

صحتش در اعداد صحیح:

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 15 \\ \hline 2 \end{array}$$

مقسوم
مقسوم علیه
(بیمانه)
خارج قسمت
۳

$$0 \leq 2 < 5$$

باقی مانده + (بیمانه) (خارج قسمت) = مقسوم

$$17 = 3(5) + 2$$

$$17 = 17$$

$$0 \leq 2 < 5$$

باقی مانده ← ۲

$$\begin{array}{r} a \text{ (بیبانیا)} \\ b \overline{) a} \\ \underline{bq} \\ r \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \Delta \\ 3 \overline{) 17} \\ \underline{14} \\ 3 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = bq + r \\ 0 \leq r < b \end{array} \right. \leftarrow \begin{array}{l} \text{الگو ریتیم تقسیم} \\ - \\ - \end{array}$$

بیپانیا

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 5k + 2 \rightarrow \boxed{r=2} \quad 0 < 2 < 5 \\ a = 3k + 1 \rightarrow r=1 \quad 0 < 1 < 3 \\ a = 9k + 6 \rightarrow r=6 \quad 0 < 6 < 9 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} a = bq + r & \text{مبادل است} \\ 0 \leq r < b \end{cases} \quad a \equiv r \pmod{b}$$

a با r در بیان b

$$a \equiv 1 \pmod{r} \implies a = rk + 1$$

$$a \equiv v \pmod{r} \implies a = vk + v$$

$$a \equiv 2 \pmod{r} \implies a = rk + 2$$

اصلاح باقی مانده :

$$\left\{ \begin{array}{l} a = bq + r \quad | \quad a \equiv r \\ 0 \leq r < b \end{array} \right.$$

۱- اگر باقی مانده منفی باشد :
 باقی مانده را با مضرب از بیس مانده جمع می زنیم تا نامنفی شود

+ بیس مانده

$$a = 2k - 1 \Rightarrow a \equiv -1 \quad a \equiv 3$$

+ بیس مانده

$$a = 2k - 12 \Rightarrow a \equiv -12 \quad \Rightarrow a \equiv 2$$

$-12 + 4(4) = 2$

$$a = 5k - 20 \implies a \equiv -20 \pmod{5}$$

۴ بماند +

$a \equiv 0$

$a = 4k$

۲- اگر باقی مانده از مقنوم بیشتر یا مساوی باشند:

به جای باقی مانده نامطلوب، باقی مانده دهنیم آن را بر پیمان قرار

$$a \equiv 2 \pmod{5} \quad | \quad 2 \equiv 2 \pmod{5} \quad | \quad 2 \checkmark$$

(۲)

$$a \equiv 2 \pmod{5}$$

می دهیم:

$a = 5k + 2$

$$a \equiv r \pmod{6} \quad \left. \begin{array}{l} a \equiv d \pmod{6} \\ a \equiv 5 \pmod{6} \end{array} \right\} a = 6k + d$$

$$a \equiv r \pmod{7} \quad \left. \begin{array}{l} a \equiv 0 \pmod{7} \\ a \equiv 0 \pmod{7} \end{array} \right\} a = 7k$$

حسب سادگی محاسبات هیچ‌یک از طرفین هم‌رشتی نباید از
 بیان بیشتر باشد.

باقی صفر

$$14x \equiv 11y$$

$$2x \equiv y$$

$$4x \equiv 20$$

$$2x \equiv 10$$

$$14x \equiv 14y$$

$$2x \equiv 0$$

$$4x \equiv 20$$

$$x \equiv 5$$

$$\boxed{x = 5k + 5}$$

$$0xy = 0$$

$$x \stackrel{\omega}{\equiv} -\mu \quad \Rightarrow \quad x \stackrel{\omega}{\equiv} \mu$$

$$\boxed{x = \omega k + \mu}$$

$$\mu(\omega) - \mu = \mu$$

$$x \stackrel{\nu}{\equiv} -\mu \omega \quad \Rightarrow \quad x \stackrel{\nu}{\equiv} 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \nu k}$$

$$\nu(\nu) - \mu \omega$$

$$a = bq + r \quad \perp \quad a \stackrel{b}{\equiv} r \quad \perp \quad a \in [r]_b$$

$$\underbrace{[r]}_r \quad a = rk + r \quad |$$

$$\underbrace{[-r]}_v$$

$$a \equiv -r \equiv r$$

$$\boxed{a = vk + r}$$

$$\underbrace{[y]}_y \quad \rightarrow$$

$$a \equiv y$$

$$a = lk + y$$

$$\underbrace{[r_0]}_{\wedge}$$

$$a \equiv r_0$$

$$\underbrace{[r]}_{\wedge}$$

$$\boxed{a = \wedge k + r}$$

$$a \equiv 3 \pmod{17} \equiv 2 \pmod{17} \quad \boxed{a \equiv 2 \pmod{17}}$$

کدام گزینه زیاده عادل [۱۷] است؟

$$a \equiv 9 \pmod{17} \equiv 1 \pmod{17} \quad a \equiv 1 \pmod{17}$$

$$a = 9k + 1 \\ = 3(3k) + 1$$

$$[21]_9 \quad (1 \times)$$

$$[13]_{17} \quad (2 \times)$$

$$[7]_{17} \quad (3 \times)$$

$$[20]_{17} \quad (4 \times)$$

$$a \equiv 15 \pmod{17}$$

$$= 3q + 1$$

$$a \equiv 1 \pmod{17}$$

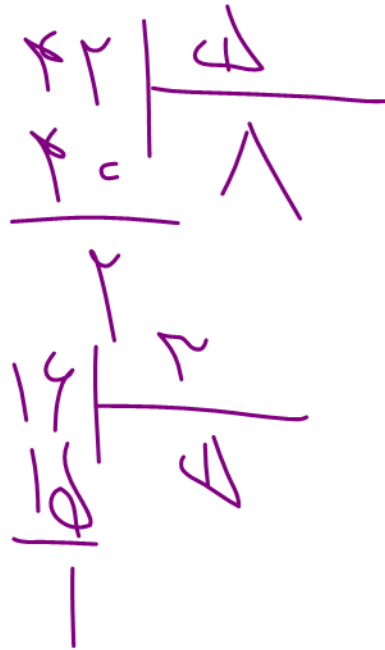
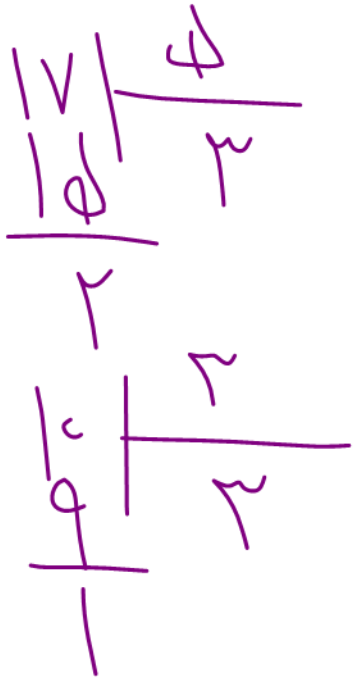
$$a = 17k + 15 = 3q + 15 = \\ a \equiv 15 \pmod{17} \quad a \equiv 15 \pmod{17}$$

$$a = 3(3k) + 15$$

$$a \equiv 15 \pmod{17} \equiv 2 \pmod{17}$$

اگر دو عدد صحیح a و b در تقسیم بر بیان m هم باقی مانده باشند \circ

$$a \equiv b \pmod{m}$$



$$\left. \begin{array}{l} 17 \equiv 1 \pmod{2} \\ 10 \equiv 0 \pmod{2} \end{array} \right\}$$

$$\text{اگر } a \equiv b \pmod{m} \iff a - b = mk$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 12 \equiv 14 \pmod{2} \\ 14 \equiv 10 \pmod{4} \end{array} \right.$$

$$12 - 14 = -2 = 1 \times (-2) = -2k$$

$$14 - 10 = 4 = 2 \times 2 = 2k$$

$$a = bq + r \Rightarrow a - r = bq$$

$$a \equiv r$$

$$\text{اگر } a - b = mk \iff a \equiv b$$

ویژگی های همزیستی:

۱) اگر $a \equiv b \pmod{m}$ $\iff a \pm c \equiv b \pm c$

۲) اگر $a \equiv b \pmod{m}$ $\xrightarrow{\times k}$ $\begin{cases} ka \equiv kb \\ ka \equiv kb \pmod{mk} \end{cases}$

$$x \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow 2x + 7 \equiv ? \pmod{5}$$

$$2x \equiv 12 \pmod{5}$$

$$2x + 7 \equiv 19 \pmod{5}$$

اگر باقی مانده x بر ۵ برابر ۳ باشد آنگاه :

الف) باقی مانده $2x + 7$ بر ۵ ؟

ب) باقی مانده $2x + 7$ بر ۲۰ ؟

الف) $x \equiv 3 \pmod{5}$ $2x + 7 \equiv ? \pmod{5}$

$$x \equiv 3 \pmod{5} \xrightarrow{\times 2} 2x \equiv 6 \pmod{5} \Rightarrow 2x + 7 \equiv 12 + 7 \pmod{5}$$

$$2x + 7 \equiv 19 \pmod{5}$$

~~$2x + 7 \equiv 12 + 7 \pmod{5}$~~

$$\cancel{a} \equiv b \implies \boxed{a^n \equiv b^n}$$

اگر باقی مانده x برابر ۵ باشد، باقی مانده $3x^2 + 10$ بر ۵؟

$$x \equiv 5 \implies 3x^2 + 10 \equiv ?$$

طریقی بماند $\rightarrow x^2 \equiv 9 \implies 3x^2 \equiv 27 \implies 3x^2 + 10 \equiv 27 \equiv 2$

$$\boxed{3x^2 + 10 \equiv 2}$$

$$\text{بر } a \equiv_{m \cdot n \cdot p} r \Rightarrow \begin{cases} a \equiv_m r \\ a \equiv_n r \\ a \equiv_p r \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a \equiv_{20} b &\Rightarrow a \equiv_{2 \times 2 \times 5} b \\ a \equiv_{14} b &\Rightarrow a \equiv_{2 \times 7} b \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv_2 b & a \equiv_5 b \\ a \equiv_2 b & a \equiv_7 b \\ a \equiv_4 b & a \equiv_5 b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv_2 b \\ a \equiv_7 b \\ a \equiv_{35} b \end{cases}$$

اگر باقی مانده تقسیم a بر 91 ، ۳۳ باشد، باقی مانده تقسیم $۲a+۷$ بر ۱۳ ؟

$$a \equiv_{91} 33 \Rightarrow 2a+7 \equiv ?$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l}
 \text{۷×۱۳} \\
 a \equiv_{91} 33 \Rightarrow a \equiv_{13} 33 \equiv 7
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \text{۲×۱۳} \\
 \xrightarrow{\quad} 2a \equiv_{13} 14 \Rightarrow 2a+7 \equiv_{13} 19 \equiv 6
 \end{array}
 \end{array}$$

$a \equiv_{13} 7$

$2a+7 \equiv_{13} 6$

