

همایش

جمع بندی

هندسه

و

گسسته

امتحان نهایی

آزمون نهایی
هندسه و
گسسته

خرداد ۱۴۰۳

همایش

جمع بندی

امتحان نهایی

هندسه

۱۴۰۳

فصل ۱

۵ نمره

فصل ۲ *

۸ نمره

فصل ۳

۷ نمره

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.	نمره
۱	سؤالات فصل اول $kI \times A = kA$ $AB=BA$ (درست-نادرست) (الف) اگر A ماتریس اسکالر و B ماتریس هم مرتبه A باشد، آنگاه حاصلضرب آنها تعویض پذیر است. (درست-نادرست) ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 10 & -4 \end{bmatrix}$ باشد آنگاه $A^{1403} = ?$ (درست-نادرست) ج) دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ برابر 2 است. د) از تساوی ماتریسی $A \times B = A \times C$ که در آن A یک ماتریس مربعی است، با شرط $A \neq 0$ نتیجه می شود $B=C$.	۱.۵
۲	اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} -1 & i-j > 1 \\ 0 & i-j = 1 \\ 1 & i-j < 1 \end{cases}$ باشد، ماتریس $A^2 - 2I$ را به دست آورید.	۱.۵
۳	اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ و $A^3 = -8$ باشد، حاصل A^{-1} را بیابید.	۱

۴	دستگاه معادلات $\begin{cases} 3x + 7y = -4 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید. ماتریس ضرایب $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{6+35} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ +5 & 3 \end{bmatrix}$ $A^{-1}AX = A^{-1}B$ $IX = A^{-1}B$ $X = A^{-1}B$ $X = \frac{1}{41} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ -7 \end{bmatrix} = \frac{1}{41} \begin{bmatrix} 41 \\ -41 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ $x=1$ $y=-1$	۱
۵	به ازای چه مقادیری از m دستگاه معادلات $\begin{cases} -4x + (m-3)y = 3 \\ 2x - \frac{m-3}{2}y = 1 \end{cases}$ یک جواب منحصر به فرد دارد. $A \neq 0$ $\begin{vmatrix} -4 & m-3 \\ 2 & -\frac{m-3}{2} \end{vmatrix} \neq 0$ $2m-6-2m+6 \neq 0$ $0 \neq 0$ بازای هیچ مقدار m معادله جواب ندارد.	۱
۶	سوال فصل دوم دایره‌هایی که مرکز آنها روی سهمی به معادله $(y-1)^2 = -8(x+1)$ واقع است و از کانون سهمی می‌گذرند، بر خط به معادله $x=1$ مماس هستند. خط صاف نقطه و یک خط صاف فاصله اند	۰.۵
۷	دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروضند، نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد. دو خط موازی محور مختصات ۱.۲۵	۱
۸	وضعیت دایره به معادله $x^2 + y^2 - 6x + 12y + 20 = 0$ نسبت به دایره‌ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع ۳ واحد را مشخص کنید. $x^2 + y^2 = 9$ $O[0] R=3$ $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$ $O[3] R=5$ $OO' = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ $R+R' = 8$ $R-R' < OO' < R+R'$ $R-R' = 2$ دایره متقاطع	۱

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		تعداد صفحه: ۲		رشته:		ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون:		۱۴۰۳/۰۳/۱۳		نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشاگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳									
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.								
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که خطهای $x+y=1$ و $x-y=3$ شامل قطرهایی از آن باشند و روی خط به معادله $x+y=2$ و قتری به طول $2\sqrt{2}$ ایجاد می‌کند: $x+y-2=0$ $x+y=2$ $x-y=3$ $x+y=1 \quad \text{و} \quad [-1]$ $2x=4 \rightarrow x=2 \rightarrow y=-1$ $OH = \frac{ 1x-1y-2 }{\sqrt{1+1}} = \frac{ 1x-1y-2 }{\sqrt{2}}$ $R^2 = \sqrt{2}^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \rightarrow R = \sqrt{\frac{5}{2}}$								
۱۰	نقاط $B'(-1, -4)$ و $B(-1, 2)$ دو سر قطر کوچک یک بیضی با فاصله کانونی $2\sqrt{3}$ واحد است. طول قطر بزرگ بیضی را بیابید. $2c = 2\sqrt{3} \rightarrow c = \sqrt{3}$ $2b = 2 - (-4) = 6 \rightarrow b = 3$ $a^2 = b^2 + c^2$ $a^2 = 9 + 3 = 12 \rightarrow a = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ $2a = 4\sqrt{3}$ قطر بزرگ								
۱۱	یک بیضی به مرکز O و کانون‌های F و F' مطابق شکل روبرو مفروض است. اگر $S_{\triangle FBF'} = S_{\triangle BA'O}$ باشد، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید. $S_{\triangle FBF'} = \frac{1}{2} FF' \times OB$ $S_{\triangle BA'O} = \frac{1}{2} \times OA' \times OB$ $S_{\triangle FBF'} = S_{\triangle BA'O} \rightarrow \frac{1}{2} FF' \times OB = \frac{1}{2} \times OA' \times OB \rightarrow \frac{OA'}{FF'} = 1$ $\frac{a}{2c} = 1 \rightarrow \frac{a}{c} = 2 \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$								
۱۲	معادله سهمی را بنویسید که خط هادی آن $y = -2$ و کانون آن $F(1, -4)$ باشد. $S \begin{bmatrix} +1 \\ -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $a = 1$ $(x-1)^2 = 4 \times 1 (y+3)$								
۱۳	یک شعاع نورانی در امتداد خط $x=4$ بر سهمی $x^2 = 8y$ می‌تابد. معادله خط بازتاب را بنویسید. $x=4 \rightarrow 16 = 8y \rightarrow y=2$								

سوال ۱۴ فصل سوم

الف) خط به معادله $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ بر صفحه xOz عمود است. (درست - نادرست)

ب) معادله صفحه‌ای که موازی صفحه yOz است و از نقطه $A(2, -1, 3)$ می‌گذرد، برابر با $x=2$ است.

ج) حاصل عبارت $\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k})$ برابر $\vec{i}$ است.

د) در شکل زیر بردار $\vec{x}$ بر حسب $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با $\vec{a} - \vec{b}$ است.

سوال ۱۵

اگر $\vec{a} = -\vec{i} - \sqrt{3}\vec{k}$ و $\vec{b} = (\sqrt{3}, 2, 1)$ باشد. تصویر قائم بردار $\vec{b}$ بر $\vec{a}$ و اندازه بردار تصویر را به دست آورید.

حاصل $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\sqrt{3} - \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$

$|\vec{a}| = \sqrt{1+3} = 2$

$|\vec{b}| = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{|\vec{a}|} = \frac{-2\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$

$\vec{b}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a} = \frac{-2\sqrt{3}}{4} (-\vec{i} - \sqrt{3}\vec{k}) = (\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{3}{2})$

سوال ۱۶

اگر مساحت متوازی الاضلاعی که توسط بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود $6\sqrt{3}$ باشد و $|\vec{a}| = 4$ ، $|\vec{b}| = 3$ ، حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ را به دست آورید.

مساحت $S = |\vec{a} \times \vec{b}| = 6\sqrt{3}$

$|\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha = 6\sqrt{3} \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$

$\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = |\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 16 - 4 \times 3 \times \frac{1}{2} = 16 - 6 = 10$

سوال ۱۷

دو بردار $\vec{a} = (-m, -1, -2)$ و $\vec{b} = (0, -3, m+2)$ مفروض‌اند. اگر دو بردار $\vec{a} - \vec{b}$ و $\vec{a} + \vec{b}$ بر هم عمود باشند، آنگاه حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{a} \times \vec{b}$ ساخته می‌شود را بدست آورید.

فرض $|\vec{a}| = |\vec{b}| \rightarrow \sqrt{9 + (m+2)^2} = \sqrt{m^2 + 1 + 4}$

$\rightarrow 9 + (m+2)^2 = m^2 + 5 \rightarrow 2m = -1 \rightarrow m = -\frac{1}{2}$

حجم $V = \frac{1}{6} |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times (\vec{a} \times \vec{b}))|$

$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = (6\sqrt{2})^2 = 72$

پس $V = \frac{1}{6} \sqrt{72} = \sqrt{2}$

همایش

جمع بندی

امتحان نهایی

گسسته

۱۴۰۳

فصل ۱

۶ نمره

فصل ۲

۷ نمره

فصل ۳

۷ نمره

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم	تاریخ آزمون:	۱۴۰۳/۰۳/۳۱	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				
هدف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) میانگین پنج عدد طبیعی همان عدد وسطی است. $\times$ (ب) اگر $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ آنگاه $[m^5, (\frac{m^2}{m^2}, m^2)] = m^5$ $\times$ (ج) تفاضل هر دو عدد دلخواه از مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} x = 4k + 4\}$ مضرب ۴ است. $\checkmark$ <i>همیشه ۴</i> (د) هر مجموعه احاطه گر مینیمال، یک مجموعه احاطه گر مینیمم است. $\times$ <i>عکس!</i>			
۲	جاهای خالی را با اعداد مناسب تکمیل کنید. $C_n, P_n \rightarrow 8 = \lfloor \frac{n}{3} \rfloor - \lfloor \frac{n}{4} \rfloor = 3$ (الف) عدد احاطه گری گراف C_7 برابر است با $3, 4, 5, \dots$ (ب) تعداد راه های توزیع ۳ خودکار متفاوت بین ۵ نفر به طوری که به هر نفر حداکثر یک خودکار برسد، برابر $5 \times 4 \times 3 = 60$ است.			
۳	با استفاده از اثبات بازگشتی نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی a, b داریم: $a^2 + b^2 \geq (a-1)(b+1) \xrightarrow{x^2} \underline{a^2 + b^2} \geq \underline{ab - b + a - 1}$ $\Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 + a^2 - 2a + 1 + b^2 + 2b + 1 \geq 0$ $\Leftrightarrow (a-b)^2 + (a-1)^2 + (b+1)^2 \geq 0$ <i>همواره ۰ بزرگتر یا مساوی</i>			
۴	اگر a عددی طبیعی داشته باشیم $a 7k+1$ و $a 4k+3$ ثابت کنید $a=1$ یا $a=17$. $a 7k+1 \xrightarrow{x-2} a -28k - 4$ $a 4k+3 \xrightarrow{x7} a 28k+21$ $a 17$ <i>عقود</i> $a = +1, a = -1$ $a = +17, a = -17$			

۱.۲۵	۵	اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب ۲ و ۳ باشد، باقی مانده تقسیم عدد a را بر ۲۰ بیابید. $a = 4q + 2 \xrightarrow{\times 5} 5a = 20q + 10$ $a = 5q' + 3 \xrightarrow{\times 4} 4a = 20q' + 12$ $\underline{a = 20q - 20q' - 2}$ $a = 20q'' - 2 + 20$ $a = 20q'' + 18$ 18									
۱.۵	۶	جواب های عمومی معادله سیاله $5x + 9y = 22$ را بدست آورید. *** $(5, 9) = 1 \mid 22$ ✓ $\begin{cases} x = -1 - 9k \\ y = 5k + 3 \end{cases}$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>-10</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>3</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>k</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table>	x	-1	-10	y	3	8	k	0	1
x	-1	-10									
y	3	8									
k	0	1									
۲	۷	با توجه به گراف G مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مرتبه و اندازه گراف را بنویسید. ب) مسیری به طول ۵ از راس c به راس f بنویسید. ج) دوری به طول ۴ بنویسید. د) آیا گراف G همبند است؟ چرا؟ $P = 7, q = 10$ دور: $a-b-e-g-a$ مسیر: $c-e-b-a-g-f$ رأس e به رؤس مقیده $\Delta = 4, \deg(e) = 4 = P-1$ سه رأس در گراف G یک رأس ازوله است پس G همبند نیست									
۲	۸	با توجه به گراف G، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) آیا مجموعه $D = \{a, b, m\}$ یک مجموعه احاطه گر است؟ چرا؟ ب) عدد احاطه گری گراف G را بدست آورید. (با ذکر دلیل) ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی از آن بنویسید. فقط یک رأس باید ۵ درجه داشته باشد و در درجه رؤس گزینی به رؤس دیگر از آن مقیده سبب دور رأس a و b و m و c و h و t و g و f و j برای احاطه کردن با رؤس a, b, m باید رؤس c, h, t, g, f, j را با رؤس a, b, m که با رؤس a, b, m همبند است و رؤس c, h, t, g, f, j را با رؤس a, b, m که با رؤس a, b, m همبند است $\gamma = 3$ $\left\lceil \frac{P}{\Delta+1} \right\rceil = \left\lceil \frac{11}{5+1} \right\rceil = \left\lceil \frac{11}{6} \right\rceil = 2$ $\gamma = 3$ $\{m, a, c\}$ $\{c, h, t, g, f, j\}$									

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۳۱	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
۹	در گراف روبرو: الف) مجموعه احاطه گر غیر مینیمال $A = \{b, c, g, a, f\}$ را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیم که شامل رأس e باشد را بنویسید. ج) با اضافه نمودن چه یالی عدد احاطه گری گراف ۲ می شود؟ CE ۱.۵ $\{h, c, e\}$ $\{a, f, h\}$ $\{v_2, v_5, v_8, v_{11}\}$ $8 - \lfloor \frac{12}{3} \rfloor = 4$ $\lfloor \frac{9}{6} \rfloor = 2$ $8 \geq 2$ $8 = 3 \Rightarrow \{c, f, h\}$ کم یا خور یا رُس می درون یا بیرون می شوند		
۱۰	الف) گراف P_{12} را رسم کنید. ب) یک γ-مجموعه از آن را مشخص کنید. ۱ $\{v_2, v_5, v_8, v_{11}\}$ $8 - \lfloor \frac{12}{3} \rfloor = 4$		
۱۱	می خواهیم ۱۰ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبروی برادرش بنشیند، به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟ ۱ 25×1 2		
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 20$ را با شرط های $x_1 = 3, x_2 \geq 4$ ، $x_4 > 2$ به دست آورید. ۱.۵ $x_2 = 3 \rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 14$ $x'_3 = 4 + x_3 \rightarrow x_1 + x'_3 + x_4 = 18$ $x'_1 = 3 + x_1 \rightarrow x'_1 + x'_3 + x_4 = 21$ $\binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$		

	۱۳	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۰ چند عدد ۱۰ رقمی می توان نوشت؟ (محاسبه جواب آخر الزامی نیست.) ۱۵! ۴۱۳۲۱
۱۴	قرار است سه کارگر با سه نوع ماشین نخ ریزی و سه نوع الیاف در سه روز اول هفته کار کنند. به گونه ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار گرفته شود. برای این مسئله برنامه ریزی کنید.	دوشنبه یکشنبه شنبه روز ۳ روز ۲ روز ۱ ماشین ۱ ماشین ۲ ماشین ۳ الیاف ۱ الیاف ۲ الیاف ۳ کارگاه - ۱ از ۳ الیاف ۱ از ۳
۱۵	تعداد توابع پوشا از مجموعه A به مجموعه B را بدست آورید. ۳ عضوانی هستند - ۲ عضوانی هستند + ۱ عضوانی هستند - کل $3^5 - \binom{3}{1} \times 2^5 + \binom{3}{2} 1^5 - \binom{3}{3} 0 = 243 - 96 + 3 = 150$	۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵
۱۶	حداقل چند دانش آموز در حیاط یک دبیرستان حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۱ نفر از آنها متعلق به یک پایه تحصیلی (دهم ، یازدهم ، دوازدهم) و یک رشته تحصیلی (ریاضی ، تجربی ، انسانی) هستند؟ $3 \times 3 = 9$ = تعداد لاینها $m \mid 9$ $k+1=21$ $k=20$ $m=20 \times 9 + 1 = 181$ موفق باشید	۱۶