

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		Azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند، هرگاه $A \cap B = \emptyset$. **دربسته برهان زنگار** \times

ب) هرچه خروج از مرکز بیضی کوچک تر و به صفر نزدیک تر باشد، شکل بیضی به شکل دایره نزدیک تر است.

پ) نمودار تابع $y = 3f(x)$ با انبساط نمودار $y = f(x)$ در امتداد محور y ها به دست می آید. **دربسته برهان زنگار** \checkmark

۰/۷۵

جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.

الف) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه آن **محفوظ** است.

ب) نقطه به طول c از دامنه تابع f که در آن $f'(c) = 0$ یا $f'(c)$ موجود نباشد را یک نقطه **بیمبانی** می نامیم.

۰/۵

با توجه به نمودار تابع f ، در جدول زیر برای هر یک از قسمت های ستون «A» قسمت صحیح از ستون «B» را انتخاب کنید. (یکی از قسمت های ستون «B» اضافه است.)

B	A
$(-\infty, -4)$ (۱)	الف) تابع در این بازه اکیداً صعودی است.
$(2, +\infty)$ (۲)	ب) تابع در این بازه اکیداً نزولی است.
$(-1, +\infty)$ (۳)	پ) تابع در این بازه ثابت است.
$(-4, 2]$ (۴)	

۰/۷۵

اگر $f(x) = 3\sqrt{x} + 2$ و $f(g(x)) = 3x^2 - 4$ ، آنگاه ضابطه تابع $g(x)$ را به دست آورید.

$f(g(m)) = 3\sqrt{g(m)} + 2 = 3m^2 - 4$

$\sqrt{g(m)} = \frac{3m^2 - 4}{3} \rightarrow (\sqrt{g(m)})^2 = \left(\frac{3m^2 - 4}{3}\right)^2 \rightarrow g(m) = \left(\frac{3m^2 - 4}{3}\right)^2$

۱

اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ باشد، آنگاه:

الف) دامنه تابع f^{-1} of f را به دست آورید. $x \geq 2$ **مقدار**

ب) مقدار $f^{-1}(5)$ را محاسبه کنید. $f(x) = 5 \Rightarrow \sqrt{x-2} = 5 \Rightarrow 25 = x-2 \Rightarrow x = 27$

۰/۵

$D_{f \circ g} = D_{f(g(m))} = \{m \mid m \in D_g \cap g(m) \in D_f\}$

$D_{f^{-1} \circ f} = \{x \in D_f \cap f(m) \in D_{f^{-1}}\} = D_f$

۰/۵

نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos(bx) + 2$ است. با دقت در شکل نمودار و محاسبه مقادیر a و b ، ضابطه مربوط به این تابع را به دست آورید.

محاسبه a و b را با استفاده از $f(0) = 0 \Rightarrow a(\cos(0)) + 2 = 0 \Rightarrow a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$

محاسبه b را با استفاده از $f(\frac{2\pi}{3}) = 4 \Rightarrow -2 \cos(\frac{2\pi}{3}) + 2 = 4 \Rightarrow -2(-1) + 2 = 4 \Rightarrow 2 + 2 = 4$ (صحیح)

محاسبه b را با استفاده از $f(\frac{2\pi}{3}) = 4 \Rightarrow -2 \cos(\frac{2\pi}{3}) + 2 = 4 \Rightarrow -2(-1) + 2 = 4 \Rightarrow 2 + 2 = 4$ (صحیح)

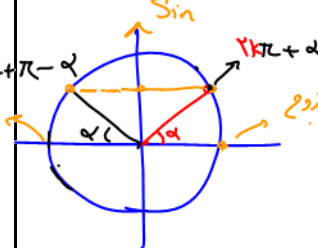
محاسبه b را با استفاده از $f(\frac{2\pi}{3}) = 4 \Rightarrow -2 \cos(\frac{2\pi}{3}) + 2 = 4 \Rightarrow -2(-1) + 2 = 4 \Rightarrow 2 + 2 = 4$ (صحیح)

۱/۵

صفحه ۱ از ۴

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		Azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		

۷ معادله مثلثاتی $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کنید و جوابهای کلی آن را بنویسید.



$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$
 $x = k\pi + \frac{\pi}{8}$
 $2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4}$
 $x = (k+1)\pi - \frac{\pi}{8}$
 $x = \frac{2k+1}{2}\pi - \frac{\pi}{8}$

$\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{4}$
 $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
 $\frac{1}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{4}$
 $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\sin 2x = \sin \frac{\pi}{4}$
 $2x = k\pi + \frac{\pi}{4}$
 $x = \frac{2k+1}{2}\pi - \frac{\pi}{8}$

۸ حدود زیر را محاسبه کنید ([] نماد جزء صحیح است).

الف) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt{x}-2} = \frac{8-8}{\sqrt{8}-2} = \frac{0}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)(\sqrt{x}+2)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4} = \sqrt{8}+2 = 2\sqrt{2}+2$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 + 4}{x^3 + x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5}{x^5} = 2$

بزرگترین توان

$[4]_{\{2, 1999\}} = 3$
 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{[x]-4}{(x-4)^2} = \frac{4-4}{(4-4)^2} = \frac{0}{0} = -\infty$

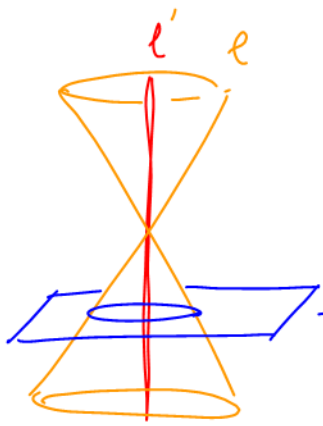
۹ مشتق تابع $f(x) = x^2 + 1$ را در $x = 2$ با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید.

$f'(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 2 + 2 = 4$

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		Azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		

۰/۷۵	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>الف) $f(x) = (x^3 + 6x)\sqrt[3]{x} \rightarrow f' = (x^3 + 6x)' \sqrt[3]{x} + (\sqrt[3]{x})'(x^3 + 6x) = (3x^2 + 6)\sqrt[3]{x} + \frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} + 6x$</p>	۱۰
۱	<p>ب) $g(x) = \frac{2x+3}{5x^2+4} \rightarrow g'(x) = \frac{(2x+3)'(5x^2+4) - (5x^2+4)'(2x+3)}{(5x^2+4)^2}$</p> <p>$g'(x) = \frac{2(5x^2+4) - (10x)(2x+3)}{(5x^2+4)^2} = \frac{10x^2+8-20x^2-30x}{(5x^2+4)^2} = \frac{-10x^2-30x+8}{(5x^2+4)^2}$</p>	
۱	<p>اگر $g(2) = 5$ و $g'(2) = 3$ باشد، آنگاه مشتق تابع $h(x) = (f \circ g)(x)$ را در $x=2$ به دست آورید.</p> <p>$h'(x) = g'(x) \times f'(g(x))$</p> <p>$h'(2) = g'(2) \times f'(g(2)) = 3 \times f'(5) = 3 \times 4 = 12$</p>	۱۱
۰/۲۵	<p>نمودار تابع f در زیر رسم شده است.</p> <p>الف) تابع f در چند نقطه از دامنه اش مشتق ناپذیر است؟</p> <p>ب) آیا تابع f روی بازه $[4, 6]$ مشتق پذیر است؟ چرا؟</p>	۱۲
۰/۵	<p>تابع $f(x) = \sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. آهنگ لحظه ای تغییر قد کودک را در ۲۵ ماهگی به دست آورید.</p> <p>$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$</p> <p>$f'(25) = \frac{1}{2\sqrt{25}} = \frac{1}{10}$</p>	۱۳
۱	<p>تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) بزرگترین بازه از D_f که تابع f در آن نزولی اکید است را به دست آورید.</p> <p>ب) طول نقطه های اکزیمم نسبی تابع f را مشخص کنید.</p> <p>$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$</p> <p>بازه نزولی: $(-2, 2)$</p> <p>نقطه های اکزیمم نسبی: $x = 2$ (حداکثر) و $x = -2$ (حداقل)</p>	۱۴

دایره مکان هندسی نقاطی که از مرکز تا فاصله یک هستند.

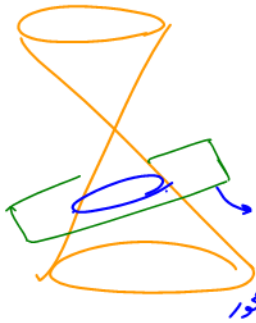


دایره = صفحه عمودی
مگر مجزوط

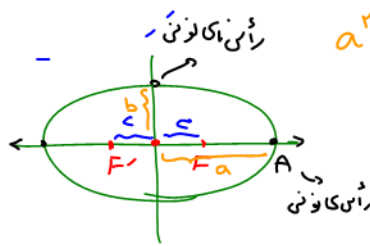
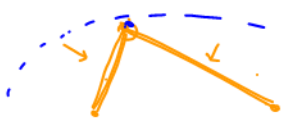
$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$$

α | β R شعاع

میزن مکان هندسی نقاطی که مجموع فاصله آنها از دو نقطه معین ثابت است



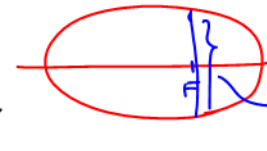
مابین
نه عمود
نه موازی مولد محور



$$a^2 = b^2 + c^2$$

دایره
پاره خط

$$e = \frac{c}{a}$$



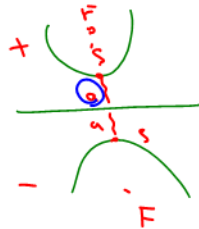
کانون
مورد کانونی

$$\frac{c}{a} = \frac{b^2}{a^2}$$



صفحه موازی مولد

مهری

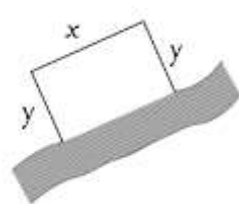
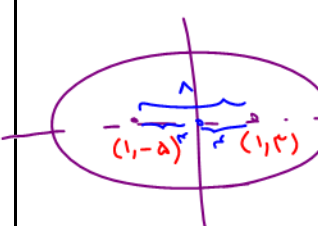
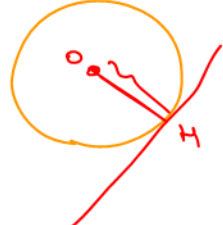
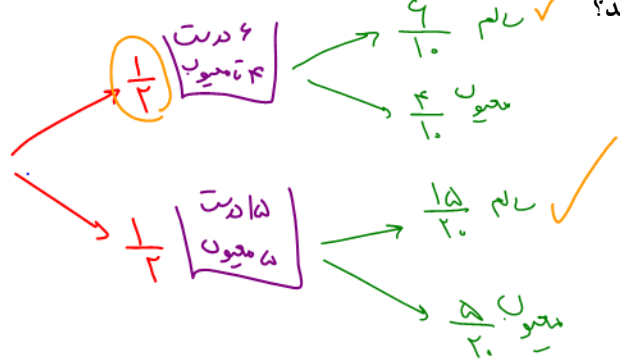


$$(y-\beta)^2 = \pm 2a(x-\alpha)$$

هادی

$$(x-\alpha)^2 = \pm 2a(y-\beta)$$

سوال‌های آزمون نهایی درس: ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
سوال‌های (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			نمره

۱۵	<p>می‌خواهیم مطابق شکل مقابل، سه ضلع یک محوطه به شکل مستطیل را در کنار رودخانه نرده‌کشی کنیم. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، به کمک جدول تغییرات، بیشترین مساحت ممکن برای این مستطیل را محاسبه کنید.</p>  $x + 2y = 100 \Rightarrow x = 100 - 2y$ $S = xy = (100 - 2y)y = 100y - 2y^2$ $S' = 0 \rightarrow S' = 100 - 4y = 0 \rightarrow y = 25$ $x = 100 - 2(25) = 50$ $S = 25 \times 50 = 1250 \text{ m}^2$	۱۵
۱۶	<p>کانون‌های یک بیضی نقاط (۱، ۳) و (۱، -۵) است. اگر اندازه نصف قطر بزرگ آن برابر ۵ باشد، اندازه قطر کوچک بیضی را به دست آورید.</p>  $2a = 5 \Rightarrow a = 2.5$ $c = 3$ $a^2 = b^2 + c^2$ $2.5^2 = b^2 + 3^2 \Rightarrow 6.25 = b^2 + 9 \Rightarrow b^2 = -2.75$ <p>(Note: The student's calculation in the image contains an error in the final step, but the diagram and initial steps are correct.)</p>	۱۶
۱۷	<p>معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه (۱، -۲) بوده و بر خط $4x - 3y = 25$ مماس باشد.</p> $(x-1)^2 + (y+2)^2 = R^2 \rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ $OH = \frac{ 4x_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{15}{5} = 3$  $4x - 3y - 25 = 0$ $ 4 + 9 - 25 = 15$	۱۷
۱۸	<p>دو جعبه یکسان داریم. درون یکی از آنها ۱۰ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب است و درون جعبه دیگر ۲۰ لامپ قرار دارد که ۵ تا از آنها معیوب‌اند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن به تصادف بیرون می‌آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ انتخابی سالم باشد؟</p>  $\frac{1}{2} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{15}{20} = \frac{12}{40} + \frac{15}{40} = \frac{27}{40}$	۱۸
۲۰	موفق باشید	جمع
	صفحه ۲ از ۲	