامنه تابع لگاریتمی: $y = \log_b u$ $u > 0$ و $b > 0$ و $b \neq 1$

مثال: دامنه $y = \log_{x-2} (x^2 - 2x)$

$\begin{cases} x^2 - 2x > 0 \\ x > 2 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$0 < x < 2$ $x > 2$
 $-2 < x < 2$

$x \in (0, 2) \cup (2, \infty)$
 $x \in (0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)$