

دفترچه

شماره

۳

دفترچه شماره ۳

صبح جمعه

۱۴۰۴/۰۴/۲۷



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

در زمینه مسائل علمی باید دتجیل قته بده.
مقام منظم رهبری.

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاهها و مؤسسات آموزش عالی - نوبت دوم سال ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم تجربی



تعداد سوالات: ۴۵ - مدت زمان پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی
۱	ریاضی	۳۰	۱۱۱	۱۴۰	۶۰ دقیقه
۲	زمین‌شناسی	۱۵	۱۴۱	۱۵۵	

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

این آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از بزرگاری آزمون، برای اشخاص حقیقی و حقوقی با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متعلقین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱۱۱- حاصل عبارت $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} \times \sqrt{6} \times \sqrt{7} \times \sqrt{8} \times \sqrt{9} \times \sqrt{10} \times \sqrt{11} \times \sqrt{12}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

۲ (۱) $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 = 2^2 \times 3^2 \times 4^2 \times 5^2 \times 6^2 \times 7^2 \times 8^2 \times 9^2 \times 10^2 \times 11^2 \times 12^2$
 $= 2^{2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2} \times 3^{2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2} \times 5^{2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2} \times 7^{2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2} \times 11^{2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2}$
 $= 2^{24} \times 3^{24} \times 5^{24} \times 7^{24} \times 11^{24}$
 $\sqrt{6} = 2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}$
 $\sqrt{6}^x = 2^{\frac{x}{2}} \times 3^{\frac{x}{2}}$
 $2^{\frac{x}{2}} \times 3^{\frac{x}{2}} = 2^{24} \times 3^{24}$
 $\frac{x}{2} = 24 \Rightarrow x = 48$

۱۱۲- به ازای چند مقدار طبیعی m ، اشتراک دو بازه $A = [\frac{4}{m+1}, +\infty)$ و $B = (-\infty, \frac{5}{m+2}]$ یک مجموعه منتهای است؟

۴ (۱) $\frac{4}{m+1} \leq \frac{5}{m+2} \Rightarrow 4(m+2) \leq 5(m+1) \Rightarrow 4m+8 \leq 5m+5 \Rightarrow 8-5 \leq 5m-4m \Rightarrow 3 \leq m$
 ۲ (۳) $m = 3, 4, 5, \dots$

۱۱۳- اگر a, b, c سه جمله نخست و متمایز یک دنباله حسابی بوده و $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ سه جمله نخست یک دنباله هندسی باشند، دو برابر قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

۲ (۱) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ در یک دنباله هندسی است.
 $\frac{1}{b} = \sqrt{\frac{1}{a} \times \frac{1}{c}} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{\sqrt{ac}} \Rightarrow \sqrt{ac} = b \Rightarrow ac = b^2$
 $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = ac$
 ۲ (۲) $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = ac$
 ۲ (۳) $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = ac$
 ۲ (۴) $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = ac$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(2m+n-5)x < n - (2m)x^2$ به صورت بازه $(-\infty, m-2)$ است. اگر m عدد طبیعی باشد، مقدار $m+n$ کدام است؟

۱ (۲) $m=1, n=1$
 ۲ (۳) $m=1, n=2$
 ۳ (۴) $m=1, n=3$
 ۴ (۵) $m=1, n=4$

۱۱۵- ارتفاع یک مثلث ۲ واحد بیشتر از ۳ برابر قاعده آن است. اگر ۴ واحد هم به ارتفاع و هم به قاعده این مثلث اضافه شود، مساحت مثلث جدید $\frac{4}{5}$ برابر مساحت مثلث اولیه می‌شود. مساحت مثلث اولیه کدام است؟

۱ (۱) 1
 ۲ (۲) 2
 ۳ (۳) 3
 ۴ (۴) 4
 ۵ (۵) 5

۱۱۶- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت بوده و $g(2x) + 2f(2+x) = 3 + 2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(2)}$ کدام است؟

۱ (۱) $\frac{1}{4}$
 ۲ (۲) $\frac{1}{3}$
 ۳ (۳) $-\frac{1}{4}$
 ۴ (۴) $-\frac{1}{3}$

محل انجام محاسبات

$\frac{n}{a-2m} = m-2$
 $n = (m-2)(a-2m)$
 $n = a(m-2) - 2m(m-2)$
 $n = am - 2a - 2m^2 + 4m$
 $n = -2m^2 + (a+4)m - 2a$
 اگر $m=1$ ، $n = -2 + (a+4) - 2a = a - 2a + 2 = -a + 2$
 اگر $m=2$ ، $n = -8 + 2(a+4) - 2a = -8 + 2a + 8 - 2a = 0$
 $m+n = -a + 2$
 $m+n = 2$

۱۱۵) $S = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$
 $9 + 2n = n + 2$
 $9 + 2n = n + 2$
 $9 - 2 = 2 - n$
 $7 = 2 - n$
 $n = 2 - 7 = -5$
 $m = \frac{19}{-14}$
 $n = \frac{19}{-14}$
 $S = \frac{1}{2} \times (2+n) \times (n+2) = \frac{1}{2} \times (2+n)^2$
 $\frac{1}{2} \times (2+n)^2 = 2$
 $(2+n)^2 = 4$
 $2+n = \pm 2$
 $n = 0$ or $n = -4$
 $n = -4$
 $m = \frac{19}{-14}$
 $n = \frac{19}{-14}$
 $m+n = \frac{19}{-14} + \frac{19}{-14} = \frac{38}{-14} = -\frac{19}{7}$

$$CV = \frac{8}{\bar{x}} = \frac{k \cdot 8}{k \cdot \bar{x}}$$

$$\sqrt{\frac{(10-112)^2 + (11-112)^2 + (12-112)^2 + (116-112)^2 + (116-112)^2}{4}} = \frac{14}{\sqrt{5}}$$

ریاضی $10 + 11 + 12 + 116 + 116 = 265$
 $\frac{265}{4} = 66.25$
 $112 - 66.25 = 45.75$
 $\frac{45.75}{4} = 11.44$

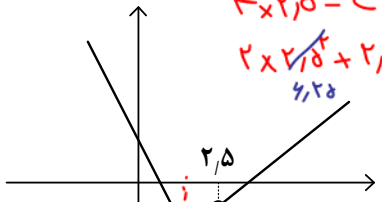
$$\sqrt{\frac{1 \times 19 + 14 \times 4 + 7 \times 4}{4}} = \sqrt{\frac{259}{4}} = \frac{14}{\sqrt{5}}$$

۱۲۶- ضریب تغییرات داده‌های ۱, ۱, ۰, ۸, ۱, ۲, ۱, ۱۶, ۱, ۱۶, ۱, ۱۶ کدام است؟

$$CV = \frac{14}{\sqrt{5}} = \frac{14}{\sqrt{5}}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + b & x \geq 1 \\ 4x - 2 & x < 1 \end{cases}$$

۱۲۷- نمودار تابع با ضابطه $y + a + b = -1$
 $-9 + b = 2 \rightarrow b = 11$



$$2 \left[\frac{1+2}{2} \right] + a \left[\frac{-2+2}{2} \right]$$

۱۲۸- تابع با ضابطه $f(x) = 2 \left[\frac{2-x}{2} \right] + a \left[\frac{x+2}{3} \right]$ در نقطه $x = -2$ حد دارد. مقدار $\left[\frac{a}{3} \right]$ کدام است؟

$$2 \left[\frac{2+(-2)}{2} \right] + a \left[\frac{-2+2}{3} \right] = 0 \Rightarrow a = 2$$

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty$ باشد، نقاط $(k\pi, \cos k\pi)$ در کدام ناحیهٔ مختصات قرار دارند؟

$$\frac{1+k}{(x-1)(x+1)} = -\infty \Rightarrow 1+k < 0 \Rightarrow k < -1$$

۱۳۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx + n & x \neq a \\ 2 & x = a \end{cases}$ پیوسته است. اگر $f(2a) = 0$ باشد، مقدار $n - m$ کدام است؟

$$a^2 + ma + n = 0 \Rightarrow n = -a^2 - ma$$

۱۳۱- خط $y + ax = 2$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f'(4) + f(4) = -1$ باشد، مقدار $f'(4)$ کدام است؟

$$f'(4) = -a, f(4) = -4a + 2 \Rightarrow -a - 4a + 2 = -1 \Rightarrow a = \frac{3}{5}$$

۱۳۲- خط d از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع $f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2 + 3)$ مماس است. شیب خط d چقدر است؟

$$y = ax \Rightarrow f'(x) = a$$

محل انجام محاسبات $f(x) = ax$

$$f' = 2x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} (4x^2 + 3) + 1x (2\sqrt{x}) = a$$

$$2\sqrt{x}(4x^2 + 3) = \left(6a\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) x$$

$$4x\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} + 19x\sqrt{x} = a$$

$$2\sqrt{x}(4x^2 + 3) = \sqrt{x}(2 \cdot 4x^2 + 3)$$

$$a = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} = 1\sqrt{2}$$

$$1x^2 + 6 = 2 \cdot 4x^2 + 3 \Rightarrow 3 = 12x^2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۱۳۳- نقاط A و B به ترتیب، روی منحنی‌های $y = x^3 - 2x - 3$ و $y = x^3 + x^2 + 1$ قرار دارند. اگر این نقاط روی خطی به موازات محور y ‌ها باشند، کمترین مقدار طول پاره‌خط AB کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۳۴- با ارقام ۱، ۳، ۵، ۷، ۸، ۹، چند عدد سه‌رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت که از ۷۸۱ کوچک‌تر باشد؟

- (۱) ۱۳۳ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۱۱ (۴) ۱۰۳

۱۳۵- در یک کیسه کارت‌هایی به شماره ۱ تا ۸ وجود دارد. ۳ کارت به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم، با کدام احتمال یکی از اعداد روی کارت‌ها شمارنده دوتای دیگر است؟

- (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{9}{56}$ (۴) $\frac{25}{56}$

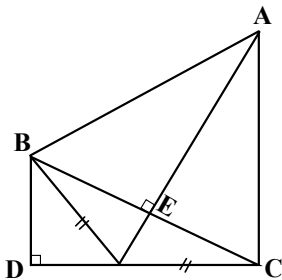
۱۳۶- در یک ظرف ۵ مهره سیاه و تعدادی مهره سبز وجود دارد. دو مهره به تصادف از ظرف خارج می‌شود، احتمال اینکه حداقل یک مهره سیاه باشد، برابر $\frac{5}{6}$ است. تعداد مهره سبز چقدر از تعداد مهره سیاه کمتر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۳۷- مثلثی با اضلاع ۴، ۵ و x با مثلثی با اضلاع ۳، ۷ و y متشابه است. اختلاف کمترین و بیشترین مقادیر ممکن برای y کدام است؟

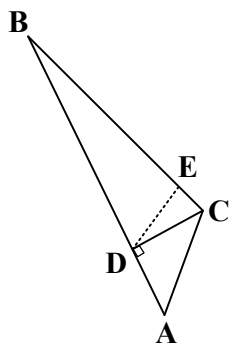
- (۱) ۷٫۲ (۲) ۶٫۳۵ (۳) ۳٫۱۵ (۴) ۲٫۸

۱۳۸- در شکل زیر، $BD = 2$ ، $CD = 4$ و زاویه \hat{ACD} قائمه است. مساحت مثلث ABE کدام است؟



- (۱) ۱۰ (۲) ۷٫۵ (۳) ۵ (۴) ۲٫۵

۱۳۹- اگر $AC = 3$ ، $BC = 9$ و DE بر BC عمود باشد، طول BE کدام است؟ ($\hat{C} = 90^\circ$)



(۱) ۸٫۱

(۲) ۷٫۲

(۳) ۶٫۴

(۴) ۵٫۶

۱۴۰- دو نقطه با مختصات $(-\frac{1}{3}, a)$ و $(-\frac{1}{3}, b)$ دو رأس مجاور یک مربع بوده و روی خط Δ قرار دارند. اگر شیب خط

Δ برابر $\sqrt{3}$ باشد، طول قطر این مربع کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

محل انجام محاسبات