

$$A \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \in f \rightarrow A' \begin{matrix} b \\ a \end{matrix} \in f^{-1}$$

$$f(a) = b \rightarrow f^{-1}(b) = a$$

f ورودی \rightarrow f^{-1} خروجی

f خروجی \leftarrow f^{-1} ورودی

۷ (۴)

۶ (۳)

$$(d, f^{-1}(d)) \in f^{-1}$$

$$(f^{-1}(d), d) \in f$$

$$d = f^{-1}(d) + f^{-1}(d) - 2$$

$$f^{-1}(d) = 2$$

۱- اگر $f(x) = f^{-1}(5) + x - 3$ باشد، آن گاه $f(5)$ کدام است؟

۵ (۲)

۴ (۱)

$$f(x) = 2 + x - 3$$

$$f(x) = x + 1$$

$$f(5) = 6$$

۲- با توجه به ماشین مقابل، اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و g یک به یک باشند و داشته باشیم $g(m) = 2$ ، مقدار m کدام است؟ $x \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow x$

$$f(x) \rightarrow g(f(x)) = x$$

۱ (۴)

f و g معکوس هم اند

۱/۵ (۳)
معکوس نپذیراست

$$g(f(x)) = x \xrightarrow{x=2} g(f(m)) = 2$$

$$g(m) = 2 \rightarrow f(2) = m$$

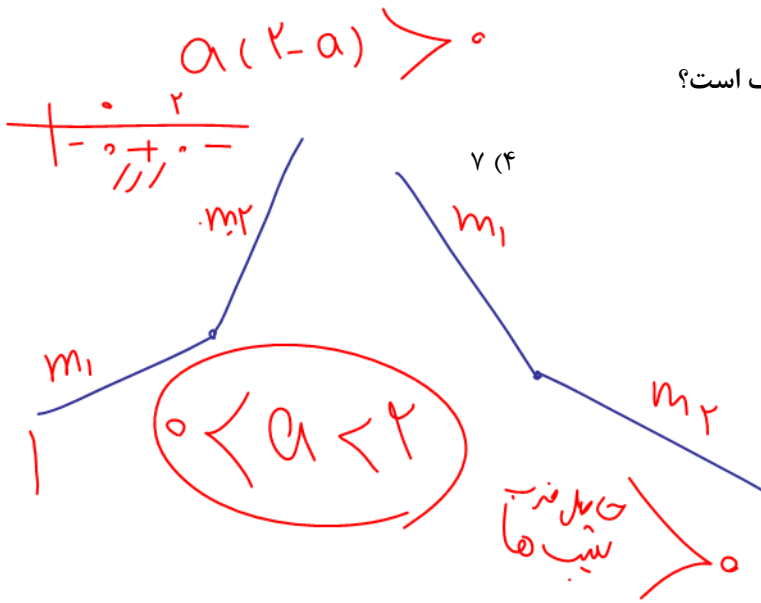
$$m = \frac{2}{2} = 1$$

$$(f \circ f^{-1})(x) = x$$

۲ (۱)

$$(f^{-1} \circ f)(x) = x$$

$$(f \circ g^{-1}) = g^{-1} \circ f$$

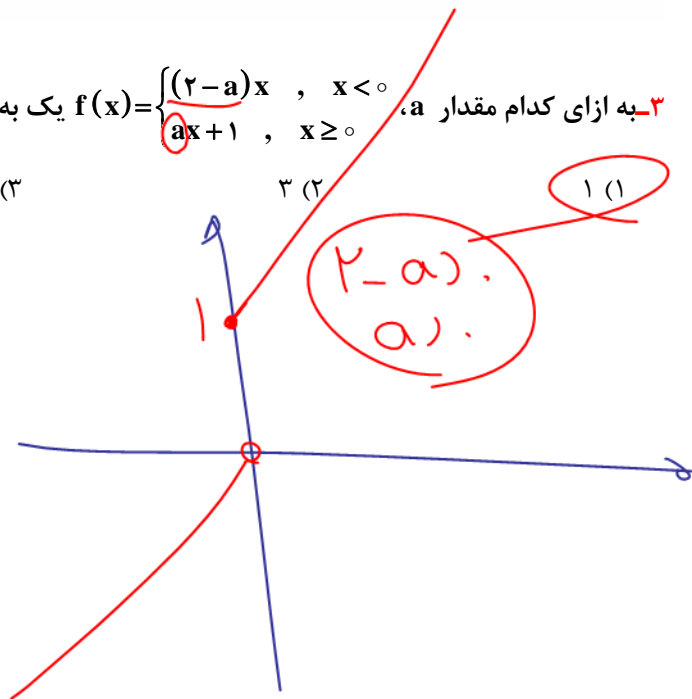


۳- به ازای کدام مقدار a ، $f(x) = \begin{cases} (2-a)x, & x < 0 \\ ax+1, & x \geq 0 \end{cases}$ یک به یک است؟

۵ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)



۴- اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \frac{5x+2}{2x-1}$ آن گاه حاصل $(f \circ g^{-1})(4)$ کدام است؟

۲ (۳)

۲۰ (۲)

۶ (۱)

$f(g^{-1}(4))$

$f(2) = 2 + 2 = 4$

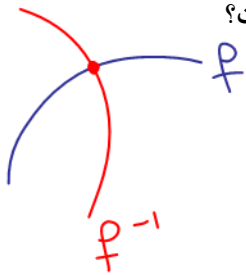
$\frac{5u+2}{2u-1} = 4$

$5u+2 = 8u-4$

$3u = 6$

$u = 2$

۵- نمودار تابع $f(x) = -x^2 + ax + b$ در نقطه $(-1, \frac{1}{3})$ نمودار تابع وارونش را قطع می کند. مقدار $a + b$ کدام است؟



$-\frac{13}{9}$ (۴)

$-\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{10}{9}$ (۲)

$-\frac{1}{9}$ (۱)

$(-1, \frac{1}{3}) \in f \rightarrow \frac{1}{3} = 1 - a + b \checkmark$

$(-1, \frac{1}{3}) \in f^{-1} \rightarrow (\frac{1}{3}, -1) \in f \rightarrow -1 = -\frac{1}{9} + \frac{1}{3}a + b \checkmark$

$-a + b = \frac{1}{3} - 1$

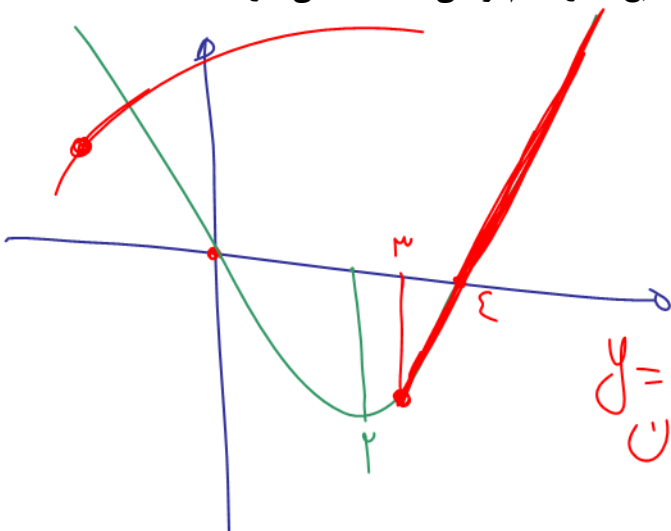
$\frac{1}{3}a + b = \frac{1}{9} - 1$

$\frac{2}{3}a = -\frac{1}{9}$

$a = -\frac{1}{6} = -\frac{2}{12}$

$\frac{1}{3}a + a = \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{1-3}{9} = -\frac{2}{9}$

۶- تابع $f(x) = x^2 - 4x$ با دامنه $[3, +\infty)$ مفروض است. نمودار تابع معکوس تابع f از کدام نواحی مختصات می گذرد؟



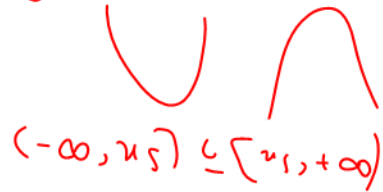
(۲) اول و دوم

(۴) اول و چهارم

(۱) فقط اول

(۳) فقط چهارم

$x_S = \frac{4}{2} = 2$
 $y = ax^2 + bx + c$



$(-\infty, x_S) \cup [x_S, +\infty)$

$y = x$
هستند

دسته اول دلیل به یکدیگر بودن
و دامنه تعریف آن توجه داشته باشید

$x \geq 0 \rightarrow f(x) = 3x \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{3}$
 $x < 0 \rightarrow f(x) = x \rightarrow f^{-1}(x) = x$

۷ اگر $f(x) = 2x + |x|$ باشد، معادله $f^{-1}(x) + 3x = 0$ چند جواب دارد؟
 (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی شمار

$f^{-1}(x) = \begin{cases} x/3 & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$

$x \geq 0 \rightarrow \frac{x}{3} + 3x = 0 \rightarrow x = 0$
 $x < 0 \rightarrow x + 3x = 0 \rightarrow x = 0$

$f^{-1}(x) = \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{3}$
 $y = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 1}{3}$
 $y = (x+1)^3 - 1$

خفتد: $f = f^{-1}$
 $y = -x + d$
 $x = -y + d$
 $x - d = -y$
 $y = -x + d$
 $y = x$

$f(x) = x^2 + 4x - 1 + 9 - 9$
 $f(x) = (x+3)^2 - 10$

۸ ضابطه معکوس تابع $f(x) = x^2 + 6x - 1$ با فرض $(x \leq -4)$ کدام است؟

دایره‌های تابع معکوس بر روی f است
 $D_{f^{-1}} = R_f$
 $R_{f^{-1}} = D_f$

- (۱) $f^{-1}(x) = -3 - \sqrt{x+10} ; x \geq -9$
- (۲) $f^{-1}(x) = -3 + \sqrt{x+10} ; x \geq -10$
- (۳) $f^{-1}(x) = -3 - \sqrt{x+10} ; x \geq -10$
- (۴) $f^{-1}(x) = -3 + \sqrt{x+10} ; x \geq -9$

$x \leq -4$
 $x+3 \leq -1$
 $(x+3)^2 \geq 1$
 $(x+3)^2 - 10 \geq -9$
 $f(x) \geq -9$
 $D_{f^{-1}} : x \geq -9$

$y = (x+3)^2 - 10$
 $y+10 = (x+3)^2 \rightarrow \pm\sqrt{y+10} = x+3$
 $x = -3 \pm \sqrt{y+10}$
 $f^{-1}(x) = -3 - \sqrt{x+10}$

۹- در بزرگ ترین بازه‌ای که تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 2x + |2x + 1|$ وارون پذیر است، ضابطه وارون آن کدام است؟

$x \geq -\frac{1}{2} \rightarrow f(x) = \sum x + 1$

$x < -\frac{1}{2} \rightarrow f(x) = -1$ دوجدار $f^{-1} = (1-x)$

$f^{-1}(x) = ?$ $y = \sum u + 1 \rightarrow y - \frac{1}{2} = u \rightarrow f^{-1} = \frac{x-1}{2}$

$x \geq -\frac{1}{2} \rightarrow \sum x \geq -\frac{1}{2}$
 $y = \sum (u+1) \geq -1$
 $\sum u \geq -\frac{3}{2}$
 $\sum u \geq -2$
 $x \geq -1$

- (1) $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$; $x \geq -1$
- (2) $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{4}$; $x \geq -\frac{1}{2}$
- (3) $f^{-1}(x) = 4x+1$; $x \geq -1$
- (4) $f^{-1}(x) = 4x+1$; $x \geq -\frac{1}{2}$

۱۰- نمودارهای $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{ax-1}$ و $g(x) = 3 \cdot 2^{x-1}$ در نقطه‌ای به عرض $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ متقاطع‌اند. در این صورت نمودار $f^{-1}(x)$ خط $x = \frac{1}{16}$ را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$A \left| \frac{1}{2\sqrt{2}} \right.$
 $3 \cdot 2^{x-1} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$
 $2^{x-1} = \frac{1}{4\sqrt{2}}$
 $2^{x-1} = 2^{-2.5}$
 $x-1 = -2.5$
 $x = -1.5$
 $\delta x - \delta = -3/2$
 $\delta x = \delta - 3/2 = 7/2$
 $\delta x = 7/10$



$f^{-1}(1/16) = ?$
 $\frac{43}{7} = 1 - a \cdot \frac{1}{2}$
 $\frac{43}{7} = 1 - \frac{a}{2}$
 $\frac{43}{7} - 1 = -\frac{a}{2}$
 $\frac{36}{7} = -\frac{a}{2}$
 $a = -\frac{72}{7}$
 $\frac{1}{2} \cdot a = 1 + \frac{36}{7} = \frac{38}{7}$
 $a = \frac{38}{7} = \frac{54}{7}$

$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{54}{7}x-1} = \frac{1}{16}$
 $1 - \frac{54}{7}x = -4$
 $1 - \frac{54}{7}x = -4 \rightarrow \frac{54}{7}x = 5$
 $x = \frac{35}{54}$

۱۱- حدود m برای آن که تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & ; x \leq 1 \\ mx+5 & ; x > 1 \end{cases}$ یک به یک باشد، کدام است؟

$m < 0$ (۴)

$m \leq -1$ (۳)

$m > 0$ (۲)

$m \geq -1$ (۱)

$m > 0$

$9f^2 + \frac{1}{11} \leq \frac{2}{3}f$

خیزد f یک به یک بر تو ایست که در این

$9f^2 - \frac{2}{3}f + \frac{1}{11} \leq 0$

$(3f - \frac{1}{9})^2 \leq 0 \rightarrow 3f - \frac{1}{9} = 0$

$f = \frac{1}{27}$
(۱-۱)X

۱۲- تابع وارون تابع $y = x + \sqrt{x}$ به صورت $y = \left(\frac{\sqrt{ax+1}-1}{b}\right)^2$ می باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$f(x) = x + \sqrt{x} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

$f(x) = y = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$

$\frac{2y+1}{2} = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2$

$\frac{\sqrt{2y+1}}{2} - \frac{1}{2} = \sqrt{x}$

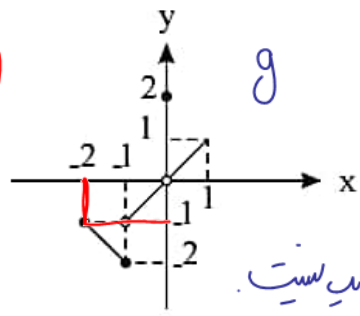
$\frac{\sqrt{2y+1}-1}{2} = \sqrt{x}$
 $x = \left(\frac{\sqrt{2y+1}-1}{2}\right)^2$
 $f^{-1} = \left(\frac{\sqrt{2x+1}-1}{2}\right)^2$

$a = 2$
 $b = 2$
 $\frac{a}{b} = 1$

۱۳- اگر $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{1-2x}$ و نمودار تابع $y = g(x)$ به صورت زیر باشد، در این صورت به ازای چه مقداری از a ، $f(g^{-1}(a)) = 1$ است؟

- (۱) -۲
- (۲) -۱
- (۳) ۱
- (۴) صفر

$f^{-1}(1) = g^{-1}(a)$
 $-2 = g^{-1}(a)$
 $g(-2) = a$
 $a = -1$



$f(x) = \frac{2x + a + 1}{9x + 2a}$

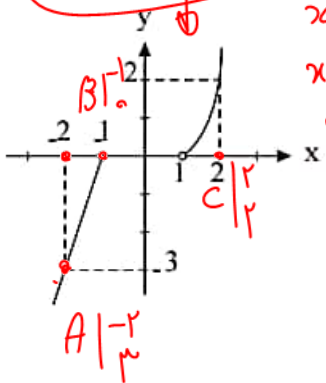
$y = \frac{ax + b}{cx + d}$

$C=0 \rightarrow y = \frac{ax+b}{d}$ خفت راست $\rightarrow (1, -1)$
 $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \rightarrow y = k$ تحت $(1, -1) \times$
 $\frac{1}{9} = \frac{a+1}{2a}$
 $2a = 9a + 9$
 $a = -3$

$y = f(x+1)$

۱۴- نمودار $y = f(x+2)$ داده شده است. حاصل عبارت $A = \frac{f^{-1}(0) + f^{-1}(2)}{1 + f^{-1}(-2)}$ کدام است؟

- (۱) ۵
- (۲) -۱
- (۳) صفر
- (۴) ۲



$x = -2 \rightarrow y = -3 \rightarrow -3 = f(0) \rightarrow f^{-1}(-3) = 0$
 $x = -1 \rightarrow y = 0 \rightarrow 0 = f(1) \rightarrow f^{-1}(0) = 1$
 $x = 0 \rightarrow y = 2 \rightarrow 2 = f(2) \rightarrow f^{-1}(2) = 2$

$\frac{1 + 2}{1 + 0} = 3$

به نقاط داده نمودار تابع داریم
 نشه، توضیح بدید

۱۵- f تابعی خطی با دامنه [-1, 3] است که از دو نقطه (-1, 2) و (1, 4) می‌گذرد. نمودار تابع $g(x) = f(x) + f^{-1}(x)$ کدام است؟

$D_f = [-1, 3]$

$\frac{y-2}{x-1} = \frac{4-2}{1-(-1)} = 1$

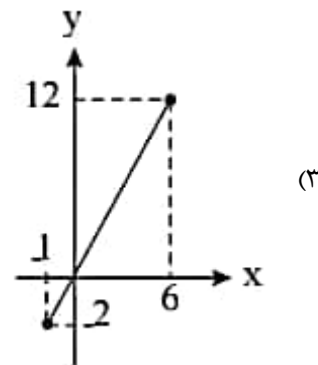
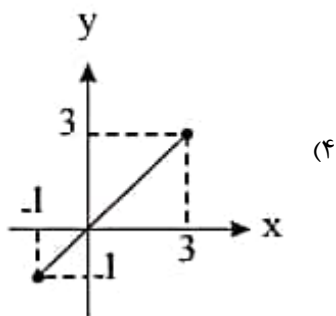
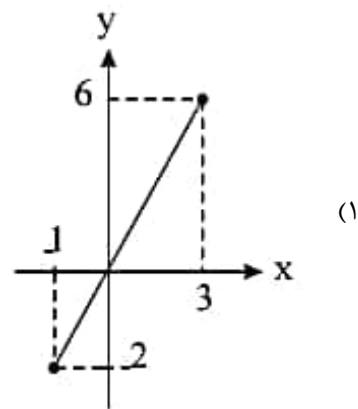
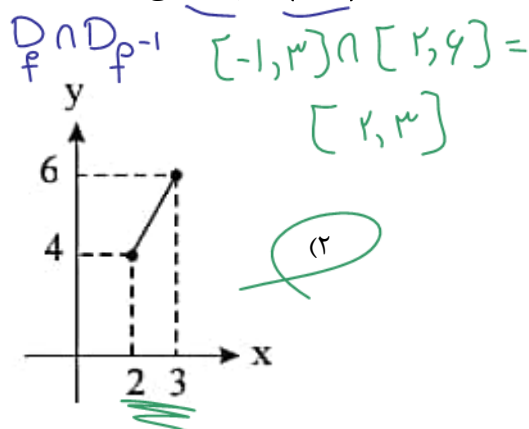
$y - 2 = x - 1$
 $f: y = x + 1$

$-1 \leq x \leq 3$

$2 \leq x + 1 \leq 4$

$2 \leq f \leq 4$

$D_{f^{-1}} = [2, 4]$



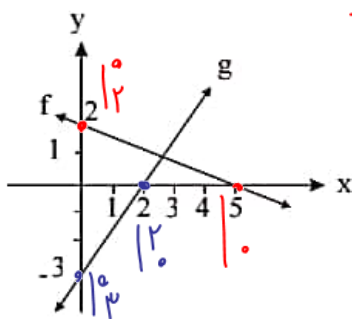
۱۶- نمودار تابع‌های f و g مطابق شکل زیر است. حاصل $(f+g)^{-1}(0)$ کدام است؟

$f: \frac{y}{x-1} = \frac{-2}{1} \rightarrow y = \frac{-2x+1}{1} = f$

$g: \frac{y}{x-2} = \frac{3}{-2} \rightarrow y = \frac{3x-6}{-2} = g$

$f+g = \frac{2x-2+3x-6}{-2} = \frac{5x-8}{-2} = 0$

$(f+g)^{-1}(0) = a \rightarrow (f+g)(a) = 0$



- ۳ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۱ (۴)
- ۷ (۴)

۱۷ اگر $f^{-1} = \{(2,1), (3,-2), (4,-1)\}$ و $f \circ g = \{(-2,-1), (-1,8)\}$ و تابع g یک به یک باشد، کدام نقطه زیر حتماً روی g^{-1} قرار دارد؟

$(1, -2) \quad (4) \quad (-2, 1) \quad (3) \quad (-2, -1) \quad (2) \quad (-1, -2) \quad (1)$

$$f = \{(1, 2), (-2, 3), (-1, 4)\}$$

$$D_f = \{1, -2, -1\} \quad D_f \cap D_g = \{-2, -1\} \rightarrow -2, -1 \in D_g$$

$$D_{f \circ g} = \{-2, -1\}$$

$$(f \circ g)_{(-2)} = -1 \quad \left| \begin{array}{l} (f \circ g)_{(-1)} = 1 \\ f_{(-1)} - 2g_{(-1)} = 1 \\ -2g_{(-1)} = 1 \rightarrow g_{(-1)} = -\frac{1}{2} \\ g^{-1}(-2) = -\frac{1}{2} \\ (-2, -1) \in g^{-1} \end{array} \right.$$

$$f_{(-2)} - 2g_{(-2)} = -1$$

$$3 - 2g_{(-2)} = -1$$

$$4 = 2g_{(-2)} \rightarrow g_{(-2)} = 2 \rightarrow g^{-1}(2) = -2$$

۱۸ تابع $f(x) = |x-1| - |x+3|$ در بازه $[a, b]$ یک به یک بوده و $b-a$ حداکثر مقدار ممکن است. ضابطه وارون آن در این بازه کدام است؟

$x < -3 \rightarrow f(x) = -x+1 - x+3 = \Sigma$ ✗

$-3 \leq x \leq +1 \rightarrow f(x) = -x+1 - x-3 = -2x-2$ ✓

$x > +1 \rightarrow f(x) = x-1 - x-3 = -4$ ✗

$-3 \leq x \leq +1 \rightarrow f(x) = -2x-2$

$-4 \leq -2x \leq 4$

$-2 \leq -x \leq 2$

$2 \leq x \leq -2$

$R_f = [-4, 4] \rightarrow D_{f^{-1}} = [-2, 2]$

$f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} - 1$

$f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} - 1 ; -4 \leq x \leq 4 \quad (1)$

$f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} - 1 ; -3 \leq x \leq 1 \quad (2)$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - 1 ; -4 \leq x \leq 4 \quad (3)$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - 1 ; -3 \leq x \leq 1 \quad (4)$

۱- اگر $f(x) = f^{-1}(5) + x - 3$ باشد، آنگاه $f(5)$ کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۲- با توجه به ماشین مقابل، اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و g به یک به یک باشند و داشته باشیم $g(m) = 2$ ، مقدار m کدام است؟ $x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow \boxed{g} \rightarrow x$

۱ (۴)

۱/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

۲- به ازای کدام مقدار a ، $f(x) = \begin{cases} (2-a)x & , x < 0 \\ ax+1 & , x \geq 0 \end{cases}$ یک به یک است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۴- اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \frac{5x+2}{2x-1}$ آن گاه حاصل $(f \circ g^{-1})(4)$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۲ (۳)

۲۰ (۲)

۶ (۱)

۵- نمودار تابع $f(x) = -x^2 + ax + b$ در نقطه‌ی $\left(-1, \frac{1}{3}\right)$ نمودار تابع وارونش را قطع می‌کند. مقدار $a + b$ کدام است؟

$-\frac{13}{9}$ (۴)

$-\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{10}{9}$ (۲)

$-\frac{1}{9}$ (۱)

۶- تابع $f(x) = x^2 - 4x$ با دامنه $[3, +\infty)$ مفروض است. نمودار تابع معکوس تابع f از کدام نواحی مختصات می‌گذرد؟

(۲) اول و دوم

(۱) فقط اول

(۴) اول و چهارم

(۳) فقط چهارم

۷- اگر $f(x) = 2x + |x|$ باشد، معادله $f^{-1}(x) + 3x = 0$ چند جواب دارد؟

(۴) بی شمار

(۳) دو

(۲) یک

(۱) صفر

۸- ضابطه معکوس تابع $f(x) = x^2 + 6x - 1$ با فرض $(x \leq -4)$ کدام است؟

$$f^{-1}(x) = -3 - \sqrt{x+10} \quad ; \quad x \geq -9 \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = -3 + \sqrt{x+10} \quad ; \quad x \geq -10 \quad (2)$$

$$f^{-1}(x) = -3 - \sqrt{x+10} \quad ; \quad x \geq -10 \quad (3)$$

$$f^{-1}(x) = -3 + \sqrt{x+10} \quad ; \quad x \geq -9 \quad (4)$$

۹- در بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 2x + |2x + 1|$ وارون‌پذیر است، ضابطه وارون آن کدام است؟

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{4} ; x \geq -1 \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{4} ; x \geq -\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$f^{-1}(x) = 4x + 1 ; x \geq -1 \quad (3)$$

$$f^{-1}(x) = 4x + 1 ; x \geq -\frac{1}{2} \quad (4)$$

۱۰- نمودارهای $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{ax-1}$ و $g(x) = 3 \cdot 2^{x-1}$ در نقطه‌ای به عرض $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ متقاطع‌اند. در این صورت نمودار $f^{-1}(x)$ ، خط $x = \frac{1}{16}$ را در

نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$$\frac{43}{7} \quad (4)$$

$$\frac{14}{25} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{7}{5} \quad (1)$$

۱۱- حدود m برای آن که تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & ; x \leq 1 \\ mx+5 & ; x > 1 \end{cases}$ یک به یک باشد، کدام است؟

$$m < 0 \quad (4)$$

$$m \leq -1 \quad (3)$$

$$m > 0 \quad (2)$$

$$m \geq -1 \quad (1)$$

۱۲- تابع وارون تابع $y = x + \sqrt{x}$ به صورت $y = \left(\frac{\sqrt{ax+1}-1}{b} \right)^2$ می باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

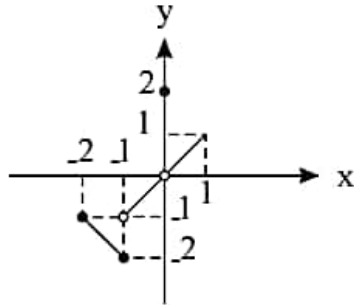
$$6 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

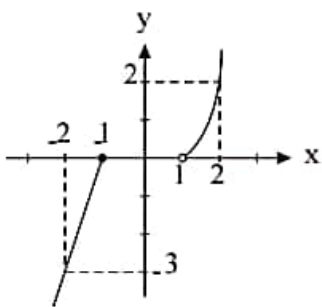
$$1 \quad (1)$$

۱۳- اگر $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{1-2x}$ و نمودار تابع $y = g(x)$ به صورت زیر باشد، در این صورت به ازای چه مقداری از a ، $f(g^{-1}(a)) = 1$ است؟



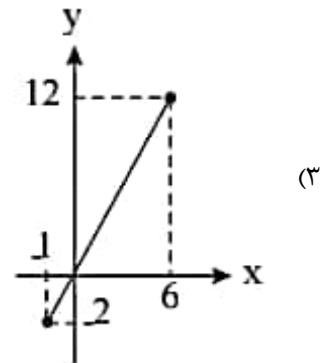
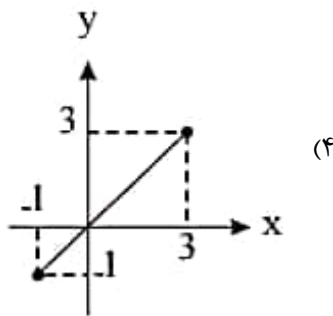
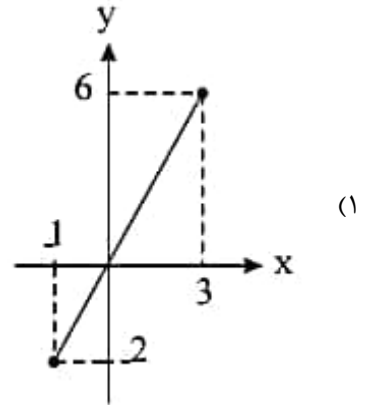
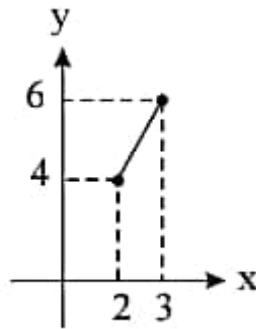
- (۱) -۲
- (۲) -۱
- (۳) ۱
- (۴) صفر

۱۴- نمودار $y = f(x+2)$ داده شده است. حاصل عبارت $A = \frac{f^{-1}(0) + f^{-1}(2)}{1 + f^{-1}(-3)}$ کدام است؟

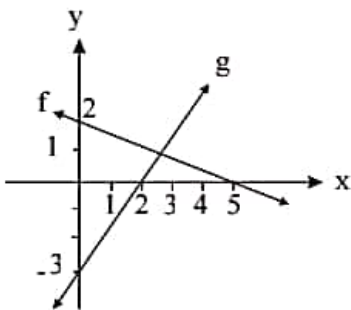


- (۱) ۵
- (۲) -۱
- (۳) صفر
- (۴) ۲

۱۵- f تابعی خطی با دامنه $[-1, 3]$ است که از دو نقطه $(-1, 2)$ و $(1, 4)$ می‌گذرد. نمودار تابع $g(x) = f(x) + f^{-1}(x)$ کدام است؟



۱۶- نمودار تابع‌های f و g مطابق شکل زیر است. حاصل $(f + g)^{-1}(0)$ کدام است؟



۳ (۱)

صفر (۲)

$\frac{10}{11}$ (۳)

۷ (۴)

۱۷- اگر $f^{-1} = \{(2,1), (3,-2), (4,-1)\}$ و $f - 2g = \{(-2,-1), (-1,8)\}$ و تابع g یک به یک باشد، کدام نقطه زیر حتماً روی g^{-1} قرار دارد؟

- (۱) $(-1, -2)$ (۲) $(-2, -1)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(1, -2)$

۱۸- تابع $f(x) = |x-1| - |x+3|$ در بازه $[a, b]$ یک به یک بوده و $b-a$ حداکثر مقدار ممکن است. ضابطه وارون آن در این بازه کدام است؟

(۱) $f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} - 1$; $-4 \leq x \leq 4$

(۲) $f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} - 1$; $-3 \leq x \leq 1$

(۳) $f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - 1$; $-4 \leq x \leq 4$

(۴) $f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - 1$; $-3 \leq x \leq 1$