

$$\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$$

۱- حاصل حد  $\frac{\log_2^x - \log_x^2}{\log_2^{\left(\frac{x}{2}\right)^2}}$  وقتی  $x \rightarrow 2$  کدام است؟

$$\log_2^x = \frac{1}{\log_x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log_2^x - \log_x^2}{2(\log_2 x - \log_2 2)} = \frac{(\log_2^x)^2 - 1}{2 \log_2^x (\log_2 x - \log_2 2)} = \frac{2}{2} = 1$$

1 (1)

$\lim_{x \rightarrow 1^+} [x^d - \varepsilon x + 3] = [0^+] = 0$

$\Delta x^\varepsilon - \varepsilon = d - \varepsilon = 1 > 0$

در این صورت  $f' > 0$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} [x^d - 1 \cdot x + 2] = [0^-] = -1$

$\Delta x^\varepsilon - 1 = d - 1 = -1 < 0$

$\lim_{x \rightarrow 1} [x^d - dx + 13] = [9^+] = 9$

$\Delta x^\varepsilon - d = 0$

$f' = 2 \cdot x^3 = 2 \cdot 1 = 2 > 0$

۲- حد کسر  $\frac{x + \sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x^2-1}}$  وقتی  $x \rightarrow 1^+$  کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1) + \sqrt{x-1}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} (\sqrt{x-1})^2 + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1} \cdot x \sqrt{x+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x + x^2}}{\sqrt[3]{11x + x^3} - x} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{11x}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

مقدار ثابتی در برز نیست  
 $x \rightarrow \infty$   
کسر می توان

$1 + a = 0 \rightarrow a = -1$

اگر  $L = +\infty$  حاصل حد چپ این عبارت در  $x = 0$  کدام است؟

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos \pi x}}{x^2 - x} =$

$1 - \cos u \approx \frac{u^2}{2}$

$x \rightarrow 0 \rightarrow x(x-1)$

$\frac{\sqrt{1 - \cos \pi x}}{x(x-1)} = \frac{\sqrt{\frac{\pi^2 x^2}{2}}}{x(x-1)} = \frac{\frac{\pi}{\sqrt{2}} x}{x(x-1)} = \frac{\pi}{\sqrt{2}(x-1)}$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sqrt{a - \sin x} = b \rightarrow b = ?$

$x \rightarrow \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$

$a - 1 = 0 \rightarrow a = 1$

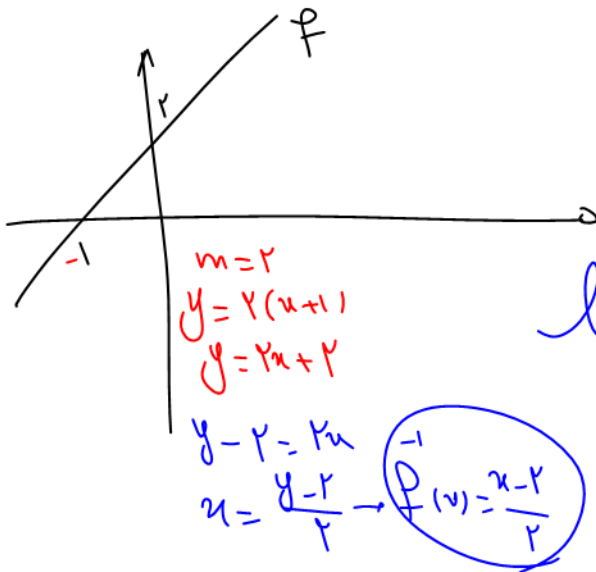
$\lim_{u \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \sqrt{1 - \sin u} = \frac{\sqrt{(\sin u - \cos u)^2}}{\sin u - \cos u} = \frac{|\sin u - \cos u|}{\sin u - \cos u}$

$\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$   
 $\frac{\pi}{4} < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{2}$

اگر  $L = +\infty$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \left( \frac{1}{-2x} - \frac{1}{-x+1} - \frac{1}{4x^2-1} \right)$  کدام است؟

صفر (۴)       $-\frac{1}{3}$  (۳)       $\frac{1}{3}$  (۲)       $+\infty$  (۱)

$-\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$



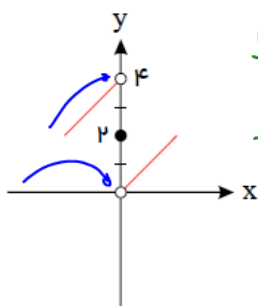
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 2f^{-1}(x)}{x} =$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 2 + x - 2}{x} = \frac{2x}{x} = 2$

با توجه به نمودار  $f$  حاصل



۵- اگر شکل زیر مربوط به تابع  $g(x)$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4-g(x)}{\sqrt{g(x)}-2}$  کدام است؟



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(4-g)}{\sqrt{g}-2} \times \frac{\sqrt{g}+2}{\sqrt{g}+2}$$

$$x \rightarrow 0^-$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-(g-4)(\sqrt{g}+2)}{g-4}$$

$$x \rightarrow 0^- \quad \frac{-(2+2)}{2-2} = -\frac{4}{0} = -\infty$$

$$-\infty \quad (1)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}-2} \quad (3)$$

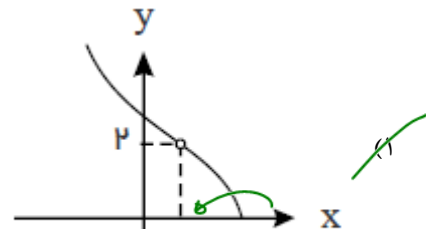
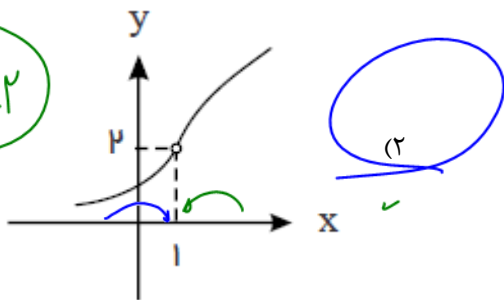
$$-4 \quad (4)$$

۶- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$  باشد و در اطراف  $x=1$  داشته باشیم  $\frac{f(x)-2}{1-x} < 0$  کدام گزینه می تواند نمودار تابع  $f$  در اطراف  $x=1$  باشد؟

$$x \rightarrow 1^+$$

$$1-x < 0$$

$$f(x)-2 > 0 \rightarrow f(x) > 2$$

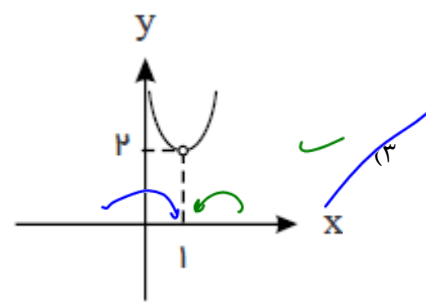
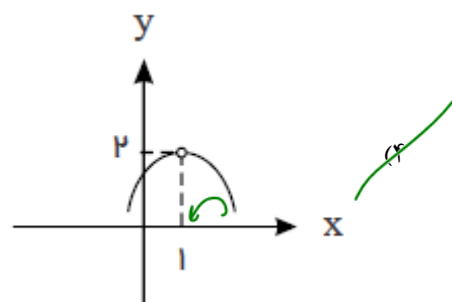


$$x \rightarrow 1^-$$

$$1-x > 0$$

$$f(x)-2 < 0$$

$$f(x) < 2$$



$$\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 n}{1 - \sin n} = \lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{2}} 1 + \sin n = 2$$

۷- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{[x] - \sin^2 x}{1 + \cos(\frac{\pi}{2} + x)}$  کدام است؟ [ ] علامت جز صحیح است

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + b \sin \frac{\pi x}{2}}{(x-1)^2} = \frac{0}{0} \rightarrow a - b = ? \quad 1 - (-1) = 2$$

H.o.P  $\rightarrow \frac{b \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi x}{2}}{2(x-1)}$  H.o.P

$a + b \sin \frac{\pi}{2} = 0$

$a + b = 0$

$a - 1 = 0$

$a = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-b \frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi x}{2}}{2} = \frac{0}{0} \rightarrow \frac{-b \frac{\pi^2}{2}}{2} = \frac{0}{1} \rightarrow b = -1$$

۱ (۱)  
 $y = \sin ax$   
 $y' = +a \cos ax$   
 $y = \cos ax$   
 $y' = -a \sin ax$

$\lim_{n \rightarrow a} f \times g = \lim_{n \rightarrow a} f \times \lim_{n \rightarrow a} g$

۸- حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[3]{x}-1)}$  کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} =$$

حاصل ضرب = حاصل ضرب

H.o.P  $\frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} \times \frac{1}{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = 2 \times 3 = 6$

$x \rightarrow 1$

$y = \sqrt{x}$

$y = \sqrt[3]{x^2}$

$y = \sqrt[3]{x}$

$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$y' = \frac{2x}{3\sqrt[3]{x^2}}$

$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

۹- حد تابع  $\frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{x^2 - x^2} - \sqrt{x^2}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x} - 1}$  وقتی  $x \rightarrow 1$  برابر کدام است؟

let  $\frac{\sqrt{x^3} (\sqrt{x} + \sqrt{1-x} - 1)}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x} - 1}$

$x \rightarrow 1$   
= 1

$f(u) = (2u^2 + au + b) [du]$

در  $(\gamma, \delta)$  حد داشته باشد  $a, b$  جزر است

$3 + \epsilon = 7 = -a, \gamma \rightarrow a = -14$   
 $3 \times \epsilon = 12 = b, \gamma \rightarrow b = 12$

۱۰- قدر مطلق تفاضل حد چپ و حد راست تابع  $f$  به معادله  $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{|x-1|}$  در نقطه  $x=1$  کدام است؟

$g(x) = \begin{cases} f(x) & x > -1 \\ -2x - 2 & x \leq -1 \end{cases}$

$y = a(x-0)^2 - 1$   
 $y = f(x) = ax^2 - 1$

نقطه  $(0, -1)$  در  $f$  است  
تابع  $g$  در  $x = -1$  حد دارد

$g = \begin{cases} ax^2 - 1 & x > -1 \\ -2x - 2 & x \leq -1 \end{cases}$

$g = \begin{cases} x^2 - 1 & x > -1 \\ -2x - 2 & x \leq -1 \end{cases}$

let  $g(x)$   
 $x \rightarrow 2^-$

$g(1^+) = g(-1^-)$   
 $a - 1 = -1 \rightarrow a = 1$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 - 1) = 3$

۱۳- حد عبارت  $\frac{x+2}{x^2-2x} + \frac{2[x]}{2-x}$  وقتی  $x \rightarrow 2^-$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $-\infty$       (۲)  $-\frac{1}{2}$       (۳) ۱      (۴)  $+\infty$

۱۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{12^x - 3^x + 4^x - 1}{16^x - 1}$  کدام است؟

- (۱)  $(\tilde{\epsilon}^n - 1)(\tilde{\epsilon}^n + 1)$  (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۱۲

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{12^x (\tilde{\epsilon}^n - 1) + (\tilde{\epsilon}^n - 1)}{(\tilde{\epsilon}^n - 1)(\tilde{\epsilon}^n - 1)} = \frac{(\tilde{\epsilon}^n - 1)(12^x + 1)}{(\tilde{\epsilon}^n - 1)(\tilde{\epsilon}^n + 1)} = \frac{12^x + 1}{\tilde{\epsilon}^n + 1} = \frac{2}{2} = 1$$

۱۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 7x + 6}{2x^3 - 3x^2 + 1}$  کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{-1}{6}$  (۳)

$-\infty$  (۲)

$+\infty$  (۱)

۲۰- اگر  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - 2x + 2}{ax^2 + 2x + b} = 2$  باشد، آن گاه  $a - b$  کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

Handwritten solution for question 20:

$$\frac{2a - 2}{2a + 2} = 2 \rightarrow \frac{-1}{2a + 2} = 2$$

$a + 2 = -1$   
 $a = -3$

$-\frac{0}{\epsilon} + 2 + b = 0$   
 $b = -2$

$-\frac{0}{\epsilon} + \frac{3}{\epsilon} = -\frac{1}{2}$

۲۱- هر گاه تابع  $f(x)$  یک چند جمله‌ای درجه ~~اول~~ اول و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + f(x)}{x^2 - 4} = 3$  باشد،  $f(-1)$  کدام است؟

۶ (۴)

۸ (۳)

-۱۰ (۲)

-۲۰ (۱)

$$f(x) = ax + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 - 4} = 3$$

$$1 + 2a + b = 0$$

$$1 + 1 + b = 0$$

$$b = -14$$

$$H \rightarrow \frac{2u + a}{2u} = 3$$

$$\frac{1 + a}{2} = 3 \rightarrow a = 12 - 1 = 11$$

$$f(x) = 11x - 14$$

۲۲- حد کسر  $\frac{x + x^2 + \sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} - 1}$  وقتی  $x \rightarrow 1$  کدام است؟

۳ (۴)

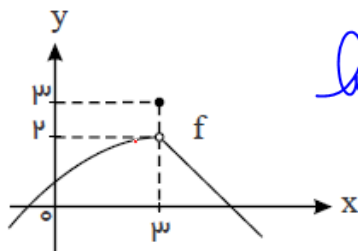
۹ (۳)

$\frac{21}{2}$  (۲)

$\frac{7}{6}$  (۱)



۲۳- با توجه به نمودار تابع  $f$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 8}{|f(x) - 2|}$  کدام است؟



$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 2)(f(x) + 2) + \epsilon}{|f(x) - 2|}$$

$$= -(\epsilon + \epsilon + \epsilon) = -12$$

۱۲ (۱)

-۴ (۲)

-۱۲ (۳)

۴ (۴)

۲۴- حد عبارت  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2} + \frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-9}$  کدام است؟

+۴ (۴)

۴ (۳)

$\frac{97}{24}$  (۲)

$\frac{-97}{24}$  (۱)

۲۹- مقادیر تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + ax + b}$  را به هر میزان که بخواهیم می‌توانیم به  $1/2$  نزدیک کنیم، به شرط آن که  $x$  به اندازه کافی به عدد ۳ نزدیک شود.  $a + b$  کدام است؟

نزدیک شود.  $a + b$  کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + ax + b} = 1/2$$

۵ (۴)

-۵ (۳)

۷ (۲)

۷ (۱)

$$x \rightarrow 3$$

$$9 + 3a + b = 0$$

$$\frac{2u}{2u + a} = 1/2$$

$$u \rightarrow 3$$

۳۰- اگر  $f(x) = \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{x - \sqrt{x}}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} kf(x) = 1$  باشد مقدار  $k$  کدام است؟

$-\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$-\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

①  $f(x) = [x] + [-x]$

$f'(x) = ?$

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$f'(x) = 0$

②  $f(x) = \sqrt{y - \sqrt{\epsilon - x^2}}$       $f'(0) = ?$

$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{y - \sqrt{\epsilon - x^2}} - 0}{x - 0} \times \frac{\sqrt{y + \sqrt{\epsilon - x^2}}}{\sqrt{y + \sqrt{\epsilon - x^2}}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\epsilon - x^2} - (y - x^2) / x}{x(\sqrt{y + \sqrt{\epsilon - x^2}})}$

$x \rightarrow 0^+ \Rightarrow \frac{1}{y} f'_+(0)$   
 $x \rightarrow 0^- \Rightarrow -\frac{1}{y} f'_-(0)$

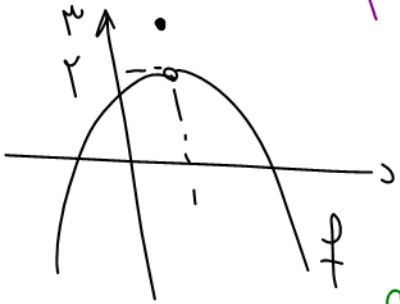
درست در اینجا الزاماً تعریف مشتق

① زیرا در آنجا صفر نشود.

② تابع نامرئی به سمت راست

تابعی نامرئی به سمت

④



$g(x) = (x^y - 1) \cdot f(x)$

$g'(1) = ?$

$g'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^y - 1) f(x) - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) \cdot f(x)$

$= 2 \times 2 = 4$

6  
4  
2  
1

$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$

$f'(1) = ?$

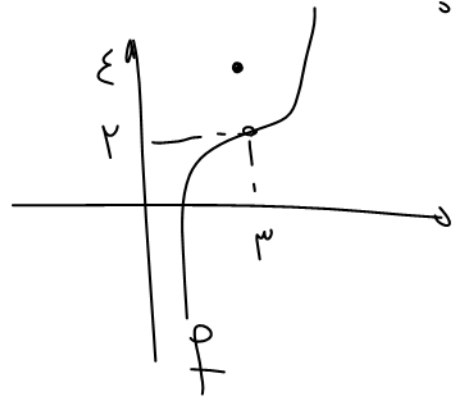
$f'(1) = 1 \times (x-2)(x-3) \rightarrow f'(1) = (-1)(-2) = 2$

$f(x) = (x-1)(x-\sqrt{x})(x-2)(x-3)$

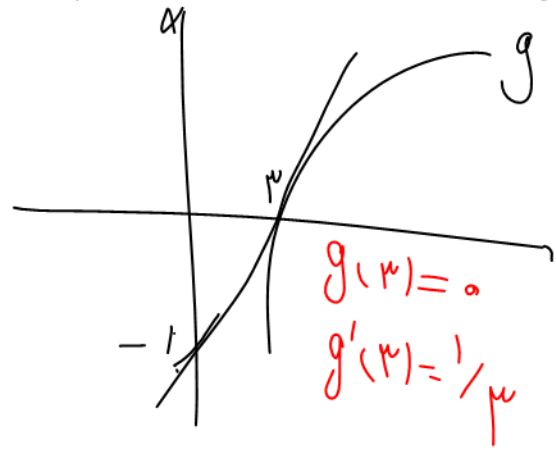
$f'(1) = 0$

الربط از ① حاصل صفر نشود در  $x=a$   
 بود  $f'(a)$  در  $a$  صفر است

$f, g \rightarrow f \times g$  مشتق  
 $x = \mu$  خرد است؟

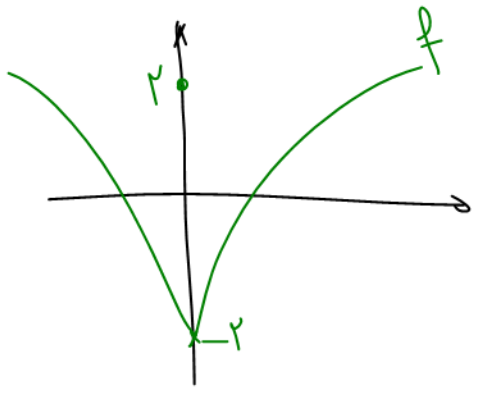


$h = f \times g$   
 $h'(x) = g'(x) \times f(x) =$



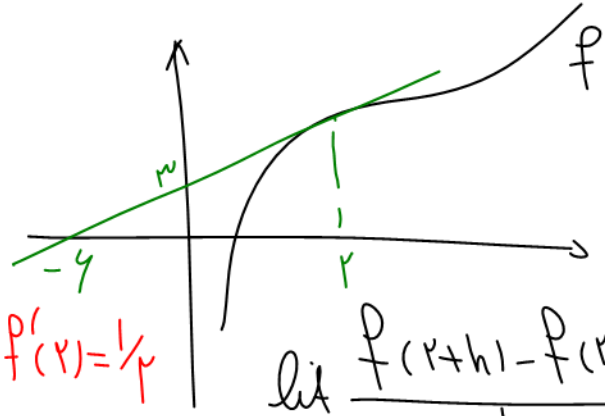
$\frac{1}{\mu} \times \mu = \frac{\mu}{\mu}$

$g(\mu) = 0$   
 $g'(\mu) = \frac{1}{\mu}$



$g(x) = \frac{x}{f(x) + x}$   
 $g'(0) = ?$

$g'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x) + x} = \frac{1}{-2 + 0} = -\frac{1}{2}$



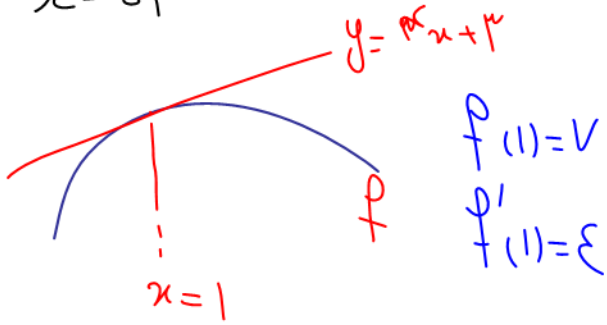
$y = f(x)$   
 $y' = x' \times f'(x)$

$f'(\nu) = \frac{1}{\nu}$   
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\nu+h) - f(\nu-h)}{h} = \frac{1 \times \frac{1}{\nu+h} + 1 \times \frac{1}{\nu-h}}{1} = \nu \times \frac{1}{\nu} = 1$

اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \epsilon$  بر نمودار تابع  $f$  (فشار  $\epsilon$ ) در  $x=1$  مساس باشد حاصل

let  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 11f(1) - 21}{2x - 2} = ? A$

$$\frac{\epsilon f(x) \cdot f'(x) - 11f'(x)}{2} =$$



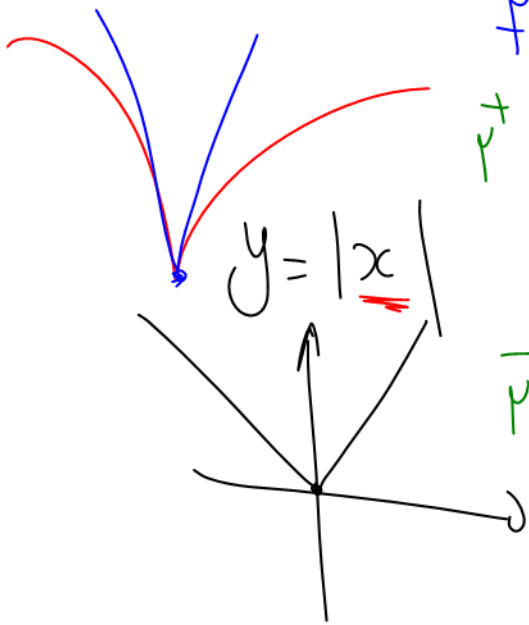
$x \rightarrow 1$

$$\frac{\epsilon f(x) \cdot f'(x) - 11f'(x)}{2} =$$

$$\frac{\{x \cdot 7 \cdot 2 - 11 \cdot 2\}}{2} = \frac{\{2(7 - 11)\}}{2} =$$

$$2 \times 1 \cdot 7 = 14$$

اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \epsilon$  بر نمودار تابع  $f$  (فشار  $\epsilon$ ) در  $x=1$  مساس کند باشد  $a$  چند است؟



$$f(x) = |a| |x^2 - 1|$$

$+$   
 $f(x) = |a|(x^2 - 1)$   
 $f'(x) = 2x|a| \rightarrow f'(2) = 4|a|$

$-$   
 $f(x) = |a|(1 - x^2) \rightarrow f'(x) = -2x|a|$   
 $f'(2) = -4|a|$

اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \epsilon$  بر نمودار تابع  $f$  (فشار  $\epsilon$ ) در  $x=1$  مساس کند باشد  $a$  چند است؟

$f'_+$   
 $\epsilon |a| x (-\epsilon) |a| = -1$   
 $14 |a|^2 = 1$   
 $|a|^2 = 1/14$

$$f(x) = (2x^2 + ax + b) |x^2 - 1|$$

$f \in R$  در  $R$  فشار  $\epsilon$  در  $x = \pm 1$  مساس کند باشد  $a, b$  چند است؟

خواب است

$$\begin{cases} 2 + a + b = . \\ 2 - a + b = . \end{cases}$$

$$2 + a - c = .$$

$$a = 0$$

$$2 + 2b = . \rightarrow b = -1$$

$$f(x) = x \sqrt{x(x-1)}$$

درخیزش مانند است!

$$y = \sqrt[m]{(x-a)^n}$$

$n \geq m$     مشتق پذیر است  
 $n < m$     مشتق مانند است

$$f(x) = \sqrt{x(x-1)}$$

$x=0$      $x=1$   
 نه    مانند

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x > 1 \\ -x^2 + 2 & x < 1 \end{cases}$$

در  $x=1$  خرد است!

کتاب ناهمبند درجه ۳ و ۲ مختلف و خط اینجاست

$$f'(1) = -2x = -2$$

$A \mid y = -2(x-1)$   
 $y = -2x + 2$   
 خط





































