

$\cancel{ac} \equiv^m \cancel{bc} \xrightarrow{\text{طرفین } \div \text{ بر } c} a \equiv^{\frac{m}{d}} b$
 $(m, c) = d$

$24x \equiv^{60} 3y \xrightarrow{\text{طرفین } \div 12} 2x \equiv^{\frac{60}{12}} 3y$
 $(12, 60) = 12$

$\boxed{2x \equiv^5 3y}$

طرفین \div بر 4

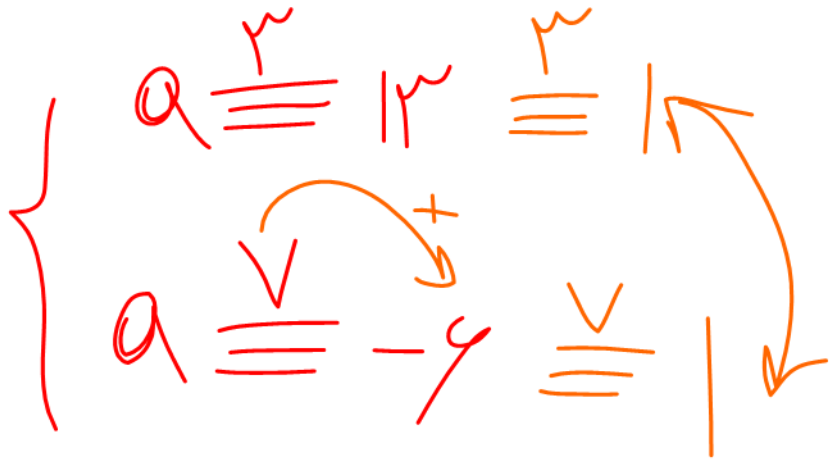
$\xrightarrow{\text{طرفین } \div 4} (5, 12) = 1$

$\boxed{\begin{array}{l} 5x \equiv^{12} 3y \\ \hline x \equiv 3y \end{array}}$

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv m \pmod{r} \\ a \equiv n \pmod{r} \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv [m, n] \pmod{r}$$

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv u \pmod{r} \\ a \equiv v \pmod{r} \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv [u, v] \pmod{r} \Rightarrow a \equiv u \pmod{r}$$

$$a = r|k + 1$$



$$Q \equiv \begin{matrix} [K, V] \\ \equiv \\ \equiv \\ \equiv \end{matrix} |$$

$$Q \equiv \begin{matrix} K \\ \equiv \\ \equiv \\ \equiv \end{matrix} |$$

$$Q = \pi | K + 1$$

۱. اگر $a^2 - a^2 - a + 1 \equiv a^2 - 1 \pmod{m}$ و $(a^2 - 1, m) = 1$ آنگاه کدام نتیجه گیری درست

$$\begin{aligned} (a^2 - a) - (a^2 - 1) \\ a(a^2 - 1) - (a^2 - 1) \\ (a^2 - 1)(a - 1) \end{aligned}$$

$$(a^2 - 1)(a - 1) \equiv a^2 - 1$$

است؟

$m \mid a - 1$ (۲)

$m \mid a - 2$ (۱) ✓

$m \mid a + 2$ (۴)

$m \mid a + 1$ (۳)

$$(a^2 - 1, m) = 1 \implies a - 1 \equiv 1 \implies a - 1 - 1 = mk$$

$$a - 2 = mk \implies m \mid a - 2$$

۲. اگر باقی مانده تقسیم a بر ۱۷ برابر ۱۱ باشد، باقی مانده تقسیم $3a - 100$ بر ۱۷

$$a \equiv 11 \pmod{17} \implies 3a - 100 \equiv ? \pmod{17}$$

کدام است؟

۹ (۴) ۱۳ (۳) ۱ (۲) ۵ (۱)

طرحین $\times 3$

$$a \equiv 11 \pmod{17} \implies 3a \equiv 33 \pmod{17}$$

$$3a - 100 \equiv 33 - 100 \pmod{17}$$

۲ بیانه +

$$68 - 67 = 1$$

$$3a - 100 \equiv -67 \pmod{17}$$

$$3a - 100 \equiv 1 \pmod{17}$$

۳. اگر $a = 17k - 33$ باشد، باقی مانده $a^5 + 27$ بر ۱۷ کدام است؟

۷ (۴) ۶ (۳) ۸ (۲) ۹ (۱)

۲ بیانه +

$$a = 17k - 33 \implies a \equiv -33 \pmod{17} \equiv 1 \pmod{17}$$

طرحین به توان ۵

$$a^5 + 27 \equiv 1^5 + 27 \equiv 28 \equiv 11 \pmod{17}$$



۴. اگر باقی مانده تقسیم a بر ۹۱ و برابر ۲۷ باشد، باقی مانده a بر ۱۳ کدام است؟

$$a \equiv_{91} 27 \Rightarrow a \equiv_{13} ?$$

$$a \equiv_{91} 27 \Rightarrow \begin{cases} a \equiv_{27} 27 \\ a \equiv_{13} 27 \equiv 1 \end{cases}$$

۵. اگر باقی مانده تقسیم اعداد a و b بر ۹ به ترتیب ۳ و ۵ باشد. عدد $3a^2 - 5ab + b^3$ به کدام دسته هم‌نهشتی در پیمانه ۹ تعلق دارد؟

$$3a^2 - 5ab + b^3 \equiv ?$$

[۸] (۴) [۵] (۳) ✓ [۶] (۲) [۳] (۱)

$$\begin{cases} a \equiv_9 3 \xrightarrow{\text{بر توان ۲}} a^2 \equiv_9 9 \xrightarrow{\times 3} 3a^2 \equiv_{27} 9 \equiv_9 0 \\ b \equiv_9 5 \Rightarrow ab \equiv_{45} 15 \equiv_9 6 \Rightarrow 5ab \equiv_{45} 30 \equiv_9 3 \\ b^3 \equiv_{12} 125 \equiv_9 8 \end{cases}$$

$$0 - 3 + 8 \equiv_9 5$$

۶. اگر $a | x - 2$, $a | y - 3$, $a | z - 5$ ، باقی مانده $xyz - 29$ بر a کدام است؟

$$\begin{cases} x - 2 \equiv_9 0 \Rightarrow x \equiv_9 2 \\ y - 3 \equiv_9 0 \Rightarrow y \equiv_9 3 \\ z - 5 \equiv_9 0 \Rightarrow z \equiv_9 5 \end{cases} \Rightarrow xyz - 29 \equiv_9 ?$$

$$xyz - 29 \equiv_9 30$$



۷. به ازای چند عدد دورقمی a از رابطه $۷ \mid ۵a + ۲$ می توان رابطه $۲ - ۳a - ۵a^2 \mid ۴۹$ را نتیجه گرفت؟

- ۹۰ (۱) ۸۹ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۸. در همنهشتی به پیمانه m سه عدد $a, ۳۱, ۱۵۰$ در یک کلاس هم ارزی قرار دارند،

اگر $[m, ۷] = ۷m$ باشد، برای a چند جواب در مجموعه اعداد طبیعی دورقمی

وجود دارد؟ کلاس

$$۱۵۰ \equiv ۳۱ \pmod{m}$$

$$۱۵۰ - ۳۱ = mk \quad ۱۱۹ = mk$$

$(m, ۷) = ۱$ ← کلاس

۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

$$m = ۱۷$$

$$m \times k = ۱۱۹$$

$$a \equiv ۳۱ \pmod{۱۷} \Rightarrow a = ۱۷k + ۱۴$$

$k = ۱, ۲, ۳, ۴, ۷$

۹. اگر اعداد a و $a^۲$ هر دو متعلق به $[r]$ باشند کدام عدد متعلق به $[r]$ نیست؟

۱۵ (۴) ۱۴ (۳) ۱۳ (۲) ۱۲ (۱)

$a \equiv ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ \pmod{۱۲}$

$a^۲ \equiv ۰, ۱, ۴, ۹ \pmod{۱۲}$



۱۰. اگر n مضرب ۷ نباشد و n و n^2 هر دو متعلق به $[r_7]$ باشند، باقی مانده $n^3 + n^4$

$n \neq vk$

$[r]_v$

بر ۷ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

$n \equiv 0 \pmod{7}$ (crossed out)
 ۰, ۷, ۱۴, ۲۱, ۲۸, ۳۵, ۴۲

$n \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow n^3 \equiv 1 \pmod{7}$

$n^2 \equiv 1 \pmod{7}$
 ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶

$n^4 \equiv 1 \pmod{7}$
 $n^3 + n^4 \equiv 2 \pmod{7}$

۹, ۱۶, ۲۳, ۳۰

۱۱. اگر n یک عدد طبیعی باشد و اعداد n و n^3 در پیمانه ۴ هم‌نهشت نباشند،

هم باقی مانده نباشند

باقی مانده $n^2 + 17$ بر ۴ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲) ✓

صفر (۱)

$n \equiv 0 \pmod{4}$
 ۰, ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰

$n \equiv 2 \pmod{4}$
 ۲, ۶, ۱۰, ۱۴, ۱۸, ۲۲

$n^2 + 17 \equiv ? \pmod{4}$

$n^2 \equiv 0 \pmod{4}$
 ۰, ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰

$n^2 \equiv 4 \pmod{4}$

$n^2 + 17 \equiv 21 \equiv 1 \pmod{4}$

۸

۱۲. اگر باقی مانده تقسیم عدد طبیعی a بر ۲۹ برابر ۱۲ باشد و $a + 17$ مضرب ۲۱

باشد، رقم وسط کوچک‌ترین عدد a کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)



۱۳. اگر باقی مانده تقسیم عدد صحیح a بر ۹ و ۷ به ترتیب ۵ و ۶ باشد، باقی مانده

تقسیم عدد a بر ۶۳ چگونه است؟

$a \equiv 5 \pmod{9}$, $14, 23, 32, 41, 50, 59, 68$
 $a \equiv 6 \pmod{7}$ (مضرب ۷) , $6, 13, 20, 27, 34, 41, 48$ (مضرب ۳)

(۱) عدد اول ✓
 (۲) مضرب ۲ ✗
 (۳) مضرب ۳ ✗
 (۴) مضرب ۴ ✗
 (۵) مضرب ۵ ✗

$a \equiv 41 \pmod{63}$
 $a \equiv 41 \pmod{63}$

۱۴. اگر باقی مانده تقسیم عددی بر ۶ و ۱۱ به ترتیب ۵ و ۷ باشد، آنگاه باقی مانده

تقسیم این عدد بر ۶۶، کدام است؟

$a \equiv 5 \pmod{6}$, $5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47$
 $a \equiv 7 \pmod{11}$, $7, 18, 29, 40$

(۱) ۲۹ ✓
 (۲) ۳۲ ✗
 (۳) ۴۰ ✗
 (۴) ۴۱ ✗

$a \equiv 29 \pmod{66}$
 $a \equiv 29 \pmod{66}$
 $[2, 3 \times 4, 2 \times 3] = 2 \times 3 \times 4 = 24$

۱۵. باقیمانده تقسیم عدد a بر ۳۲، ۱۵، ۱۲ به ترتیب برابر ۲۵، ۸، ۵ است. مجموع

ارقام کوچکترین عدد a کدام است؟

$a \equiv 25 \pmod{32}$
 $a \equiv 8 \pmod{15}$
 $a \equiv 5 \pmod{12}$

$a \equiv -7 \pmod{32}$
 $a \equiv -7 \pmod{15}$
 $a \equiv -7 \pmod{12}$

$a \equiv 25 \pmod{32}$
 $a \equiv 8 \pmod{15}$
 $a \equiv 5 \pmod{12}$

$a \equiv -7 \pmod{32}$
 $a \equiv -7 \pmod{15}$
 $a \equiv -7 \pmod{12}$

$a = 210k + 473$
 $a_{min} = 473$



۱۶. باقی‌مانده تقسیم عددی بر اعداد ۱۵، ۱۴، ۱۱ به ترتیب ۹، ۸، ۵ می‌باشد.

کوچک‌ترین مقدار ممکن برای این عدد، مضرب کدام است؟

۴۵ (۴)

۴۲ (۳)

۳۸ (۲)

۳۶ (۱)

۱۷. باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی A بر عدد ۲۳ برابر ۵ و باقی‌مانده تقسیم دو برابر

عدد A بر عدد ۱۷ برابر ۹ می‌باشد. باقیمانده تقسیم بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی A

بر عدد ۱۲ کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

۱۸. در تقسیم عدد a بر عدد طبیعی b ، باقی‌مانده ۱۷ و خارج‌قسمت ۲۵ می‌باشد. اگر

a مضرب ۶ باشد، رقم دهگان کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

۹ (۳)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)



۱۹. در تقسیم عدد طبیعی سه رقمی a بر عدد طبیعی b ، خارج قسمت ۲۱ و باقی مانده

۳۷ می باشد. چند عضو از مجموعه جواب های a مضرب ۵ هستند؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۰. اگر a کوچک ترین عدد طبیعی مضرب ۶ باشد که در تقسیم بر عدد طبیعی b ،

خارج قسمت ۱۳ و باقی مانده آن ۱۶ باشد و عدد طبیعی b نیز مضرب ۷ باشد.

مجموع ارقام a کدام است؟

۱۳ (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

۲۱. چند عدد طبیعی مضرب ۱۱ وجود دارد که باقی مانده تقسیم آن ها بر ۱۰۰ از مربع

خارج قسمت ۲ واحد کمتر است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

