

$$(2) \equiv (13)$$

$$2 \equiv 1$$

$$13 \equiv 1$$

$$2 \equiv (10)$$

$$\boxed{2 = 3d} \quad x = 3k$$

$$2 = 3 \times 2 \quad x = 3 \times 2$$

$$2 \equiv (d+3+1) = 9$$

$$x = 3+0+1 = 4 \text{ (1)}$$

$$x = 3+0+2 = 5 \text{ (2)}$$

$$\boxed{x = 3+0+3 = 6 \text{ (3)}}$$

$$x = 3+0+4 = 7 \text{ (4)}$$

$$a \equiv b \quad mk+x - (mk'+x) = m(k-k')$$

$$a-b = mk \quad m|a-b$$

$$1d \equiv 1$$

$$1d-1 = 14 = 2 \times 7$$

$$7|14$$

$$a \equiv b$$

$$a \equiv m$$

$$k$$

$$b \equiv m$$

$$k$$

$$17 \equiv 2 \equiv 1$$

$$17 \equiv 2$$

$$3k+2$$

$$17 \equiv 2$$

$$2 \equiv 17$$

$$10 \equiv 2$$

$$231 \equiv 177$$

$$x = 3+0+1+7 = 14$$

$$x = 3+0+1+8 = 17$$

$$\boxed{x = 3+0+1+9 = 18}$$

$$x = 3+0+1+10 = 19$$

باقی بقیہ ہر عدد 3 و 9
باقی بقیہ مجموعہ ارقام ان
3 و 9 است!

$$a | b$$

a عادی کنڈ ب را

a می سار د ب را

b معین a است

a بی ریزہ ب است

b را پیشہ بیزہ!

$$2 | 14$$

$$3 | 15$$

$$\underline{r_0 | d | r_2} \equiv d \quad \text{④}$$

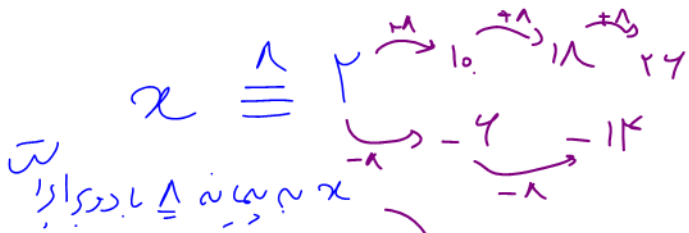
$$\frac{r_2}{r} \equiv \frac{d+r}{r}$$

$$x = cK + \cancel{r}$$

$$x \equiv \cancel{r} \quad \text{①}$$

$$x = cK + 1$$

$$r + 0 + 1 + \underbrace{d}_{r} + r = \frac{r}{r} \quad \frac{r}{r}$$



معنی باقی‌مانده را با درجۀ آن

باقی‌مانده عدد ۲ بر ۸

$$x = 8k + 2$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$k = -1 \rightarrow -8 + 2 = -6$$

$$k = 0 \rightarrow 0 + 2 = 2$$

$$k = 1 \rightarrow 8 + 2 = 10$$

$$x = 10 \quad \begin{array}{r} 10 \quad | \quad 8 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\textcircled{2}$$

$$x = 18 \quad \begin{array}{r} 18 \quad | \quad 8 \\ \hline 14 \quad 2 \end{array}$$

$$\textcircled{2}$$

$$\begin{array}{r} 11 \quad | \quad 14 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$-11 + 14 = 3$$

معنی باقی‌مانده نسبت

$$\begin{array}{r} -11 \quad | \quad 14 \\ -14 \quad | \quad 1 \\ \hline -25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -11 \quad | \quad 14 \\ +14 \quad | \quad 1 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a \quad | \quad b \\ \hline q \end{array}$$

$$r \rightarrow 0 \leq r < |b|$$

۴) $7x \equiv 2 \pmod{13}$

قضیه: معادله‌ی هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ وقتی جواب دارد
 $(a, m) | b$ و برعکس اگر $(a, m) | b$ معادله‌ی
 $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب خواهد بود.

$x \equiv 2 \pmod{13}$
 $9 \rightarrow$ **بسیمی جواب دارد**
 2
 -5
 \vdots
تمرین الف: مرتک از معادله‌های هم‌نهشتی زیر را حل کنید.
اصلا جواب نزن!

۵) $2 - 11x \equiv 37 \pmod{17}$
 $9 = 11x \equiv 39 \pmod{17}$
 $\frac{9x}{4} \equiv \frac{18}{4} \pmod{17}$ $x \equiv 3 \pmod{17}$
 $x = 17k + 3$

۴) $9x \equiv 5 \pmod{17}$
زوج فرد
 $2/5$
این معادله جواب ندارد
فقط تقسیم شده دارد:

۱) $423x \equiv 79 \pmod{11}$
 $5x \equiv 2 \pmod{11}$
 $\frac{5x}{5} \equiv \frac{25}{5} \pmod{11}$
 $x \equiv 5 \pmod{11}$
 $x = 11k + 5$
*** در هم بسته می‌توانیم**
باید هر عددی بی‌نهایت از آن
عدد بی‌نهایت را گذاشت

لطفن هم اثبات می‌تواند در یک عدد ضرب شود
 می‌توان یک عدد برد ، یا یک عدد جمع
 یا منهای شود ...!

$\frac{a \pmod{m}}{n} \equiv \frac{b}{n} \pmod{m}$
 $\frac{60x}{10} \equiv \frac{500}{10} \pmod{10}$
 $(35, 10) = 5$
 $x \equiv 50$

۲) $18x \equiv 20 \pmod{12}$
 $2x \equiv 2 \pmod{12}$
 $\frac{2x}{2} \equiv \frac{2}{2} \pmod{12}$
 $x \equiv 1 \pmod{12}$
 $x = 12k + 1$
معادله جواب دارد
 $a \pmod{q}$
 $a \pmod{q}$
 $0 \leq r < |b|$

۶) $\frac{24x}{2} \equiv \frac{18}{2} \pmod{9}$
 $12x \equiv 9 \pmod{9}$
 $\frac{12x}{3} \equiv \frac{3}{3} \pmod{9}$
 $x \equiv 1 \pmod{9}$
 $x = 9k + 1$

۳) $51x \equiv 11 \pmod{11}$



۲. به چند طریق می توان یک کیسه ی ۱۹ کیلویی را با وزنه های ۳ و ۴ کیلویی وزن کرد.

x	y
۱	۴
۵	۱

$$3x + 4y = 19$$

$$3x = 19 - 4y$$

$$x = \frac{19 - 4y}{3}$$

$x \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x = 3k + 1$

$$3(3k + 1) + 4y = 19$$

$$9k + 3 + 4y = 19$$

$$4y = 16 - 9k$$

$$y = \frac{16 - 9k}{4}$$

$k = 0, 1, 2$

x	y
1	4
5	1

معادله سیاله

هر معادله ای که شکل اون به صورت $ax + by = c$ باشه رو معادله سیاله می گن و برای این که اون رو حل کند به معادله هم نهشتی $ax \equiv c \pmod{b}$ در میان، و وقتی که X رو پیدا کردیم تو معادله ی اولیه قرار می دهیم تا Y رو پیدا کنیم.

توجه: معادله ی سیاله زمانی دارای جواب هست که $(a, b) | c$.

مثال: معادله ی $4x + 5y = 9$ را حل کنید.

عدد / (ضریب ضرب) |

$$4x \equiv 9 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 1$$

۳. به چند طریق می توان ۱۸۰۰۰ تومان را به اسکناس های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی تبدیل کرد؟

$$2000x + 5000y = 18000$$

$$2x + 5y = 18$$

$$2x = 18 - 5y$$

$$x = \frac{18 - 5y}{2}$$

$x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 1$

$$2(5k + 1) + 5y = 18$$

$$10k + 2 + 5y = 18$$

$$5y = 16 - 10k$$

$$y = \frac{16 - 10k}{5}$$

$k = 0, 1, 2$

x	y
1	4
5	1

$$4(5k + 1) + 5y = 9$$

$$20k + 4 + 5y = 9$$

$$5y = 5 - 20k$$

$$y = 1 - 4k$$

۱. جواب های عمومی معادله ی سیاله $7x + 5y = 11$ را به دست آورید.

$$7x + 5y = 11$$

$$7x = 11 - 5y$$

$$x = \frac{11 - 5y}{7}$$

$x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 1$

$$7(5k + 1) + 5y = 11$$

$$35k + 7 + 5y = 11$$

$$5y = 4 - 35k$$

$$y = \frac{4 - 35k}{5}$$

$k = 0, 1, 2$

x	y
1	4
5	1



۶. به چند طریق می توان ۲۹۰۰۰ تومان را به اسکناس های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی تبدیل کرد؟

یک تکرار!

$$x + y = 5$$

تعداد اسکناس ها

$$\frac{5!}{4!1!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1} = 5$$

۴. در یک رستوران فقط دو نوع خورشت قرمه سبزی و قیمه وجود دارد. اگر ۵ نفر وارد این رستوران شوند به چند طریق می توانند سفارش غذا بدهند؟

تیم قرمه

$$x + y = 5$$

$$x = 5$$

$$x = k + 5 \geq 0 \quad k \geq -5$$

$$k + 5 + y = 5$$

$$y = -k \geq 0 \quad k \leq 0$$

تیم قیمه

$$x + y = 5$$

$$x = 5$$

$$x = k + 5 \geq 0 \quad k \geq -5$$

$$k + 5 + y = 5$$

$$y = -k \geq 0 \quad k \leq 0$$

تعداد

$$5 - (-5) = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷. به چند طریق می توان یک کیسه ۲۳ کیلوپی را با وزنه های ۳ و ۵ کیلوپی وزن کرد؟

۵. تیراندازی به سمت یک هدف، شامل دو دایره ی هم مرکز تیراندازی می کند. اگر او تیر را به دایره ی شعاع کوچک تر بزند ۵ امتیاز و اگر به دایره ی بزرگ تر و خارج دایره کوچک تر بزند ۳ امتیاز می گیرد. اگر او کم تر از ۱۵ تیر انداخته و همه ی تیرها به داخل دایره ی بزرگ تر اصابت کرده باشد، در پایان ۴۲ امتیاز گرفته باشد چند حالت برای او در تیراندازی

می تواند ثبت شود؟

$$x + y < 15$$

$$5k - 1 + 9 - 3k < 15$$

$$2k + 8 < 15$$

$$2k < 7$$

$$\frac{2k}{2} < \frac{7}{2}$$

$$k < 3.5$$

تعداد تیرها

$$k = 1, 2, 3$$

$$x = 4, 9, 14$$

$$y = 1, 3, 0$$

$$2x + 5y = 42$$

$$2x = 42 - 5y$$

$$x = 21 - 2.5y$$

$$2(5k - 1) + 5y = 42$$

$$10k - 2 + 5y = 42$$

$$5y = 44 - 10k$$

$$y = 8.8 - 2k$$

$$y = 9 - 2k \geq 0$$

$$2k \leq 9$$

$$k \leq 4.5$$

$$k \geq 1$$

$$k \geq \frac{1}{5}$$


۸. به چند طریق می‌توان دو نوع گل یک دسته گل شامل ۹ شاخه به دلخواه انتخاب کرد؟

۹. شخصی در یک مسابقه‌ی علمی شرکت کرده است. او به سؤالات ۷ امتیازی و ۹ امتیازی پاسخ داده و در مجموع ۷۳ امتیاز کسب کرده است. این شخص به چه صورت‌هایی می‌تواند این امتیاز را به دست آورد.



معادله‌ی سیاله‌ی خطی $7x + 21y = 28$ چند جواب صحیح در بازه‌ی $0 < x, y < 20$ دارد؟

۱۳ (۴)

۱۱ (۳)

۹ (۲)

۱۵ (۱)

x در معادله‌ی سیاله $7x + 17y = 1000$ صدق می‌کند. باقی‌مانده‌ی x بر ۱۷ کدام است؟

۸ (۴)

۲ (۳)

۷ (۲)

۱۵ (۱)

در معادله‌ی $9x + 5y = 113$ چند جواب صحیح برای x در بازه‌ی $100 < x < 200$ پیدا می‌شود؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۵ (۲)

۱۱ (۱)

بسته‌ای نیاز به ۱۷۵۰ ریال تمپر دارد به طوری‌که فقط تمپرهای ۹۰ و ۵۰ ریالی داریم. تعداد تمپرهای لازم کدام عدد می‌تواند باشد؟

۲۹ (۴)

۲۷ (۳)

۲۶ (۲)

۲۵ (۱)



رقم یکان $7^{17} \times 4$ کدام است؟
 ۸ (۱) ۶ (۲)

۲ (۴)

۴ (۳)

اولین رقم سمت راست عدد $9^{17} \times 4$ برابر است با :
 ۴ (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱ (۴)

۱ (۴)

۹ (۳)

رقم یکان عدد $(10^1)^{61} + (10^2)^{61} + \dots + (10^9)^{61}$ کدام است؟
 ۵ (۴) ۱ (۳) ۹ (۲) ۰ (۱)

۵ (۴)

۱ (۳)

۹ (۲)

۰ (۱)

رقم سمت راست عدد $(1! + 3! + 5! + \dots + 1381!)(2! + 4! + \dots + 1380!)$ چقدر است؟
 ۲ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۱ (صفر)

۲ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۱ (صفر)



