

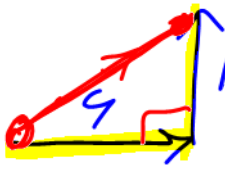
فصل ۱ حرکت شناسی

مشاوره روش مطالعه حرکت شناسی

حرکت شناسی یکی از پر سوال ترین و مفهومی ترین مباحث فیزیک سال دوازدهم است. در صورت یادگیری مفهومی همراه با انجام تمرین زیاد می توانید بر آن مسلط شوید. به هیچ عنوان کار را از روش های تستی آغاز ننمایید. روش های تستی که توسط برخی از اساتید یا کتابها آموزش داده میشود، جوابگوی کنکور های امروزی و جدید نیست. ضمناً اگر بخواهید برای این فصل، نکات تستی حفظ کنید باید هزاران فرمول و نکته حفظ کنید. بهتر است مطالب مربوط به حرکت شناسی را به صورت تیپ بندی و مبحث محور و کاملاً مفهومی مطالعه کنید، برای اینکار:

- ۱- هنگام حل هر چیزی که به نظر تان می رسد بنویسید و جلو بروید، با کمی بازی با سوال حتماً به جواب می رسید.
- ۲- حرکت شناسی را اصلاً فرمولی نخوانید و مفهوم را بفهمید، سوالات کنکور از دهه ۹۰ به بعد کاملاً مفهومی طرح گردیده اند.
- ۳- تمرینات انتهای فصل غافل نشوید، چند سالی است که طراحان کنکور و نهایی توجه ویژه ای به تمرینات کتاب درسی نشان میدهند.

با آرزوی موفقیت شاعرزبان



$$L = 6 + 8 = 14$$

$$d = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ m}$$



بخش ۱: جابه‌جایی و مسافت و سرعت و تندی متوسط

تعریف مسافت: عبارت است از طول کل مسیر طی شده توسط یک متحرک، که ارتباطی به ابتدا و انتهای

مسیر ندارد. (تکه تکه ی مسیر را باید با هم جمع کنیم و کل مسیر طی شده را در نظر بگیریم.) دقت کنید

که مسافت کمیتی نرده ای است یعنی فقط اندازه دارد و جهت ندارد

تعریف جابه‌جایی: عبارت است از برداری که از ابتدای مسیر حرکت یک متحرک به انتهای مسیر متصل

می‌کند دقت کنید که جابه‌جایی کمیتی برداری است یعنی هم اندازه دارد و هم جهت دارد

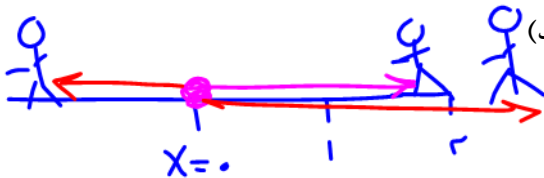
(از محل شروع حرکت یک بردار به محل پایان حرکت بکشید)

خوب دقت کنید که در مسیر مستقیم الخط (روی خط راست و بدون تغییر جهت) مسافت و جابه

جایی باهم مساوی میشن! ولی در سایر حالت‌ها همیشه مسافت بزرگتر از جابه‌جایی میشه! یعنی

به طور کلی: مسافت \leq جابه‌جایی

تعریف بردار مکان: عبارت است از برداری که از مبدا مکان به محل جسم در هر لحظه وصل میشود



(از مبدا مکان یعنی $X=0$ یک بردار به محل جسم رسم کنید)

نکته در خصوص بردار مکان:

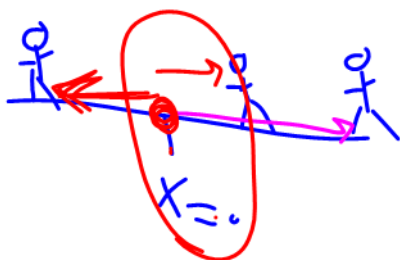
بچه‌ها اگر از مبدا یعنی $X=0$ یک بردار به محلی که جسم توی اون قرار داره رسم کنیم اسمش همیشه بردار

مکان. برای نقاطی که سمت راست مبدا قرار دارند بردار مکان مثبت هست و برای نقاطی که سمت چپ

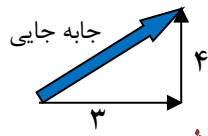
مبدا قرار دارند بردار مکان منفی هست.

راستی بچه‌ها اگر توی سوال ازتون پرسیدند بردار مکان چندبار تغییر جهت میده، باید تعداد دفعاتی که

متحرک از مبدا $X=0$ عبور کرده و علامت X هم عوض شده را حساب کنید



تمرین: فردی ۳ متر به سمت شرق، و سپس ۴ متر به سمت شمال حرکت می کند.

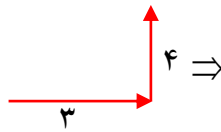


$$\Rightarrow \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

الف - جابجایی:

برای پیدا کردن جابجایی باید آغاز و پایان را با یک بردار به هم وصل کنیم. توی شکل بالا اون بردار آبی رنگ میشه جابه جایی که از

فیثاغورث حسابش کردیم برابر با ۵ شد.



ب - مسافت طی شده: $3 + 4 = 7$

برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه مسیر طی شده را محاسبه و با هم جمع کنیم. توی تمرین بالا اگر ۳ متر و ۴ متر رو با هم جمع کنیم

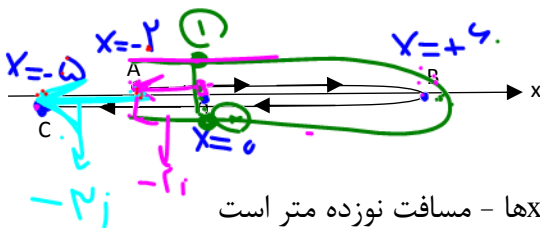
مسافت برابر با ۷ میشه!

نست: متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مسیری مطابق شکل زیر از نقطه A ($x=-2$) تا نقطه

B ($x=+6$) و سپس تا C ($x=-5$) می پیماید. به ترتیب از راست به چپ بردار مکان این متحرک در نقطه

A کدام است (بردار مکان در کل مسیر چند بار تغییر جهت داده است و بردار جابه جایی متحرک از A تا C

کدامست و در چه جهتی است و مسافت طی شده از A تا C چند متر است؟



$$19 = 8 + 8 + 3$$

(۱) $-2i$ بردار مکان _ یک بار _ $r=-3i$ در خلاف جهت محور x ها - مسافت نوزده متر است

(۲) $-5i$ بردار مکان _ یک بار _ $r=-3i$ در خلاف جهت محور x ها - نوزده متر است

(۳) $-2i$ بردار مکان _ دوبار _ $r=-3i$ در خلاف جهت محور x ها - مسافت نوزده متر است

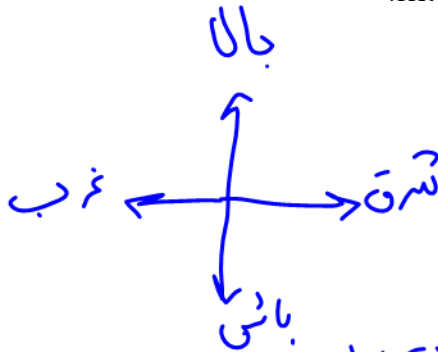
(۴) $-3i$ بردار مکان _ دو بار _ $r=3i$ در جهت محور x ها - مسافت دومتراست

جواب گزینه ۳ درست است

نکته: بچه ها اگر جابه جایی رو به زمان تقسیم کنیم ا سمش می شه **سرعت متوسط**، ولی اگر

مسافت رو به زمان تقسیم کنیم ا سمش همیشه **تندی متوسط**!!

تندی متوسط: مسافت پیموده شده در واحد زمان (m/s) را تندی متوسط می نامند.



$$S_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \text{تندی متوسط}$$

سرعت متوسط: عبارت است از جابه جایی متحرک در واحد زمان.

$$V_{av} = \frac{\text{جا به جایی}}{\text{زمان}} = \text{سرعت متوسط}$$

تست: پرنده ای زیر لامپ تیر چراغ برقی قرار دارد، پرنده ابتدا ۵۰ متر قائم به پایین در مدت ۲ ثانیه حرکت

میکند، سپس ۳۰ متر به شرق در مدت ۳ ثانیه و نهایتاً ۴۰ متر به طرف شمال در مدت ۵ ثانیه حرکت

میکند، سرعت متوسط و تندی متوسط و تقریباً به ترتیب از راست به چپ بر حسب SI برابرست با.....

حل:

$$L = 20 + 30 + 40 = 120$$

برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه ی مسیر با باید با هم جمع کنیم

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{120}{10} = 12$$

یعنی $40 + 30 + 50 = 120$

ولی برای جابه جایی باید آغاز را به پایان وصل کنیم که وتر مثلثی ایجاد میشود که هر ضلع آن ۵۰ متر است پس

$$d = \sqrt{50^2 + 30^2 + 40^2} = \sqrt{5000} = 70$$

این وتر برابر میشود با $50\sqrt{2}$ که تقریباً همان عدد ۷۰ میشود

$$V_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{70}{10} = 7$$

نکته: اگر حرکت سه بعدی و عمود برهم باشد، جابه جایی را از فرمول زیر محاسبه می کنیم:

$$\text{جابجایی} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{جابجایی} = \sqrt{40^2 + 30^2 + 50^2} = 50\sqrt{2} \approx 70$$

حالا اگه مسافت و جابه جایی رو به زمان تقسیم کنیم تندی و سرعت متوسط محاسبه میشه:

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جا به جایی}}{\text{زمان}} = \frac{70}{10} = 7$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{120}{10} = 12$$

$$1h + 20 \text{ min} \quad 1h + \frac{1}{3}h = \frac{4}{3}h$$

تست:

فردی مطابق شکل روی مسیر نامستقیم از قیدار به زنجان می‌رود اگر مبدا مکان را تهران فرض کنیم،

چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

یک مورد دو مورد ✓ سه مورد چهار مورد



الف: برداری که قیدار به زنجان را به هم وصل کرده بردار مکان نام دارد ✓
 ب: سرعت متوسط متحرک ۴۵ کیلومتر بر ساعت است ✓
 ج: تندی متوسط ۶۶ کیلومتر بر ساعت است ✓
 د: سرعت کمیته برداری و تندی کمیته نرده ای است ✓

Handwritten calculations:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60}{\frac{4}{3}} = 45$$

$$s_{av} = \frac{L}{t} = \frac{110}{\frac{4}{3}} = 82.5$$

الف غلط است زیرا برداری که ابتدا را به انتها وصل میکند جابه جایی نام دارد

ب: برای محاسبه سرعت متوسط باید جابه جایی یعنی ۶۰ کیلومتر را به زمان تقسیم کنیم که ۴۵

میشود و این گزینه صحیح است

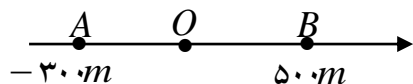
ج: برای محاسبه تندی متوسط باید مسافت یعنی ۸۸ کیلومتر را به زمان تقسیم کنیم که ۶۶ میشود

و این گزینه صحیح است

د: این گزینه نیز صحیح است، یادتان باشد که مسافت و تندی نرده ای هستند ولی جابه جایی و

سرعت متوسط برداری هستند

مثال: در یک محور مکان (مطابق شکل) متحرکی در مدت ۳۰ ثانیه از نقطه ی A به نقطه ی O و سپس در مدت ۲۰ ثانیه از نقطه ی O به نقطه ی B رسیده است. سرعت متوسط در کل مسیر چندمتر بر ثانیه است؟



پاسخ: باید جابه جایی رو بر زمان تقسیم کنیم: پس داریم:

$$v = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{500 - (-300)}{20 + 30} = \frac{800}{50} = 16$$

اها اجازه؟ چرا X؟ از هم تفریق کردیم ولی t ها رو با هم جمع کریم؟؟ مگر برای محاسبه Δt نباید t ها رو از هم کم میکردیم؟؟؟

ببینید بچه Δt به فارسی یعنی کل زمان طی شده!! حالا اگر زمان ها رو اول و آخر یک بازه به ما بدنند باید آنها را از هم کم کنیم تا Δt بدست بیاد!

ولی اگر زمانها را تکه تکه بدنند باید آنها را جمع کنیم تا Δt بدست بیاد!

تست: معادله ی مکان - زمان متحرکی در SI بصورت $x = 3t^2 + 6t + 10$ است.

سرعت در ثانیه دوم چند درصد بیشتر از سرعت آن در ۲ ثانیه اول حرکت است؟

۲۰ درصد ۲۵ درصد ۳۰ درصد ۵۰ درصد

پاسخ:

$$\left[\begin{array}{l} t_1=0 \quad x_1=10 \\ t_2=2 \quad x_2=34 \end{array} \right. \quad v = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{34-10}{2-0} = 12$$

ب: سرعت در ثانیه دوم؟

$$\left[\begin{array}{l} t_1=1 \quad x_1=19 \\ t_2=2 \quad x_2=34 \end{array} \right. \quad v = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{34-19}{2-1} = 15$$

$$\text{درصد تغییر} = \frac{15-12}{12} \times 100 = 25$$

Handwritten notes in Persian: "تغییر درصد" (Change in percentage) and a calculation showing $\frac{15-12}{12} \times 100 = 25$ with the result 25 circled.

ثانیه دوم یعنی از یک ثانیه تا دو ثانیه!! باید اعداد یک و دو را به معادله بدهیم تا x ها بدست آید سپس از رابطه سرعت متوسط استفاده کنیم (راه تستی برای شتاب ثابت ها: اگه مشتق رو بلدی معدل دوتا زمان رو بزار توی مشتق x)

تست: معادله حرکت متحرکی به صورت $x = 3.5t^2 + 4.9t + 133.8$ است، سرعت متوسط بین لحظات ۳۳ ثانیه تا ۱۶۷ ثانیه بر حسب SI برابر میشود با.....

۷۰۹۰/۹ ۹۰۲/۰۲ ۷۰۴/۵ ۷۰۴/۹

سرک رستی $\Rightarrow V_{av}$

$$V = 7t + 4,9$$

$$\frac{167 + 33}{2} = 100$$

$$V = 7(100) + 4,9 = 704,9$$

تست: معادله مکان-زمان متحرکی به صورت $x = \frac{2}{3}t^3 - 6t^2 + 20t$ است، کمترین سرعتی که این متحرک در مسیر پیدا می کند، چند واحد SI است؟

$$V = 2t^2 - 12t + 20$$

$$V' = 4t - 12 = 0$$

$$t = 3$$

$$V(3) = 2(3)^2 - 12(3) + 20 = 2$$

ابتدا از تابع مشتق میگیریم تا به تابع سرعت برسیم

سپس مینیمم تابع سرعت را محاسبه میکنیم (اگر هنوز مشتق گیری را در ریاضی نخوانده اید، فعلا از این سوال صرفنظر کنید!!)

$$v = 2t^2 - 12t + 20 \rightarrow \text{min} \rightarrow \text{مشتق} = 0 \rightarrow 4t - 12 = 0 \rightarrow t = 3 \rightarrow v_3 = 2$$

مثال: متحرکی مسیر مستقیمی را در t ثانیه ی اول حرکت با سرعت V و در $3t$ ثانیه ی بعد با سرعت $2V$ طی می کند. سرعت متوسط متحرک در این مسیر چند V است؟

پاسخ: دختر سراسرا! دقت کنید توی این سوال جابه جایی را نداریم!! پس به جاش باید از $\Delta x = vt$ استفاده کنیم در واقع اگر به جای Δx مقدار vt

OS

را بگذاریم به فرمول تستی زیر میرسیم:

$$\vec{V} = \frac{V_1 t_1 + V_2 t_2}{t_1 + t_2} \rightarrow \vec{V} = \frac{Vt + 2V3t}{t + 3t} = \frac{7v}{4}$$

تست: متحرکی $\frac{2}{5}$ مسافتی را با سرعت 20 متر بر ثانیه و $\frac{3}{5}$ آن را با سرعت 30 متر بر ثانیه در یک جهت

طی می کند. سرعت متوسط این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۲۸ -۴

۲۶ -۳

۲۵ -۲

۲۴ -۱

پاسخ: دختر سراسرا! دقت کنید توی این سوال زمان را نداریم!! پس به جاش باید از $t = \frac{4x}{v}$ استفاده کنیم در واقع اگر به جای t مقدار x تقسیم بر v

$$\vec{V} = \frac{x_1 + x_2}{\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2}}$$

$$v = \frac{\frac{2x}{5} + \frac{3x}{5}}{\frac{2x}{5} + \frac{3x}{5}} = 25$$

را بگذاریم به فرمول تستی زیر میرسیم:

OS

تست: متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، فاصله بین دو نقطه A و B را با تندی متوسط $36 \frac{km}{h}$ طی می کند و سپس نصف مسیر را با تندی متوسط $90 \frac{km}{h}$ و بر می گردد. اگر مدت زمان رفت t_1 از مدت زمان بازگشت تا وسط مسیر (t_2) ، چهار دقیقه بیشتر باشد، کل مدت زمان حرکت متحرک $(t_1 + t_2)$ چند دقیقه است؟ (جهت حرکت متحرک در مسیر رفت و برگشت تغییر نکرده است). (آزمون قلمچی)

- ۸ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۵/۵ (۱)

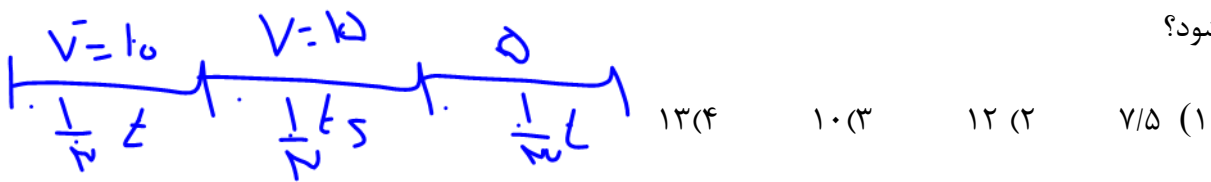
$$t_1 = \frac{x}{v} = \frac{x}{36} \quad \text{و} \quad t_2 = \frac{\frac{1}{2}x}{v} = \frac{\frac{1}{2}x}{90} = \frac{x}{180} \quad \frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{x}{36}}{\frac{x}{180}} = 5 \quad t_1 = 5t_2$$

$t_1 = t_2 + 4$ $5t_2 = t_2 + 4$ $t_2 = 1, t_1 = 5$ از طرفی

نکته: اگر متحرکی n بازه‌ی زمانی متوالی و مساوی را با سرعت های مختلف طی کند (وهر تکه از مسیر خودش سرعت ثابت باشد) سرعت متوسط از فرمول زیر محاسبه میشود

$$V_{av} = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + \dots}{n}$$

تست: متحرکی یک سوم از زمان حرکت خود را با سرعت ۱۰ متر برثانیه و یک سوم دیگر را با ۱۵ متر برثانیه و یک سوم آخر را با سرعت ۵ متر برثانیه طی میکند، سرعت متوسط در کل مسیر چند متر بر ثانیه می شود؟



$$V_{av} = \frac{10 + 15 + 5}{3} = 10$$



تست: متحرکی نصف مسیری را با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه و بقیه مسیر را در دو زمان مساوی به ترتیب با سرعت

های ۵ متر بر ثانیه و ۲۵ متر بر ثانیه می پیماید سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

$$۱۱ (۴) \quad ۱۴ (۳) \quad ۱۲ (۲) \quad ۱۰ (۱)$$

پاسخ ابتدا در قسمت دوم مسیر سرعت متوسط را به دست می آوریم یعنی سرعت ها را جمع می کنیم سپس

تقسیم بر دو می کنیم

$$V_2 = \frac{V_1' + V_2}{2} = \frac{5 + 25}{2} = 15$$

اکنون مسئله از حالت سه قسمتی به دو قسمتی تبدیل شده است و مجدد مسئله را از نکته قبل حل می کنیم

$$V_{\text{متوسط}} = \frac{\frac{X}{2} + \frac{X}{2}}{\frac{X}{2} + \frac{X}{2}} = \frac{X}{\frac{X}{20} + \frac{X}{30}} = \frac{X}{\frac{5X}{60}} = 12$$

تست: متحرکی مطابق شکل روبرو در مدت زمان ۱۰ ثانیه از A به B می‌رود اگر زاویه کمان AB ۱۲۰ درجه و شعاع دایره ۲۰ متر باشد سرعت متوسط و جابجایی و مسافت طی شده به ترتیب از راست به چپ بر اساس SI

تقریباً برابرست با...
 (عدد پی را تقریباً ۳ در نظر بگیرید)
 $20 \times 1.7 = 34$
 $40 - 40 - 4$ (۱)
 $35 - 34 - 3/4$ (۲)
 $34 - 40 - 4$ (۳)

پدیده! در حرکت در مسیر دایره‌ای جابجایی و مسافت و سرعت و تندی متوسط از فرمول‌های تندی زیر محاسبه می‌شوند: که R شعاع دایره و آلفا

زاویه طی شده می‌باشد

$$\text{جابجایی} = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \times 20 \times \sin \frac{120}{2} \approx 34$$

$$\text{مسافت} = \frac{\alpha}{360} 2\pi R = \frac{120}{360} 2\pi \times 20 \approx 40$$

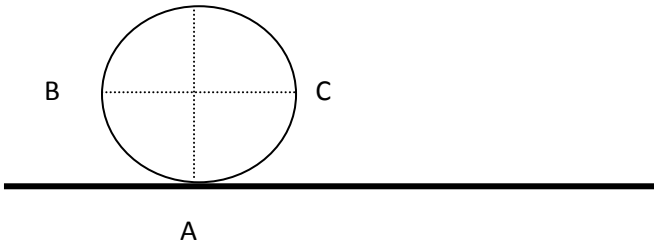
$$\text{تندی متوسط} = \frac{\alpha}{360} \frac{2\pi R}{\text{زمان}} = \frac{40}{10} = 4$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{2R \sin \frac{\alpha}{2}}{\text{زمان}} = \frac{34}{10} \approx 3.4$$

جواب گزینه ۱

تست: مطابق شکل اگر چرخى به شعاع R نیم دور بدون لغزش بگذرد کدام یک از گزینه های زیر صحیح

است؟



(۱) اندازه جابه جایی هر سه نقطه A, B, C با هم برابر است

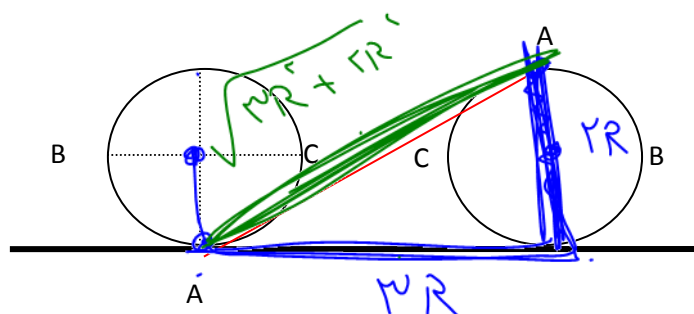
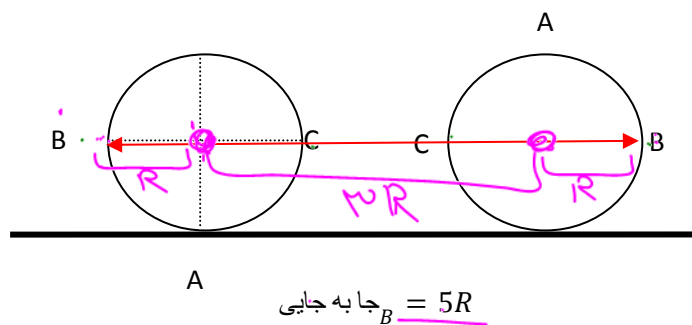
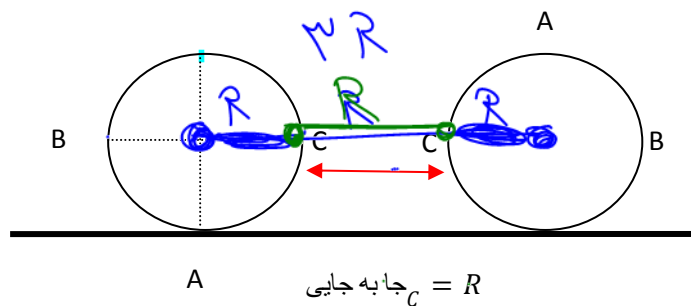
(۲) نقطه B به اندازه $5R$ و نقطه C به اندازه R و نقطه A تقریباً به اندازه $3/6R$ جابه جا میشوند

(۳) نقطه B به اندازه $2R$ و نقطه C به اندازه $2R$ و نقطه A تقریباً به اندازه $2R$ جابه جا میشوند

(۴) نقطه B به اندازه $2R$ و نقطه C به اندازه $2R$ و نقطه A تقریباً به اندازه 0 جابه جا میشوند

پس از نیم دور چرخش، مرکز دایره به اندازه نصف محیط یعنی πR (تقریباً $3R$) جلو میرود شکل به صورت

زیر در می آید (گزینه ۲)



$$جا به جایی_A = \sqrt{(2R)^2 + (3R)^2} = \sqrt{13R} \approx 3.6R$$

محاسبه سرعت و تندی متوسط در نمودارها

نکته ۱: در نمودارهای مکان - زمان برای پیدا کردن سرعت متوسط باید x ثانویه و x اولیه رو از روی نمودار

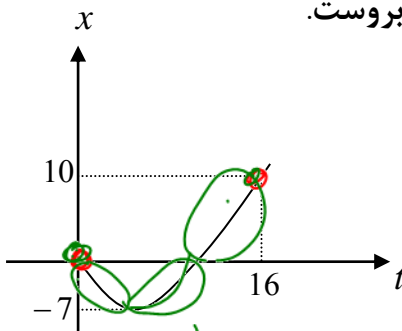
بخونی و از هم کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی ولی برای تندی متوسط باید تکه تکه مسیر طی شده رو جمع کنی

بعد به زمان تقسیم کنی



$$\left\{ \begin{aligned} \text{سرعت متوسط } V &= \frac{x_{\text{ثانویه}} - x_{\text{اولیه}}}{\text{زمان}} \\ \text{تندی متوسط } S &= \frac{\text{جمع تکه تکه مسیر}}{\text{زمان}} \end{aligned} \right.$$

مثال تشریحی: نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل روبروست.



$$L = 7 + 7 + 10 = 24$$

الف - جا به جایی را در ۱۶ ثانیه ی اول حرکت محاسبه کنید.

توی نمودار مکان-زمان برای پیدا کردن جا به جایی همیشه x ثانویه رو

$$\Delta x = 10 - 0 = 10 \quad \text{! از } x \text{ اولیه کم کنید!}$$

ب- مسافت طی شده را در ۱۶ ثانیه ی اول محاسبه کنید.

توی نمودار مکان-زمان برای محاسبه مسافت؛ باید قدرمطلق تکه تکه شکل را

$$L = 7 + 7 + 10 = 24 \quad \text{باهم جمع کنید}$$

ج- سرعت متوسط را در ۱۶ ثانیه اول محاسبه کنید

$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{10}{16}$$

جا به جایی رو به زمان تقسیم کردیم

د: تندی متوسط در ۱۶ ثانیه اول؟

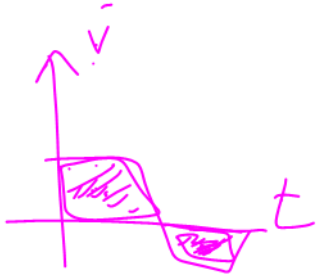
$$S = \frac{l}{\Delta t} = \frac{24}{16}$$

مسافت رو به زمان تقسیم کردیم

نکته ۲: در نمودارهای سرعت - زمان برای پیدا کردن سرعت متوسط باید مساحت بالای نمودار رو از مساحت

زیر نمودار کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی و برای محاسبه تندی متوسط باید مساحت بالای نمودار رو با مساحت

زیر نمودار کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی



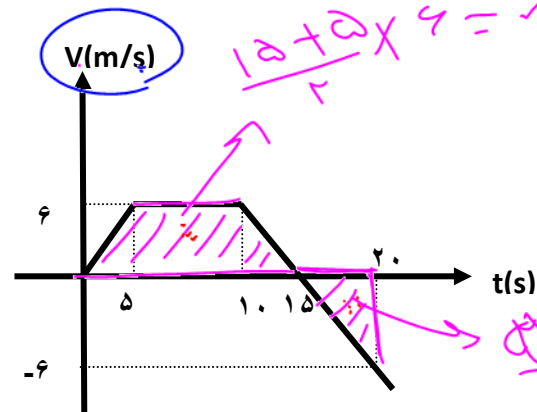
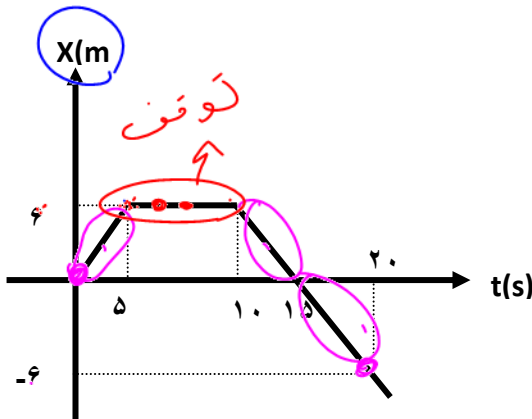
$$V_{\text{متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| - |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}}$$

$$S_{\text{متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| + |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}}$$

نکته: با توجه به نمودارهای مقابل، حاصل جمع بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط در ۲۰ ثانیه اول

حرکت در نمودار سرعت-زمان چند برابر نمودار مکان-زمان است؟

۵ (۴ ۴ (۳ ۲ (۲ ۳ (۱)



$$V_{\text{متوسط}} = \frac{x_{\text{اویه}} - x_{\text{ثانویه}}}{\text{زمان}} = \frac{-6 - 0}{20} = -0.3$$

$$S_{\text{متوسط}} = \frac{\text{جمع تکه تکه مسیر}}{\text{زمان}} = \frac{6 + 6 + 6}{20} = 0.9$$

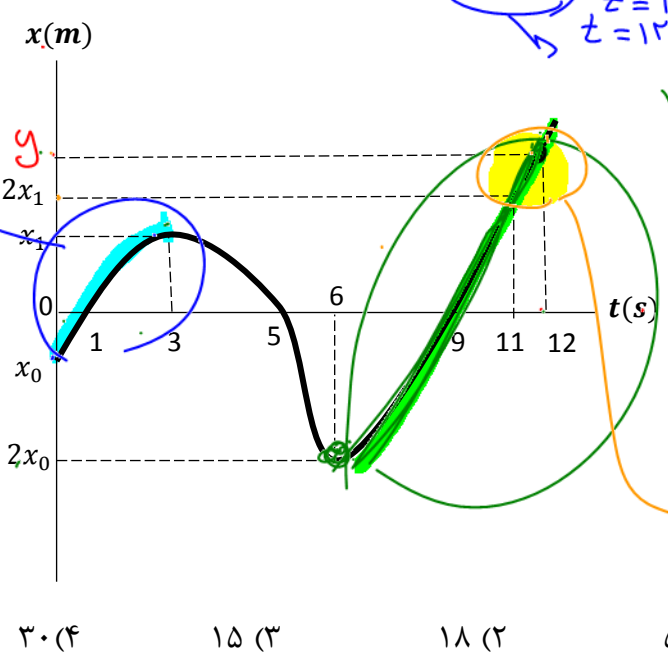
$$V_{\text{متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| - |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}} = \frac{60 - 15}{20} = 2.25$$

$$S_{\text{متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| + |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}} = \frac{60 + 15}{20} = 3.75$$



$$\frac{2.25 + 3.75}{0.3 + 0.9} = 5$$

تست: نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور xها در حال حرکت است، مطابق شکل مقابل است. اگر ~~تندی متوسط متحرک در سه ثانیه اول حرکت $4 \frac{m}{s}$ و تندی متوسط آن در ۶ ثانیه دوم $13 \frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط متحرک در (ثانیه ۱۲) حرکت چند $\frac{m}{s}$ است؟ (آزمون قلمچی)~~



Handwritten notes in blue ink:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta x = x_1 - x_0$$

$$12 = x_1 - x_0$$

Handwritten notes in green and orange ink:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$13 = \frac{y - 2x_1}{6}$$

$$v_{av} = \frac{y - 2x_1}{12 - 11}$$

$$v_{av} = \frac{y - 2x_1}{1}$$

پاسخ: چون در بازه های گفته شده تغییر جهت نداریم

بنابراین به جای تندی متوسط میتوانیم سرعت متوسط را بنویسیم

اول چیزیکه طراح خواسته رو مینویسیم (یعنی سرعت در ثانیه دوازدهم) ضمناً اون نقطه

بالای روهم که نداریم اسمشو Y میذاریم:

$$v_{av(11-12)} = \frac{Y - 2X_1}{1}$$

حالا باید با نوشتن فرمول سرعت متوسط برای سه ثانیه اول و ۶ ثانیه دوم مقدر $Y - 2X_1$ را یکجوری پیدا

کنیم

Handwritten calculations in blue and orange ink:

$$v_{av(0-3)} = \frac{X_1 - X_0}{3} \quad 4 = \frac{X_1 - X_0}{3} \rightarrow X_0 = X_1 - 12$$

$$v_{av(6-12)} = \frac{Y - 2X_0}{6} \quad 13 = \frac{Y - 2X_0}{6} \rightarrow Y - 2X_0 = 78 \rightarrow Y - 2(X_1 - 12) = 78 \quad Y - 2X_1 = 54$$

$$Y - 2(X_1 - 12)$$

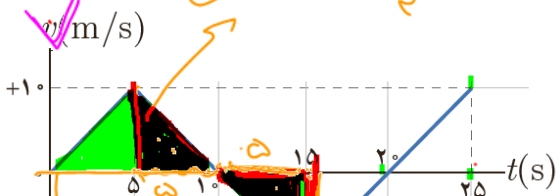
$$Y - 2X_1 = 54$$

تست: با توجه به نمودار روبرو که مربوط به متحرکی است که روی محور Xها در حال حرکت است سرعت

متوسط و تندی متوسط در ۱۵ ثانیه اول حرکت

به ترتیب از راست به چپ برابرست با ؟

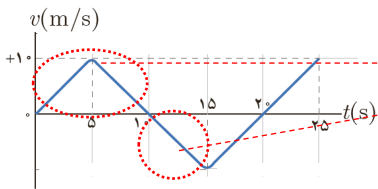
(۱) ۱٫۶- و ۵ (۲) ۵ و ۱/۶ (۳) ۰ و ۶/۶ (۴) هیچکدام



دقت کنید که ۱۵ ثانیه کجاست!!! و اشتباهها برای کل زمان ۲۵ سوال را حل نکنید

مساحت = 50

مساحت = 25



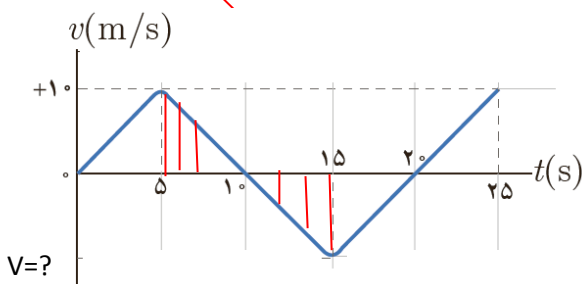
$$\text{تندی} = \frac{50 + 25}{15} = 5$$

$$\text{سرعت} = \frac{50 - 25}{15} = 1.6$$

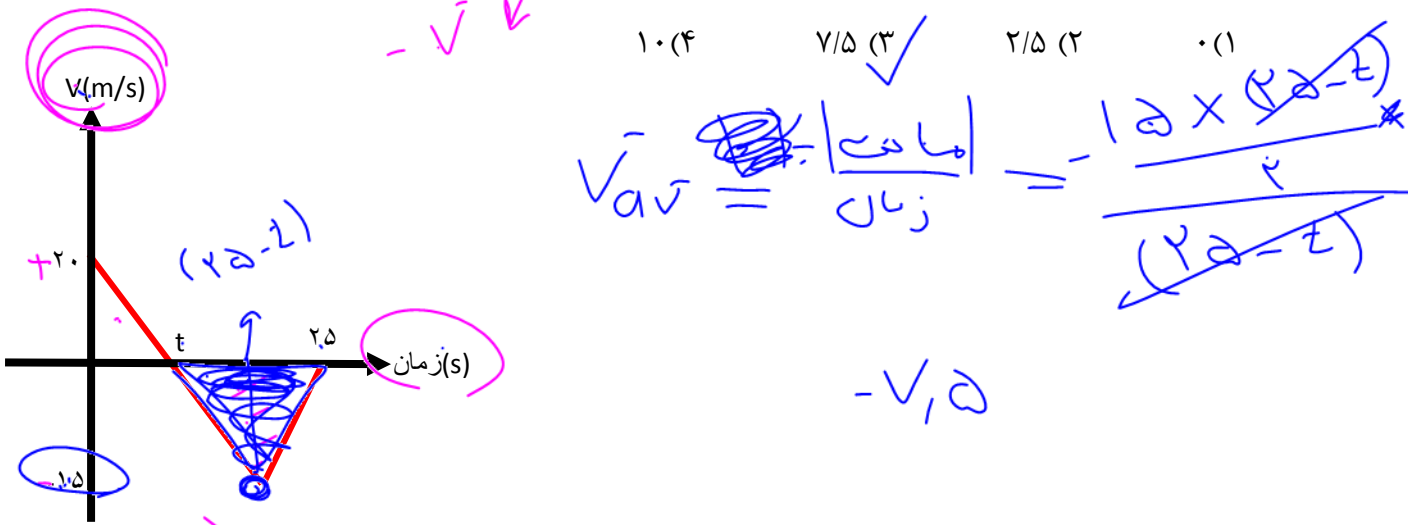
دقت شود که در سوال بالا ما مقدار V در زیر نمودار را نداشتیم

اما به کمک تشابه دو مثلث مقدار آنرا محاسبه کردیم

$$\frac{10-5}{10} = \frac{15-10}{V_?} \rightarrow V_? = 10$$

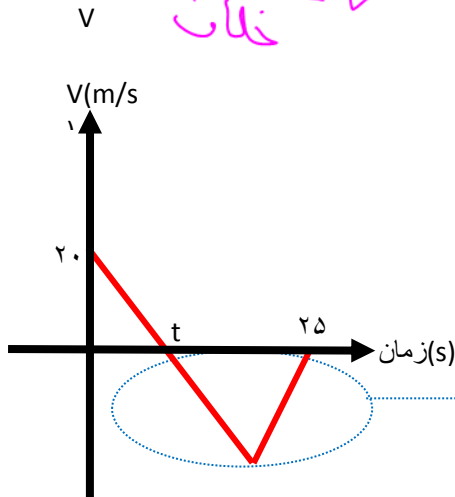


تست: نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور Xها حرکت میکند، مطابق شکل روبروست. بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی که حرکت متحرک در خلاف جهت محور Xهاست، چند متر بر ثانیه است؟



توی نمودار $v-t$ هر کجا نمودار زیر محور t باشه متحرک در خلاف جهت محور x حرکت میکنه

یعنی سرعت متوسط اینجا رو خواسته



همچنین میدونیم که در نمودار $v-t$ برای پیدا کردن سرعت متوسط باید مساحت زیر نمودار رو به زمان تقسیم کنیم یعنی مساحت اون مثلث رو به زمان تقسیم کنیم:



$$v = \frac{\text{مساحت}}{\text{زمان}} = \frac{(25-t) \times 15}{2(25-t)} = 7.5$$

راه تستی سوال بالا : اگر نمودار $v-t$ درجه ۱ و ناحیه مورد نظر مثلثی برای پیدا کردن سرعت متوسط کافیه اندازه v نوک مثلث رو تقسیم بر ۲ بکنی!! مثلاً در سوال بالا ۱۵ رو به ۲ تقسیم کن!!!



تست: معادله مکان-زمان متحرکی بصورت $x = 3t^2 - 6t + 10$ است، تندی و سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول تقریباً به ترتیب از راست به چپ برابرست با...
 $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{55 - 10}{5} = 9$
 $t = 0 \Rightarrow x_1 = 10$
 $t = 5 \Rightarrow x_2 = 55$

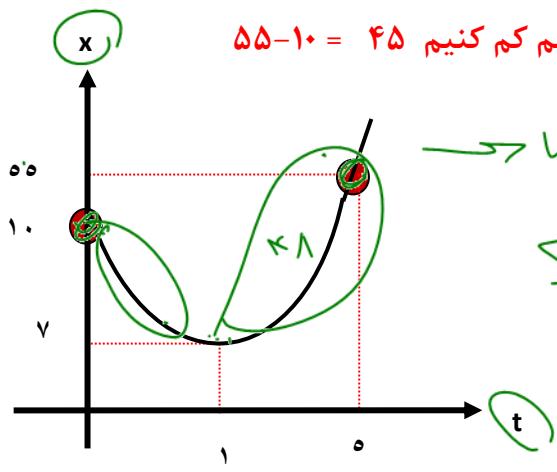
- (۱) ۹ و ۹ (۲) ۹ و ۱۰ (۳) ۹ و ۱۱ (۴) ۱۱ و ۱۱

توی اینجور سوال ها بهترین کار اینه که تابع داده شده رو رسم کنیم برای این کار امیدوارم بدونی که در تابع درجه ۲ به فرم کلی $x = at^2 + bt + c$ اگر a منفی باشد نمودار به صورت  میشه و اگر a مثبت باشه به صورت  میشه!

همینطور برای پیدا کردن راس سهمی (نقاط \max یا \min) میتونیم از فرمول استفاده کنیم پس داریم:

$$\text{راس سهمی} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \times 3} = 1 \rightarrow x(1) = 7$$

بنابراین راس این سهمی نقطه ۱ و ۷ میباشد پس:



برای پیدا کردن جا به جایی باید x نامویه و اولیه را از هم کم کنیم $55 - 10 = 45$

$$v_{av} = \frac{55 - 10}{5} = 9$$

$$\sum a_v = \frac{3 + 48}{5} = \frac{51}{5}$$

ولی برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه مسیر را باهم

$$\text{جمع کنیم } 3 + 48 = 51$$

حالا که جا به جایی و مسافت رو پیدا کردیم پس اگر اونها را

به زمان تقسیم کنیم، سرعت و تندی محاسبه میشه!

$$\text{تندی متوسط} = \frac{51}{5} = 10.2 \quad \text{و} \quad \text{سرعت متوسط} = \frac{45}{5} = 9$$

تندی و سرعت لحظه‌ای: در قسمت قبل نحوه محاسبه سرعت و تندی متوسط رو یاد گرفتیم حالا بریم سراغ لحظه‌ای ها!!!!

اگر از معادله x یکبار مشتق بگیریم به معادله سرعت لحظه‌ای میرسیم ولی اگر همین کار رو در حالی انجام بدیم که تابع رو داخل قدرمطلق گذاشته باشیم در اینصورت تندی لحظه‌ای به دست میاد

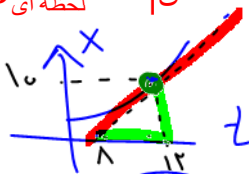
$$\text{مشتق از } x = \text{لحظه‌ای } V$$

$$S = |\text{مشتق از } x| \text{ لحظه‌ای}$$

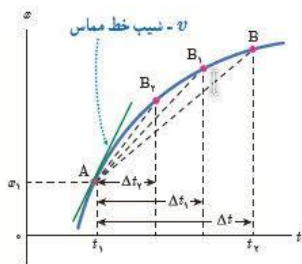
همچنین اگر نمودار مکان-زمان یک متحرک را داشته باشیم شیب خط مماس در هر لحظه همون سرعت لحظه‌ای رو به ما میده ولی اگر همون عدد رو داخل قدر مطلق بزاریم به ما تندی لحظه‌ای رو میده

$$\text{لحظه‌ای } V = \tan \alpha = \text{شیب خط مماس} = \text{لحظه‌ای } V$$

$$S = |\tan \alpha| = |\text{شیب خط مماس}| = \text{لحظه‌ای } S$$



$$\rightarrow \bar{v}_{t=12} = \frac{14}{12-8} = \frac{14}{4} = 3.5$$



تست: معادله مکان-زمان متحرکی بصورت $x = 3t^2 - 6t + 10$ است، سرعت لحظه‌ای و تندی در لحظه $t=0.5$

$$\bar{v}_{\text{لحظه}} = x' = 6t - 6$$

ترتیب از راست به چپ برابرست با.....

$$K_{\text{لحظه}} = |x'| = |6t - 6| = |6(0.5) - 6| = |-3| = +3$$

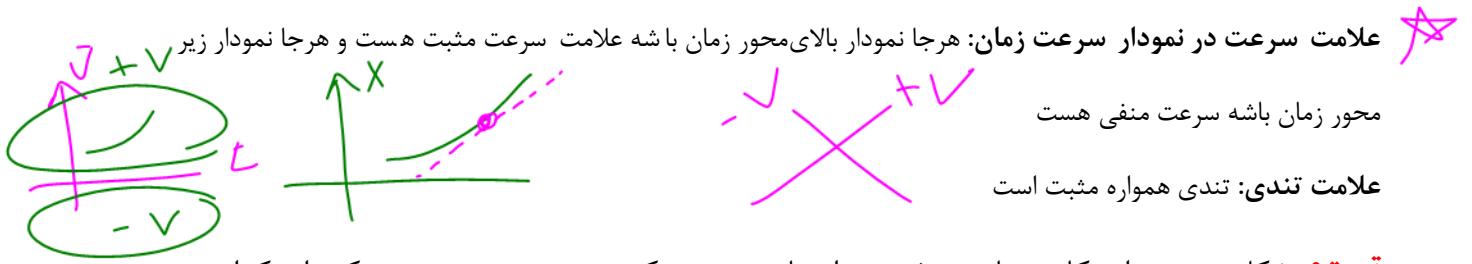
$$V_{\text{لحظه‌ای}} = \text{مشتق از ایکس} = 6t - 6 = 6(0.5) - 6 = -3$$

$$S_{\text{لحظه‌ای}} = |\text{مشتق از ایکس}| = |6t - 6| = |6(0.5) - 6| = |-3| = +3$$

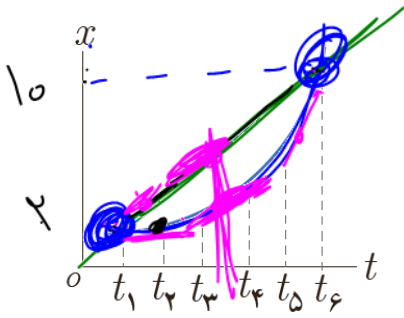
نحوه تشخیص علامت سرعت و تندی در نمودار ها:

علامت سرعت در نمودار مکان زمان: هر جا شیب + باشه علامت سرعت مثبت هست و هر جا شیب - باشه علامت سرعت

منفی هست همچنین هرچه شیب نمودار تیزتر باشد مقدار سرعت و تندی بیشتر است



تست: شکل زیر نمودار مکان زمان دو خودرو را نشان می دهد که در جهت محور X در حرکت اند کدام گزینه صحیح است؟



(۱) سرعت متوسط هر دو متحرک یکسان همچنین تندى های لحظه ای نیز در تمام لحظات در هر دو متحرک یکسان است

(۲) سرعت متوسط هر دو متحرک از t_1 تا t_6 یکسان ولی سرعت لحظه ای به جز در یک نقطه در سایر نقاط متفاوت است

(۳) سرعت در هر دو نمودار منفی و تندى مثبت است

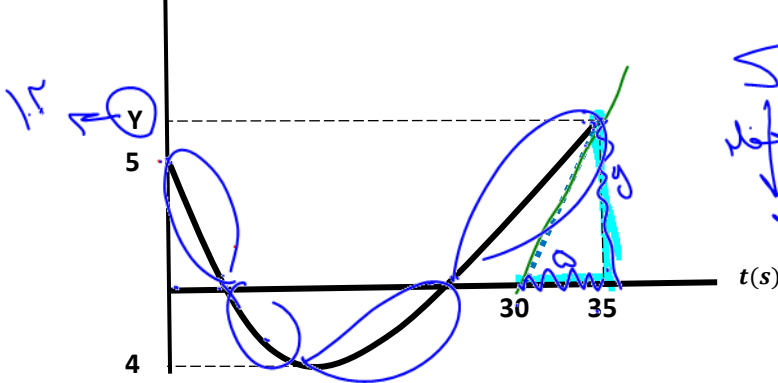
(۴) هر سه گزینه صحیح است

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

پاسخ: گزینه ۲

تست: نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند و خط مماس بر نمودار در لحظه ۳۵ ثانیه، مطابق شکل مقابل است. اگر تندى متحرک در لحظه $t = 35s$ برابر $8/64 \frac{km}{h}$ باشد. تندى متوسط متحرک در سی و پنج ثانیه اول حرکت تقریباً چند متر بر ثانیه است؟

متحرک در سی و پنج ثانیه اول حرکت تقریباً چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۰/۴۵

(۲) ۳/۲۵

(۳) ۰/۷۱

(۴) ۹/۸۱

$$s_{av} = \frac{\text{جمع کولها}}{\Delta t} = \frac{5 + 4 + 4 + 12}{35 - 0}$$

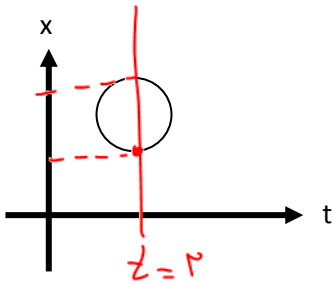
ابتدا تندى را به واحد اصلی تبدیل میکنیم $8.64 \div 3.6 = 2.4$

حالا میدونیم که تانژانت خط مماس همون تندى در لحظه ۳۵ است پس داریم:

$$\tan \alpha = s \text{ لحظه } 2.4 = \frac{y}{35 - 30} \rightarrow y = 12$$

$$s_{av} = \frac{5 + 4 + 4 + 12}{35} = 0.71$$

تست: نمودار مکان زمان در کدام گزینه متعلق به نمودار زیر است؟

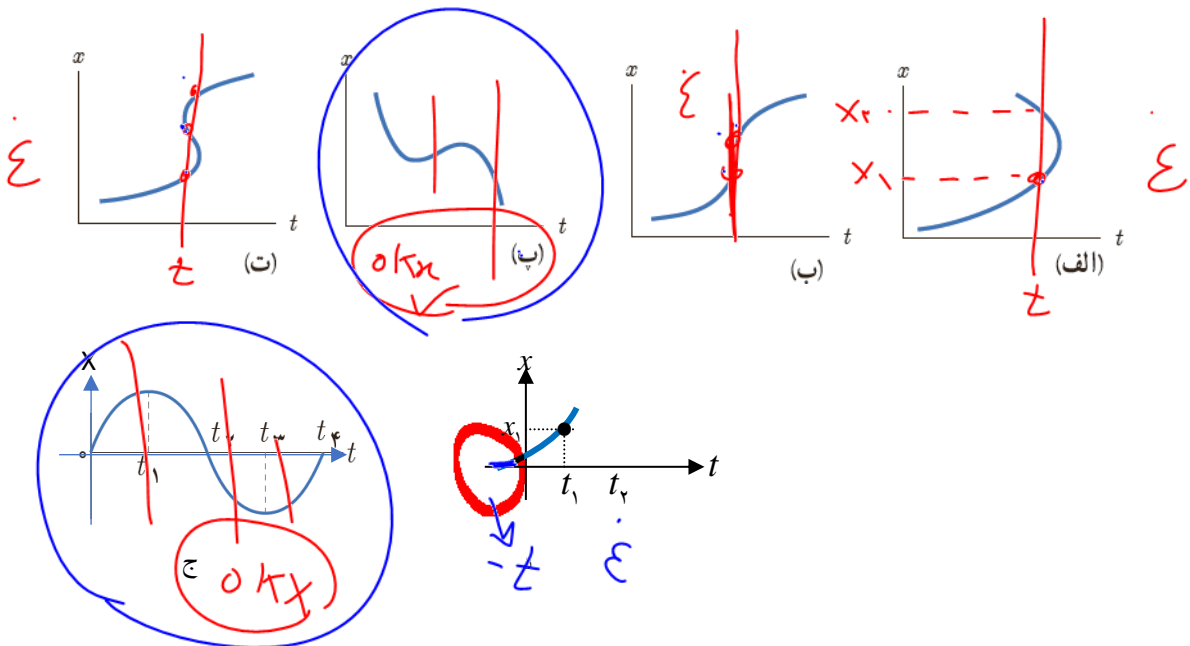


- (۱) حرکت دایره‌ای شتاب ثابت
- (۲) حرکت دایره‌ای شتاب متغیر
- (۳) حرکت شتاب دار با شتاب ثابت
- (۴) هیچ کدام

چنین نمودار مکان زمانی وجود خارجی ندارد! زیرا هر خط موازی محور قایم نمودار را در دو نقطه قطع میکند و این یعنی متحرک در یک زمان مشخص همزمان در دو جا حضور داشته!!

تست: چند مورد از نمودارهای مکان زمان شکل زیر می تواند نشان دهنده نمودار $x-t$ یک متحرک باشد؟

(۱) ۶ مورد (۲) ۴ مورد (۳) ۲ مورد (۴) صفر مورد



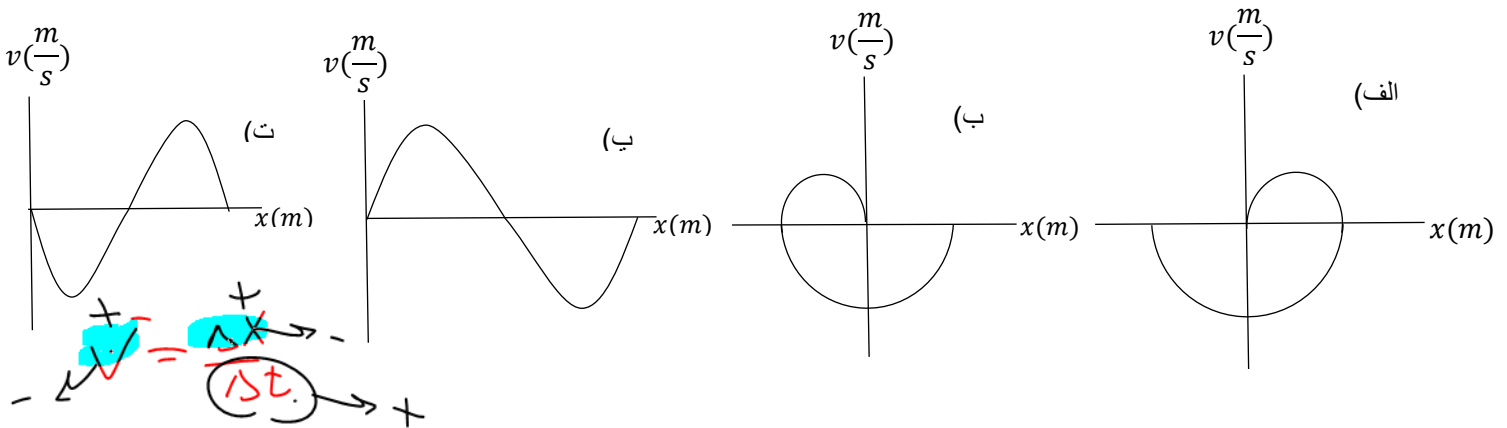
تست: متحرکی روی محور x ها از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می کند. چند مورد از نمودارهای سرعت - مکان زیر می تواند مربوط به این متحرک باشد؟ (آزمون کانون قلمچی)

مورد ۴ (۴)

مورد ۳ (۳)

مورد ۲ (۲)

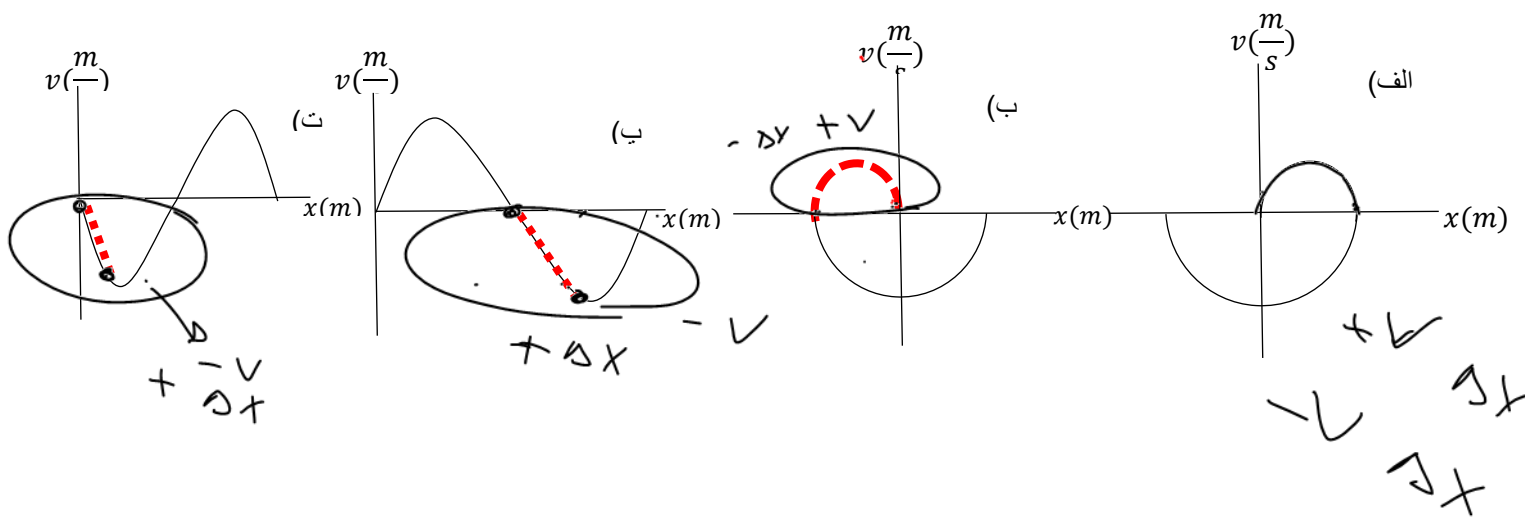
مورد ۱ (۱)



دقت کنید که این نمودارها سرعت زمان هستند! و نه مکان زمان! در این نمودارها حواستان باشد که هر جا

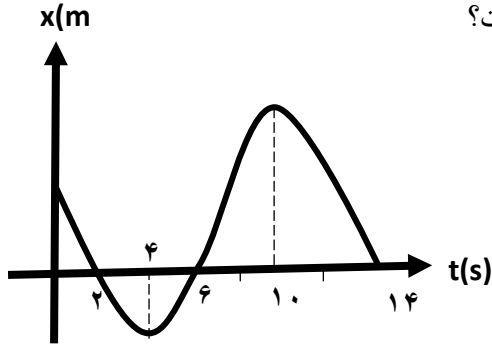
که v مثبت باشد باید دلتای یکس هم مثبت باشد و فقط گزینه ۱ این موضوع رعایت شده است (جاهایی که

در شکل زیر هایلایت کردم علامت سرعت و جابجایی قرینه هم هست که باعث همیشه گزینه غلط بشه)



H

تست: نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است، در ۱۳ ثانیه اول حرکت مدت زمانی که بردار مکان و بردار سرعت متحرک با یکدیگر هم جهت هستند چند برابر مدت زمانی است که بردار سرعت متحرک در خلاف جهت محور xها و اندازه آن در حال کاهش است؟



1/5 (۱)

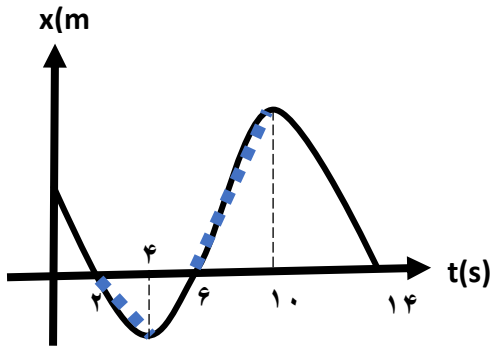
3 (۲)

1/5 (۳)

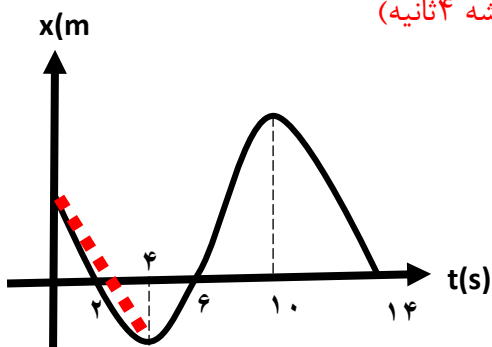
5(۴)

یادآوری: هر جا شیب + باشد سرعت + هست و بردار مکان هم بالای محور ایکس ها + و زیر محور ایکس ها منفی است

حل بخش اول : بردار مکان و بردار سرعت متحرک با یکدیگر هم جهت هستند یعنی هردو باهم مثبت باشند یا هردو منفی که بین ۲ تا ۴ ثانیه هردو منفی و بین ۶ تا ۱۰ ثانیه هردو مثبت هستند(پس مجموعا همیشه ۶ ثانیه)



حل بخش دوم : بردار سرعت متحرک خلاف جهت محور ایکس ها باشد یعنی منفی باشد یعنی شیب منفی باشد که میشود بین ۰ تا ۴ ثانیه و ۱۰ تا ۱۴ ثانیه، اما یک شرط دیگه رو هم گفته و گفته که سرعت در حال کاهش باشد پس فقط ۰ تا ۴ ثانیه رو باید بپذیریم (پس مجموعا همیشه ۴ ثانیه)



و نهایتا جواب میشود شش تقسیم بر ۴ یعنی عدد یک و نیم

