

نظریه اعداد

همه این دروسها به درد آینده میخوره

مهندسين آینده

بم ۳ = ۳^۳ = ۲۷
م (مستوعا علیه)
مستدک

$a | b \iff b = aq$

- ۴- b مضرب a است
- ۵- b بر a بخش پذیر است
- ۶- بقایه طر a صفر است

- ۱. a شمارنده b است. (مستوعا علیه)
- ۲. a، b را می شمارد.
- ۳. a، b را عا د می کند.

$a | b \implies |a| \leq |b|$

قوانین بخش پذیری

$a | b \xrightarrow{m \times} b = aq$

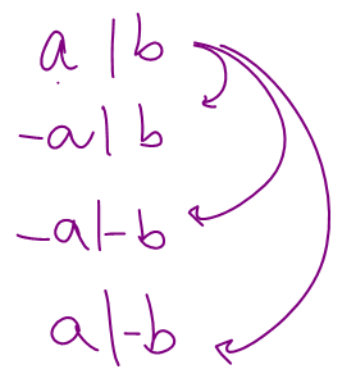
سبب منفرجه نماز

۱. $a | b \iff a | mb$ → $a | mb$ "تقسیم"

۲. $a | b \iff a | b^r$ → $a | b^r \rightarrow a | b^{2r}$

۳. $a | b \iff a | b^n$ → $a | b \iff a^n | b^n$
دو طرفه است!

۴. $1 | a$



$a | 1 \implies a = \dots 1 \dots$ یا $a = \dots -1 \dots$

سفرینده صحیح

$a | P \implies a = \pm P, a = \pm 1$

سفرینده طبیعی

$a | b \implies a | b + axn$
 $\left. \begin{matrix} a | b \\ a | c \end{matrix} \right\} \implies a | b \pm c$

$a | b \implies a | mb \implies a | mb \pm nc$
 $a | c \implies a | nc$



$a \text{ مضرب } \Rightarrow ak$

$2k = \text{زوج} = 2k$
 $1, 3, 5, 7, \dots$ فرد
 $2k-1 = \text{فرد}$
 $2k+1 = \text{فرد}$

#نه به هلو برو تو گلو

(آزاد ریاضی ۸۰)

۱ اگر هر سه عدد x, y, z مضرب ۶ باشند، باقی مانده $x^3 + y^3 + z^3$ بر ۷۲ کدام است؟

۴ یا ۲ (۴)

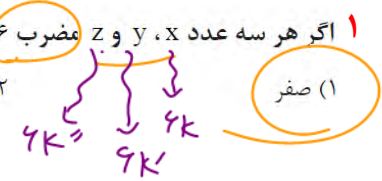
۴ فقط (۳)

۲ فقط (۲)

صفر (۱)

$$(2k)^3 + (2k)^3 + (2k)^3 = 6^3 k^3 + 6^3 k^3 + 6^3 k^3 = 6^3 (k^3 + k^3 + k^3) = 6^3 (3k^3) = 216 k^3 = 72(3k^3)$$

$216 k^3 \equiv ? \pmod{72}$



خواص عمومی بخش پذیری

۱ $a|b \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} ma|mb$
 $ma|mb \xrightarrow{m \neq 0} a|b$

۲ $a|b \Rightarrow (a|nb, a|b+ma)$

۳ $(a|b, b|c) \Rightarrow a|c$

۴ $a|b \xrightarrow{(n \in \mathbb{N})} a^n|b^n$

$2^{-2} = \frac{1}{\wedge}$ $2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$

سمت راست بخش پذیری را در هر عدد صحیحی می توان ضرب کرد؛ اما تنها با عددی که مضرب سمت چپ است، می توان جمع کرد!

(فارج از کشور ۸۶)

۲- اگر $a|b$ و $a|c$ ، کدام درست نیست؟

$a^2 | bc$ (۴) $a^2 | b+c$ (۳) $a|b^2+c^2$ (۲) $a|b+c$ (۱)

فقط در حالتها خاص میسره کت حد را بنویس دار

را حل مزدوج n ندهد!

سخت حد میماند

چند مقدار صحیح n وجود دارد بطوریکه $n^2 + 2 | n + 6$ ؟

$n^2 + 2 | n + 6$ $n^2 + 2 | n^2 + 2$ $n^2 + 2 | n^2 + 4n$ $n^2 + 2 | n^2 + 2$

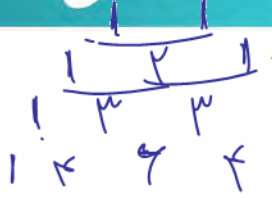
$n^2 + 2 | n^2 + 2$ $n^2 + 2 | n^2 + 2$ $n^2 + 2 | n^2 + 2$

$n^2 + 2 | (n+4)(n-6)$

$n^2 + 2 | n^2 + 2$ $n^2 + 2 | n^2 + 2$ $n^2 + 2 | n^2 + 2$

$a|b$ $b=ak$ $a|b \times^n$ $a|a \times m$





$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$
 $(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$
 $(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$
 مجموع سری هندسی $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

#بهبانه_جویی_ممنوع

#دروغ_های_فضای_مجازی_را_باور_نمی_کنم

بخش پذیری در مورد عبارت های دو جمله ای با توان مساوی:

$a+b \mid a^n + b^n$	$a+b \mid a^n + b^n$	$a-b \mid a^n - b^n$	صورت بخش پذیری
n عدد طبیعی و زوج باشد	n عدد طبیعی فرد باشد	هر عدد طبیعی دلخواه باشد	شرط برقراری

$(a+b) \mid (a+b)^n - na^2b - nab^2$ (۲)
 $(a+b) \mid (a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2$ (۳)
 $(a+b) \mid (a+b)^5 - 5a^4b - 10a^3b^2 - 10a^2b^3 - 5ab^4$ (۴)
 $(a+b) \mid (a+b)^7 - 7a^6b - 21a^5b^2 - 35a^4b^3 - 35a^3b^4 - 21a^2b^5 - 7ab^6$ (۵)

۴- کدام گزینه درست است؟

$(a+b) \mid (a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2$ (X)
 $(a+b) \mid (a+b)^5 - 5a^4b - 10a^3b^2 - 10a^2b^3 - 5ab^4$ (X)
 $(a+b) \mid (a+b)^7 - 7a^6b - 21a^5b^2 - 35a^4b^3 - 35a^3b^4 - 21a^2b^5 - 7ab^6$ (X)

۵- هرگاه $x \mid 5n+2$ و $x \mid 3n-7$ ، در این صورت بزرگ ترین مقدار برای x کدام است؟

۴۳ (۴)

۴۱ (۳)

۳۷ (۲)

۳۹ (۱)

$x \mid 5n-7 \xrightarrow{x \times 5} x \mid 25n-35$
 $x \mid 5n+2 \xrightarrow{x \times 3} x \mid 15n+6$

$x \mid 41$

$13^2 + 12 \equiv (1) + 12 \equiv 13 \equiv 0$
 به ازای چند مقدار طبیعی و دو رقمی n ، n^2+12 بر 13 بخش پذیر است؟

۶- به ازای چند مقدار طبیعی و دو رقمی n ، n^2+12 بر 13 بخش پذیر است؟

$n^2+12 \equiv 0 \pmod{13}$
 $n^2 \equiv -12 \equiv 1 \pmod{13}$
 $n^2 \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow n \equiv \pm 1 \pmod{13}$
 $n \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow n = 13k+1$
 $n \equiv -1 \pmod{13} \Rightarrow n = 13k-1$

$13 \mid n^2 + 12$
 $13 \mid n^2 + 12 - 13$
 $13 \mid n^2 - 1$
 $13 \mid (n-1)(n+1)$
 $13 \mid n-1$
 $13 \mid n+1$

$n-1 = 13k$
 $n = 13k+1$
 $n+1 = 13k$
 $n = 13k-1$

$10^{-1} \leq 13k+1 < 10^1$
 $\frac{9}{13} \leq \frac{13k+1}{13} < \frac{99}{13}$
 $0.7 \leq k < 7.1 \dots$
 $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$



حفظ_ نمیکنم_ باد_ میگیرم

در طول مستقر شدن دانش ما این

خلق_ خواهیم_ کرد

$$n^2 - 2n + 5 = 0$$

$$(2)^2 - 2(2) + 5 = 0$$

جس نبذری
بابتی نبذری

اگر $an + b \mid f(n)$ در این صورت $an + b \mid f(-\frac{b}{a})$

یعنی اگر یک عبارت درجه اول، تابعی بر حسب n را عا د کند، می توان به جای عبارت سمت راست، یعنی به جای n های همون تابعه (!)، ریشه ی عبارت درجه اول سمت چپ را قرار داد.

$$n + 5 = 0 \rightarrow n = -5$$

۷- اگر $2n^2 - 5n + 3 \mid 2n^2 - 5n + 3$ آن گاه چند جواب طبیعی برای n وجود دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$2n^2 - 5 = 2(-5)^2 - 5 = 2 \times 25 - 5 = 45$$

$$n + 5 \mid 45$$

$$n + 5 = 1$$

$$n + 5 = 9$$

حواسمان باشد
عید در روزی نبوالد
طرف راست منفی باشد
 n صلبی در راست

۸- به ازای چند مقدار صحیح n داریم $2n + 1 \mid 5n^2 + 7n + 3$ ؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$2n + 1 = 0 \rightarrow 2n = -1 \rightarrow n = -\frac{1}{2}$$

$$5(-\frac{1}{2})^2 + 7(-\frac{1}{2}) + 3 = \frac{5}{4} - \frac{7}{2} + 3 = \frac{5 - 14 + 12}{4} = \frac{3}{4}$$

همه صی برتد آمد فرج را حذف می کنیم

$$2n + 1 \mid 3$$

$$2n + 1 = 3$$

$$2n + 1 = -1$$

$$2n = 2 \rightarrow n = 1$$

$$2n = -2 \rightarrow n = -1$$

$$\frac{f(k) + f(k') + 6}{f(k + k' + 1)} = f(k + 1) + f(k' + 1) + 6$$

۹- اگر a عدد فرد و $6 \mid a + bc$ ، آن گاه باقیمانده تقسیم $b^2 + c^2 + 6$ بر 2 کدام است؟

۲ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

فرد = زوج + فرد

$$\text{زوج} = 2k$$

$$x^2 \text{ فرد} = 2k + 1$$

فرد $b, c =$ فرد $\mid bc$

$$b^2 + c^2 + 6 = 2k + 1 + 2k' + 1 + 6$$

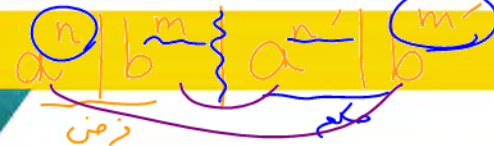
$$= 2k + 2k' + 8 = 2(k + k' + 4)$$

$$(2k - 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

$$\frac{4k(k+1)}{2 \times 2} + 1 = 2k' + 1$$

$$x^2 \text{ فرد} \rightarrow 2k$$

$$x^2 \text{ زوج} \rightarrow 2k + 1$$



فراموش نمی کنیم
تا به روز استفاده کنیم



* $a^n / b^m \xrightarrow{n > m} a / b$

$2^5 / b^2 \rightarrow 2^3 / 10^{15} \rightarrow a^k / b^3$
 $2 / 10 \rightarrow 2^3 / 10^{15} \rightarrow a^2 / b^{15}$

* $a / b \rightarrow a^n / b^m \quad n < m$

$a^n / b \rightarrow a^m / b$
 $2 / 2^2 \rightarrow 2^2 / 2^2$
 هر شمارنده / b

$a / b, b / c \Rightarrow a / c$
 $a / b \rightarrow a^m / b^m$

11- با داشتن چند مقدار طبیعی برای n، عدد (2n-1) و (n^2-1) بخش پذیر است؟
 1(1) 2(2) 3(3) 4(4)

$n \mid 2n-1 \xrightarrow{\times n} n \mid 2n^2 - n \quad n = 3, -3, 1, -1$
 $n \mid n^2 - 1 \xrightarrow{\times 2} n \mid -2n^2 + 2$

$n \mid -2n^2 + 2 \xrightarrow{\times 2} n \mid -4n^2 + 4$
 $n \mid 2n-1 \rightarrow n \mid 2n-1$
 $n \mid 3$



#من آینده را می سازم

#من دانش + آموز هستم

ب.م.م = بزرگترین شمارنده مشترک
مستمر م.م.م

عدد طبیعی d رو ب.م.م دو عدد صحیح a و b می نامیم
(a, b) = d وقتی هر دو تا شرط زیر رو با هم داشته باشیم:

$(a, b) = ۲۲$

$[a, b] = ۲۴۵$

الف) $d|a, d|b$ $m_{max} = d$

ب) $\forall m > 0; m|a, m|b \Rightarrow m \leq d$

$(a, b) = 1 \Leftrightarrow$ a و b نسبت به هم اولند

$a|b \rightarrow (a, b) = |a|$ ط.م.م.ب

دو عدد متوالی = $(2k, 2k+2) = 2(k, k+1)$
دو عدد زوج متوالی = $(2 \times k, 2 \times (k+1)) = 2(k, k+1)$
 $= 2$

دو عدد متوالی / $n, n+1$ / $n-1, n$ / دو عدد زوج متوالی

$c|a$ و $(a, b) = 1 \rightarrow (c, b) = 1$

دو عدد نسبت به هم اول
برای هر عدد اول
 $d|a+b$
 $d|a'+b'$
 $d|ab'-a'b$

$a = cq$
 $44 - 4a = -1$
 $d|11n+5$ $\xrightarrow{x-9}$ $d|-99/n-45$
 $d|9n+4$ $\xrightarrow{x+11}$ $d|99n+44$
 $9n+4, 11n+5$ ب.م.م.ب
راصا به اول

۱۲- به ازای چند مقدار طبیعی برای n، عدد $(2n-1)$ بر (n^2-1) بخش پذیر است؟
۲(۴) ۳(۳) ۲(۲) ۱(۱)

$n^2-1 | 2n-1 \xrightarrow{x=n} n^2-1 | 2n^2-n$

$n^2-1 | n^2-1 \xrightarrow{x=2} n^2-1 | -2n+2$

$n^2-1 \nmid 2n-1$

$n^2-1 = (-1)$
 $n^2 = 0 \rightarrow n = 0$

$n^2-1 = 1 \rightarrow n^2 = 2$

$n^2-1 = 3 \quad n^2 = 4$
 $n = \pm 2$

$n^2-1 | -n+3$

$n^2-1 | 2n-1$

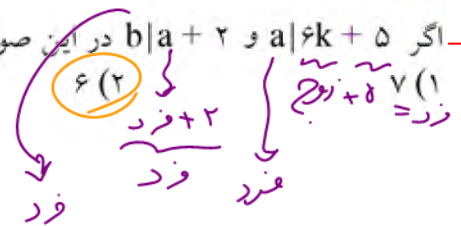
$n^2-1 | 3$



همه اش هر روز به درد میخورد

$x = 2k \rightarrow x^2 = 4k^2$
 $x = 2k-1 \rightarrow x^2 = 4k^2 - 4k + 1$

۱۳- اگر $a \mid 6k+5$ و $b \mid a+2$ در این صورت باقی مانده ی تقسیم $2a^2 + 2b^2 + 1$ بر ۸ کدام است؟
 ۴ (۴) ۵ (۳)



$2(4k^2) + 2(4k^2 - 4k + 1) + 1 \equiv 8$
 $\equiv 3 \times 1 + 2 \times 1 + 1 \equiv 6$

$\sqrt{+ ()^{2k} + 1} = 0$

۱۴- رابطه ی $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ به ازای چند زوج مرتب (a, b) برقرار است؟

$(a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0, b \neq 0, a+b \neq 0)$

$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
 $\frac{1}{a+b} = \frac{a+b}{ab}$
 $(a+b)^2 = ab \rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = ab$
 $a^2 + ab + b^2 = 0 \rightarrow (a + \frac{b}{2})^2 + b^2 - \frac{b^2}{4} = 0$
 $(a + \frac{b}{2})^2 + \frac{3}{4}b^2 = 0$
 $a + \frac{b}{2} = 0 \quad b = 0$

۱۵- تعداد اعداد پنج رقمی مضرب ۱۸ که مربع کامل هستند، کدام است؟

۳۸ (۴) ۳۷ (۳) ۳۶ (۲) ۳۵ (۱)

$n = 10^4 \leq n < 10^5$

$n = 10^4 \leq n < 10^5$
 $n = 10^2 \leq n < 10^3$
 $n = 10^1 \leq n < 10^2$

$n = 18q = 9^2$
 $2 \times 3^2 \times 9 = n$

$10^4 \leq \sqrt{2^2 \times 3^4 \times 9^2} < 10^5$
 $10^4 \leq 2 \times 3 \times 9 < 10^5$
 $10^2 \leq 2 \times 3 < 10^2$
 $10^1 \leq 2 < 10^1$

$52 - 17 + 1 = 36$
 ۱۷, ۱۸, ..., ۵۲



ب. م. م. = عاملها مشترک بزرگترین توان
 ک. م. م. = کوچکترین مضرب مشترک

دو عدد a و b که هیچ کدوم از اونها صفر نیستند رو در نظر بگیریم. عدد طبیعی c رو ک.م.م. دو عدد a و b می گیم و می نویسیم: $[a, b] = c$ هر وقت هر دو تا شرط زیر با هم برقرار باشه.
 $(a, b) = c \Rightarrow$

ب. م. م. \times عاملها مشترک
 ک. م. م. \leftarrow عاملها مشترک و غیر مشترک
 بزرگترین توان

دبیر من بیکار نیست

پس حتما به درد میخوره

احترام به شغل شریف معلمی از واجبات است

الف) $a|c, b|c$

$m_{\min} = c$

ب) $\forall m > 0; a|m, b|m \Rightarrow c \leq m$

$a = a'd \rightarrow (a'b') = 1$
 $b = b'd \rightarrow [a, b] = a'b'd$
 $ab = a'd \times b'd$
 $ab = a'b'd$

دو عدد نسبت به هم اول $\Rightarrow (a, b) = 1 \Rightarrow [a, b] = a \times b$

* $(a, b) = [a, b] \Rightarrow |a| = |b|$

$(a, b) | a - b$

$(a, a+k) = k$
 $(a, a+k) = 1$

$\frac{ab}{(a, b)} = [a, b]$

۱۵- اگر $a \in \mathbb{N}$ و $a = 2k + 2$ باشد، مقدار $[a, a+2], [a, a+3]$ کدام است؟

$[a, a+2] = \frac{a(a+2)}{2}$

$a(a+2) = 2 \times 5 = 10$

$2a+2 = 10$

نتیجه زیر نسبت $d = 1$ دو عدد نسبت به هم اولند

$[a, b] = a'b'(a, b)$

$[a, a+2] = a \times (a+2)$

ک.م.م. مضرب ب.م.م. است

عدد گذاری $k=1 \rightarrow a = 2+2 = 4$

$[(4, 1), [4, 1]] = [4, 1] = 4 \times 1 = 4$



#زدست_شما

#هشتگ_هام_تموم_شد

گزینه

مقسوم علیه

a =

۱۶- اگر $a = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$ و $b = 3^2 \times 5^2 \times 7^1$ و $[a, b] = 88200$ ، آن گاه $a \times b$ چند مقسوم علیه

طبیعی دارد؟

$$a = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$$

$$b = 3^2 \times 5^2 \times 7^1$$

$$a \times b = 2^3 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^1$$

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4 \times 3 = 256 \times 3$$

۹۸ (۲)

۷۲ (۱)

۱۹۲ (۴)

۱۴۴ (۳)

Handwritten prime factorization of 88200:

$$88200 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$$

Handwritten prime factorization of a:

$$a = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$$

Handwritten prime factorization of b:

$$b = 3^2 \times 5^2 \times 7^1$$

Handwritten calculation of a * b:

$$a \times b = 2^3 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^1$$

۱۷- برای هر عدد طبیعی n داریم $n! = 2^{a_1} \times 3^{a_2} \times 5^{a_3} \times \dots$ مقدار $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ به ازای $n = 20$ ، کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۶ (۳)

۳۲ (۲)

۲۸ (۱)

Handwritten calculation of 20! prime factors:

$$20! = 2^{18} \times 3^8 \times 5^4 \times 7^2 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19$$

Handwritten sum of exponents:

$$18 + 8 + 4 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 36$$

Handwritten calculation of 20/2 = 10:

$$\frac{20}{2} = 10$$

تعداد عامل ها
n در k

Handwritten formula for the number of factors of n:

$$n = 2^{\alpha_1} \times 3^{\alpha_2} \times 5^{\alpha_3} \times \dots \times p^{\alpha_k}$$

$$\text{تعداد عوامل} = (\alpha_1 + 1) \times (\alpha_2 + 1) \times \dots \times (\alpha_k + 1)$$

Handwritten calculation of 20/5 = 4:

$$\frac{20}{5} = 4$$

Handwritten calculation of 4/5 = 0:

$$\frac{4}{5} = 0$$



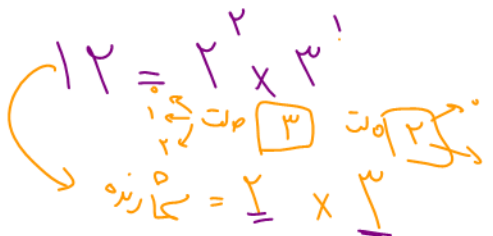
$$A = P_1^{\alpha_1} \times P_2^{\alpha_2} \times P_3^{\alpha_3} \times \dots \times P_n^{\alpha_n}$$

شمارنده‌ها

$$A = P_1^{\alpha_1} \times P_2^{\alpha_2} \times \dots$$

تعداد شمارنده‌ها = $(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1)(\alpha_3 + 1) \dots (\alpha_n + 1)$

n = تعداد پایه‌ها = تعداد شمارنده‌های اول



تعداد شمارنده‌های مرکب = $n - 1$
 غیر اول را
 به عددی مثبت
 نه اول نه مرکب

همیشه زوج است = تعداد شمارنده‌ها
 هم مثبت هم منفی = تعداد شمارنده‌های صحیح

آنچه عدد مربع کامل باشد = ضرب شمارنده‌ها = A



$$12 = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

تعداد شمارنده‌های اول = $\{2, 3\} = 2$
 تعداد شمارنده‌های مرکب = $6 - 2 - 1 = 3$

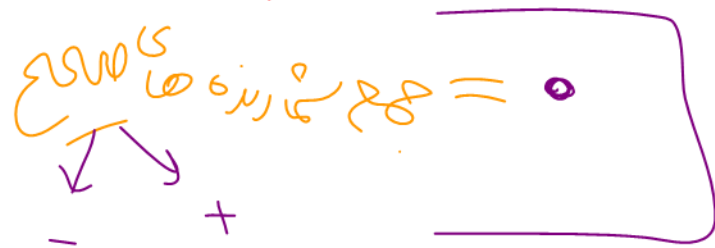
تعداد شمارنده‌های درجه‌ی حالات
 همیشه زوج!

ضرب شمارنده‌ها = $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 6 \times 12 = 12^3$

جمع شمارنده‌ها = $\frac{P_1^{\alpha_1+1} - 1}{P_1 - 1} \times \frac{P_2^{\alpha_2+1} - 1}{P_2 - 1} \times \dots$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28$$

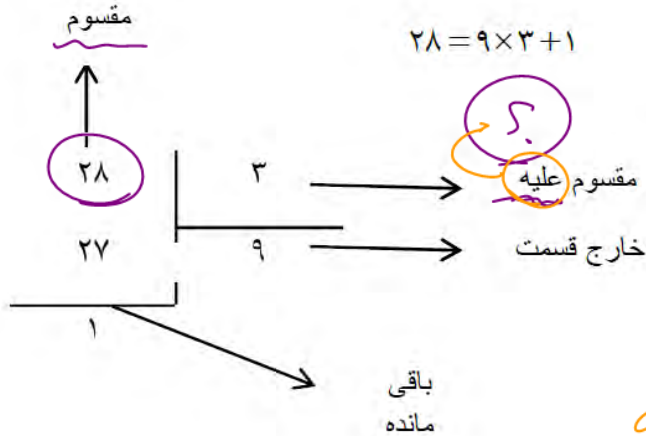
$$\frac{2^3 - 1}{2 - 1} \times \frac{3^2 - 1}{3 - 1} = 7 \times \frac{8}{2} = 28$$



$$\pm \leftarrow a \mid \frac{b \rightsquigarrow \pm}{q \rightsquigarrow \pm}$$

الگوریتم تقسیم

$$0 \leq r < |b|$$



$$\begin{array}{r} 15 \\ \ominus (2+1) \\ \hline -100 \\ +15 \\ \hline -105 \\ +5 \\ \hline -100 \\ +105 \\ \hline +5 \end{array}$$

هر آنی برای مقوم می‌انسه
 برای باقی‌مانده هم می‌انسه

وقتی عدد صحیح a را بر b تقسیم می‌کنیم و خارج قسمت برابر q و باقی مانده r می‌شود، خواهیم داشت:

۱ $a = bq + r$ ← باقی‌مانده به عدد صحیح

۲ $0 \leq r < |b|$ و این یعنی مقسوم علیه یا همان b ، حتماً عددی طبیعی است، بیشترین مقدار باقی مانده، $b-1$ و کمترین مقدارش (صفر) است.

۳ a و q اعداد صحیح‌اند و تنها مقادیری هستند که در الگوریتم تقسیم می‌توانند منفی باشند!

اکثر تست‌های تقسیم را نوشتن الگوریتم تقسیم و بعد هم، اجرای شرط باقی مانده حل می‌کند: $a = bq + r : 0 \leq r < b$

اگر a نامنفی و کوچک‌تر از b باشد، خارج قسمت برابر صفر و باقی مانده خود a است. مثل باقی مانده‌ی ۱۷ بر ۴۲، که می‌شود ۱۷!

اگر a عددی منفی باشد، q هم باید منفی باشد.

در حالت کلی اگر خارج قسمت تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b را بخواهید، می‌شود $q = \lfloor \frac{a}{b} \rfloor$.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \ominus 10 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 59 \\ \ominus 39 \\ \hline 20 \\ \ominus 19 \\ \hline 1 \end{array}$$

$[3, 5] = 3$
 $[-3, 5] = -3$

بسیار (مثبت) اعشار



۱۸- در تقسیم عدد 259 بر b، باقی مانده 31 است. چند مقدار طبیعی برای b وجود دارد؟

Handwritten solution for problem 18:

$$259 \div b = q \text{ remainder } 31$$

$$259 = bq + 31$$

$$228 = bq$$

Factorization of 228:

$228 = 2 \times 2 \times 3 \times 19$

Divisors of 228 (excluding 1 and 228):

- $2 \times 19 = 38$ → $b = 38, q = 6$
- $2 \times 2 \times 19 = 76$ → $b = 76, q = 3$
- $3 \times 19 = 57$ → $b = 57, q = 4$
- $2 \times 2 \times 3 \times 19 = 228$ → $b = 228, q = 1$

Therefore, there are 4 possible values for b.

۱۹- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۷ باقی مانده‌ی تقسیم از مربع خارج قسمت آن ۲ واحد کم‌تر است. بزرگ‌ترین مقدار a مضرب کدام عدد است؟

- Options: ۱۶ (۴), ۱۴ (۳), ۱۲ (۲), ۹ (۱)

۲۰- در تقسیم ۴۴- بر ۱۷، خارج قسمت q و باقی مانده r است. $r = q$ برابر است با:

- Options: -۱۰ (۴), ۱۲ (۳), -۱۲ (۲), ۱۰ (۱)



۲۱- در تقسیم عدد a بر عدد طبیعی b ، باقی مانده ۱۷ و خارج قسمت ۲۵ می باشد. اگر a مضرب ۶ باشد، رقم دهگان کوچک ترین عدد طبیعی a کدام است؟

(سراسری ریاضی ۸۸)

۹ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

(فارج از کشور ۸۶)

۲۲- در تقسیم عدد a بر ۱۷ اگر باقی مانده ۸ باشد و ۱۰ واحد به مقسوم اضافه کنیم:

- (۱) باقی مانده تغییر نمی کند.
 (۲) باقی مانده ۱ واحد کم می شود.
 (۳) باقی مانده ۷ واحد کم می شود.
 (۴) باقی مانده ۷ واحد اضافه می شود.

۲۳- در تقسیم عدد a بر عدد طبیعی b ، باقی مانده ۱۷ و خارج قسمت ۲۵ می باشد. اگر a مضرب ۶ باشد، رقم دهگان کوچک ترین عدد طبیعی a کدام است؟

(سراسری ریاضی ۸۸)

۹ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)



۲۴- باقی مانده‌ی تقسیم a بر 17 برابر 8 است. باقی مانده‌ی $19 - 5a - 2a^2$ بر 17 کدام است؟

۱۵ (۴)

۷ (۳)

۱ (۲)

۱ صفر

۲۵- باقی مانده‌ی تقسیم a و b بر 19 به ترتیب 5 و 3 است. باقی مانده‌ی تقسیم $5b - 2a$ بر 19 کدام است؟

۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۷ (۱)

۲۶- در یک تقسیم، 57 واحد به مقسوم و 3 واحد به خارج قسمت اضافه کرده‌ایم، مقسوم علیه تغییری نکرده ولی باقی مانده 6 واحد زیاد شده

است. مقسوم علیه کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)



$$n^2 + 12 \equiv 0 \pmod{100}$$

$$n^2 \equiv -12 \pmod{100}$$

$$n^2 \equiv 100 + (-12) \pmod{100}$$

$$(100k+r)^2$$

x_0	1
x_1	1-1
x_2	1-2
x_3	1-3
x_4	1-4
x_5	1-5
x_6	1-6

$$n = 100k + 1$$

$$n = 100k - 1$$

$$100k + 11 = 100k - 2$$

$$100k + 12 = 100k - 1$$

$$9 < 100k + 1 < 100$$

$$\frac{9}{100} < \frac{100k + 1}{100} < \frac{99}{100}$$

$$0.09 < k < 0.99$$

جواب ۷

$$9 < 100k - 1 < 100$$

$$\frac{10}{100} < \frac{100k - 1}{100} < \frac{99}{100}$$

$$0.1 < k < 0.99$$

جواب ۷

$$V_1 + V_2 = 12$$