

تعداد رئوس = $p = |V(G)|$ ← $|E(G)| = q$ ← $p - 1 = k$ ← $p = 1 + k$ ← $p = 1 + 5 = 6$

۱ در گراف‌های ساده G مجموع مرتبه و اندازه برابر ۶ است، چه تعداد از گزاره‌های زیر درباره این گراف درست است؟

$p + q = 6$

۰	۶	X
۱	۵	X
۲	۴	X
۳	۳	✓
۴	۲	✓
۵	۱	✓
۶	۰	✓

- اگر گراف منتظم باشد، عدد احاطه‌گری آن ۶ است. ~~X~~
- اگر گراف مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا داشته باشد، منتظم است. ~~X~~
- اگر گراف ۴ مجموعه احاطه‌گر مینیمم داشته باشد، منتظم است. ✓

● اگر گراف یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال سه عضو داشته باشد، دور دارد. ~~X~~

$\{a, b, c\}$ $\{c, d, e\}$ $\{a, d, e\}$ $\{a, b, e\}$

$\binom{5}{2} = 10$ $\binom{2}{1} = 2$ $\binom{3}{1} = 3$ $\binom{4}{1} = 4$

گراف ۱- منتظم ۲- مرتبه ۳- مجموعه احاطه‌گر

۲ گرافی با درجه رئوس ۵، ۳، ۳، ۳، ۳، ۳ چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

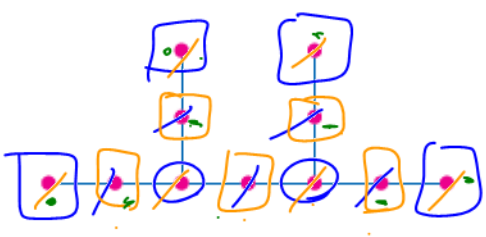
۱۰ (۲) $\binom{5}{2} = 10$ $10 + 1 = 11$

۶ (۴) $\binom{5}{2} = 10$ $10 + 1 = 11$

۵ (۱) $\binom{5}{2} = 10$ $10 + 1 = 11$

۱۱ (۳)

۳ عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟



- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

۴ در کدام یک از موارد رأس‌های مشخص شده یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم تشکیل می‌دهند؟

۱ فقط الف

۲ فقط ب

۳ هم الف، هم ب

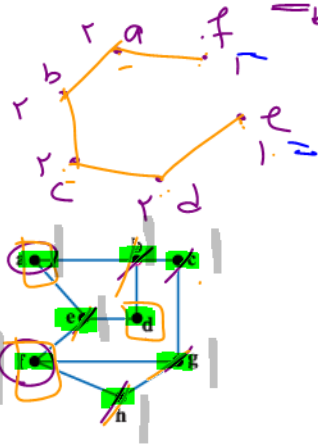
۴ نه الف، نه ب

الف)

ب)



۵ در گراف G با درجه رئوس $1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2$ اگر $N_G(a) = \{b, f\}$, $N_G(d) = \{c, e\}$, $N_G(b) = \{a, c\}$ کدام مجموعه یک مجموعه



احاطه‌گر است؟
 $\{a, d\}$ (۱)
 $\{c, a\}$ (۴)
 $\{a, c\}$ (۳)
 $\{c, f\}$ (۲)

۶ در گراف مقابل، چه تعداد از مجموعه‌های داده شده یک مجموعه احاطه‌گر است؟

$D_1 = \{f, a, c\}$ (۱)
 $D_2 = \{e, g, d\}$ (۲)
 $D_3 = \{a, d, f\}$ (۳)
 $D_4 = \{f, a, g\}$ (۴)

۷ در کدام گراف هر زیرمجموعه ناتمامی از $V(G)$ یک مجموعه احاطه‌گر است؟

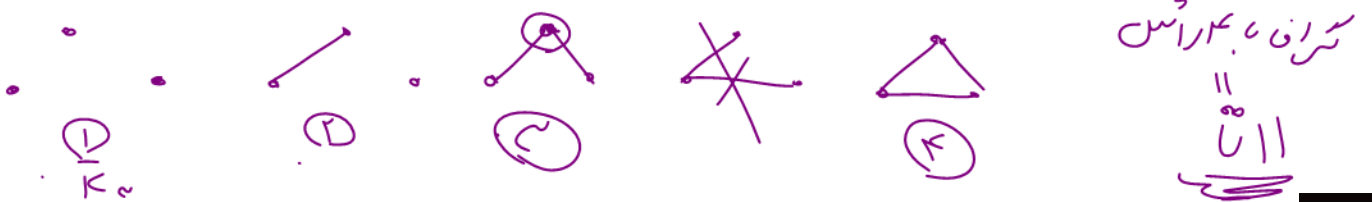


۸ مجموع مرتبه و اندازه‌ی گراف کاملی برابر ۴۵ است. اندازه‌ی این گراف کدام است؟

سراسری ۹۳
 $\Delta = \delta = P - 1$ (۴) ۲۱
 $P + q = 45$
 $q = \binom{P}{2} = \frac{P(P-1)}{2}$
 $P + \frac{P(P-1)}{2} = 45$
 $2P + P^2 - P = 90 \rightarrow P^2 + P = 90$
 $P(P+1) = 90$
 $P = 9$
 $\binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$
 (۱) ۲۸

۹ چند گراف سه راسی بدون نام گذاری رئوس می‌توان رسم کرد؟

(۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶



۱۰ تعداد گراف‌های ساده با ۴ راس a, b, c, d که شامل یال ab بوده ولی یال cd را نداشته باشد، چند تا

است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶
 $V = \{ab, ac, ad, bc, cd, bd\}$
 $\binom{4}{2} = 6$
 $\binom{4}{2} - 2 = 4$
 بودن ۱، نبودن ۱، بودن ۲، نبودن ۲



۱۱) چند گراف ساده با 2 یال و 6 راس $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ می توان رسم کرد به طوری که هر دو

یال در یک راس مشترک باشند؟

12 (1)

30 (2)

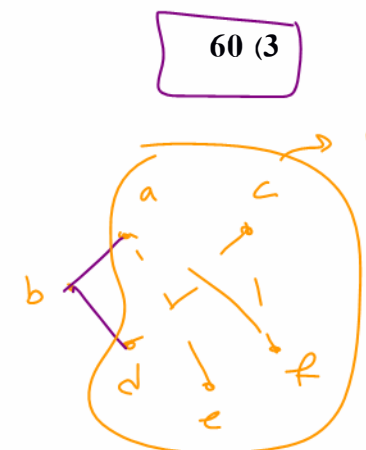
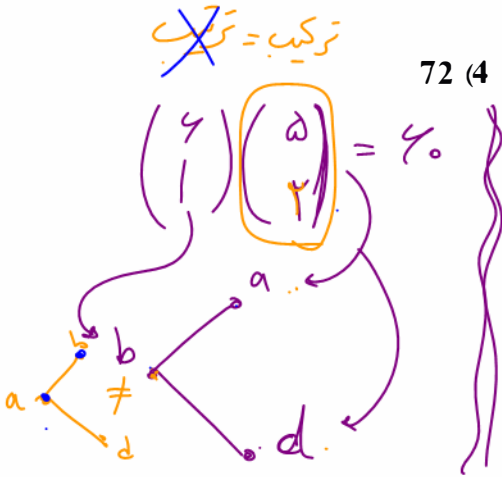
60 (3)

72 (4)

اگر سوال من گفت 2 یالی

من گفت گراف ساده ای که
دو یال آن حتما در یک راس مشترک باشند

$2 \times 4 = 8$
تعداد راس های مشترک
در یک راس مشترک



۱۲) تعداد گراف های ساده مرتبه 6 با اندازه 4 با رئوس a, b, c, d, e, f که درجه راس a در آن 2 باشد

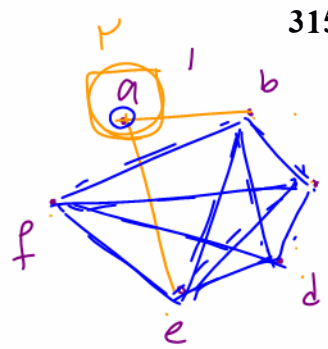
کدام است؟

100 (1)

450 (2)

600 (3)

315 (4)



$\binom{5}{2} = 10$
تعداد یال های ممکن بین 5 رأس دیگر
در کنار رأس a

$$10 \times \frac{5 \times 4}{2} = 100$$

۱۳) در یک گراف از مرتبه 10 میانگین درجات رئوس برابر 3 بوده و دارای 3 راس منفرد است. اگر بقیه رئوس آن از درجه 5 و 4 باشند، این گراف چند راس زوج دارد؟

5 (1)

6 (2)

7 (3)

8 (4)

$$\sum deg(v_i) = 2 \times \text{عدد یال}$$

$$\sum deg = 2q \rightarrow q = 15$$

$$\begin{cases} 4x + 5y = 20 \\ -4x + 4y + 3 = 10 \end{cases} \rightarrow y = 2, x = 1$$

۱۴) گراف ساده G با مرتبه 11 و اندازه 50 بیش ترین مقداری که δ می تواند داشته باشد کدام است؟

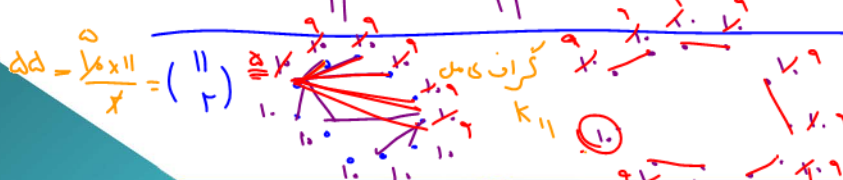
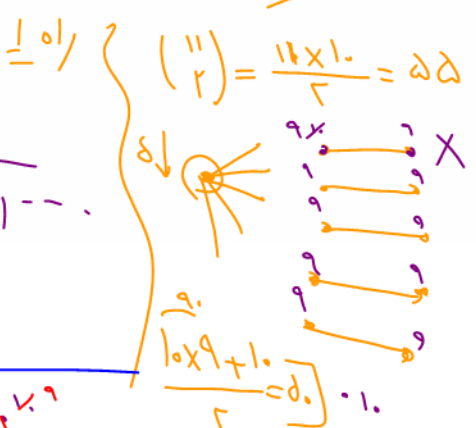
10 (1)

9 (2) $P=11$

8 (3)

7 (4)

$$\delta \leq \frac{2q}{P} \leq 11$$



۱۵ در گراف ساده G از مرتبه ۱۰، $\Delta(G) = ۷$ و $\delta(G) = ۲$ می باشد، حداکثر اندازه گراف کدام

است؟

انسی Δ $\leq \frac{29}{3} \leq 8$
 جواب غلطه

12 (4)

32 (3)

34 (2)

33 (1)

$$\frac{2}{2} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} = 2 + 6 + 8 \times 7 = 29$$

$$9 = \frac{1 + 8 \times 7}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = 52$$

۱۶ دنباله درجات رئوس گراف G به صورت $۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲$ می باشد، اگر این گراف دارای ۹ یال باشد آن

گاه مقدار $۲x + y$ کدام است؟

6 (4)

8 (3)

9 (2)

12 (1)

۱۷ دنباله درجه راس های گراف ساده G به کدام صورت می تواند باشد؟

۳, ۳, ۳, ۳, ۳ (4)

۳, ۲, ۱, ۱ (3)

۴, ۴, ۴, ۴, ۴ (2)

۳, ۲, ۱, ۰ (1)

۱۸ دنباله درجه راس های گراف ساده G به کدام صورت می تواند باشد؟

۹, ۹, ۰, ۰, ۰, ۹ (2)

۶, ۶, ۶, ۶, ۵, ۳ (1)

۱ تا

۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰, ۰ (4)

۵, ۵, ۴, ۴, ۳, ۳, ۲, ۲, ۱, ۱ (3)

۱۹ کدام یک از دنباله های زیر مربوط به گراف ساده می باشد؟

۶, ۶, ۵, ۴, ۳, ۳, ۱ (4)

۶, ۴, ۴, ۴, ۲, ۲, ۲ (3)

۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۱ (2)

۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰ (1)



۲۰ گرافی با درجه رئوس $\{4, 4, 4, 4, 4\}$ دارای چند یال است؟ (آزاد - 82)

- 8 (1) 20 (2) 16 (3) 10 (4)

۲۱ گرافی دارای 8 راس و درج هر راس 1 می باشد. تعداد یال ها کدام است؟ (آزاد - 81)

- 8 (1) 4 (2) 16 (3) 28 (4)

۲۲ دنباله درجه راس های گراف ساده G که تشکیل یک تصاعد هندسی داده اند شامل 5 جمله است

$\Delta(G)$ کدام می تواند باشد؟

- 2 (1) 3 (2) 5 (3) 6 (4)

۲۳ چند گراف 2 - منتظم مرتبه 9 وجود دارد؟

- 3 (1) 4 (2) 5 (3) 6 (4)

۲۴ چند گراف 7 - منتظم از مرتبه 10 وجود دارد؟

- 3 (1) 4 (2) 5 (3) 6 (4)

۲۵ گراف G از مرتبه 7 و اندازه 20 است این گراف چند راس از درجه 5 دارد؟

- 2 (1) 3 (2) 4 (3) 4 (4) صفر



۲۶ گرافی دارای 8 راس و 23 یال می باشد ، بیشترین مقدار $\Delta(G) - \delta(G)$ کدام است؟ (آزاد - 81)

- 5 (1) 1 (2) 3 (3) 6 (4)

۲۷ چند گراف ساده با مجموعه رئوس $V = \{v_1, v_2, \dots, v_6\}$ و اندازه ی $q = 3$ می توان رسم کرد، به طوری که $\Delta - \delta = 3$ باشد؟

- 1 (1) 15 (2) 60 (3) 45 (4)

۲۸ اندازه گراف ساده G ، 50، و اندازه مکمل آن 55 می باشد p کدام است؟

- 14 (1) 15 (2) 16 (3) 17 (4)

۲۹ اگر درجه رئوس گراف G به صورت $S : 4, 4, 3, 3, 2$ باشد گراف G چند راس ایزوله دارد؟

- 0 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4)



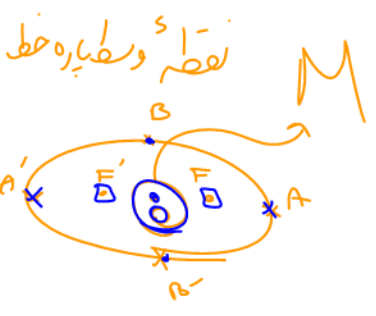
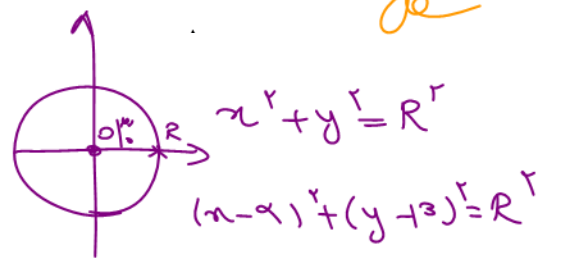
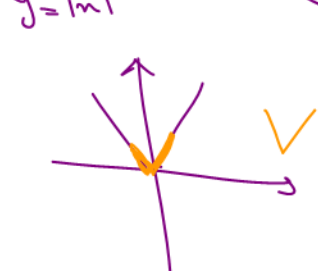
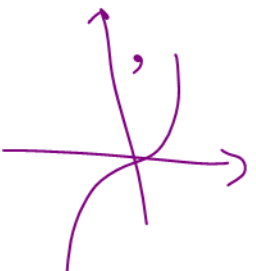
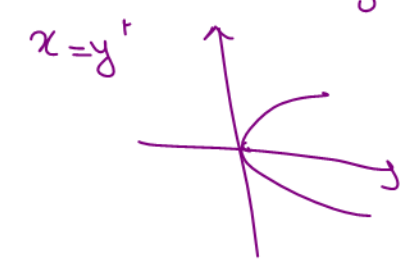
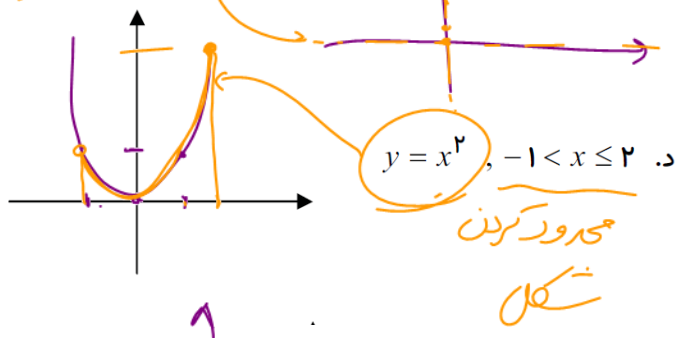
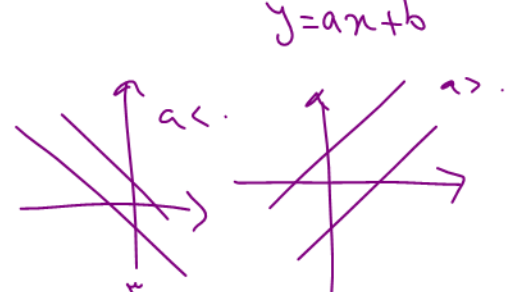
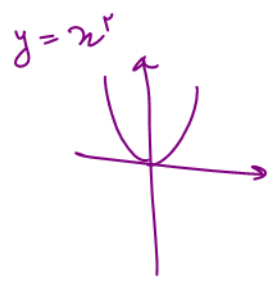
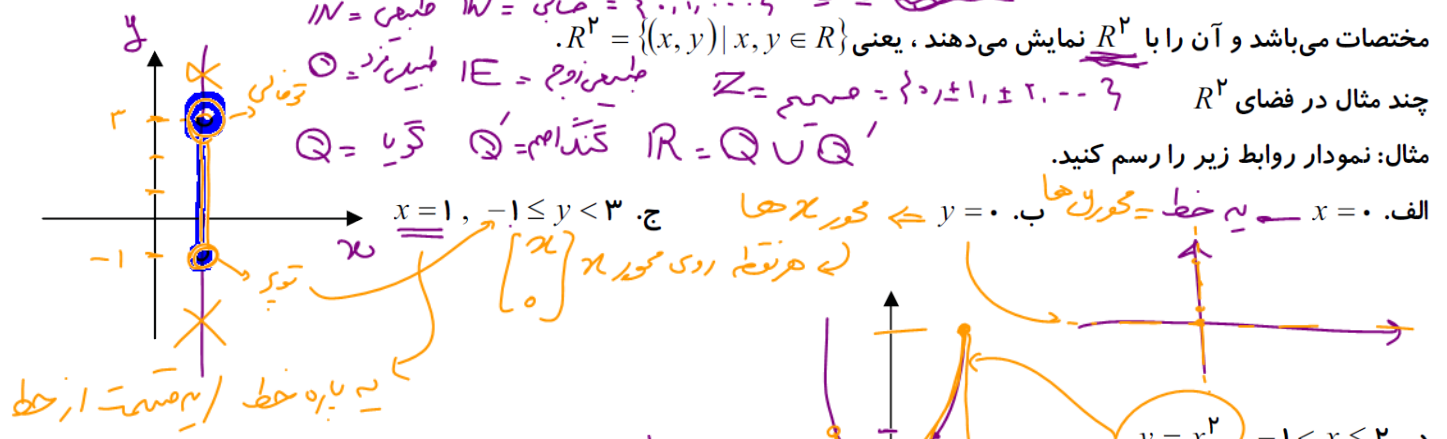
عضو ۳ "هندسه دوازدهم" $A \times B = \{(a, y) \mid a \in A, y \in B\}$

فضای R^2

هر نقطه از صفحه مختصات را به صورت زوج مرتب (x, y) نمایش می دهند در این صورت مجموعه $\{(x, y) \mid x, y \in R\}$ شامل همه نقاط صفحه مختصات می باشد و آن را با R^2 نمایش می دهند، یعنی $R^2 = \{(x, y) \mid x, y \in R\}$

چند مثال در فضای R^2
 $N = \text{طبیعی} = \{0, 1, 2, \dots\}$
 $W = \text{حسابی} = \{0, 1, -1, 2, -2, \dots\}$
 $E = \text{طبیعی زوج} = \{2, 4, 6, \dots\}$
 $Z = \text{صحیح} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
 $Q = \text{کسری}$
 $Q' = \text{گنداشده}$
 $R = Q \cup Q'$

مثال: نمودار روابط زیر را رسم کنید.



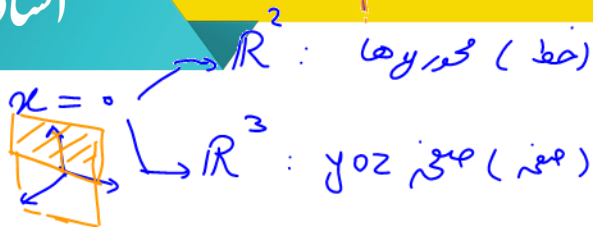
$$\frac{x_A + x_B}{2}$$

$$\frac{y_A + y_B}{2}$$

$$|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

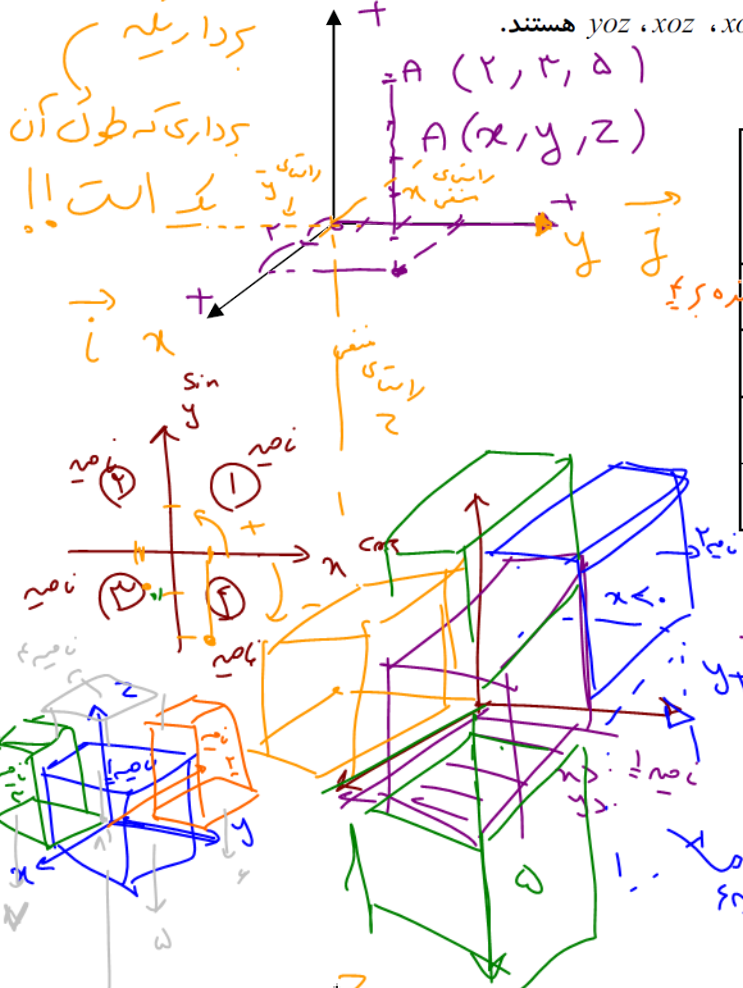
$$OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$





در دستگاه مختصات سه بعدی، سه مولفه طول، عرض و ارتفاع داریم؛ یعنی دستگاه مختصات سه بعدی شامل OX ، OY و OZ است و هر نقطه آن به شکل (x, y, z) نمایش داده می‌شود. در دستگاه مختصات سه بعدی محورهای OX ، OY و OZ دو دو بر هم عمودند و بردارهای i و j و k بردارهای یکه (؟) محورها می‌باشد. دستگاه مختصات سه بعدی، یک دستگاه یازده (گرد جهت مثلثاتی) است که می‌توان جای x ، y و z را با رعایت ترتیب آن‌ها (اول x ، بعد y و سپس z ، در جهت مثلثاتی) عوض کرد.

از برخورد هر دو محور یک صفحه تشکیل شده است. صفحات مورد نظر xoy ، xoz ، yoz هستند.



شماره ناحیه	علامت محورها		
	x	y	z
1	+	+	+
2	-	+	+
3	-	-	+
4	+	-	+

$z > 0$

$z < 0$

$z = k \rightarrow$ صفحه‌ای موازی با xoy

مثال: در مکعب شکل مقابل:

الف. مختصات رئوس مکعب را بنویسید.

$$\begin{cases} z = 5 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

ب. معادله وجه $ABCD$ را بنویسید.

ج. معادله یال AD را بنویسید.

د. نقطه‌ای روی وجه $CBEF$ مشخص کنید.

ه. نقطه‌ای روی یال CF مشخص کنید.

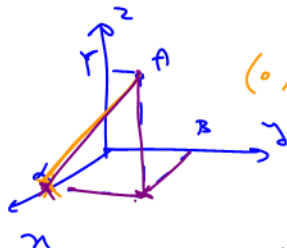
و. معادله مکعب را مشخص کنید.



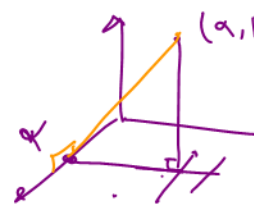
استاد مسیح
 $z=0 \Rightarrow x=0$
 $z=0 \Rightarrow y=0$

x محور $\Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$
 y محور $\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ z=0 \end{cases}$
 z محور $\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$

تصویر نقطه $A(\alpha, \beta, \gamma)$ را روی محورها و صفحات خواسته شده بدست آورید.

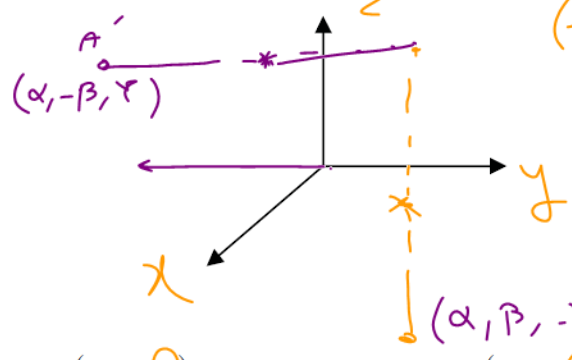
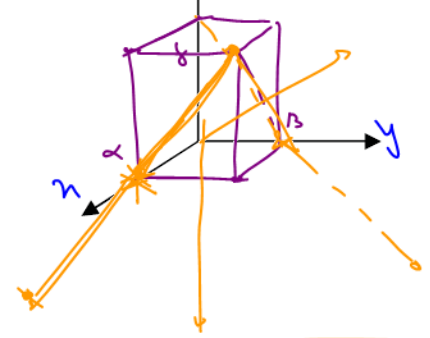


- ۱. روی محور x ها $(\alpha, 0, 0)$
- ۲. روی محور y ها $(0, \beta, 0)$
- ۳. روی محور z ها $(0, 0, \gamma)$
- ۴. روی صفحه xoy $(\alpha, \beta, 0)$
- ۵. روی صفحه yoz $(0, \beta, \gamma)$
- ۶. روی صفحه xoz $(\alpha, 0, \gamma)$

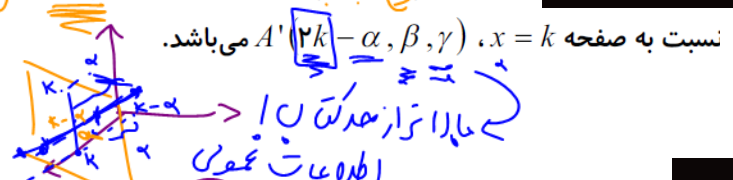
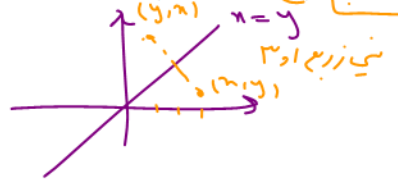


قرینه نقطه $A(\alpha, \beta, \gamma)$ را روی محورها و صفحات خواسته شده بدست آورید.

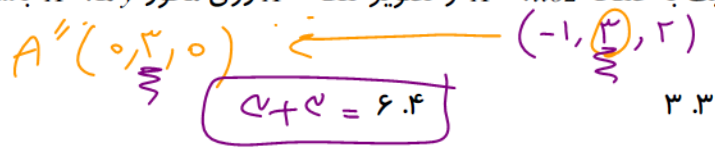
- ۱. نسبت به محور x ها $(\alpha, -\beta, -\gamma)$
- ۲. نسبت به محور y ها $(-\alpha, \beta, -\gamma)$
- ۳. نسبت به محور z ها $(-\alpha, -\beta, \gamma)$
- ۴. نسبت به صفحه xoy $(\alpha, \beta, -\gamma)$
- ۵. نسبت به صفحه yoz $(-\alpha, \beta, \gamma)$
- ۶. نسبت به صفحه xoz $(\alpha, -\beta, \gamma)$



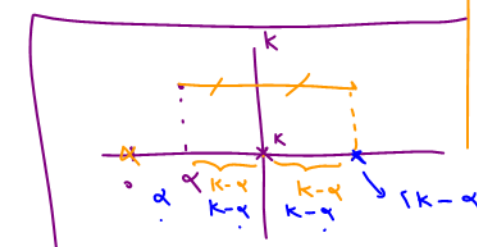
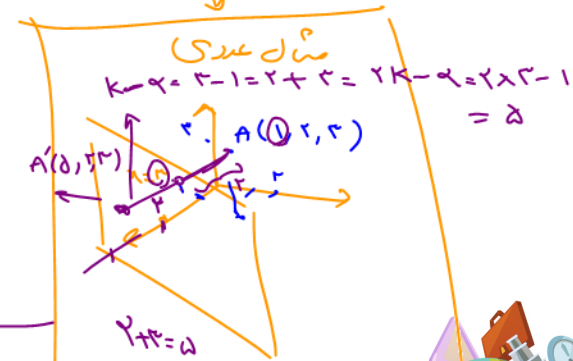
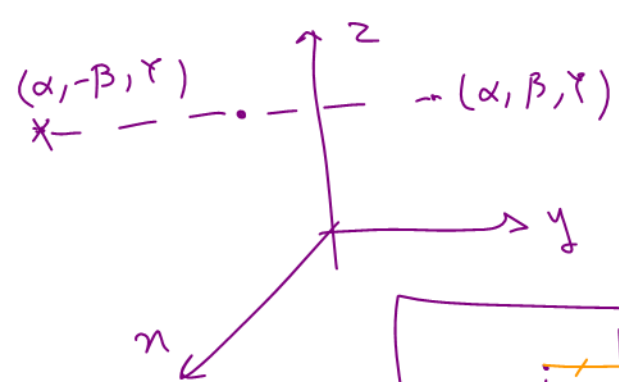
قرینه نقطه $A(\alpha, \beta, \gamma)$ نسبت به صفحه $x=y$ ، $A'(\beta, \alpha, \gamma)$ و نسبت به صفحه $x=-y$ ، $A'(-\beta, -\alpha, \gamma)$ است.



نقطه $A(-1, -3, 2)$ مفروض است، اگر قرینه نقطه A نسبت به صفحه xoz ، A' و تصویر نقطه A' روی محور y ها، A'' باشد؛ حاصل جمع عرض های دو نقطه A' و A'' کدام است؟



- ۱. ۳-
- ۲. صفر
- ۳. ۳
- ۴. ۶



دوری ریشه = $\sqrt{O^2 + \Delta^2}$ فاصله هر محور



فاصله نقطه $A(\alpha, \beta, \gamma)$ را تا محورها و صفحات خواسته شده بدست آورید.

۲. محور y ها $\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}$

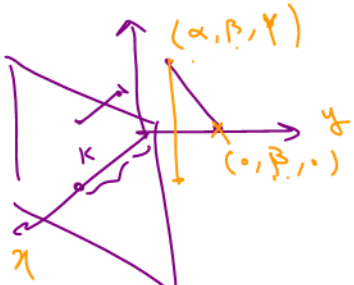
۴. صفحه xoy γ

۶. صفحه yoz α

۱. محور x ها $\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}$

۳. محور z ها $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

۵. صفحه xoz β



$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$$

$$OA = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

۲ اگر فاصله نقطه A از محورهای ox ، oy و oz به ترتیب برابر با $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{5}$ و $\sqrt{5}$ باشد، فاصله نقطه A از مبدا مختصات چقدر است؟

۱. $\sqrt{3}$ ۲. 2.2 ۳. $\sqrt{6}$ ۴. $2\sqrt{2}$

$\sqrt{2} = \sqrt{y^2 + z^2} \Rightarrow 2 = y^2 + z^2$
 $\sqrt{5} = \sqrt{x^2 + z^2} \Rightarrow 5 = x^2 + z^2$
 $\sqrt{5} = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow 5 = x^2 + y^2$
 $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{6}$
 $N = x^2 + y^2 + z^2$

بردار

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



۳ اگر بردارهای $\vec{a}(m-1, 1, n+m)$ و $\vec{b}(0, -2, -4)$ موازی باشند، کدام $n-m$ است؟

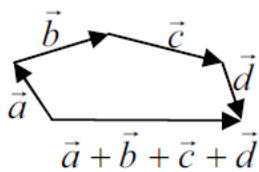
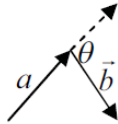
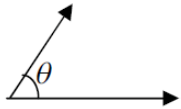
۲.۴

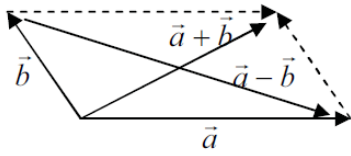
۱.۳

۲. صفر

۱.۲-

جمع دو بردار





۴ نقاط $A(-1, 2, 1)$ و $B(2, -1, -2)$ مفروض‌اند. اگر $\vec{BM} = \frac{3}{2}\vec{MA}$ باشد، مجموع طول و ارتفاع نقطه M کدام است؟

۱. صفر ۲. $\frac{2}{5}$ ۳. $\frac{3}{5}$ ۴. ۱

۵ بر روی دو بردار $\vec{a} = -i + 2j + 3k$ و $\vec{b} = 2i - j + k$ متوازی الاضلاعی ساخته شده است. طول قطر کوچک کدام است؟

۱. $\sqrt{18}$ ۲. $\sqrt{20}$ ۳. $\sqrt{22}$ ۴. $\sqrt{24}$

۶ چهار بردار OA و OB و OC و OD در تساوی $\vec{OA} + k\vec{OC} = \vec{OB} + k\vec{OD}$ ، $k > 1$ صدق می‌کنند؛ چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟

۱. مستطیل ۲. دوزنقه ۳. لوزی ۴. متوازی الاضلاع

۷ سه بردار با اندازه برابر در رابطه $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ صدق می‌کند، زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} چند درجه است؟

۱. صفر ۲. ۶۰ ۳. ۱۲۰ ۴. ۹۰



۷ اگر $\vec{a} = mi + j - 2k$ و $\vec{b} = 3j - k$ باشد و $\vec{a} + \vec{b}$ بر $\vec{a} - \vec{b}$ عمود باشد، آن گاه بردار $\vec{a} + \vec{b}$ کدام است؟

۴. $\sqrt{26}$

۳. $\sqrt{31}$

۲. $\sqrt{29}$

۱. $\sqrt{30}$

۸ زاویه بین \vec{a} و \vec{b} برابر 53° می باشد، زاویه بین بردارهای $e_{\vec{a}} + e_{\vec{b}}$ و $e_{\vec{a}} - e_{\vec{b}}$ چند درجه است؟

۴. ۲۷۰

۳. ۹۰

۲. ۲۵

۱. ۵۰

