

۱. اگر $a^2 - a^2 - a + 1 \equiv a^2 - 1 \pmod{m}$ و $(a^2 - 1, m) = 1$ آنگاه کدام نتیجه گیری درست

$$\begin{aligned} (a^2 - a) - (a^2 - 1) \\ a(a^2 - 1) - (a^2 - 1) \\ (a^2 - 1)(a - 1) \end{aligned}$$

$$(a^2 - 1)(a - 1) \equiv a^2 - 1$$

است؟

$m \mid a - 1$ (۲)

$m \mid a - 2$ (۱) ✓

$m \mid a + 2$ (۴)

$m \mid a + 1$ (۳)

$$(a^2 - 1, m) = 1 \implies a - 1 \equiv 1 \implies a - 1 - 1 = mk$$

$$a - 2 = mk \implies m \mid a - 2$$

۲. اگر باقی مانده تقسیم a بر ۱۷ برابر ۱۱ باشد، باقی مانده تقسیم $3a - 100$ بر ۱۷

$$a \equiv 11 \implies 3a - 100 \equiv ?$$

کدام است؟

۹ (۴) $a \equiv 11$ $\xrightarrow{\text{طرفین } \times 3}$ $3a \equiv 33$ $\xrightarrow{-100}$ $3a - 100 \equiv 33 - 100$

۵ (۱) $68 - 67 = 1$ $\xrightarrow{\text{تبدیل}}$ $3a - 100 \equiv -67$ $\xrightarrow{+67}$ $3a - 100 \equiv 1$

۳. اگر $a = 17k - 33$ باشد، باقی مانده $a^5 + 27$ بر ۱۷ کدام است؟

۷ (۴) $a = 17k - 33 \implies a \equiv -33 \pmod{17}$ $\xrightarrow{+33}$ $a \equiv 1 \pmod{17}$

۸ (۲) $a \equiv 1 \implies a^5 + 27 \equiv 1 + 27 \equiv 28 \equiv 11 \pmod{17}$

۹ (۱) $a \equiv 1$



۴. اگر باقی مانده تقسیم a بر ۹۱ و برابر ۲۷ باشد، باقی مانده a بر ۱۳ کدام است؟

$$a \equiv_{91} 27 \Rightarrow a \equiv_{13} ?$$

$$a \equiv_{91} 27 \Rightarrow \begin{cases} a \equiv_{27} 27 \\ a \equiv_{13} 27 \equiv 1 \end{cases}$$

۵. اگر باقی مانده تقسیم اعداد a و b بر ۹ به ترتیب ۳ و ۵ باشد. عدد $3a^2 - 5ab + b^3$ به کدام دسته هم‌نهشتی در پیمانه ۹ تعلق دارد؟

$$3a^2 - 5ab + b^3 \equiv ?$$

[۸] (۴) [۵] (۳) ✓ [۶] (۲) [۳] (۱)

$$\begin{cases} a \equiv_9 3 \xrightarrow{\text{بر توان ۲}} a^2 \equiv_9 9 \xrightarrow{\times 3} 3a^2 \equiv_{27} 9 \equiv_9 0 \\ b \equiv_9 5 \quad a b \equiv_9 15 \equiv_9 6 \Rightarrow 5ab \equiv_9 30 \equiv_9 3 \\ b^3 \equiv_9 125 \equiv_9 8 \quad 0 - 3 + 8 \equiv_9 5 \end{cases}$$

۶. اگر $a | x - 2$, $a | y - 3$, $a | z - 5$ ، باقی مانده $xyz - 29$ بر a کدام است؟

$$\begin{cases} x - 2 \equiv_0 \\ y - 3 \equiv_0 \\ z - 5 \equiv_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \equiv_2 \\ y \equiv_3 \\ z \equiv_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{طرحین} \\ \text{در هم ضرب} \end{cases} \Rightarrow xyz \equiv_30$$

$$xyz - 29 \equiv ?$$

$$xyz - 29 \equiv 1$$



۷. به ازای چند عدد دورقمی a از رابطه $۷ \mid ۵a + ۲$ می توان رابطه $۲ - ۳a - ۵a^2 \mid ۴۹$ را نتیجه گرفت؟

- ۹۰ (۱) ۸۹ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۸. در همنهشتی به پیمانه m سه عدد a ، ۳۱ ، ۱۵۰ در یک کلاس هم ارزی قرار دارند،

اگر $[m, ۷] = ۷m$ باشد، برای a چند جواب در مجموعه اعداد طبیعی دورقمی

وجود دارد؟ کلاس

$$۱۵۰ \equiv ۳۱ \pmod{m}$$

$$۱۵۰ - ۳۱ = mk \quad ۱۱۹ = mk$$

$(m, ۷) = ۱$ ← کلاس

۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

$$m = ۱۷$$

$$m \times k = ۱۱۹$$

$$a \equiv ۳۱ \pmod{۱۷} \Rightarrow a = ۱۷k + ۱۴$$

$k = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷$

۹. اگر اعداد a و $a^۲$ هر دو متعلق به $[r]$ باشند کدام عدد متعلق به $[r]$ نیست؟

۱۵ (۴) ۱۴ (۳) ۱۳ (۲) ۱۲ (۱)

$a \equiv ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ \pmod{۱۲}$

$a^۲ \equiv ۰, ۱, ۴, ۹ \pmod{۱۲}$



۱۰. اگر n مضرب ۷ نباشد و n و n^2 هر دو متعلق به $[r_7]$ باشند، باقی مانده $n^3 + n^4$

بر ۷ کدام است؟

$n \not\equiv vk$ $[r_7]$

صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

$n \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow n^3 \equiv 0 \pmod{7}, n^4 \equiv 0 \pmod{7}$
 اعداد: ۰, ۷, ۱۴, ۲۱, ۲۸, ۳۵, ۴۲

$n \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow n^3 \equiv 1 \pmod{7}, n^4 \equiv 1 \pmod{7}$
 اعداد: ۱, ۸, ۱۵, ۲۲, ۲۹, ۳۶

$n \equiv 2 \pmod{7} \Rightarrow n^3 \equiv 8 \equiv 1 \pmod{7}, n^4 \equiv 16 \equiv 2 \pmod{7}$
 اعداد: ۲, ۹, ۱۶, ۲۳, ۳۰, ۳۷

۱۱. اگر n یک عدد طبیعی باشد و اعداد n و n^3 در پیمانه ۴ هم‌نهشت نباشند،

هم باقی مانده نباشند

باقی مانده $n^2 + 17$ بر ۴ کدام است؟

صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

$n \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow n^2 \equiv 0 \pmod{4}, n^3 \equiv 0 \pmod{4}$
 اعداد: ۰, ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, ۲۴

$n \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow n^2 \equiv 1 \pmod{4}, n^3 \equiv 1 \pmod{4}$
 اعداد: ۱, ۵, ۹, ۱۳, ۱۷, ۲۱, ۲۵

$n \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow n^2 \equiv 4 \equiv 0 \pmod{4}, n^3 \equiv 8 \equiv 0 \pmod{4}$
 اعداد: ۲, ۶, ۱۰, ۱۴, ۱۸, ۲۲, ۲۶

$n \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow n^2 \equiv 9 \equiv 1 \pmod{4}, n^3 \equiv 27 \equiv 3 \pmod{4}$
 اعداد: ۳, ۷, ۱۱, ۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷

$n^2 + 17 \equiv ? \pmod{4}$
 اعداد: ۱۷, ۲۱, ۲۵, ۲۹, ۳۳, ۳۷, ۴۱

۱۲. اگر باقی مانده تقسیم عدد طبیعی a بر ۲۹ برابر ۱۲ باشد و $a + 17$ مضرب ۲۱

باشد، رقم وسط کوچک‌ترین عدد a کدام است؟

- ۴ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)



۱۳. اگر باقی مانده تقسیم عدد صحیح a بر ۹ و ۷ به ترتیب ۵ و ۶ باشد، باقی مانده

تقسیم عدد a بر ۶۳ چگونه است؟

$a \equiv 5 \pmod{9}$, $14, 23, 32, 41, 50, 59, 68$
 $a \equiv 6 \pmod{7}$, $6, 13, 20, 27, 34, 41$

(۱) عدد اول ✓
 (۲) مضرب ۲ ✗
 (۳) مضرب ۳ ✗
 (۴) مضرب ۵ ✗

$a \equiv 41 \pmod{63}$

۱۴. اگر باقی مانده تقسیم عددی بر ۶ و ۱۱ به ترتیب ۵ و ۷ باشد، آنگاه باقی مانده

تقسیم این عدد بر ۶۶، کدام است؟

$a \equiv 5 \pmod{6}$, $5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47$
 $a \equiv 7 \pmod{11}$, $7, 18, 29, 40$

(۱) ۲۹ ✓
 (۲) ۳۲ ✗
 (۳) ۴۰ ✗
 (۴) ۴۱ ✗

$a \equiv 29 \pmod{66}$

$[2, 3 \times 4, 2 \times 3] = 2 \times 3 \times 4 = 24$

۱۵. باقیمانده تقسیم عدد a بر ۳۲، ۱۵، ۱۲ به ترتیب برابر ۲۵، ۸، ۵ است. مجموع

ارقام کوچکترین عدد a کدام است؟

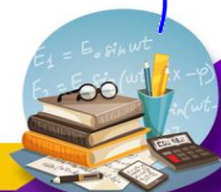
$a \equiv 25 \pmod{32}$
 $a \equiv 8 \pmod{15}$
 $a \equiv 5 \pmod{12}$

$a \equiv -7 \pmod{32}$
 $a \equiv -7 \pmod{15}$
 $a \equiv -7 \pmod{12}$

$a \equiv -7 \pmod{32}$
 $a \equiv -7 \pmod{15}$
 $a \equiv -7 \pmod{12}$

$a = 210k + 473$

$a_{min} = 473$



مقسوم‌نات، بیمانہ صنفیات

۱۶. باقی‌مانده تقسیم عددی بر اعداد ۱۵، ۱۴، ۱۱ به ترتیب ۹، ۸، ۵ می‌باشد.

از هر کجا آنت بیمانہ کم می‌کنیم کوچک‌ترین مقدار ممکن برای این عدد، مضرب کدام است؟

$a \equiv 9 \pmod{15}$
 $a \equiv 8 \pmod{14}$
 $a \equiv 5 \pmod{11}$

$a \equiv 10 \pmod{2310}$ ✓
 $a = 2310k - 6$ $k=1 \rightarrow 2304 = a_{min}$

۱۷. باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی A بر عدد ۲۳ برابر ۵ و باقی‌مانده تقسیم دو برابر

عدد A بر عدد ۱۷ برابر ۹ می‌باشد. باقیمانده تقسیم بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی A

$A \equiv 5 \pmod{23}$
 $2A \equiv 9 \pmod{17}$

$A = 23k + 5$
 $2(23k + 5) \equiv 9 \pmod{17}$
 $46k + 10 \equiv 9 \pmod{17}$
 $46k \equiv -1 \pmod{17}$
 $46 \equiv 13 \pmod{17}$
 $13k \equiv -1 \pmod{17}$
 $13k \equiv 16 \pmod{17}$
 $k \equiv 7 \pmod{17}$
 $k = 17t + 7$
 $A = 23(17t + 7) + 5 = 391t + 166$
 $391 \times 2 + 166 = 948$

۱۸. در تقسیم عدد a بر عدد طبیعی b، باقی‌مانده ۱۷ و خارج‌قسمت ۲۵ می‌باشد. اگر

a مضرب ۶ باشد، رقم دهگان کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

$a = 6b + r$
 $r = 17$
 $a = 6b + 17$
 $6b + 17 \equiv 0 \pmod{6}$
 $6b \equiv -17 \pmod{6}$
 $6b \equiv 1 \pmod{6}$
 $b = 6k + 1$
 $a = 6(6k + 1) + 17 = 36k + 23$
 $a = 23$



$r=37$ $q=21$ $100 \leq a \leq 999$

۱۹. در تقسیم عدد طبیعی سه رقمی a بر عدد طبیعی b ، خارج قسمت ۲۱ و باقی مانده

$a = bq + r$ $0 \leq r < b$ $37 \equiv 0$
 چند عضو از مجموعه جواب‌های a مضرب ۵ هستند؟

$a = 21b + 37 \equiv 0$
 $21b \equiv -37$ $b \equiv 3$

$b > 37$
 $b = 5k + 3 \Rightarrow 21(5k + 3) + 37 = 105k + 100$
 ۱۲۵ و ۹۴

۲۰. اگر a کوچک‌ترین عدد طبیعی مضرب ۶ باشد که در تقسیم بر عدد طبیعی b ،

خارج قسمت ۱۳ و باقی مانده آن ۱۶ باشد و عدد طبیعی b نیز مضرب ۷ باشد.

$a \equiv 0$
 $a = bq + r$ $a = 13b + 16$
 $0 \leq r < b$ $b > 16$
 مجموع ارقام a کدام است؟

$13b + 16 \equiv 0 \Rightarrow 13b \equiv -16 \Rightarrow b \equiv 2$

$b = 6k + 2 \xrightarrow{k=9} b = 56$
 $a = 13(56) + 16 = 728 + 16 = 744$
 $b = 56$ (min)

۲۱. چند عدد طبیعی مضرب ۱۱ وجود دارد که باقی مانده تقسیم آن‌ها بر ۱۰۰ از مربع

$a \equiv 0$
 $0 \leq q^2 - 2 < 100$
 $2 \leq q^2 < 102$
 خارج قسمت ۲ واحد کمتر است؟

$a = bq + r$ $a = 10q + q^2 - 2 \equiv 0 \Rightarrow q^2 + q - 2 \equiv 0$
 $b = 100$ $r = q^2 - 2$ $112 \leq q < 101$ $2 \leq q \leq 10$
 12×9 $q = 9$

