

۱- در تقسیم عدد 259 بر b، باقی مانده 31 است. چند مقدار طبیعی برای b وجود دارد؟

$259 \div b = 31 \text{ (باقی مانده)}$
 $259 = bq + 31$
 $259 - 31 = bq$
 $228 = bq$

$228 = 2^2 \times 3^2 \times 19 = bq$
 $b = \{ \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{3}, \cancel{2}, \cancel{19}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{3}, \cancel{19}, \underline{38}, \underline{57}, \underline{76}, \underline{114}, \underline{228} \}$

$(1) \times (2) \times (3) \times (4) \times (5) = 120$
 تعدادی از آنها

۲- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۷ باقی مانده‌ی تقسیم از مربع خارج قسمت آن ۲ واحد کم‌تر است. بزرگ‌ترین مقدار a مضرب کدام عدد است؟ (سراسری ریاضی ۸۴)

$a \div 37 = r$
 $a = 37r$

$r^2 \leq a < (r+1)^2$
 $r^2 \leq 37r < (r+1)^2$
 $r \leq 37 < r+1$

$37 \leq r < 38$
 $r = 37$
 $a = 37 \times 37 = 1369$

$37 \leq r < 38$
 $r = 37$
 $a = 37 \times 37 = 1369$

$37 \leq r < 38$
 $r = 37$
 $a = 37 \times 37 = 1369$

۳- در تقسیم -44 بر 17 ، خارج قسمت q و باقی مانده r است. $r - q$ برابر است با:

$-44 \div 17 = -3 \text{ (باقی مانده 10)}$
 $17 \times (-3) = -51$
 $-44 - (-51) = 7$

$r = -3$
 $q = -3$
 $r - q = -3 - (-3) = 0$



درصورتی که $(-1) \Rightarrow$ اگر $m-1 \rightarrow$ باقی‌مانده بر m

۴- در تقسیم عدد a بر عدد طبیعی b ، باقی‌مانده ۱۷ و خارج قسمت ۲۵ می‌باشد. اگر a مضرب ۶ باشد، رقم دهگان کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

(سراسری ریاضی ۸۸)

$a \div 25 = 9 \text{ (۴)}$
 $a = 25b + 17$
 $25b + 17 \equiv 0 \pmod{6} \Rightarrow b \equiv 1 \pmod{6} \Rightarrow b = 6k + 1$
 $k=0 \rightarrow b=1 \times$
 $6k + 1 > 17$
 $6k > 16$
 $k > 2.66 \dots$
 $k_{min} = 3$
 $k=3 \rightarrow b=19$
 $a = 19 \times 25 + 17$
 $475 + 17 = 492$

$a = 25(6k+1) + 17 \geq 1$
 راه بنوار!!

(خارج از کشور ۸۶)

۵- در تقسیم عدد a بر ۱۷ اگر باقی‌مانده ۸ باشد و ۱۰ واحد به مقسوم اضافه کنیم:

- (۲) باقی‌مانده ۱ واحد کم می‌شود.
- (۴) باقی‌مانده ۷ واحد اضافه می‌شود.

(۱) باقی‌مانده تغییر نمی‌کند.

(۳) باقی‌مانده ۷ واحد کم می‌شود.

$a \div 17 = 8$
 $a = 17q + 8$
 $a + 10 = 17q + 8 + 10 = 17q + 18$
 $18 - 17 = 1$
 $18 - 1 = 17$

وقت لوال فقط
 باقی‌مانده می‌خوار
 دیده لازم نیست
 محاسبه رود
 خارج قسمت و مقسوم
 علی‌کلیه

* اتفاقی که برای مقسوم می‌افتد
 برای باقی‌مانده هم می‌افتد

نکته: m باقی‌مانده هم k واحد اضافه می‌شود که اگر از مقسوم علی‌کلیه بزرگتر بود به مقدار لازم مقسوم علی‌کلیه از روی مقسوم کم می‌کنیم (باقی‌مانده این‌ها را کم می‌کنیم)

اگر k واحد به مقسوم اضافه کنی، $[\frac{r+k}{b}]$ به خارج قسمت اضافه می‌شود ...!

$a \div 9 = 108$
 $a + 100 = 108 \times 9 + 100 = 1072$
 $1072 \div 9 = 119 \text{ (۲)}$
 $119 - 108 = 11$



۶- باقی مانده‌ی تقسیم a بر 17 برابر 8 است. باقی مانده‌ی $2a^2 - 5a - 19$ بر 17 کدام است؟
 (۱) صفر (۲) 1 (۳) 7 (۴) 15

هر اثنای برای a می‌افزایم باقی‌مانده هم اضافه می‌شود

$$2(8)^2 - 5 \times 8 - 19 \equiv 128 - 40 - 19 \equiv 69 \equiv 1 \pmod{17}$$

$$a = 17q + r$$

$$5a = 17 \times 5q + 5r = 17q' + 5r$$

۷- باقی مانده‌ی تقسیم a و b بر 19 به ترتیب 5 و 3 است. باقی مانده‌ی تقسیم $5a - 2b$ بر 19 کدام است؟
 (۱) 7 (۲) 12 (۳) 14 (۴) 5

هر اثنای برای a می‌افزایم باقی‌مانده هم می‌افزاید

$$5a - 2b \equiv 5 \times 5 - 2 \times 3 \equiv 25 - 6 \equiv 19 \equiv 0 \pmod{19}$$

۸- در یک تقسیم، 57 واحد به مقسوم و 3 واحد به خارج قسمت اضافه کرده‌ایم، مقسوم علیه تغییری نکرده ولی باقی مانده 6 واحد زیاد شده است. مقسوم علیه کدام است؟

$$a = bq + r$$

$$a + 57 = b(q + 3) + r + 6$$

$$bq + r + 57 = bq + 3b + r + 6$$

$$57 = 3b + 6$$

$$51 = 3b \Rightarrow b = \frac{51}{3} = 17$$



(تزار ریاضی ۱۵)

۹- مجموع ارقام بزرگ ترین عددی که باقی مانده اش در تقسیم بر ۴۷، توان دوم خارج قسمت است، کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۶ (۱)

$$a \div \frac{47}{q}$$

$$a = 47 \times q + 24$$

$$a = \frac{282}{1+8} = 12$$

$$0 < q < \sqrt{47}$$

$$0 \leq q \leq 7$$

$$q = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

۱۰- در یک تقسیم، باقیمانده و خارج قسمت برابرند. اگر ۴ واحد از مقسوم علیه کم شود، ۷ واحد به خارج قسمت اضافه شده و باقیمانده برابر صفر می شود. خارج قسمت کدام است؟

۲ (۴)

۷ یا ۰ (۳)

۷ (۲) یا ۰ (۱)

$$a \div \frac{b}{q}$$

$$a = bq + r$$

$$0 < q < b$$

$$a = (b-r)(q+r) + r$$

$$bq + r = (b-r)(q+r)$$

$$bq + r = bq + rb - r^2 - r$$

$$\frac{a}{q} = \frac{vb - 2r}{a} = \frac{v(b-r)}{a}$$

$$0 < \frac{vb - 2r}{a} < b$$

$$2r \leq vb < 2ab$$

$$b = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13$$

۱۱- در تقسیم a بر b باقی مانده ۸۰ و خارج قسمت ۱۳ است. حداکثر چند واحد می توان به مقسوم علیه افزود بدون آن که مقسوم و خارج قسمت تغییر کنند؟

$$a \div \frac{b}{13} \quad b > 80$$

$$a = 13b + 80$$

$$a = 13(b+x) + r$$

$$13b + 80 = 13b + 13x + r$$

شرط لازم اضافه کردن به مقسوم علیه بدون تغییر ضریب مثبت و مقسوم

$$\left[\frac{r}{q} \right] = \left[\frac{80}{13} \right] = 6$$

$$r = 80 - 13x$$

$$0 \leq r < b$$

$$0 \leq 80 - 13x < b$$



در تقسیمی با خارج قسمت q و باقی مانده r ، حداکثر به مقدار $\lfloor \frac{r}{q} \rfloor$ می توان به مقسوم علیه افزود؛ بدون آن که مقسوم و خارج قسمت تغییر کنند.

در تقسیمی که مقسوم علیه اش b و باقی مانده اش r است، حداکثر به میزان $b-r-1$ واحد می توان به مقسوم افزود؛ مقسوم علیه و خارج قسمت تغییری کنند.

۱۲- در تقسیم عدد a بر 63 باقی مانده 17 است اگر 60 واحد به a اضافه کنیم باقی مانده و خارج قسمت چه تغییری می کنند؟ (آزار ریاضی ۸۵)

(۱) سه واحد کم می شود - یک واحد اضافه می شود.

(۲) سه واحد اضافه می شود - یک واحد اضافه می شود.

(۳) سه واحد اضافه می شود - دو واحد اضافه می شود.

(۴) سه واحد کم می شود - دو واحد اضافه می شود.

$$a \div \frac{63}{q} = 17 \text{ باقی مانده } 17$$

$$a + 60 \div \frac{63}{q+1} = 140 \text{ باقی مانده } 14$$

$$\frac{17+60}{q} = \frac{77}{q}$$

$$a \div \frac{63}{1} = 17 \text{ باقی مانده } 17$$

$$a = 63 + 17 = 80$$

$$80 + 60 = 140$$

$$140 \div \frac{63}{2} = 44 \text{ باقی مانده } 14$$

۱۳- در تقسیم a بر 117 باقی مانده 94 است. حداکثر چند واحد می توان به مقسوم اضافه کرد بدون آن که خارج قسمت و مقسوم علیه تغییری کنند؟

۲۴ (۴)

۲۳ (۳)

۲۲ (۲)

۲۱ (۱)

$$a \div \frac{117}{q} = 94 \text{ باقی مانده } 94$$

$$a = 117q + 94$$

$$a+x = 117q+r$$

$$x + 117q + 94 = 117q+r$$

$$x + 94 = r$$

$$0 \leq r < 117$$

$$0 \leq x + 94 < 117$$

$$-94 \leq x < 23$$

$$b-r-1$$

$$117-94-1$$

$$23-1$$

$$22$$



۱۴- باقی مانده‌ی تقسیم a بر ۹ و ۷ به ترتیب ۵ و ۳ است. باقی مانده‌ی a بر ۶۳ کدام است؟

۴۸ (۴)

۵۰ (۳)

۵۹ (۲)

۵۶ (۱)

$$a = 7q + 3 \xrightarrow{\times 9} 9a = 7^2q + 27$$

$$a = 9q' + 5 \xrightarrow{\times 7} 7a = 7^2q' + 35$$

$$2a = 7^2(q - q') - 8$$

اگر تقسیم نماند
باید صفتش را
اصولاً یا کم کنیم
تا تقسیم شود

$$\frac{2a}{2} = 7^2q'' - 8$$

$$a = 7^2q'' - 4$$

$$\left. \begin{matrix} a \equiv r \pmod{m} \\ a \equiv r \pmod{n} \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv r \pmod{[m,n]}$$

$$\left. \begin{matrix} a \equiv 5 - 9 \equiv -4 \pmod{9} \\ a \equiv 3 - 7 \equiv -4 \pmod{7} \end{matrix} \right\} a \equiv -4 + 7^2 \pmod{59}$$

۱۵- عدد a مضرب ۳ بوده و باقی مانده‌ی تقسیمش بر ۱۴ برابر ۵ است. باقی مانده‌ی تقسیم $\frac{a}{3}$ بر ۱۴ کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

$$a = ck$$

$$a = ck$$

$$\frac{a}{3} = k$$

$$3k \equiv 5 - 14 \pmod{14}$$

$$\frac{3k}{3} \equiv \frac{-9}{3} \pmod{14}$$

$$k \equiv -3 \pmod{14}$$

$$\text{II} = +14$$

$$\frac{a}{3} = 14q + \frac{5}{3}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{14q}{3} - \frac{9}{3}$$

$$\frac{a}{3} = 14q'' - 3 + 14$$



تعداد حاصل‌ها ۲، ۵ و ۱۰ را در هم آوریم
 و کوچکترین به ما حاصل ۱۰ می‌دهد!

تعداد صفر

تعداد عامل k
 در $n!$

$$n \left| \begin{array}{l} k \\ \hline 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} k \\ \hline 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} k \\ \hline 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} k \\ \hline 0 \end{array}$$

تعداد عامل k
 $2^\alpha \times 5^\beta$

$$20! = 2^\alpha \times K$$

$$20 \left| \begin{array}{l} 2 \\ \hline 10 \end{array} \right| \begin{array}{l} 2 \\ \hline 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ \hline 2 \end{array} \right| \begin{array}{l} 2 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$10 + 5 + 2 + 1 = 18$$

$$\alpha = 18$$

$$A = 2^{18} \times 3^8 \times 5^4 = 10^4 \times 2^4 \times 3^8$$

تعداد صفر

تعداد صفر در A
 $5^4 \times 5^4 = 5^8$ (۱۹)

حداکثر صفر در $20!$

$$20! = 2^{18} \times 5^4 \times K$$

همیشه در فاکتوریل
 تعداد عامل بزرگتر
 مطرح!

$$20 \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 4 \end{array} \right| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$20! = 2^{18} \times 5^4 \times K$$

تعداد صفر در $20!$

حداکثر صفر در $52!$

$$52 \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 10 \end{array} \right| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$10 + 2 = 12$$

$$31 \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 6 \end{array} \right| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$6 + 1 = 7$$

تعداد صفرها

$$225 \times 12!$$

$$5 \times 5 = 5$$

$$12 \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 2 \end{array} \right| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$2 + 1 = 3$$

صداقت تعداد ۲ در ۵
 روی خواهم!
 فاکتوریل - چگونی
 غیر فاکتوریل - تمیز

تعداد صفرها همیشه

جمع خارج قسمت‌ها تقسیم چگونی!!

تعداد صفرهای ...	تعداد عامل ...
$A! \times B!$	تعداد عامل $A!$ هر دو را بدست آورده و جمع می‌کنیم
$\frac{A!}{B!}$	تعداد عامل $A!$ منهای تعداد عامل $B!$ (در فاکتوریل ساده تعداد عامل $B!$ تعداد صفرها)
$A! \pm B!$	تعداد صفرها $A!$ و $B!$ را بدست آورده و اگر تعداد صفرها در $A!$ بزرگتر از $B!$ است، آن را از $B!$ کم می‌کنیم و اگر $B!$ بزرگتر است، آن را از $A!$ کم می‌کنیم.

$$511 \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 10 \end{array} \right| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$491 \rightarrow 10 \times 50$$

$$51 \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 10 \end{array} \right| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$51 \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 10 \end{array} \right| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$2000 + 300,000 = 302,000$$

$$2000 + 8000 = 10000$$

$$10000 \times (2+1) = 30000$$



(آزاد ریاضی ۱۷)

۱۶- عدد $30! \times 5^{30}$ در سمت راست چند صفر دارد؟

۳۷ (۴)

۳۶ (۳)

۲۶ (۲)

۳۰ (۱)

$$5^{30} \times 30! = 5^{30} \times 5^7 \times 2^{24}$$

فقط برای فاکتوریل تنها (ضرب فاکتوریلها) می توان به عامل ۵ بسزیه کرد.

$$\begin{array}{r} 30 \div 5 = 6 \\ 6 \div 5 = 1 \\ \hline 6 + 1 = 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \div 2 = 15 \\ 15 \div 2 = 7 \\ 7 \div 2 = 3 \\ 3 \div 2 = 1 \\ \hline 15 + 7 + 3 + 1 = 26 \end{array}$$

(سراسری ریاضی ۹۰)

۱۷- عدد $(75)!$ ، مختوم به چند صفر است؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

$$\begin{array}{r} 75 \div 5 = 15 \\ 15 \div 5 = 3 \\ \hline 15 + 3 = 18 \end{array}$$

فقط عامل ۵ را حساب می کنیم

تعداد صفرهای عدد $120!$ و $120!$ را بیابید.

۱۸- تعداد صفرهای سمت راست عدد $\frac{40!}{4!}$ چه قدر از تعداد صفرهای سمت راست عدد $200!$ بیشتر است؟

۶۳ (۴)

$$\frac{120!}{4!} \div 200!$$

۶۰ (۳)

$$90 - 28 = 62$$

۶۱ (۲)

۶۲ (۱)

$$\begin{array}{r} 40 \div 5 = 8 \\ 8 \div 5 = 1 \\ \hline 8 + 1 = 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \div 2 = 2 \\ 2 \div 2 = 1 \\ \hline 2 + 1 = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \div 2 = 20 \\ 20 \div 2 = 10 \\ 10 \div 2 = 5 \\ 5 \div 2 = 2 \\ 2 \div 2 = 1 \\ \hline 20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 38 \end{array}$$

$$\frac{99}{5^9 \times 2^9} = 5^{90}$$

$$10 + 14 + 3 = 27$$

$$\begin{array}{r} 120 \div 5 = 24 \\ 24 \div 5 = 4 \\ \hline 24 + 4 = 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \div 5 = 8 \\ 8 \div 5 = 1 \\ \hline 8 + 1 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \div 2 = 20 \\ 20 \div 2 = 10 \\ 10 \div 2 = 5 \\ 5 \div 2 = 2 \\ 2 \div 2 = 1 \\ \hline 20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 38 \end{array}$$



۱۹- اگر $k!$ کوچک ترین عدد صحیح به صورت فاکتوریل باشد که بر 21^{22} بخش پذیر است، مقدار k کدام است؟

$154 (4)$
 $21^{22} = 3 \times 7^{22}$
 $147 (3)$
 $140 (2)$
 $133 (1)$
 ۲۱ عدد ۷ داریم

$2^{29} \times 3^{14} = 9 \times k$

۲۰- هرگاه $30! | 2^n$ ، در این صورت بیشترین مقدار n کدام است؟

$16 (4)$ $15 (3)$ $14 (2)$ $13 (1)$

$2 \times 3^n | 30!$
 تعداد عامل ۲
 $30 \div 2 = 15$
 $15 \div 2 = 7$
 $7 \div 2 = 3$
 $3 \div 2 = 1$
 $15 + 7 + 3 + 1 = 26$

اگر $2^n | 30!$ بود
 $2^{2n} \times 3^n | 30!$
 تعداد ۲ داریم!

$10^k - 6^k = 2^k (5^k - 3^k) = 2^k (\delta^2 - \epsilon^2) (\delta^2 + \epsilon^2)$

۲۱- اگر تعداد مقسوم علیه های عدد صحیح $X = 6^m \times 10^n$ و ۳۵ واحد از تعداد مقسوم علیه های 10^k کم تر باشد، اختلاف بزرگ ترین و کوچک ترین مقدار ممکن برای X ، کدام است؟

$X_{max} = 10^k$ $X_{min} = 6^k$
 $1704 (4)$ $620 (3)$ $2304 (2)$ $1794 (1)$

$\alpha = \sum_{i=1}^{m+n} x^i \times \sum_{j=1}^n x^j \times \sum_{k=1}^m x^k = 2^{m+n} \times 2^n \times 2^m = 2^{2m+2n+1}$

$15\alpha = 2^{2m+2n+1} \times 2^{m+n} \times 2^{n+m} = 2^{3m+3n+1}$

$(m+n+1)(n+2)(m+2) - (m+n+1)(n+1)(m+1) = 25$
 $(m+n+1)(n+2m+2n+4 - nm - m - n - 1) = 25$

$(m+n+1)(m+n+3) = 25$

$\alpha = 2^{m+n} \times 2^{m+n} = 2^{2m+2n}$



برای پیدا کردن ب.م.م دو عدد پارامتری، که تنها یک مجهول دارند، می‌تونی یکی از عددها را بنویسی و ریشه‌اش را به جای پارامتر عدد دیگر قرار بدی!

(سراسری ریاضی ۸۹)

۲۴- به ازای چند عدد طبیعی و دورقمی n دو عدد به صورت‌های $۱۱n + ۴$ و $۲۵n + ۹$ نسبت به هم اول‌اند؟

۹۰ (۴)

$$11n = -4 \rightarrow n = \frac{-4}{11}$$

$$25 \times \frac{-4}{11} + 9 = \frac{-100 + 99}{11} = \frac{-1}{11}$$

← خروجی خوبی نیست! (حوالتان به بند سیم فرج مدرک)

$$(11n + 4, -1) = 1$$

← همیشه نسبت به هم اولند

۸۹ (۳)

۸۷ (۲)

۸۶ (۱)

$$d | 11n + 4 \xrightarrow{\times 25} d | 275n + 100$$

$$d | 25n + 9 \xrightarrow{\times -11} d | -275n - 99$$

$$9 \times 10 = 90$$

دو رقمی

$d | 1 \rightarrow d = 1$
 همیشه نسبت به هم اولند

$$99 - 9 = 90$$

$$99 - 10 + 1 = 90$$

۲۵- هرگاه $(a, b) = 5$ باشد، در این صورت $(4a + 9b, 3a + 7b)$ کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱ یا ۵ (۴)

۳ یا ۵ (۳)

۵ فقط (۲)

۱ فقط (۱)

تبدیل کنی

نکته

$$d | (an + b) \quad d | (a'n + b')$$

$$(na + mb, ra + sb) | (k(a, b))$$

$$(4a + 9b, 3a + 7b) | (28)$$

$$(28 - 27) \times (a, b) \rightarrow (1)$$

۲۶- اگر به ازای برخی از اعداد طبیعی n ، دو عدد $۱۲n + ۷$ و $۵n - ۲$ نسبت به هم اول نباشند، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک این دو عدد، کدام است؟

(سراسری فارج از کشور ۸۸)

۸۹ (۴)

۸۳ (۳)

۶۷ (۲)

۵۹ (۱)

$$d | 5n - 2 \xrightarrow{\times 12} d | 60n - 12$$

$$d | 12n + 7 \xrightarrow{-5} d | 60n + 35$$

$$35 - (-12) = 47$$

$$d | 47$$

$$d = 1 \quad d = 47$$



P عدد اول

قضیه ۱ مرسن

$$P_1^{\alpha_1} \times P_2^{\alpha_2} \times \dots$$

عوامل همگام اول

تعداد اعداد اول بی نهایت است

قضیه ۲ قضیه اساسی حساب

هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱ را می توان به شکل حاصلضرب اعدادی اول نوشت

قضیه ۳ مجذور

همه اعداد فرد $\rightarrow P^2 = 8k + 1$

توان دوم اعداد اول (جز ۲ و ۳)

همه اعداد فرد
جمع بزرگتر $\rightarrow P^2 = 5k + 1$

قضیه ۴ چیشف

اگر n عدد طبیعی باشد بین n و $2n$ حتماً یک عدد اول وجود دارد.

$$6 = 3 + 3$$

$$4 = 2 + 2$$

$$7 = 2 + 5$$

قضیه ۵ فرد و زوج

گلدباخ

هر عدد زوج را میتوان بصورت جمع دو عدد اول نوشت

هر عدد فرد (شامل اعداد اول) را میتوان بصورت جمع ۳ عدد اول نوشت

هر عدد فرد را میتوان بصورت دو برابر یک عدد اول بعلاوه یک عدد اول دیگر نوشت

$$2P + P$$



به ازای ۵ اول نسبت

$$F_n = 2^{2^n} + 1$$

اول با ۵

قضیه ۶ فرما

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \rightarrow a^p \equiv a \pmod{p}$$

$$5^{4^2} \equiv 5 \pmod{5^2} \rightarrow 5^{16} \equiv 5 \pmod{5^4}$$

قضیه ۶ حذف شده

بی نهایت عدد اول

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times p + 1$$

یا اول یا شمارنده بزرگتر از p داره

اگر جمع رو عدد اول فرد شد
حتماً یکی از آنها ۲ است
اگر ضرب رو عدد اول زوج شد
حتماً یکی از آنها ۲ است

قضیه ۷ شکل کلی

هر عدد اول به صورت $4k \pm 1$ می توان نوشت

$$p = 4k \pm 1$$

وی عکس قضیه درست نیست

یعنی هر عدد $4k \pm 1$ لزوماً اول نیست

۲ بخش بزرگ

$$4k$$

$$* 4k+1$$

$$4k+2$$

$$4k+3$$

$$4k+4$$

$$* 4k-1$$

$$4k+5$$

~~$$4k+6$$~~

فقط این عدد اول می تواند یکی از این درجهت را داشته باشد



۲۷- اگر p عدد اول دورقمی باشد، باقی مانده $p^2 + 2$ بر ۱۲ کدام است؟

~~۲/۴~~
 صابنداری
 $p=11 \rightarrow 11^2 + 2 \equiv ?$
 $121 + 2 \equiv 123$

~~۱/۲~~
 $6k \pm 1$
 $(6k \pm 1)^2 + 2 \equiv ?$
 $36k^2 \pm 12k + 1 + 2 \equiv 3$

$a \equiv x$
 $3x \equiv 1$
 $a \equiv 4$
 $x \equiv 2$
 $a = 5k + 2$

$(a, b) | C \leftarrow$ سبب
 $(a, b) \nmid C \leftarrow$ سبب
 $ax \equiv b$
 معادله هم است

در این حالت متوجه می شویم
 باقی مانده هر عدد را در
 جای آن عدد بگذاریم
 هم نهستی

- ۱) $a \equiv a$
- ۲) $a \equiv b \Rightarrow b \equiv a \rightarrow a - b = mk \rightarrow m | a - b$
- ۳) $(a \equiv b, b \equiv c) \Rightarrow a \equiv c$
- ۴) $(a \equiv b, c \equiv d) \Rightarrow a \pm c \equiv b \pm d$
- ۵) $(a \equiv b, c \equiv d) \Rightarrow ac \equiv bd$
- ۶) $(a \equiv b) \Rightarrow (a \pm c \equiv b \pm c, ac \equiv bc)$
- ۷) $a \equiv b \Leftrightarrow a^n \equiv b^n$

۸) $(a \equiv b, a \equiv b) \Leftrightarrow a \equiv b$ [m,n]
 برای باقی مانده

۹) $(a \equiv b, n | m) \Rightarrow a \equiv b$

۱۰) $(ac \equiv bc, d = (m, c)) \Rightarrow a \equiv b$

$a \equiv 11$
 $a \equiv 11$
 $a \equiv 11$



۲۸- اگر معادله‌ی $۸۵x \equiv a+۲$ در \mathbb{Z} جواب داشته باشد، در این صورت مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی a کدام است؟

$(۱۵, ۵۱) = ۱۷$
 ۵×۱۷ ۳×۱۷
 ۲۳ (۴) ۲۲ (۳) ۲۱ (۲) ۲۰ (۱)

$۱۵x \equiv a+۲$
 $۳۴x \equiv a+۲$

$a+۲ = ۱۷k$
 $a = ۱۷ \times ۵۱ - ۲$
 $a = ۹۱۴$

$۱۷k - ۲ < ۱۰۰۰ + ۲$
 $۱۷k < ۱۰۰۲$
 $k < \frac{۱۰۰۲}{۱۷}$
 $k < ۵۸.۹۴$
 $k_{max} = ۵۸$

۲۹- عدد -۲۰۷ به کدام دسته‌ی هم‌ارزی به پیمانه‌ی ۸ قرار دارد؟

$[۷] (۴)$
 $[۵] (۳)$
 $[۳] (۲)$
 $[۱] (۱)$

اعداد هم‌بافتی نیزه‌نمی‌شوند

$[۷] (۴)$
 $[۵] (۳)$
 $[۳] (۲)$
 $[۱] (۱)$

$-۲۰۷ \div ۸ = ۲۵$
 $۸ \times ۲۵ = ۲۰۰$
 $-۲۰۷ - ۲۰۰ = -۷$
 $-۷ + ۸ = ۱$

۳۰- اگر $۲a-۱$ عضوی از دسته‌ی هم‌نهشتی $۳-۳a$ به پیمانه‌ی ۶ باشد، آن‌گاه a کدام می‌تواند باشد؟

۱۳۸۴ (۴) ۱۳۸۳ (۳) ۱۳۸۲ (۲) ۱۳۸۱ (۱)

$۲a-۱ \equiv ۳-۳a$
 $۲a-۱ \equiv ۳+۳a$
 $۲a-۱ \equiv ۳+۳(۲a-۱)$
 $۲a-۱ \equiv ۳+۶a-۳$
 $۲a-۱ \equiv ۶a$
 $-۱ \equiv ۴a$
 $۴a \equiv -۱$
 $۴a \equiv ۵$
 $a \equiv ۲$
 $a = ۴k+۲$

$۱۳۸۲ \div ۶ = ۲۳۰$
 $۶ \times ۲۳۰ = ۱۳۸۰$
 $۱۳۸۲ - ۱۳۸۰ = ۲$



معادله سیاله $ax+by=c$ $(a,b) | c \rightarrow \bar{x}$ $(a,b) | c \rightarrow \bar{y}$
 کردید برای جواب ها $(a,b) | c$ $(a,b) | c$

(سراسری خارج از کشور ۸۸)

۳۱- معادله سیاله $2x+6y=a+5$ به ازای کدام مقدار a جواب دارد؟

$$\frac{14}{2}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{17}{2}$$

$$\frac{12}{2}$$

$$(2, 6) | a+5$$

$$3 | a+5$$

$$a+5=3k$$

$$a=3k-5$$

باقی بده بر ۳ باقی بده بر ۳ باقی بده بر ۳

$$a=3k+1$$

$$y=2, x=-7$$

$$21x + 67y = 1$$

(سراسری ریاضی ۹۰)

۲۲- اگر $357x + 629y = (357, 629)$ باشد، آن گاه کوچک ترین عدد مثبت $x+y$ کدام است؟

$$13(4)$$

$$12(3)$$

$$11(2)$$

$$10(1)$$

مقدار حوضی ساده می کنیم

$$ax+by=c$$

$$ax \equiv c \pmod{b} \quad by \equiv c \pmod{a}$$

یکه رو حل می کردیم
 میان رو درست
 k بدست می آوریم

$$\frac{119}{119}$$

$$\begin{array}{r} 357 \\ \times 119 \\ \hline 3927 \\ 3570 \\ \hline 42468 \end{array}$$

$$357 = 17 \times 21$$

$$629 = 17 \times 37$$

$$21x + 37y = 1$$

$$37y \equiv 1 \pmod{21}$$

$$17y \equiv 22 \pmod{21}$$

$$17y \equiv 11 \pmod{21}$$

$$17y \equiv 92 \pmod{21}$$

$$y \equiv 14 \pmod{21}$$

$$21x + (21k+4) = 1$$

$$21x = -21k - 4 + 1$$

$$21x = -21k - 3$$

$$21x + 37(21k+4) = 1$$

$$21x = -37(21k+4) + 1$$

$$21x = -777k - 148 + 1$$

$$x = -37k - 7$$

$$y = 21k + 4$$

$$x = -37k - 7$$

$$x+y = -16k - 3$$

$$-16k - 3 = 1 \Rightarrow k = -1$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$k = -1$$



$$527023 \equiv_{11} 3-2+0-7+6-5 \equiv_{11} -5+1 \equiv_{11} 6$$

باقیمانده های معروف

مدل ریاضی	جایگزین برای پیدا کردن باقی مانده	عدد معروف
$\overline{abcde} \equiv_{10} e$	باقیمانده یکان بر آن	۱۰ و ۵، ۲
$\overline{abcde} \equiv_{9} a+b+c+d+e$	مجموع ارقام بر آن	۹ و ۳
$\overline{abcde} \equiv_{4} de$	باقیمانده دو رقم سمت راست بر آن	۱۰، ۲۵ و ۴
$\overline{abcde} \equiv_{11} a-b+c-d+e$	از راست یکی در مینوس جمع و مثبت کنیم	۱۱
$\overline{abcde} \equiv_{7} -ab+cde$	سه تا سه تا از راست جدا جمع و منهای کنیم!	۱۳ و ۷
$\overline{abcde} \equiv_{6} e+4(a+b+c+d)$	باقیمانده یکان + ۴ برابر مجموع ارقام	۶
$\overline{abcde} \equiv_{100} cde$	سه رقم سمت راست	۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰، ۴۰۰، ۵۰۰، ۶۰۰، ۷۰۰، ۸۰۰، ۹۰۰
$\overline{abcde} \equiv_{27} ab+cde$	سه رقم سه رقم جمع میکنیم	۲۷ و ۲۷

باقی مانده بر

$$\begin{array}{r} 252 \\ 24 \\ \hline 12 \\ 1 \end{array}$$

$$100576253 \equiv_{11} 5$$

باقیمانده ۸ رقم سمت راست آن

دستی روزه ها

$$\overline{abcde} \equiv a+b+c+d+e$$

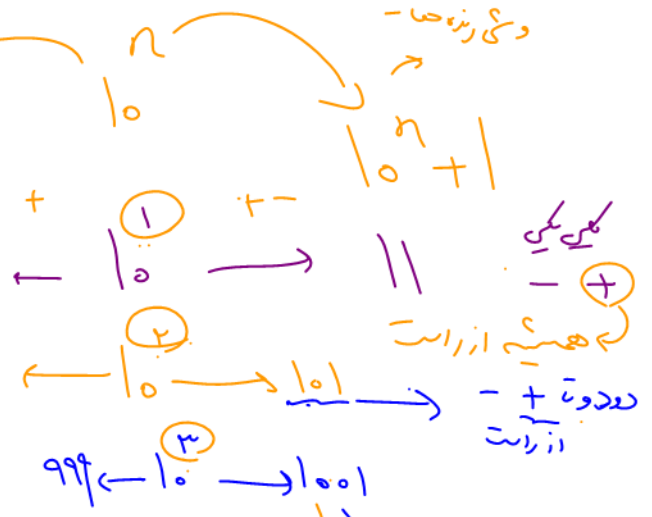
$$\overline{de} + \overline{bc} + a$$

$$1105227 \equiv_{99} 27+52+10+1 \equiv_{99} 100 \equiv_{99} 1$$

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

$$\overline{cde} - \overline{ab} \equiv_{11} 999$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 27 \\ \hline 54 \end{array}$$



$$\overline{abcde} \equiv e-d+c-b+a$$

$$\overline{abc} \equiv_{11} - +$$



(خارج از کشور، ۸۶)

۳۳- باقی مانده‌ی عدد ۳۳۴۴۵۵۶ بر ۱۱ چه قدر است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۳۴- تعداد اعداد شش رقمی به صورت \overline{abaaba} که مضرب ۸۸ باشند، کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)



(فارج از کشور ۸۷)

۳۵- چند عدد مضرب ۴ به صورت $\overline{۷۳a۰b}$ وجود دارد؟

۱۲ (۴)

۳۰ (۳)

۲۷ (۲)

۱۳ (۱)

(سراسری ریاضی فارج از کشور ۸۷)

۳۶- اگر عدد طبیعی پنج رقمی $\overline{۵abb۶}$ بر عدد ۹۹ بخش پذیر باشد، رقم b کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)



روز هفته

۳۷- اگر دوازدهم اردیبهشت (روز معلم) یک سال شمسی دوشنبه باشد، سوم شهریور همان سال چه روزی خواهد بود؟

(۱) دوشنبه (۲) سه‌شنبه (۳) چهارشنبه (۴) پنج‌شنبه

۳۸- اگر مهرماه سالی دارای ۵ روز شنبه و یکشنبه باشد، ۲۲ بهمن آن سال چند شنبه است؟

(۱) جمعه (۲) شنبه (۳) یکشنبه (۴) دوشنبه



۳۹- معادله $x^{1389} + y^{1389} = z^{1389}$ چند جواب طبیعی دارد؟

۱۳۹۰ (۴)

۱۳۸۹ (۳)

۱ (۲)

(۱) هیچ

۴۰- اگر a عدد طبیعی یک‌رقمی و باقیمانده‌ی تقسیم $a + 2^{1399}$ بر ۲۳ برابر ۱۱ باشد، رقم یکان $a + 13^{2020}$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۷ (۱)

قضیه‌ی بزرگ فرما!



معادله‌ی $x^n + y^n = z^n$ به‌جز حالتی که $n = 2$ است و اعداد فیثاغورسی در آن صدق می‌کنند، برای n های دیگر جواب غیربدیهی صحیح ندارد. جواب غیربدیهی یعنی جوابی که در آن، هیچ‌یک از متغیرهای x ، y و z صفر نباشند!









