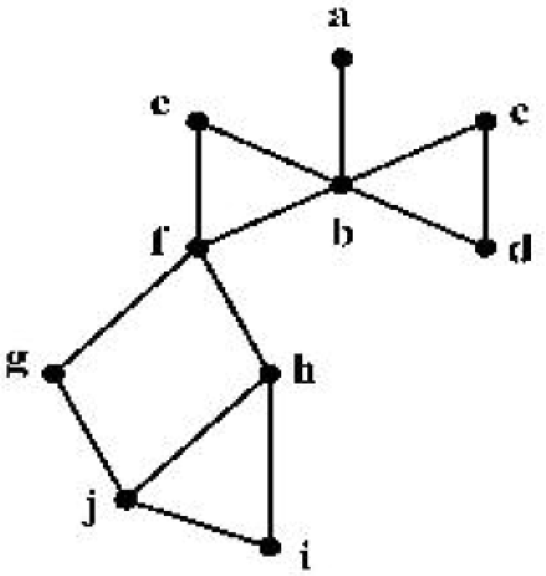
گراف



$$G(V,E)$$

مرتبه

اندازه

درجه راس

دو راس a و b را در گراف G مجاور گوئیم هرگاه

دو یال را موازی گوئیم، هرگاه بین دو راس یکسان رسم شده با شد.

طوقه یاحلقه (لوپ): یالی است که یک راس را به خودش وصل می کند.

گراف ساده

الف) طوقه ندارد.   ب) یال موازی ندارد.   ج) بین هر دو راسش حداکثر یک یال وجود دارد.

گراف جهت دار:

تعداد گراف های جهتدار p راسی برابر است به : 2^{p^2}

۱- در مورد گراف ساده $G(V,E)$ کدام گزینه نادرست است؟

1) مجموعه E متناهی است.   2) مجموعه V متنا هی است.

3) مجموعه E ناتهی است.   4) مجموعه V ناتهی است

تعداد گراف های جهتدار p راسی بدون حلقه برابر ا ست با: 2^{p^2-p}

تعداد گراف های جهتدار p راسی که n حلقه داشته با شند برابر است با: $2^{p^2-p}\binom{p}{n}$

گراف چندگانه: گرافی که حلقه یا یال موازی دا شته با شد گراف چند گا نه نامیده می شود.(بین هر دو راس آن هر تعداد یالی می تواند وجود داشته باشد.)

تعدادتمام گراف های ساده که می توان با p راس (با فرض نام گذاری رئوس) ســاخت برابــر اســت بــا:

1) **راس ایزوله** (منزوی، تنها،منفرد) : راسی که درجه آن صفر باشد.
2) **راس آویزان:** راسی که درجه آن یک است.
3) **راس فول:** راسی که بیشترین درجه ممکن $(p-1)$ را دارد.
4) **راس فرد:** راسی که درجه آن فرد با شد
5) **راس زوج:** راسی که درجه آن زوج با شد.

۲- چند گراف جهت دار با مجموعه رئوس $V=\{a,b,c,d\}$ می توان رسم کرد؟

1) 2^6 2) 2^{16} 3) 2^{12} 4) 2^{10}

۳ـ کدام گراف زیر ساده است؟

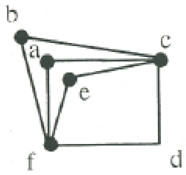
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۴- در گراف مقا بل چند راس با راس a مجاور هستند؟



2 (1　　　1 (2　　　3 (3　　　0 (4

۵- چند گراف جهت دار با مجموعه رئوس $V=\{a,b,c,d,e\}$ می توان رسم کرد که دارای 2 طوقه با شند؟

$۲^{۲۱}\times ۵$ (1　　　$۲^{۲۵}$ (2　　　$۲^{۲۳}$ (3　　　$۲^{۲۳}\times ۵$ (4

۶- گراف متناظر با کدام مولکول شیمیایی زیرگراف چندگا نه است؟

1) آب　　2) اُزن　　3) پروپان　　4) هیدرو کلریک اسید

۷- گراف ساده ای دارای 6 راس است این گراف حداکثر چند یال دارد؟

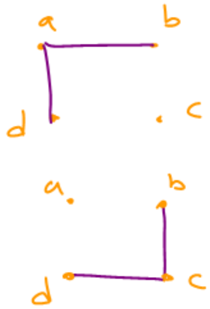
1) 10　　2) 30　　3) 15　　4) 25

۸- با مجموعه رئوس $V=\{v_1, v_2, \cdots, v_5\}$ چند گراف ساده با فرض نام گذاری رئوس می توان ساخت؟

1) 512　　2) 1024　　3) 256　　4) 128

تفاوت نام گذاری و بدون نام گذاری :

چند گراف با مرتبه ۴ و اندازه ۲ می توان رسم کرد :



نام گذاری

$\binom{4}{2}=6$ یال حداکثر

$\binom{6}{2}$ در بین ۶ یال دوتاش را انتخاب کنیم

۱۵ گراف $\boxed{\binom{6}{2}=15}$

بدون نام گذاری → شکل کشیدن → حالت های مختلف

در بدون نام گذاری این دو گراف هیچ تفاوتی ندارند!

ما بقی گراف های یک ریخت همین هاست!

۲ گراف

۹- چند گراف چهار راسی بدون نام گذاری رئوس می توان رسم کرد؟

1) 64   2) 32   3) 11   4) 6

تعداد گراف:

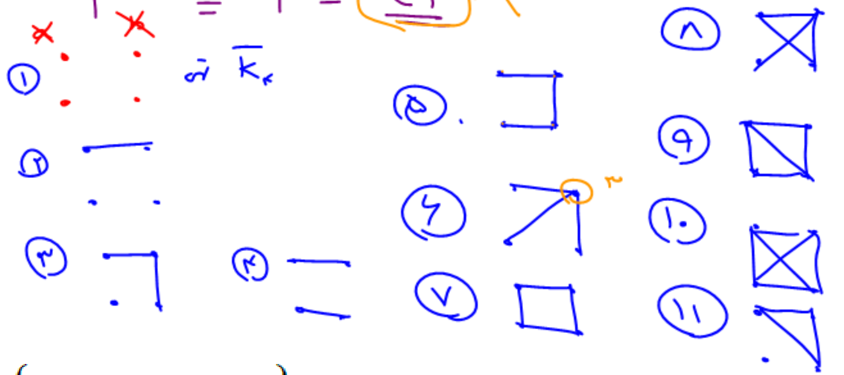
ساده $= 2^{\frac{p(p-1)}{2}} = 2^{\binom{p}{2}}$

جهت دار (با طوقه) $= 2^{p^2}$

جهت دار (بدون طوقه) $= 2^{p(p-1)} = 2^{p^2-p}$

اینها مال وقتیه که نام گذاری داریم

$2^{\binom{4}{2}} = 2^6 = \boxed{64}$



۱۰- چند گراف ساده با مجموعه رئوس $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_6\}$ وجود دارد که اندازه آن ها 3 باشد؟

1) 15   2) 20   3) 455   4) 910

$\binom{6}{2} = \frac{6\times5}{2} = 15$

$\binom{15}{3} = \frac{15!}{3!\,12!} = \frac{15\times14\times13\times\cancel{12!}}{\cancel{12!}\times3\times2} = 455$

۱۱- تعداد گراف های ساده 4 راسی در مجموعه $V=\{a,b,c,d\}$ که 2 یال داشته و یک یال آن ها ab باشد، کدام است؟

1) 4   2) 5   3) 6   4) 7

$\binom{4}{2} = 6$ حداکثر یال $\rightarrow \binom{p}{2}$

$E=\{ab, ac, ad, bc, bd, cd\}$

تعداد گراف = هر زیرمجموعه

کل گراف $= 2^6$

$\{ab, ac\}$

$\{ad, cd\}$

$\binom{6}{2} = \frac{6\times5}{2} = 15$

تعداد گراف ها ۲ یال دار

$\{ab, \_\}$ $\binom{5}{1} = 5$

۱۲- با 5 راس a,b,c,d,e چند گراف ساده می توان رسم کرد که درآن $q=5$ بوده وگراف شامل یال‌های ab,ac با شد، اما شامل ed نبا شد؟

1) 35   2) 27   3) 38   4) 30

$\binom{5}{2}=10$ حداکثر یال

نداشته ها   داشته ها

$V=\{ab, ac, bc, \dots, \cancel{ed} \cdots\}$ $10-2-1$

$\binom{P}{2}$ - داشته و نداشته

9 - داشته‌ها

$\{ab, ac, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc\}$

$\binom{7}{3}=\frac{7\times\cancel{6}\times5}{\cancel{3\times2}}=35$

۱۳- در یک گراف ساده $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_6\}$ است، چند گراف $G=(V,E)$ می توان رسم کرد که v_1 و v_2 با هم مجاور با شند و به v_3 یالی وصل نشده با شد؟

1) 2^5 2) 2^9 3) 2^{10} 4) 2^{15}

v_1v_2

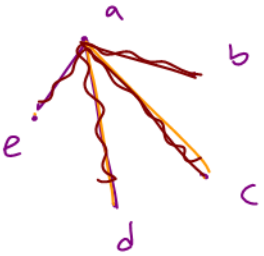
۱ نداشتیم دور

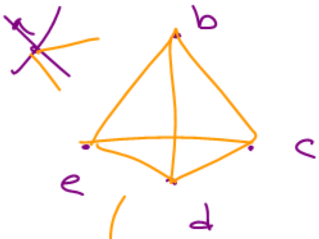
$v_1 \quad v_2 \quad v_4 \quad v_5 \quad v_6$

$\binom{5}{2}=10$ حداکثر یال $-1=9 \xrightarrow{\text{تعداد زیرمجموعه‌ها}} 2^9$

۱۴-: چه تعداد گراف ساده مرتبه 5 با رئوس a, b, c, d, e وجود دارد که راس a در آن از درجه 2 با شد؟

1) 3×2^{6} 2) 3×2^{7} 3) 3×2^{5} 4) 3×2^{8}





$\binom{4}{2}=\frac{4\times 3}{2}=6$

رأس a به ۶ حالت می‌تواند درجه ۲ داشته باشد

$\binom{4}{2}=6$ حداکثر تعداد یال

هر زیرمجموعه → 2^{6} گراف

$\underbrace{6}_{\text{حالت‌های a}}\times\underbrace{2^{6}}_{\text{حالت‌های بقیه}}=3\times 2^{7}$

۱۵-در گراف ساده G از مرتبه 8 سه بخش جدا از هم وجود دارد . این گراف حداکثرچند یال دارد؟

1) 15 2) 21 3) 6 4) 28

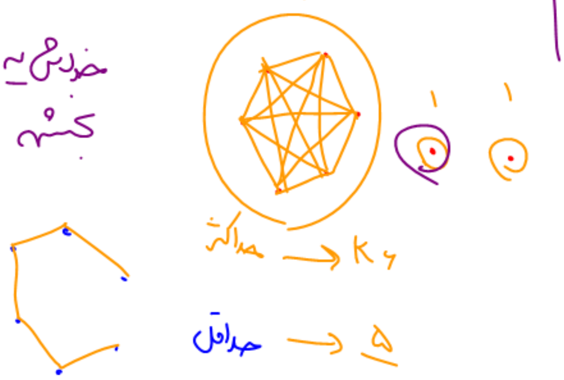
مرتبه ۸

حالت‌های سه بخش			تعداد یال
6 (Max)	1	1	$\binom{6}{2}+0+0=15$
5	2	1	$\binom{5}{2}+\binom{2}{2}+0=10+1+1=12$
4	2	2	$\binom{4}{2}+\binom{2}{2}+\binom{2}{2}=6+1+1=8$
4	3	1	$\binom{4}{2}+\binom{3}{2}+0=6+3=9$
3 (Min)	3	2	$\binom{3}{2}+\binom{3}{2}+\binom{2}{2}=7$

رأس ایزوله

خودش یه بخشه

۶ تایی



حداکثر → K_6

حداقل → ۵

گراف کامل

۱۶- در یک گراف کامل $q(G)=\Delta^{2}(G)-2\delta(G)$ است. مقدار $p(G)$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

کنکورتیر ۱۴۰۱

۱۷- مجموع مرتبه و اندازه‌ی گراف کاملی برابر ۴۵ است. اندازه‌ی این گراف کدام است؟

۱) ۲۸ ۲) ۳۶ ۳) ۳۰ ۴) ۲۱ سراسری ۹۳

دنباله درجات رئوس

مجموع درجات رئوس یک گراف ساده برابر با $۲q$ است.

$$\sum_{i=۱}^{p} \deg(v_i) = \underbrace{\deg(v_۱) + \deg(v_۲) + \cdots + \deg(v_p)}_{\text{مجموع درجه‌ها}} = ۲q$$

تعداد رئوس زوج فرد ا ست $\rightarrow$ فرد $= p$

تعداد رئوس زوج ، زوج ا ست $\rightarrow$ زوج $= p$

$$۰ \le \delta \le \deg v_i \le \Delta \le p-۱$$

دقت کنید که هم δ هم Δ رو باید جواب بده!

$p\delta \le ۲q \le p\Delta$ یا $\boxed{\delta \le \frac{۲q}{p} \le \Delta}$

۱۹- گراف ساده G با مرتبه 11 و اندازه 50 بیش ترین مقداری که δ می تواند داشته با شد کدام است؟

1) 10　　2) 9　　3) 8　　4) 7

۲۰- گرافیکال بودن دنباله‌های زیر را بررسی کنید.

۱. ۶,۶,۵,۵,۵,۴,۲

۲. ~~۶~~,۵,۵,۴,۳,۲

۳. ~~۶~~,۵,۴,۳,۲,۱,۰

۴,۳,۲,۱,۰,-۱

۴. ۶,۶,۶,۵,۴,۳,۲

۵. ۵,۴,۳,۳,۲,۱

۲۱_ در یک گراف ساده با اندازه 25 و از مرتبه 14 فقط رئوس درجه 3 و 5 داریم . چند راس درجه 3 وجود دارد؟

1) 10 | 2) 4 | 3) 9 | 4) 8

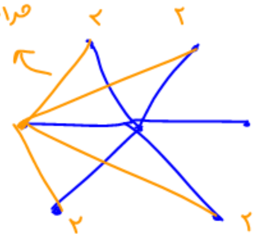
۲۲_ اگر m تعداد رئوس زوج در یک گراف ساده با شدو تعداد کل رئوس این گراف فرد با شد، باقیمانده تقسیم $m^{۲}$ بر عدد 8 کدام ا ست؟

1) 1 | 2) 0 | 3) 7 | 4) 3

۲۳_ در یک گراف ساده ماکزیمم درجه رئوس 16 ست مرتبه گراف کدام گزینه نمی توا ند با شد؟

1) 6 | 2) 7 | 3) 8 | 4) 9

حداکثر یک راس درجه ۱



۶ تا درجه ۱

مخصوص کیوان

۲۴- درجه راس‌های یک گراف ساده و همبند به صورت اعداد c , b , a , ۳ , ۴ , ۴ , ۵ هستند. اگر تعداد یال‌های این گراف ۱/۵ برابر $(a+b+c)$ باشد، چند حالت مختلف برای مجموعه $\{a , b , c\}$ وجود دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۲

کنکور تیر ۱۴۰۱

$q = (1/5)(a+b+c)$

$2q = 5+4+4+3+a+b+c$

$3(a+b+c) = 16 + (a+b+c)$

$3(a+b+c) - (a+b+c) = 2(a+b+c) = 16$

$a+b+c = 8$

$a , b , c \neq 0$

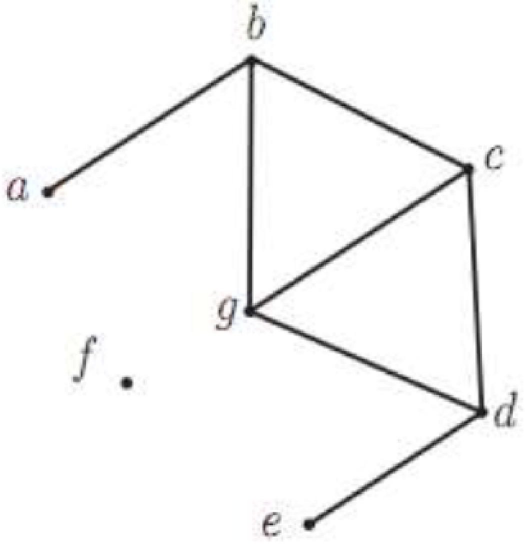
حالت مختلف نداره!!

مجموعه همسایه ها

مجموعه‌های همسایه‌های یک راس: فرض کنیم $v \in V(G)$ ، به مجموعه‌ی راس‌هایی از گراف G که به راس v متصل هستند، «همسایگی باز راس v» می‌گوییم و با $N_G(v)$ نمایش می‌دهیم. اضافه کردنِ خودِ راسِ v به $N_G(v)$ «همسایگی بسته‌ی راس v» را به دست می‌دهد که آن را با $N_G[v]$ نمایش می‌دهیم. می‌توان این دو مجموعه را به صورت زیر نشان داد:

$$N_G(v) = \{u \in V(G) : uv \in E(G)\}$$

$$N_G[v] = N_G(v) \cup \{v\}$$



مسیر

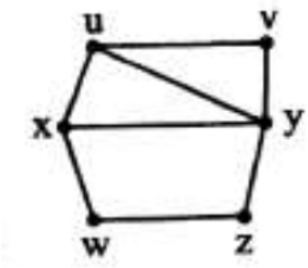
تعریف مسیر: فرض کنیم u و v دو راس از گراف G باشند. یک مسیر از u به v در G دنباله‌ای متشکل از راس‌های دو به دو متمایز است که از u شروع و به v ختم می‌شود به طوری که هر دو راس متوالی در این مسیر، مجاور هستند. طول مسیر همان تعداد یال-های طی شده است که یکی کمتر از تعداد راس‌ها است.

قرارداد: هر راس به تنهایی، یک مسیر به طول صفر از خودش به خودش است.

** گرافی که تنها از یک مسیر n راسی تشکیل شده باشد با P_n نمایش می‌دهیم.

مسیر در گراف کامل

در گراف مقابل تمام مسیرهای از u به v را نوشته و طول هر کدام را مشخص کنید.



$G(V, E)$

Edge

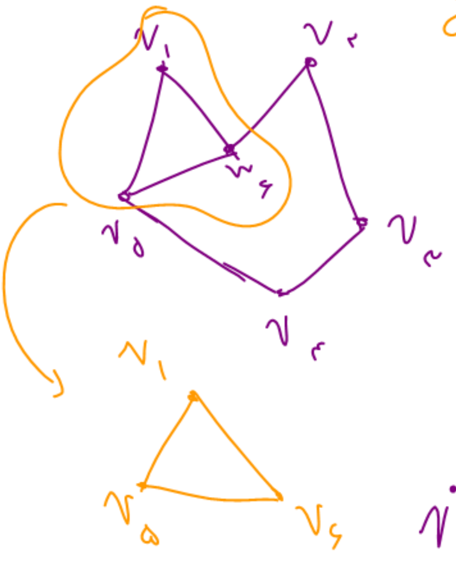
Vertex

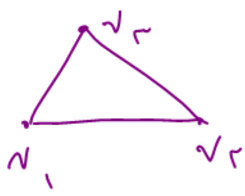
زیرگراف

یال   یال

تعریف: گراف H را یک زیرگراف از G می‌گوییم هرگاه $V(H) \subseteq V(G)$ و $E(H) \subseteq E(G)$.

رأس   رأس





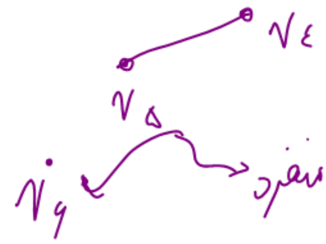
تعداد یال

حتماً

ناهمبند ← $q < p-1$

?!? ← $p-1 \leq q \leq \binom{p-1}{2}$

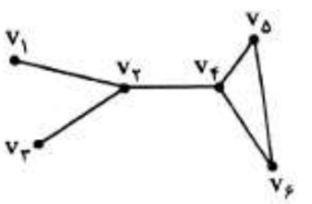
قطعاً همبند ← $q > \binom{p-1}{2}$

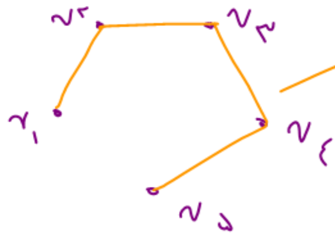


گراف ناهمبند ← منفرد

همبندی

تعریف: گراف G را همبند گوییم، هرگاه بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. مانند گراف زیر:



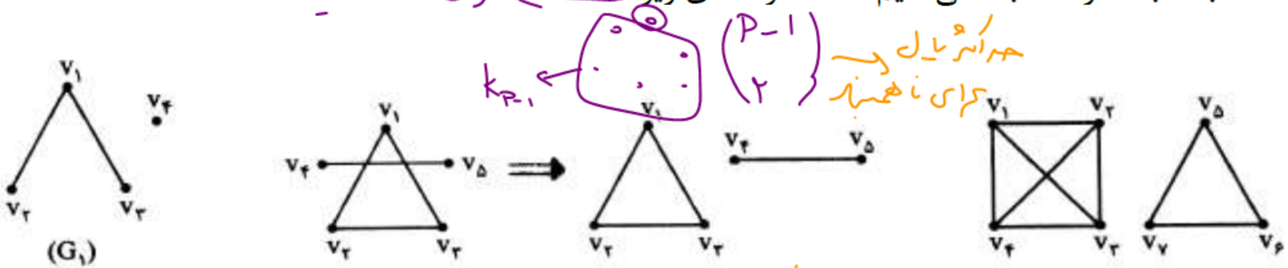


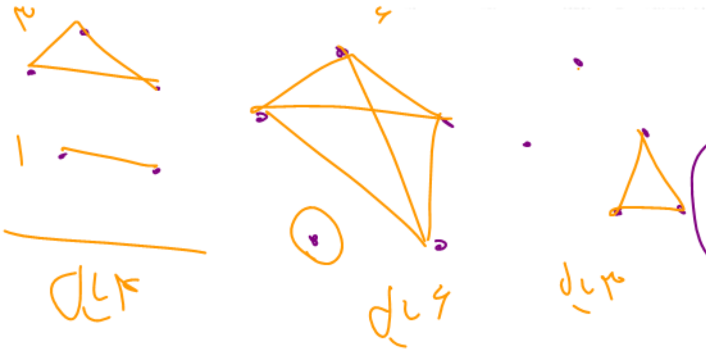
حداقل یال برای همبندی $= p-1$

گرافی که همبند نباشد را ناهمبند می‌نامیم. مانند گراف‌های زیر: ← گرافی که رأس ایزوله دارد.

K_{p-1}

$\binom{p-1}{2}$ ← حداکثر یال برای ناهمبند





هر چی بخش‌ها کمتر

یال بیشتر

هر چی تعداد رئوس که با هم‌اند

بخش را شکل داد بیشتر

حداقل و حداکثر تعداد یال

$6+\underbrace{\quad+\dots+\quad}_{112}=2q$

$6+16\times 7=118=2q \Rightarrow q=59$ $\quad p=17$

۲۵ـ گراف ساده‌ی G از مرتبه‌ی ۱۷ چنان است که در آن $\Delta = ۷$. حداکثر تعداد یال‌های آن کدام است؟

$\delta \le \frac{2q}{p} \le \Delta \qquad \frac{2q}{17} \le 7 \Rightarrow 2q \le 17\times 7 = 119 \Rightarrow q \le 59/\ldots \Rightarrow 59$

۲۶ـ گراف ساده‌ی G از مرتبه‌ی ۱۷ چنان است که در آن $\delta = ۷$. حداقل تعداد یال‌های آن کدام است؟

$\delta \le \frac{2q}{p} \qquad 7 \le \frac{2q}{17} \Rightarrow 119 \le 2q \Rightarrow 59/\ldots \le q \Rightarrow 60$

$\overbrace{7+7+7+7+7+\dots}^{16 \text{ رأس}}+8=16\times 7+8=2q \Rightarrow 120=2q \Rightarrow q=60$

۲۷ـ گراف ساده‌ی G از مرتبه‌ی ۱۷ چنان است که در آن $\delta = ۷$. حداکثر تعداد یال‌های آن کدام است؟

$16 \text{ رأس} \rightarrow \binom{16}{2}=\frac{16\times 15}{2}=120$

$7+15+\dots+15+16+16+16+16+16+16+16$

$7+7\times 16+9\times 15$

127

۲۸ـ اگر در گراف ساده G، $|V(G)| = ۱۸$، $\Delta(G) = ۸$ و $\delta(G) = ۳$ باشند، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای اندازه گراف G کدام است؟

کنکور دی ۱۴۰۱

۱) ۴۰ ۲) ۳۸ ۳) ۳۹ ۴) ۳۷

تعداد رأس $=p=18$ $\quad \Delta=8,\ \delta=3$

راه دوم: $K_{17}=\binom{17}{2}=\frac{17\times 16}{2}=136$ $\quad 136-9=127$

مراتب: $3+3+3+3+\dots+3+4+8$

$2q=16\times 3+4+8=48+12=60=2q \Rightarrow q=30$

مراتب: $3+7+\underbrace{8+\dots+8}+8$

$2q=3+7+16\times 8=138=2q \Rightarrow 69=q$

$\sum_{i=1}^{p} \deg v_i=2q$

$q_{max}-q_{min}=69-30=39$

گراف منتظم = گرافی که همه رئوس آن یک درجه داشته باشند

۲-منتظم

از مرتبه ۵

$p=5$

گراف ۲-منتظم از مرتبه p = گرافی که p رأس دارد و درجه همه رئوس ۲ است

مثل گراف کامل = یک نوع گراف r-منتظم است

$\Delta = \delta = p-1$

$$\underbrace{2q}_{\text{زوج}} = \underbrace{pr}_{\text{فرد} \times \text{فرد} = \text{فرد}}$$

نمی‌توان گراف فرد-منتظم از مرتبه فرد نوشت

نکته: در گراف r-منتظم، $\delta = \Delta = r$.

چون نمی‌توان فرد تا رأس فرد داشت!

نکته: گراف فرد منتظم از درجه‌ی فرد وجود ندارد.

۲۹ـ چند نوع گراف ۲-منتظم از مرتبه‌ی ۹ وجود دارد؟

چند تا چندضلعی

گراف ۲-منتظم

۱) ۵ ضلعی + ۴ ضلعی = ۹ رأس

۲) ۶ ضلعی + ۳ ضلعی

۳) ۹ ضلعی

۴)

$\binom{9}{5} \times \binom{4}{4}$

$+$

$\binom{9}{6} \times \binom{3}{3}$

$+$

$\binom{9}{9} = 1$

$+$

$\binom{9}{3}\binom{6}{3}\binom{3}{3}$

~~(نام‌گذاری)~~ ۴ گراف

۳۱

نام‌گذاری گراف

$\{v_1, v_2, v_3, v_4 \ldots v_9\}$

۳۰ـ چند نوع گراف ۳-منتظم از مرتبه‌ی ۱۱ وجود دارد؟

نداریم

$3 \times 11 = 2q$ ✗

۳۱ـ اگر به گراف ۴-منتظم، ۱۲ یال اضافه شود، گراف کامل می‌شود. مرتبه و اندازه‌ی گراف را مشخص کنید.

$rp = 2q$

$\frac{4p}{2} = \frac{2q}{2}$

$2p = q$

$$2p + 12 = \binom{p}{2}$$

$$2p + 12 = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$4p + 24 = p^2 - p$$

$$p^2 - 5p - 24 = 0$$

$$(p-8)(p+3) = 0$$

$p = -3$ ✗

$p = 8$ ✓

$$\boxed{2(8) = 16 = q}$$

۳۲- در گراف ۵- منتظم از مرتبه‌ی p و اندازه‌ی q، داریم $\cancel{2}q - 3p = 16$. گراف را مشخص کنید.

$pk = 2q$

$5p = 2q$

$\underbrace{5 \times \cancel{8}^{4}}_{20} = \cancel{2}q$

$5p - 3p = 16$

$2p = 16 \rightarrow p = 8$

گراف ۵ منتظم از مرتبه ۸

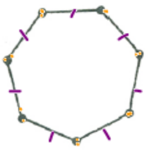
تعداد یال گراف کامل =  $\binom{p}{2}$

تعداد یال گراف منتظم = $\frac{kp}{2}$

نصف دو بینم = تعداد یال بین گراف ها هم!

C_7

۳۳- گراف مکمل شکل مقابل ازچه اندازه ای است؟



$q = 7$

$|V_G| = 7$

15 (4 $\boxed{14\ (3}$ 13(2   12 (1

$\bar{G}$

$q(\bar{G}) + q(\cancel{G}) = \cancel{K}_p$

$|q_{\bar{G}}| + 7 = \binom{7}{2} = \frac{7 \times \cancel{6}^{3}}{\cancel{2}}$

$|q_{\bar{G}}| = 21 - 7 = \boxed{14}$

$\deg_G a_i + \deg_{\bar{G}} a_i = p - 1$

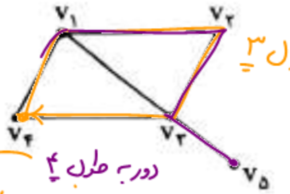
$\binom{n}{2}$ = تعداد یال گراف کامل

= تعداد گراف های ساده $2^{\binom{n}{2}}$

= تعداد گراف های جهت دار 2^{n^2}

دور در گراف

تعریف: یک دور به طول m در گراف G دنباله‌ای از $m+1$ راس، که راس‌های متوالی مجاور بوده و m راسِ اول آن دو به دو متمایز بوده و راس آخر همان راس اول باشد. در شکل زیر دور $v_1v_2v_3v_4v_1$ را ببینید. این دور به طولِ ۴ است.



مسیر به طول ۳

دور به طول ۴

حداقل دور = ۳

حداقل مسیر = ۰ ← هر رأس با خودش

حداقل مسیر بین دو رأس متمایز = ۱

** حداقل طول دور ۳ می‌تواند باشد.

** طول دور همان تعداد یال‌های طی شده است.

تعریف: گرافی را که تنها از یک دور n راسی تشکیل شده باشد با C_n نمایش می‌دهیم.

برای مثال C_5 را در شکل مقابل می‌بینید.

C_5 دور

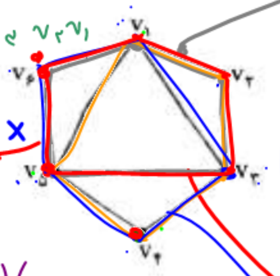
P_5 خط

K_5 کامل

گراف‌های مقابل چند دور به طول ۵ دارند؟

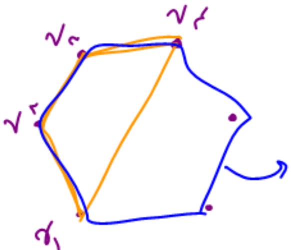
دور تکراری!

(ب)



(الف)

۱۲ = ۵ × ... + ... دور در کل



دور در گراف کامل

دور در صورتی فقط در گراف کامل قابل شمردن است در بقیه باید بکشیم تا در بیاد!

نکته: تعداد دورهای به طول i در گراف k_p برابر است با $\binom{p}{i}\times\frac{(i-1)!}{2}$.

در گراف k_4 چه تعداد دور به طول ۴ موجود است؟

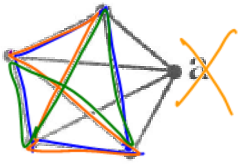
$\binom{6}{4}\times\frac{3!}{2} = \frac{6\times5}{2}\times\frac{3!}{2} = 45$

در گراف k_5 چه تعداد دور وجود دارد؟

دور به طول ۵ + دور به طول ۴ + دور به طول ۳

$\binom{5}{5}\times\frac{4!}{2} + \binom{5}{4}\times\frac{3!}{2} + \binom{5}{3}\times\frac{2!}{2} = 12 + 15 + 10 = 37$

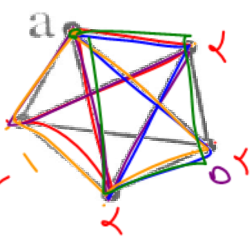
چه تعداد از دورهای گراف زیر شامل راس a نمی‌باشند؟



دور به طول ۳ + دور به طول ۴ $= 4 + 3 = 7$

$\binom{4}{3}\times\frac{2!}{2} = 4 \quad + \quad \binom{4}{4}\times\frac{3!}{2} =$

چه تعداد از دورهای به طول ۴ از گراف مقابل شامل راس a می‌باشند؟



دور به طول ۳ + دور به طول ۴ + دورهای به طول ۵

$\binom{4}{2}\times\frac{2!}{2} + \binom{4}{3}\times\frac{(i-1)!}{2} + \binom{4}{4}\times\frac{4!}{2!} =$

$4\times3=12$

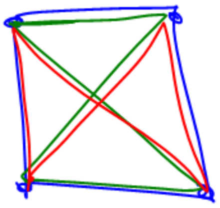
تعداد دورهایی که شامل a باشند

تعداد دورها به طول ۴ − دور شامل a نباشد

$\binom{5}{4}\times\frac{3!}{2!} - \binom{4}{4}\times\frac{3!}{2} = 3(5-1) = 12$

شامل a نباشد راحت از شامل a بودن حل می‌شود! ← مهم

حسین



0×9

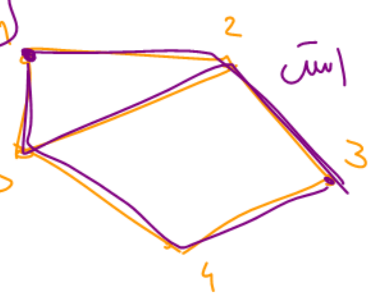
فاصله بین دو راس

کوتاه ترین مسیر بین دو راس

$d(v,v)=0$

$$1)\ u,v\in V : u=v \Leftrightarrow d(u,v)=0$$
$$2)\ d(u,v)=d(v,u)$$
$$3)\ u,v,w\in V : d(u,v)\le d(u,w)+d(w,v)$$

$d(1,3)=2$



در گراف کامل فاصله بین هر دو راس = 1 است

۳۴- در گراف کامل k_7 چند مسیر به طول 4 بین دو راس ثا بت u و v وجود دارد ؟

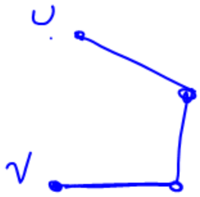
1) 80　2) 100　3) 60　4) 40

$\binom{5}{3}\times 3!$

$\{\cancel{u},\cancel{v},a,\cancel{b},c,\cancel{d},e\}$

$60 = u\ \underline{5}\times\underline{4}\times\underline{3}\ v$

$10\times 6=60$



۳۵- در گراف کامل مرتبه 7، شامل v_1 تا v_7 چند مسیر از v_1 تا v_7 به طول 4 شامل راس v_5 وجود دارد؟

1) ~~36~~　2) 24　3) 72　4) 63

$v_1\ \underline{5}\times\underline{4}\times\underline{3}\ v_7 \longrightarrow 60$

متمم: مسیر به طول ۴ بین v_1 و v_7 — مسیر به طول ۴ بین v_1 و v_7 بدون راس v_5

$v_1\ \underline{4}\times\underline{3}\times\underline{2}\ v_7 = 24 \longrightarrow 60-24=36$

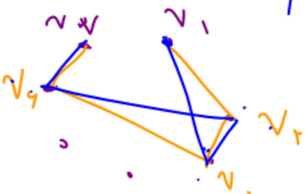
$v_1\ \_\ \_\ \_\ v_7$

$\binom{4}{2}\times 2! = 6\times 6 = 36$

جایگشت

$\{v_5,\ (v_6, v_2)\}$

$\cancel{v_1}, v_2, v_3, v_4, \cancel{v_5}, v_6, \cancel{v_7}$



۳۶- در یک گراف کامل از مرتبه ی 5 ، چند دور با طول 4 وجود دارد؟

1) 1 2) 10 3) 15 4) 20

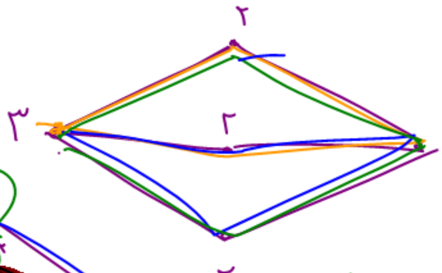
$$\binom{5}{4} \times \frac{3!}{2} = 15$$

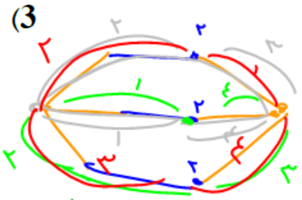
$$\binom{p}{i} \times \frac{(i-1)!}{2}$$

۳۷- تست: در گراف G با درجه های راس های ۲,۲,۲,۳,۳ دو راس ماکسیمم درجه غیر مجاورند. تعداد دورهای با طول 4 کدام است؟(سراسری – 81)

1) 3 2) 2 3) 1 4) 0

بهم وصل نیستند

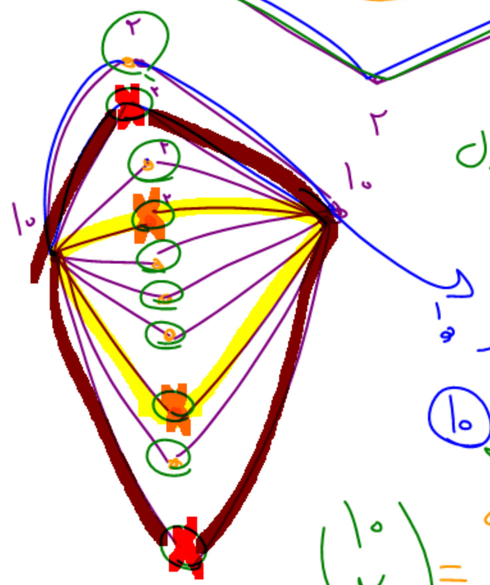




در گراف با درجه های ۱۰، ۱۰، ۲، ۲، ...، ۲ (۱۰ تا) مجموع

دو راس با درجه ماکسیمم مجاور نیستند. تعداد دورها به طول ۴ و ۵ را بدست آورید.

۳ و ۴ و ۵



فقط دور ۴ دارد

طول ۴ دارد

۱۰ ← ۲ ← ۱۰ ← ۲ ← ۱۰

$$\binom{10}{2} = \frac{5\cancel{10} \times 9}{2} = \boxed{45}$$

دوره طول ۴

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$