

هندسه مختصاتی

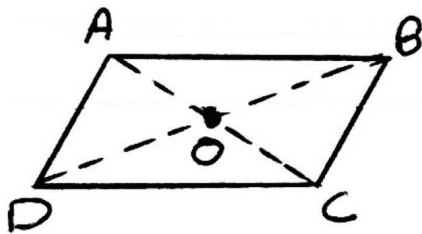
۱- اگر $A \begin{vmatrix} x_A \\ y_A \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} x_B \\ y_B \end{vmatrix}$:

وسط AB $\begin{vmatrix} \frac{x_A + x_B}{2} \\ \frac{y_A + y_B}{2} \end{vmatrix}$

طول پاره خط AB $= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

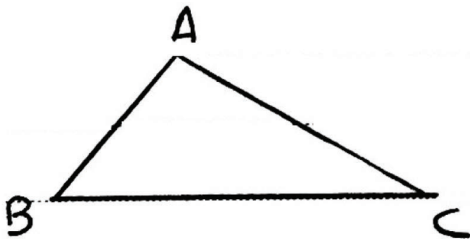
شیب AB $= \frac{\Delta y}{\Delta x}$

۲- اگر نقاط A, B, C و D چهار راس یک متوازی الاضلاع باشند:



$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

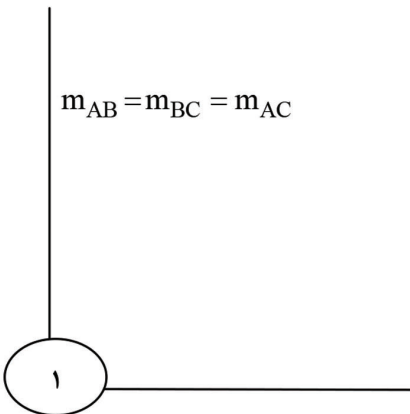
۳- دستور مساحت مثلث بر حسب ۳ راس:



$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

۴- شرط آن که ۳ نقطه A, B, C روی یک خط راست باشند:

$$m_{AB} = m_{BC} = m_{AC}$$



۵- قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} x_A \\ y_A \end{vmatrix}$ نسبت به نقطه $O \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix}$:

$$A' \begin{vmatrix} 2\alpha - x_A \\ 2\beta - y_A \end{vmatrix}$$

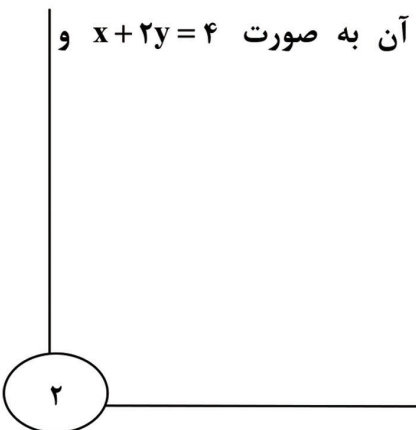
مثال ۱: نقاط $A(3, 2)$ و $B(-1, 4)$ دو راس مجاور یک لوزی هستند. اندازه محیط لوزی را بیابید؟

مثال ۲: در مثلث ABC با رئوس $A(1, 2), B(-2, 4), C(-1, 3)$ ، اندازه مساحت کدام است؟

- ۴ (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴)

مثال ۳: فاصله نقطه $A \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \end{vmatrix}$ از خط $3x - 4y = 2$ چقدر است؟

مثال ۴: مساحت مربعی را پیدا کنید که معادله‌های دو ضلع روبروی آن به صورت $x + 2y = 4$ و $2x + 4y = 5$ باشد؟



مثال ۵: دو ضلع مربعی بر دو خط به معادلات $5x - 12y + 8 = 0$, $-10x + 24y + 10 = 0$ قرار دارد. مساحت مربع کدام است؟

مثال ۶: در مثال قبل طول قطر مربع کدام است؟

مثال ۷: خط گذرا از نقطه $P \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ و موازی با خط $y - 3x + 4 = 0$ ، محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟

مثال ۸: دو خط به معادلات $my - x + 7 = 0$, $m^2x + y - 2 = 0$ بر دو ضلع مربعی منطبقاند. برای m چند

مقدار وجود دارد؟

(۱)

$\text{شیب ①} = \frac{1}{m}$ $\text{شیب ②} = -m^2$
 $mm' = -1 \rightarrow -\frac{m^2}{1} \times \frac{1}{m} = -1 \rightarrow m^2 = 1 \rightarrow m = \pm 1$

مثال ۹: دو نقطه روی خط $x + y = 1$ وجود دارد که فاصله این نقاط از خط $3x + 4y - 1 = 0$ برابر ۲ است.

مجموع طول این نقاط چقدر است؟

(۱) ۶

$AH = 2 = \frac{|3\alpha + 4 - 4\alpha - 1|}{\sqrt{9 + 16}}$
 $2 = \frac{|-\alpha + 3|}{5}$
 $10 = |-\alpha + 3|$
 $-\alpha + 3 = 1 \rightarrow \alpha = 2$
 $-\alpha + 3 = -1 \rightarrow \alpha = 4$

مثال ۱۰: از نقطه‌ی $A(-4, 3)$ خطی بر $L: x + 2y = 1$ عمود می‌کنیم تا آن را در H قطع کند مجموع

مختصات نقطه H کدام است؟

$m = -\frac{1}{2}$

$y - 3 = 2(x + 4) \quad m' = 2$

$y = 2x + 1 + 3 = 2x + 4$

$x + 2y = 1$

$x + 2(2x + 4) = 1 \rightarrow x + 4x + 8 = 1 \rightarrow 5x = -7 \rightarrow x = -\frac{7}{5}$

$y = 2(-\frac{7}{5}) + 4 = -\frac{14}{5} + \frac{20}{5} = \frac{6}{5}$

$H(-\frac{7}{5}, \frac{6}{5})$

$x + y = -\frac{1}{5}$

مثال ۱۱: مختصات قرینه نقطه $A(-1, 2)$ نسبت به خط $L: y - x = 2$ به صورت $A'(-b, a)$ است مقدار

عددی $a + b$ کدام است؟

$m_L = 1$

$AA' \perp L$

$m_{AA'} = -1$

$y - 2 = -1(x + 1)$

$y - 2 = -x - 1$

$y = -x + 1$

$y - x - 2 = 0$

$a = b + 1$

$a - b = 1$

مثال ۱۲: فاصله دو نقطه روی محور x ها از خط $y = 2x + 3$ برابر با $\sqrt{5}$ است طول پاره‌خطی که این دو

نقطه را به هم وصل می‌کند کدام است؟

مثال ۱۳: نقاط $C(m, 4), B(-1, 2), A(2, -1)$ رئوس مثلث ABC هستند. به ازای کدام m مثلث ABC در

راس C متساوی‌الساقین است؟

مثال ۱۴: اگر نقاط $D(4, 0), B(0, -3), A(2, 1)$ و ۳ راس متوازی‌الاضلاع $ABCD$ باشند فاصله راس A از

قطر متوازی‌الاضلاع کدام است؟

مثال ۱۵: دو ضلع مقابل یک مربع بر دو خط $ax - 6y = 9, x + 2y = 2a + 1$ منطبق هستند فاصله محل

تلاقی قطرهای مربع از هر راس چقدر است؟

$\frac{a}{9} = -\frac{1}{2}$ $m' = -\frac{a}{-9} = \frac{a}{9}$ $m = -\frac{1}{2}$

$a = -3$

$x + 2y = -5$ $-3x - 6y = 15$

$-3x - 6y = 9$

ضلع مربع $= \frac{|15-9|}{\sqrt{9+36}} = \frac{6}{\sqrt{45}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} =$

مثال ۱۶: نقطه $A(-3, 2)$ یکی از راس‌های لوزی است که یک قطر آن روی خط $3x - 2y = 5$ قرار دارد

معادله قطر دیگر آن کدام است؟

مثال ۱۷: معادله عمود منصف پاره خط AB که $A|_{-2}$ و $B|_{7}$ می‌باشد محور x ها را با کدام طول قطع

می‌کند؟ $M_{AB} = \frac{9}{8} = \frac{3}{2}$

$m_L = -\frac{2}{3}$

$y - 8 = -\frac{2}{3}(x - 0)$

$y = 0 \rightarrow -8 = -\frac{2}{3}x \rightarrow x = 12$

مثال ۱۸: به ازای کدام A سه خط $y + 2x = 0, y + 2x = a, 5 + 2y + ax = 0$ همگی از یک نقطه می‌گذرند؟

$y + 2x = 0$ (۱) $y + 2x = a$ (۲) $5 + 2y + ax = 0$ (۳)

$x = a$ $y = -2a$

$A|_{-2a}$

$d - \sum a + a^2 = 0$

$a^2 - \sum a + d = 0$

$\Delta = 16 - 20 = -4 < 0$

مثال ۱۹: نقطه $A(7, 6)$ راس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط $2y - 3x = 11$ و

$2y + 4x = 8$ است. مختصات وسط قطر را بیابید.

مثال ۲۰: یک قطر مربعی منطبق بر نیمساز ربع اول و سوم و یک راس آن نقطه $(-2, 3)$ است. مساحت

مربع را بیابید.

قطر $y = x$

نقطه قطر $AH = \frac{|-2-3|}{\sqrt{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$S = \frac{1}{2} (5\sqrt{2})(5\sqrt{2}) = 25$

قطر $= 5\sqrt{2}$

مثال ۲۱: اگر نقاط $D(5,0), C(a,b), B(2,3), A(1,0)$ مختصات رئوس متوازی الاضلاع ABCD باشند مساحت متوازی الاضلاع را بیابید.

مثال ۲۲: معادله ۴ ضلع یک مستطیل به صورت $2x + y = 5, 2x + y = 3, x - 2y = 14, x + 4y = 9$ می باشد محیط مستطیل را بیابید.

$3x - 4y = 12$

$m = 1/4, m = 1/4, m_2 = -2, m_3 = -2$

فاصله ۲ خط موازی که
اضلاع مستطیل هستند

$\frac{|5-3|}{\sqrt{4+1}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\frac{|14-9|}{\sqrt{9+16}} = \frac{5}{\sqrt{25}}$

محیط مستطیل را بیابید.

مثال ۲۳: خط $L: 3x - 4y = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $O(2, -1)$ مماس است شعاع دایره را بیابید.

مثال ۲۴: قرینه نقطه $A(2, -3)$ نسبت به نقطه $O(4, 1)$ را بیابید.

$x_{A'} = 2x_0 - x_A$

$y_{A'} = 2y_0 - y_A$

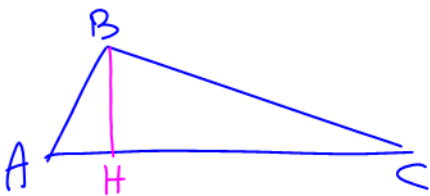
وسط

مثال ۲۵: فاصله نقطه $A(-2m+1, 3m-2)$ از محور مختصات به یک اندازه است OA چقدر است؟

$$+3m-2 = -2m+1$$

$$5m = 3 \rightarrow m = \frac{3}{5}$$

مثال ۲۶: اگر $C(-1,0), B(2,-3), A(5,6)$ راس‌های یک مثلث باشند طول ارتفاع BH وارد بر ضلع AC کدام است؟

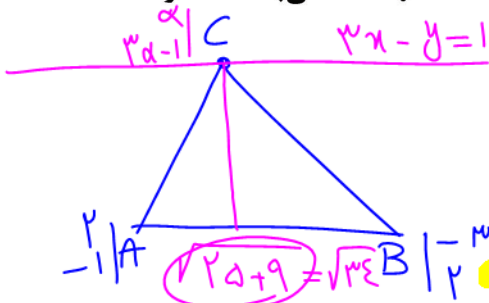


$$m_{AC} = \frac{6}{9} = 1$$

$$y = 1(x+1) \rightarrow y - x - 1 = 0$$

$$BH = \frac{|1-3-2-1|}{\sqrt{2}}$$

مثال ۲۷: نقاط $B(-3,2), A(2,-1)$ دو راس مثلثی و C راس سوم روی خط $3x-y=1$ می‌باشند. اگر



مساحت مثلث ۴ باشد $9x_c + 3y_c$ را بیابید.

$$S = \frac{1}{2} h \times AB$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{|15a - 5 + 3a - 1|}{\sqrt{25+9}} \times \sqrt{25+9}$$

$$1 = \frac{|18a - 6|}{\sqrt{25+9}}$$

$$m = \frac{3}{-8}$$

$$y + 1 = -\frac{3}{8}(x - 2)$$

$$8y + 8 = -3x + 6$$

$$3x + 8y - 2 = 0$$

مثال ۲۸: معادله دو ضلع یک متوازی‌الاضلاع $x-y=3$ و $y=2$ و مبدا محل تلاقی قطرهای آن است.

مساحت متوازی‌الاضلاع را بیابید.

$$AH = \sqrt{\frac{2}{5}} \rightarrow \text{قطر} = \sqrt{2} \quad S = \frac{1}{2} \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1$$

مثال ۲۹: اگر خطوط $y = (k+2)x + 3$ و $ky - x - b = 0$ معادلات قطرهای یک مربع و A یکی از رئوس

$$mm' = -1$$

$$(k+2)x \times \frac{1}{k} = -1$$

$$k+2 = -k$$

$$k = -1$$

$$m' = \frac{1}{k}$$

$$y = x + 3$$

$$-y - x - b = 0$$

$$y = -x - b$$

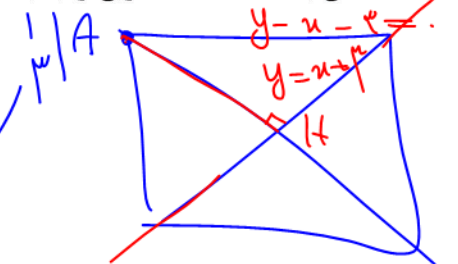
$$AH = \frac{|3 - 1 - b|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$AH = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2}$$

$$3 = -1 - b \rightarrow b = -4$$

$$m = k+2$$

آن باشد مساحت مربع را بیابید.



مثال ۳۰: کوتاه ترین فاصله نقطه $A(4,0)$ از نمودار $f(x) = ||x-1|-1|$ چقدر است؟

مثال ۳۱: دو نقطه بر خط $y = x - 1$ قرار دارند که فاصله این نقاط از خط $2x - 3y = 5$ برابر $\sqrt{13}$ است.

طول این نقاط را بیابید. $A \mid \begin{matrix} \alpha \\ \alpha - 1 \end{matrix}$

مثال ۳۲: به ازای کدام m دستگاه زیر دارای بی شمار جواب است؟

$$\begin{cases} mx + y = m - 1 \\ 3x + (m - 2)y = 4 - 2m \end{cases}$$

برهم منطبق
 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

$$\frac{m}{3} = \frac{1}{m-2} = \frac{m-1}{4-2m}$$

$$m^2 - 2m = 3 \rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \rightarrow (m-3)(m+1) = 0$$

$m = 3$
 $m = -1$

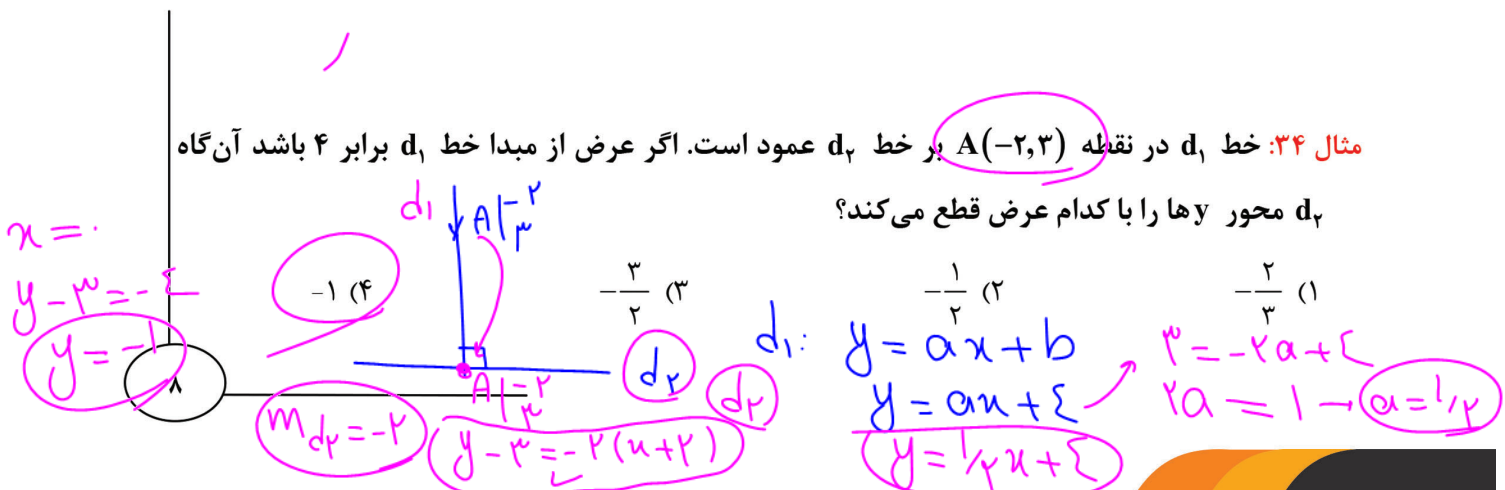
مثال ۳۳: نقاط $A(4,2), B(6,4), C(4,2)$ دو راس مثلث ABC می باشند و راس C از این مثلث روی خط

$y = 3x + 5$ واقع است. اگر مساحت این مثلث برابر ۱۱ باشد آن گاه عرض نقطه C کدام است؟

- (۱) ۱۱ یا ۲۲
(۲) -۱۱ یا ۲۲
(۳) ۱۱ یا -۲۲
(۴) -۱۱ یا -۲۲

مثال ۳۴: خط d_1 در نقطه $A(-2,3)$ بر خط d_2 عمود است. اگر عرض از مبدا خط d_1 برابر ۴ باشد آن گاه

d_2 محور y ها را با کدام عرض قطع می کند؟



هندسه مختصاتی

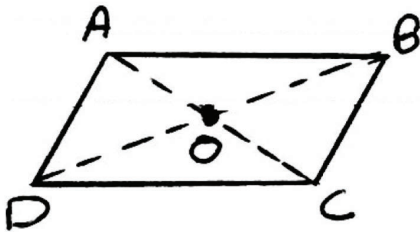
۱- اگر $A \begin{vmatrix} x_A \\ y_A \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} x_B \\ y_B \end{vmatrix}$:

وسط AB $\begin{vmatrix} \frac{x_A + x_B}{2} \\ \frac{y_A + y_B}{2} \end{vmatrix}$

طول پاره خط AB = $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

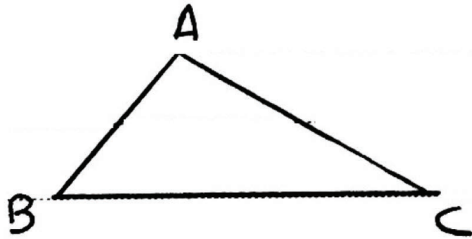
شیب AB = $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

۲- اگر نقاط A, B, C و D چهار راس یک متوازی الاضلاع باشند:



$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

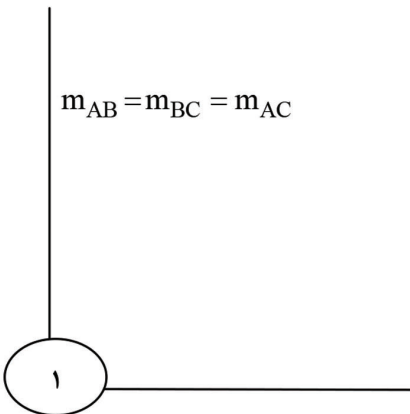
۳- دستور مساحت مثلث بر حسب ۳ راس:



$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$

۴- شرط آن که ۳ نقطه A, B, C روی یک خط راست باشند:

$m_{AB} = m_{BC} = m_{AC}$



۵- قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} x_A \\ y_A \end{vmatrix}$ نسبت به نقطه $O \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix}$:

$$A' \begin{vmatrix} 2\alpha - x_A \\ 2\beta - y_A \end{vmatrix}$$

مثال ۱: نقاط $A(3, 2)$ و $B(-1, 4)$ دو راس مجاور یک لوزی هستند. اندازه محیط لوزی را بیابید؟

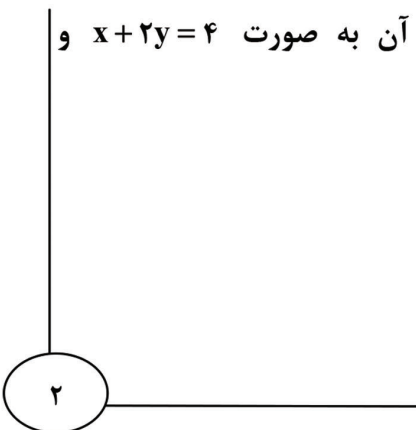
مثال ۲: در مثلث ABC با رئوس $A(1, 2), B(-2, 4), C(-1, 3)$ ، اندازه مساحت کدام است؟

- ۴ (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴)

مثال ۳: فاصله نقطه $A \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \end{vmatrix}$ از خط $3x - 4y = 2$ چقدر است؟

مثال ۴: مساحت مربعی را پیدا کنید که معادله‌های دو ضلع روبروی آن به صورت $x + 2y = 4$ و

$2x + 4y = 5$ باشد؟



مثال ۵: دو ضلع مربعی بر دو خط به معادلات $5x - 12y + 8 = 0$, $-10x + 24y + 10 = 0$ قرار دارد. مساحت مربع کدام است؟

مثال ۶: در مثال قبل طول قطر مربع کدام است؟

مثال ۷: خط گذرا از نقطه $P \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ و موازی با خط $y - 3x + 4 = 0$ ، محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟

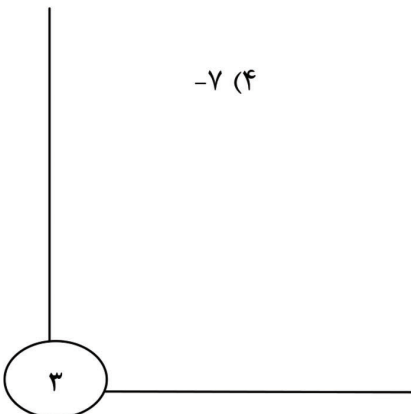
مثال ۸: دو خط به معادلات $my - x + 7 = 0$, $m^2x + y - 2 = 0$ بر دو ضلع مربعی منطبق اند. برای m چند مقدار وجود دارد؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

مثال ۹: دو نقطه روی خط $x + y = 1$ وجود دارد که فاصله این نقاط از خط $3x + 4y - 1 = 0$ برابر ۲ است.

مجموع طول این نقاط چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۷ (۴) -۷



مثال ۱۰: از نقطه‌ی $A(-4, 3)$ خطی بر $L: x + 2y = 1$ عمود می‌کنیم تا آن را در H قطع کند مجموع مختصات نقطه H کدام است؟

- (۱) $-1/6$ (۲) $-2/4$ (۳) $-6/8$ (۴) $-1/8$

مثال ۱۱: مختصات قرینه نقطه $A(-1, 2)$ نسبت به خط $L: y - x = 2$ به صورت $A'(-b, a)$ است مقدار عددی $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۰ (۴) ۲

مثال ۱۲: فاصله دو نقطه روی محور x ها از خط $y = 2x + 3$ برابر با $\sqrt{5}$ است طول پاره‌خطی که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند کدام است؟

مثال ۱۳: نقاط $C(m, 4), B(-1, 2), A(2, -1)$ رؤس مثلث ABC هستند. به ازای کدام m مثلث ABC در راس C متساوی‌الساقین است؟

مثال ۱۴: اگر نقاط $D(4, 0), B(0, -3), A(2, 1)$ و ۳ راس متوازی‌الاضلاع $ABCD$ باشند فاصله راس A از قطر متوازی‌الاضلاع کدام است؟

مثال ۱۵: دو ضلع مقابل یک مربع بر دو خط $x + 2y = 2a + 1$, $ax - 6y = 9$ منطبق هستند فاصله محل تلاقی قطرهای مربع از هر راس چقدر است؟

مثال ۱۶: نقطه $A(-3, 2)$ یکی از راس‌های لوزی است که یک قطر آن روی خط $3x - 2y = 5$ قرار دارد معادله قطر دیگر آن کدام است؟

مثال ۱۷: معادله عمود منصف پاره خط AB که $A \begin{vmatrix} -2 \\ 1 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 2 \\ 7 \end{vmatrix}$ می‌باشد محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

مثال ۱۸: به ازای کدام A سه خط $y + 2x = 0$, $y + 2x = 0$, $5 + 2y + ax = 0$ همگی از یک نقطه می‌گذرند؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) نشدنی

مثال ۱۹: نقطه $A(7, 6)$ راس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط $2y - 3x = 11$ و $3y + 4x = 8$ است. مختصات وسط قطر را بیابید.

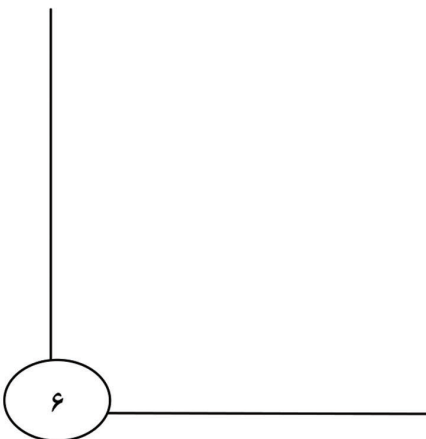
مثال ۲۰: یک قطر مربعی منطبق بر نیمساز ربع اول و سوم و یک راس آن نقطه $(-2, 3)$ است. مساحت مربع را بیابید.

مثال ۲۱: اگر نقاط $A(1, 0), B(2, 3), C(a, b), D(5, 0)$ مختصات رئوس متوازی الاضلاع $ABCD$ باشند مساحت متوازی الاضلاع را بیابید.

مثال ۲۲: معادله ۴ ضلع یک مستطیل به صورت $2x + y = 5, 2x + y = 3, x - 2y = 14, x + 9y = 6$ می باشد محیط مستطیل را بیابید.

مثال ۲۳: خط $L: 3x - 4y = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $O(2, -1)$ مماس است شعاع دایره را بیابید.

مثال ۲۴: قرینه نقطه $A(2, -3)$ نسبت به نقطه $O(4, 1)$ را بیابید.



مثال ۲۵: فاصله نقطه $A(-2m+1, 3m-2)$ از محور مختصات به یک اندازه است OA چقدر است؟

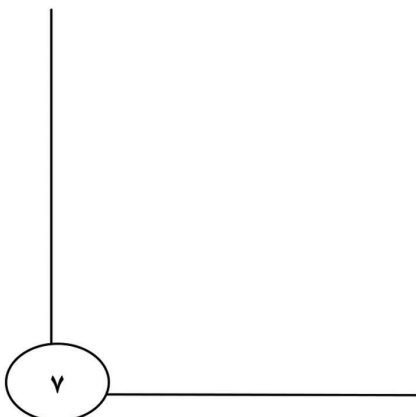
مثال ۲۶: اگر $A(5, 6), B(2, -3), C(-1, 0)$ راس‌های یک مثلث باشند طول ارتفاع BH وارد بر ضلع AC کدام است؟

مثال ۲۷: نقاط $A(2, -1), B(-3, 2)$ دو راس مثلثی و C راس سوم روی خط $3x - y = 1$ می‌باشند. اگر مساحت مثلث ۴ باشد $9x_c + 3y_c$ را بیابید.

مثال ۲۸: معادله دو ضلع یک متوازی‌الاضلاع $x - y = 3$ و $y = 2$ و مبدا محل تلاقی قطرهای آن است. مساحت متوازی‌الاضلاع را بیابید.

مثال ۲۹: اگر خطوط $y = (k+2)x + 3$ و $ky - x - b = 0$ معادلات قطرهای یک مربع و $A\left(\frac{1}{3}\right)$ یکی از رئوس

آن باشد مساحت مربع را بیابید.



مثال ۳۰: کوتاه‌ترین فاصله نقطه $A(4,0)$ از نمودار $f(x) = ||x-1| - 1|$ چقدر است؟

مثال ۳۱: دو نقطه بر خط $y = x - 1$ قرار دارند که فاصله این نقاط از خط $2x - 3y = 5$ برابر $\sqrt{13}$ است. طول این نقاط را بیابید.

مثال ۳۲: به ازای کدام m دستگاه زیر دارای بی‌شمار جواب است؟

$$\begin{cases} mx + y = m - 1 \\ 3x + (m - 2)y = 4 - 2m \end{cases}$$

مثال ۳۳: نقاط $A(4,2), B(6,4)$ دو راس مثلث ABC می‌باشند و راس C از این مثلث روی خط

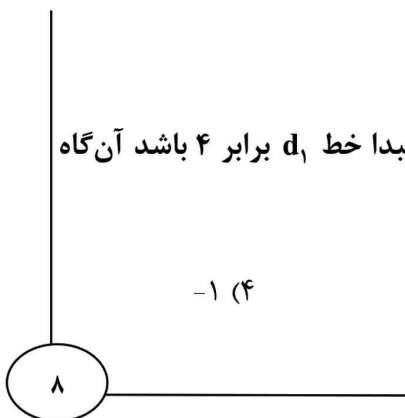
$y = 3x + 5$ واقع است. اگر مساحت این مثلث برابر ۱۱ باشد آن‌گاه عرض نقطه C کدام است؟

- (۱) ۱۱ یا ۲۲
 (۲) -۱۱ یا ۲۲
 (۳) ۱۱ یا -۲۲
 (۴) -۱۱ یا -۲۲

مثال ۳۴: خط d_1 در نقطه $A(-2,3)$ بر خط d_2 عمود است. اگر عرض از مبدا خط d_1 برابر ۴ باشد آن‌گاه

d_2 محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
 (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۳) $-\frac{3}{2}$
 (۴) -۱



مثال ۳۵: دو خط موازی $3x + 4y = b$ و $ax - 8y = 6$ بر دایره‌ای به مساحت π مماس هستند. حاصل ضرب

مقادیر ممکن برای b کدام است؟

- ۹۱ (۱) -۹۱ (۲) -۹۶ (۳) ۹۶ (۴)

مثال ۳۶: اگر $M(2, 5), N(-1, 8)$ دو سر یک پاره‌خط باشند مساحت مثلثی که عمود منصف MN با

محورهای مختصات می‌سازد کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۱۲ (۲) ۳۶ (۳) ۱۸ (۴)

مثال ۳۷: در مثلث ABC با رئوسهای $A(5, 1), B(7, 5), C(2, -2)$ اندازه ارتفاع وارد بر ضلع AC کدام

است؟

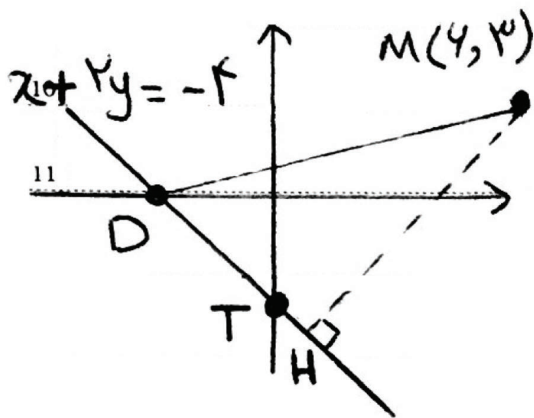
- $\sqrt{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴)

مثال ۳۸: در مثلث ABC ، راس A روی نیم‌ساز ربع دوم بوده و $B(2, -4)$ و $C(-1, 2)$ می‌باشند. اگر

اندازه ارتفاع $AH = \sqrt{5}$ باشد آن‌گاه اندازه ضلع AC کدام است؟

- ۳ (۱) ۵ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴)

مثال ۳۹: در شکل زیر اندازه مساحت DMT چقدر است؟



۱۶ (۱)

۳۲ (۲)

۴ (۳)

۱۸ (۴)

مثال ۴۰: نقاط $A(1, 2), B(4, 1)$ مفروض‌اند. اگر فاصله نقطه M واقع بر عمود منصف پاره خط AB از مبدا

مختصات برابر ۲ باشد مجموع مقادیر عرض نقطه M کدام است؟

۱۲ (۴)

۱/۲ (۳)

صفر (۲)

-۱/۲ (۱)

مثال ۴۱: تمام نقاط روی خط d با شیب منفی از دو خط $2y + x - 7 = 0$ و $2y + 4x - 11 = 0$ به یک

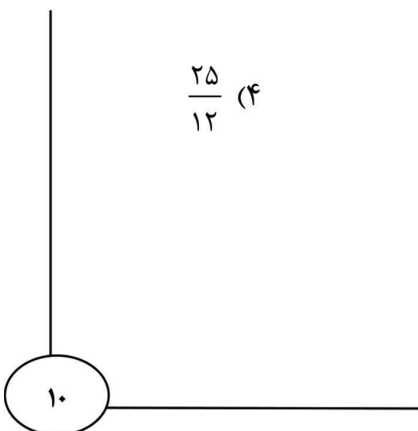
فاصله‌ند. خط d ، نیمساز ناحیه اول را با کدام طول قطع می‌کند؟

$\frac{25}{12}$ (۴)

$\frac{25}{6}$ (۳)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{5}{6}$ (۱)



مثال ۴۲: اگر $A(-2, 3)$ و $B(0, -5)$ نقطه M روی محور عرض‌ها از دو نقطه A و B با فاصله برابر است عرض نقطه M کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) -10 (۳) -5 (۴) $\frac{9}{4}$

مثال ۴۳: اگر $A(0, 4)$, $B(6, 0)$ و C سه راس مثلث متساوی‌الساقین با قاعده AB باشند به طوری که راس C روی خط $y = 2x$ باشد عرض نقطه C کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{4}$ (۲) -10 (۳) -5 (۴) $\frac{9}{4}$

مثال ۴۴: اگر $A(0, -3)$, $B(1, 2)$, $C(4, -1)$ سه راس مثلث باشند معادله ارتفاع نظیر راس A با کدام عرض از مبدا است؟

- (۱) 4 (۲) -4 (۳) 3 (۴) -3

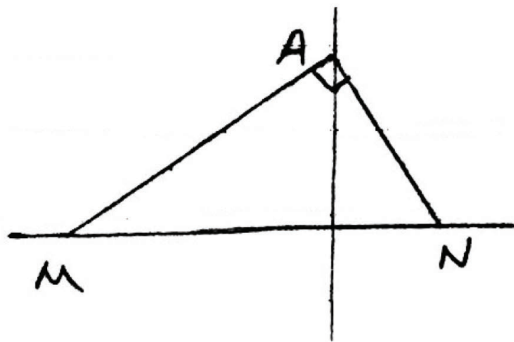
مثال ۴۵: یکی از اضلاع یک مربع روی خط $3y - 4x = 5$ قرار دارد اگر نقطه $A(4, 2)$ یک راس این مربع باشد کدام مورد می‌تواند مختصات راس مقابل راس A باشد؟

- (۱) $(-\frac{1}{5}, \frac{7}{5})$ (۲) $(-\frac{1}{4}, -2)$ (۳) $(\frac{1}{4}, \frac{-4}{3})$ (۴) $(\frac{1}{5}, \frac{-7}{5})$

مثال ۴۶: فاصله دو خط موازی $2y - 3x = 2$ و $y = mx + 3$ کدام است؟

مثال ۴۷: اگر $A(3, -1), B(-1, 3)$ فاصله عمود منصف AB از نقطه‌ای به عرض ۳ روی محور y ها را بیابید؟

مثال ۴۸: در شکل مقابل $MN = 4$ و دو خط در نقطه A بر هم عمودند طول نقطه M چند برابر طول نقطه N است؟



نقطه N است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$
- (۲) $-2\sqrt{3}$
- (۳) -3
- (۴) $-\sqrt{3}$

مثال ۴۹: نقطه A روی خط $y = 3x - 1$ با کدام عرض اختیار شود تا فاصله A از دو نقطه

$M(1, 1), N(3, -1)$ با هم برابر باشد؟

- (۱) -3
- (۲) $-\frac{2}{5}$
- (۳) $\frac{2}{5}$
- (۴) 2

مثال ۵۰: فاصله محل برخورد عمود منصف پاره خط AB که مختصات دوسر آن $A(-2,1)$ و $B(3,4)$ می باشد با محور y ها تا خط $3x + 4y = \frac{1}{3}$ چقدر است؟

مثال ۵۱: نقاط $A(2,4)$ ، $B(4,2)$ ، $C(-2,0)$ سه راس مثلث ABC و AH ارتفاع مثلث است. مساحت مثلث AHB کدام است؟

به ازای کدام مقادیر a معادله $x^2 + (a-1)x^2 + (4-a)x = 4$ سه ریشه حقیقی متمایز مثبت است؟

$$1 + a - 1 + \xi - a - \xi = 0$$

$$(x-1)(x^2 + ax + \xi) = 0$$

	$a-1$	$\xi-a$	$-\xi$
	1	a	ξ
1	a	ξ	0

$$x^2 + ax + \xi = 0$$

$$\Delta > 0 \rightarrow a^2 - 4\xi > 0 \rightarrow a^2 > 4\xi$$

$$S > 0 \rightarrow -a > 0 \rightarrow a < 0$$

$$P > 0 \rightarrow \xi > 0$$

$(-\infty, -4) - \{-5\}$ (1)
 $(-\infty, -4)$ (2)
 $(4, +\infty)$ (3)
 $(4, +\infty) - \{5\}$ (4)

$(1) \cap (2) \rightarrow a < -4$

$a = -4 \rightarrow x^2 - 4x + \xi = 0$

$(x-1)(x-\xi) = 0$

$x=1$ $x=\xi$

۲- به ازای کدام مقادیر m ، معادله درجه دوم $(m-6)x^2 - 2mx - 3 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی است؟

$\Delta > 0 \rightarrow \Delta = 4m^2 + 12(m-6) > 0 \rightarrow m^2 + 3m - 18 > 0$
 $(m+6)(m-3) > 0$

$S < 0 \rightarrow \frac{2m}{m-6} < 0 \rightarrow m > 6$

$P > 0 \rightarrow \frac{-3}{m-6} > 0 \rightarrow m < 6$

From $\Delta > 0$: $m < -6$ (1) or $m > 3$ (2)
 From $S < 0$: $m > 6$ (2)
 From $P > 0$: $0 < m < 6$ (3)

The intersection of (2) and (3) is $0 < m < 6$.

Another path: $m-6 < 0 \rightarrow m < 6$

$x^2 - 2x - 3 > 0 \rightarrow (x-3)(x+1) > 0$

Graphs of the quadratic functions are shown to illustrate the sign analysis.

Final answer: $0 < m < 6$

۳- اگر α و β صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = x^2 - 6x + 2$ باشند، مجموع ریشه‌های معادله $\alpha x^2 + 13x^2 - \beta = 1$

$$\alpha x^2 + 13x^2 - \beta - 1 = 0$$

$$\alpha x^2 = t \rightarrow \alpha t^2 + 13t - \beta - 1 = 0$$

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ \alpha + \beta = 6 \\ \alpha \cdot \beta = 2 \end{cases} \rightarrow \alpha, \beta > 0$$

کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۱

این معادله فاقد ریشه است.

$$A \cdot C = \alpha(-\beta - 1) = -\alpha(\beta + 1) < 0$$

معادله را می‌توانیم به شکل $x^2 = t_1$ درآوریم. $x = \pm \sqrt{t_1}$

اگر $t_1 > 0$ داریم $x = \pm \sqrt{t_1}$

اگر $t_1 < 0$ نداریم \times

$P = \frac{c}{a}$

$A \cdot C < 0$

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \alpha, \beta$$

$$S = \alpha + \beta$$

$$P = \alpha \cdot \beta < 0$$

۴- ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ یک واحد کم‌تر است؟

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x^2 - 3x + 1 = 0$ (۱)
 $x^2 + 3x + 1 = 0$ (۲)
 $x^2 - 5x + 2 = 0$ (۳)
 $x^2 - 5x + 2 = 0$ (۴)

$x_1 = \frac{1}{\alpha} - 1$
 $x_2 = \frac{1}{\beta} - 1$

$-x^2 - 3x + 2 = 0$

$-(x+1)^2 - 3(x+1) + 2 = 0$
 $-(x^2 + 2x + 1) - 3x - 3 + 2 = 0$
 $-x^2 - 2x - 1 - 3x - 1 = 0$
 $x(-1) \rightarrow x^2 + 2x + 2 = 0$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

① $b \rightarrow -b$ قرینه معادله را داریم
 ② $a \leftrightarrow c$ عکس
 ③ $x \rightarrow x - k$ یک واحد کمتر
 ④ $x \rightarrow x + k$ یک واحد کمتر
 ⑤ $\begin{cases} a \rightarrow a \\ b \rightarrow bk \\ c \rightarrow ck \end{cases}$ هم‌بسیار کردن

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + 4 = 0$ باشند حاصل عبارت $\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} + \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}$ کدام است؟

$S = 6 \quad P = 4$

$ax^2 + bx + c = 0$ *تعداد*

$S = -b/a \quad P = c/a$

$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P}$

$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP$

$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$

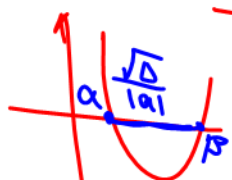
$\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} + \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha} = A \rightarrow A^2 = \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2} + \frac{2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta}$

$A^2 = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha^2\beta^2} + \frac{2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = \frac{S^3 - 3SP}{P^2} + \frac{2\sqrt{P}}{P}$

$= \frac{6^3 - 3 \times 6 \times 4}{4^2} + \frac{2 \times 2}{4}$

$= \frac{216 - 72}{16} + \frac{4}{4} = 10 \rightarrow A = \sqrt{10}$

طول پاره‌های اضلاع است
که می‌توان بر مخرج مشترک
از یکدیگر رساند



$\sqrt{6}$ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{10}$ (۴)

۶- اگر یکی از ریشه‌های معادله $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه دیگر آن کدام است؟

$\alpha + \beta + \gamma = 1/4$
 $\alpha + \beta + 2 = 1/4$
 $\alpha + \beta = -3/4$

$\sum a - 2 - 5 = 2$
 $\sum a - 7 = 2$
 $\sum a = 9$
 $a = 2$

$x(2x^2 - x - 5) = 2$
 $2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$

$(x-2)(\quad) = 0$
 (H.W)

(1) -2
 (2) -1/2 ✓
 (3) -1/2
 (4) -2

$ax^n + bx^{n-1} + \dots + c = 0$
 با شرط وجود n ریشه

مجموع ریشه‌ها $\rightarrow -\frac{b}{a}$
 ضرب ریشه‌ها $\left\{ \begin{array}{l} c/a \text{ ریشه } n \\ -c/a \text{ ریشه } n \end{array} \right.$

۷- اگر رأس یک سهمی روی نیمساز ربع اول باشد و محور xها را در دو نقطه، به طولهای (۱) و (۳) قطع کند،

آن گاه این سهمی محور yها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$y = ax^2 + bx + c$
 $a > 0$ (U shape) $a < 0$ (∩ shape)

$x_s = \frac{-(b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a}$
 $x_s = \frac{-(b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a}$ → طول رأس، محور تقارن، گشایی

$y_s = \frac{-\Delta}{2a}$ → مقدار Max / Min

Roots: α, β
 $x_s = \frac{\alpha + \beta}{2}$
 $x_s = \frac{-1 + 3}{2} = 1$

$y = a(x - \alpha)(x - \beta)$
 $y = a(x - 1)(x - 3)$
 $1 = a(2)(-2) \rightarrow a = -\frac{1}{4}$
 $y = -\frac{1}{4}(x+1)(x-3)$
 $x = 0 \rightarrow y = -\frac{1}{4}(-1)(-3) = \frac{3}{4}$

Options:
 (1) $\frac{3}{4}$
 (2) $-\frac{3}{4}$
 (3) 3
 (4) -3

۸- اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = (k+3)x^2 - 4x + k$ برابر صفر باشد، مقدار k کدام است؟

$$\frac{-\Delta}{2a} = \dots \rightarrow \frac{\pm ac - b^2}{2a} = \dots \rightarrow \pm ac - b^2 = 0$$

$k + 3 < 0$
 $k < -3$

$a < 0$

(1) -4
 (2) -1
 (3) 1
 (4) 4

۹- به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $y = 2x^2 + (m+1)x + m+6$ بر نیمساز ناحیه اول محوره‌های مختصات، مماس است؟

$2x^2 + mx + x + m + 6 = x$
 $2x^2 + mx + m + 6 = 0$

$\Delta = 0$
 $m^2 - 4(m+6) = 0$
 $m^2 - 4m - 24 = 0$
 $(m-12)(m+6) = 0$
 $m = 12$ (X)
 $m = -6$ (✓)

$m = 12 \rightarrow 2x^2 + 13x + 18 = 0$
 $x^2 + 9x + 9 = 0 \rightarrow (x+3)^2 = 0$
 $x = -3$

Diagrams showing the intersection of a parabola $f(x)$ and a line $g(x)$ at a point (a, y) where $\Delta = 0$.

۱۰. به ازای کدام مقدار m مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 - (m+2)x + 5 = 0$ برابر ۶ می‌باشد؟

$$S = \frac{m+2}{m}$$

$$P = \frac{5}{m}$$

حالت‌های
ریشه
 $\Delta > 0$

$$\alpha + \beta = 6 \rightarrow S^2 - 2P = 6$$

$$\left(\frac{m+2}{m}\right)^2 - \frac{10}{m} = 6$$

$$x^2 - 6x + 6 = 0$$

$$\Delta = 14 - 24 < 0$$

$$X = m$$

$$-9/5 = m$$

- $-\frac{9}{5}$ (۱) ✓
- ۱ (۲)
- $-\frac{9}{5}, 1$ (۳)
- $-1, \frac{9}{5}$ (۴) ✗

۱۱- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، از معادله $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$ دو جواب متمایز برای x حاصل می شود؟

$\sqrt{x} = t$
 $x = t^2$

$t^2 - 2t + m - 1 = 0$

(۱) $m \geq 1$

(۲) $m < 2$

(۳) $1 \leq m < 2$

(۴) هیچ مقدار m

① $\left. \begin{array}{l} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{دو ریشه} \\ \oplus \end{array}$ ✓

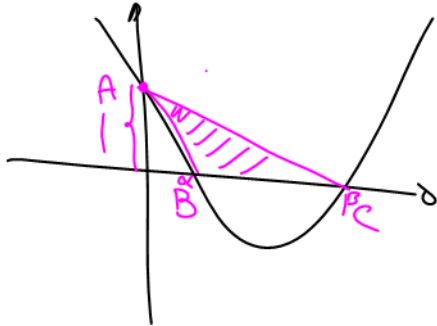
یا اصابع ←

② $\left. \begin{array}{l} C = 0 \rightarrow \text{تک ریشه} \\ -\frac{b}{a} > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{تک ریشه} \\ \text{مثبت است} \end{array}$ ✓

$ax^2 + bx = 0$
 $x(ax + b) = 0$
 $x = 0$
 $x = -\frac{b}{a} > 0$

۱۲- اگر مساحت مثلثی که راس‌های آن نقاط برخورد منحنی به معادله $y = |x^2 - kx + 1|$ با محورهای مختصات

است، برابر یک واحد مربع باشد، k کدام است؟



توضیحات

$$S = \frac{1}{2} h \cdot a$$

$$1 = \frac{1}{2} \times |x| \cdot |\beta - \alpha|$$

$$1 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$2 = \sqrt{k^2 - 4}$$

$$k^2 - 4 = 4 \rightarrow k^2 = 8 \rightarrow k = \pm 2\sqrt{2}$$

(۱) ± 2

(۲) ± 4

(۳) $\pm 2\sqrt{2}$

(۴) $\pm\sqrt{2}$

۱۳- مجموع مربعات صفرهای تابع درجه دو مقابل کدام است؟

$$\alpha^2 + \beta^2 = ? \quad S^2 - 2P = (-2)^2 - 2(-\frac{1}{2})$$

$$S | y_S \rightarrow y = a(x - x_S)^2 + y_S = 5 + 1 = 6$$

$$y = a(x+1)^2 - 3$$

$$-1 = a - 3 \rightarrow a = 2$$

$$y = 2(x^2 + 2x + 1) - 3 = 2x^2 + 4x - 1$$

$$S = -2$$

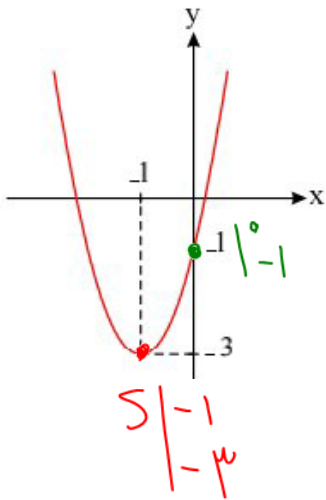
$$P = -\frac{1}{2}$$

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)



۲

۱۴- اگر α, β ریشه‌های معادله $x^2 + kx + 1 = 0$ باشند به ازای کدام مقدار k ، ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ به

$$S = \alpha + \beta = -k$$

$$P = \alpha \cdot \beta = 1$$

صورت $(\sqrt{\alpha}, \sqrt{\beta})$ است؟

(۱) -۱۲

(۲) -۱۴

(۳) -۱۰

(۴) -۸

$$S' = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 4 \checkmark$$

$$\alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 14$$

$$-k + 2\sqrt{1} = 14$$

$$-k = 12$$

$$k = -12$$

۱۵- قدر مطلق تفاضل حاصل ضرب و حاصل جمع ریشه‌های معادله $(x^2 + 3x)^2 - 1 = 7x^2 + 21x$ کدام است؟

$$(x^2 + 3x)^2 - 1 - 7x^2 - 21x = 0$$

$$x^2 + 3x = t$$

(۱) صفر

$$(x^2 + 3x)^2 - 1 - 7(x^2 + 3x) - 1 = 0$$

$$x^2 + 3x = 1 \rightarrow x^2 + 3x - 1 = 0 \quad \Delta > 0$$

(۲) ۱

$$t^2 - 7t - 1 = 0$$

$$x^2 + 3x = -1 \rightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \quad \Delta > 0$$

(۳) ۲

$$(t-1)(t+1) = 0$$

$$\begin{matrix} t=1 \\ t=-1 \end{matrix}$$

$$S_1 = -3 \quad P_1 = -1$$

$$S_2 = -3 \quad P_2 = 1$$

توجه به علامت معادله
جدید با دست ضریب

$$|-1 - (-6)| = |-1 + 6| = 5$$

($P_1 \times P_2$)

۱۶- اگر α و β ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 - 2x - 2 = 0$ باشند حاصل $\alpha^2 - \alpha + \beta$ کدام است؟

$$\begin{aligned} 2\alpha + 2 - \alpha + \beta &= \\ \alpha + \beta + 2 &= 2 + 2 = 4 \\ & \quad \quad \quad -b/a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha^2 - 2\alpha - 2 &= 0 \\ \alpha^2 &= 2\alpha + 2 \end{aligned}$$

(۱) ۲

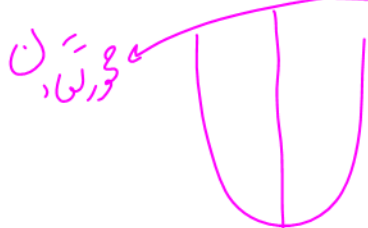
(۲) صفر

(۳) ۴

(۴) -۲

۱۷- اگر یکی از منحنی‌های تابع درجه دوم $y = (a-1)x^2 + x + 3$ نسبت به خط $x=2$ متقارن باشد، این منحنی

محور x ها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟



$$y = -\frac{1}{\varepsilon}x^2 + x + 3 = 0$$

$$-x^2 + \varepsilon x + 12 = 0$$

$$x^2 - \varepsilon x - 12 = 0$$

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

$$x=2 = x_s = -\frac{b}{2a} \rightarrow 2 = -\frac{1}{2(a-1)}$$

$$(x-6)(x+2) = 0$$

$$x = 6$$

$$x = -2$$

$$\varepsilon a - \varepsilon = -1$$

$$a - \frac{3}{\varepsilon} = 0$$

۱۸- نمودار تابع درجه دوم $y=f(x)$ مطابق شکل زیر است. مجموع مربعات ریشه‌های معادله $f(x)=0$ کدام

است؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

$y = a(x - \alpha)^2 + \beta$ $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$ $ax^2 + bx + c = 0$

$y = a(x + 1)^2 - 2$

$A \mid -2 \quad \int -2 = 2a - 2b - 2 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases}$

$B \mid -1 \quad \int -2 = a - b - 2$

$C \mid -2 \rightarrow C = -2$

$2x^2 + 2x - 2 = 0$

$x^2 + 2x - 1 = 0$

$S^2 - 2P = (-2)^2 - 2(-1) = 4 + 2 = 6$

$2CS = x_B = \frac{-2+0}{2} = -1$

S=B	-1
	-2

۱۹- اگر ریشه‌های معادله $ax^2 - ax + b = 0$ از مربع معکوس ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - 9 = 0$ دو واحد کم‌تر باشد،

$$2x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$(x-4)(x+3) = 0$$

$$\left| \begin{array}{l} x = 4 \\ x = -3 \end{array} \right| \begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = -\frac{3}{2} \end{array}$$

$$\alpha = \frac{1}{x_1^2} - 2 = \frac{1}{9} - 2 = -\frac{17}{9}$$

$$\beta = \frac{1}{x_2^2} - 2 = \frac{1}{9/4} - 2 = \frac{4}{9} - 2 = -\frac{14}{9}$$

$$\alpha + \beta = S' = -\frac{17}{9} - \frac{14}{9} = -\frac{31}{9}$$

$$\alpha \cdot \beta = \left(-\frac{17}{9}\right)\left(-\frac{14}{9}\right) = \frac{14 \times 17}{81}$$

$$x^2 + \frac{31}{9}x + \frac{14 \times 17}{81} = 0$$

$$9x^2 + 31x + 238 = 0$$

a کدام است؟

۲۰ (۱)

۳۱ (۲)

۴۲ (۳)

۱۷ (۴)

۲۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$ فاقد ریشه حقیقی است؟

$$\Delta < 0$$

$$(m+1)^2 - 4\left(\frac{1}{2}m+2\right) < 0$$

$$(m+1)^2 - \{m - 16\} < 0$$

$$m = -2$$

$$-3 < m < 5 \quad (1)$$

$$-3 < m < 4 \quad (2)$$

$$-2 < m < 4 \quad (3)$$

$$-1 < m < 5 \quad (4)$$

$$m = -2$$

۲۱- اگر هر یک از ریشه‌های معادله $3x^2 + ax + b = 0$ دو برابر معکوس هر ریشه از معادله $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد،

a کدام است؟

(۱) -۱۴

(۲) -۱۲

(۳) -۸

(۴) -۶

۲۲ به ازای کدام مقادیر m ، معادله $x^2 - 2mx^2 + 2m - 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟

$x^2 = t$ $t^2 - 2mt + 2m - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac$ $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup \{1\}$ (۱)

$x^2 = -2$
*

① گوی
مسئله را به دو ریشه تبدیل
ریشه‌های
مختلف علامت
 $t_1 +$
 $t_2 -$

$a < 0 \rightarrow$
 $(2m-1) < 0 \rightarrow m < \frac{1}{2}$

- (۲) $(-\infty, 1) - \{\frac{1}{2}\}$
- (۳) $\mathbb{R} - \{1\}$
- (۴) $(-\infty, \frac{1}{2}]$

②

مسئله را می‌توانند
یک ریشه مضرب
منبت داشته باشند

$\Delta = 0 \rightarrow m^2 - 2(2m-1) = 0 \rightarrow m^2 - 4m + 2 = 0$
 $(m-1)^2 = 0$
 $m = 1$
 $\frac{-b}{2a} > 0 \rightarrow \frac{2m}{2} > 0 \rightarrow m > 0$
 $m = 1$

$(-\infty, \frac{1}{2}) \cup \{1\}$

۱- به ازای کدام مقادیر a ، معادله $x^3 + (a-1)x^2 + (4-a)x = 4$ دارای سه ریشه حقیقی متمایز مثبت است؟

(۱) $(-\infty, -4) - \{-5\}$

(۲) $(-\infty, -4)$

(۳) $(4, +\infty)$

(۴) $(4, +\infty) - \{5\}$

۲- به ازای کدام مقادیر m ، معادله درجه دوم $(m-6)x^2 - 2mx - 3 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی است؟

(۱) $m < -6$

(۲) $m > 3$

(۳) $0 < m < 3$

(۴) $3 < m < 6$

۳- اگر α و β صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = x^2 - 6x + 2$ باشند، مجموع ریشه‌های معادله $\alpha x^4 + 13x^2 - \beta = 1$

کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) این معادله فاقد ریشه است.

۴- ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ یک واحد کم‌تر است؟

$$(1) \quad x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(2) \quad x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$(3) \quad x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(4) \quad x^2 - 5x + 2 = 0$$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + 4 = 0$ باشند حاصل عبارت $\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} + \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{6}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{10}$

۶- اگر یکی از ریشه‌های معادله $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه دیگر آن کدام است؟

(۱) -۲

(۲) $-\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۷- اگر رأس یک سهمی روی نیمساز ربع اول باشد و محور x ها را در دو نقطه، به طولهای $1-$ و 3 قطع کند، آن گاه این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$$(1) \frac{3}{4}$$

$$(2) -\frac{3}{4}$$

$$(3) 3$$

$$(4) -3$$

۸- اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = (k+3)x^2 - 4x + k$ برابر صفر باشد، مقدار k کدام است؟

(۱) -۴

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۴

۹- به ازای کدام مقدار m ، نمودار تابع $y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6$ بر نیمساز ناحیه اول محورهای مختصات،

مماس است؟

(۱) -۴

(۲) -۱۲، ۴

(۳) ۱۲، -۴

(۴) ۱۲

۱۰. به ازای کدام مقدار m ، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 - (m+3)x + 5 = 0$ برابر ۶ می‌باشد؟

(۱) $-\frac{9}{5}$

(۲) ۱

(۳) $-\frac{9}{5}, 1$

(۴) $-1, \frac{9}{5}$

۱۱- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، از معادله $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$ دو جواب متمایز برای x حاصل می‌شود؟

(۱) $m \geq 1$

(۲) $m < 2$

(۳) $1 \leq m < 2$

(۴) هیچ مقدار m

۱۲ اگر مساحت مثلثی که راس‌های آن نقاط برخورد منحنی به معادله $y = x^2 - kx + 1$ با محورهای مختصات است، برابر یک واحد مربع باشد، k کدام است؟

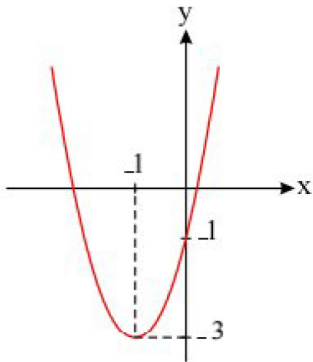
(۱) ± 2

(۲) ± 4

(۳) $\pm 2\sqrt{2}$

(۴) $\pm \sqrt{2}$

۱۳- مجموع مربعات صفرهای تابع درجه دو مقابل کدام است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

۱۴ اگر α, β ریشه‌های معادله $x^2 + kx + 1 = 0$ باشند به ازای کدام مقدار k ، ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ به

صورت $(\sqrt{\alpha}, \sqrt{\beta})$ است؟

(۱) -۱۲

(۲) -۱۴

(۳) -۱۰

(۴) -۸

۱۵. قدر مطلق تفاضل حاصل ضرب و حاصل جمع ریشه‌های معادله $(x^2 + 3x)^2 - 8 = 7x^2 + 21x$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۶ اگر α و β ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 - 2x - 2 = 0$ باشند حاصل $\alpha^2 - \alpha + \beta$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) صفر

(۳) ۴

(۴) -۲

۱۷ اگر یکی از منحنی‌های تابع درجه دوم $y = (a-1)x^2 + x + 3$ نسبت به خط $x=2$ متقارن باشد، این منحنی محور x ها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

۱۸- نمودار تابع درجه دوم $y=f(x)$ مطابق شکل زیر است. مجموع مربعات ریشه‌های معادله $f(x)=0$ کدام

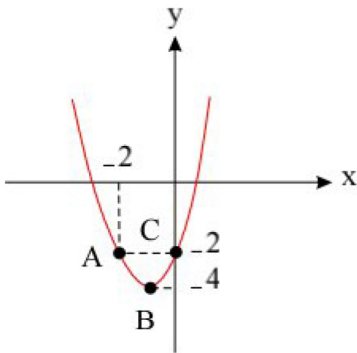
است؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)



۱۹- اگر ریشه‌های معادله $9x^2 + ax + b = 0$ از مربع معکوس ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - 9 = 0$ دو واحد کم‌تر باشد،

a کدام است؟

(۱) ۲۰

(۲) ۳۱

(۳) ۴۲

(۴) ۱۷

۲۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{4}m + 2 = 0$ فاقد ریشه حقیقی است؟

(۱) $-3 < m < 5$

(۲) $-3 < m < 4$

(۳) $-2 < m < 4$

(۴) $-1 < m < 5$

۲۱- اگر هر یک از ریشه‌های معادله $3x^2 + ax + b = 0$ دو برابر معکوس هر ریشه از معادله $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد،

a کدام است؟

(۱) -۱۴

(۲) -۱۲

(۳) -۸

(۴) -۶

۲۲- به ازای کدام مقادیر m ، معادله $x^2 - 2mx^2 + 2m - 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟

(۱) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \{1\}$

(۲) $(-\infty, 1) - \left\{\frac{1}{2}\right\}$

(۳) $\mathbb{R} - \{1\}$

(۴) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$