فصل ۱ حرکت شناسی

مشاوره روش مطالعه حرکت شناسی

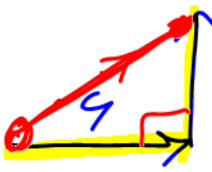
حرکت‌شناسی یکی از پر سوال‌ترین و مفهومی‌ترین مباحث فیزیک سال دوازدهم است. در صورت یادگیری مفهومی همراه با انجام تمرین زیاد می‌توانید برآن مسلط شوید. به هیچ عنوان کار را از روش های تستی آغاز ننمایید. روش های تستی که توسط برخی از اساتید یا کتابها آموزش داده میشود، جوابگوی کنکور های امروزی و جدید نیست. ضمنا اگر بخواهید برای این فصل، نکات تستی حفظ کنید باید هزاران فرمول و نکته حفظ کنید. بهتر است مطالب مربوط به حرکت شناسی را به صورت تیپ بندی و مبحث محور و کاملا مفهومی مطالعه کنید، برای اینکار:

۱- هنگام حل هرچیزی که به نظرتان می‌رسد بنویسید و جلو بروید، با کمی بازی با سوال حتما به جواب می‌رسید.

۲- حرکت شناسی را اصلا فرمولی نخوانید و مفهوم را بفهمید، سوالات کنکور از دهه ۹۰ به بعد کاملا مفهومی طرح گردیده‌اند.

۳- تمرینات انتهای فصل غافل نشوید، چند سالی است که طراحان کنکور و نهایی توجه ویژه‌ای به تمرینات کتاب درسی نشان میدهند.

باآرزوی موفقیت شاعزیزان



$L = ۶ + ۸ = ۱۴$

$d = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} = ۱۰ m$

بخش ۱ : جابه‌جایی و مسافت و سرعت و تندی متوسط

تعریف مسافت : عبارت است از طول کل مسیر طی شده توسط یک متحرک، که ارتباطی به ابتدا و انتهای مسیر ندارد. (تکه تکه ی مسیر را باید با هم جمع کنیم و کل مسیر طی شده را در نظر بگیریم .) دقت کنید که مسافت کمیتی نرده ای است یعنی فقط اندازه دارد و جهت ندارد

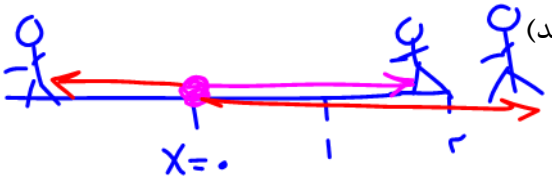
تعریف جابه جایی : عبارت است از برداری که از ابتدای مسیر حرکت یک متحرک به انتهای مسیر متصل می کند دقت کنید که جابه‌جایی کمیتی برداری است یعنی هم اندازه دارد و هم جهت دارد

(از محل شروع حرکت یک بردار به محل پایان حرکت بکشید)

خوب دقت کنید که در مسیر مستقیم الخط (روی خط راست و بدون تغییر جهت) مسافت و جابه جایی باهم مساوی میشن! ولی در سایر حالت ها همیشه مسافت بزرگتر از جابه‌جایی میشه! یعنی به طور کلی : **مسافت ≥ جابه جایی**

تعریف بردار مکان : عبارت است از برداری که از مبدا مکان به محل جسم در هرلحظه وصل میشود

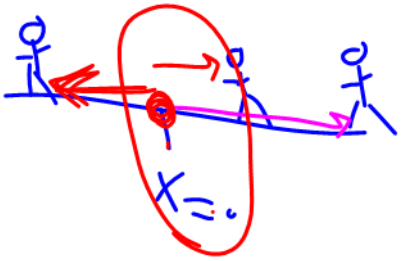
(از مبدا مکان یعنی $X=0$ یک بردار به محل جسم رسم کنید)



نکته درخصوص بردار مکان:

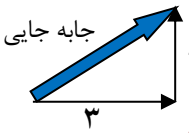
بچه‌ها اگر از مبدا یعنی $\mathbf{X=0}$ یک بردار به محلی که جسم توی اون قرار داره رسم کنیم اسمش میشه بردار مکان. برای نقاطی که سمت راست مبدا قرار، دارند بردار مکان مثبت هست و برای نقاطی که سمت چپ مبدا قرار دارند بردار مکان منفی هست.

راستی بچه ها اگر توی سوال ازتون پرسیدند بردار مکان چندبار تغییر جهت میدهد باید تعداد دفعاتی که متحرک از مبدا $\mathbf{X=0}$ عبور کرده و علامت $\mathbf{X}$ هم عوض شده را حساب کنید



تمرین : فردی ۳ متر به سمت شرق ، و سپس ۴ متر به سمت شمال حرکت می کند.

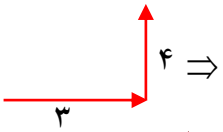
الف- جابجایی :



$\Rightarrow \quad \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵$

برای پیدا کردن جابجایی باید آغاز و پایان را با یک بردار به هم وصل کنیم. توی شکل بالا اون بردار آبی رنگ میشه جابه جایی که از فیثاغورث حسابش کردیم برابر با ۵ شد.

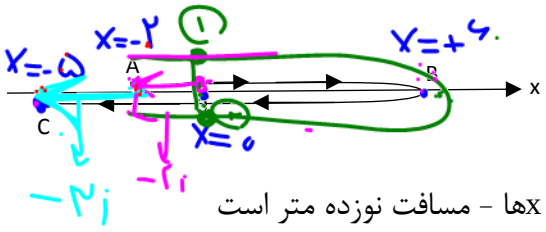
ب- مسافت طی شده :



$\Rightarrow \quad ۳ + ۴ = ۷$

برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه مسیر طی شده رو محاسبه و باهم جمع کنیم. توی تمرین بالا اگر ۳ متر و ۴ متر رو باهم جمع کنیم مسافت برابر با ۷ میشه!

تست: متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مسیری مطابق شکل زیر از نقطه A(x=-2)تا نقطه B (X=+6) و سپس تا C (X=-5) می پیماید. به ترتیب از راست به چپ بردار مکان این متحرک در نقطه A کدامست و بردار مکان در کل مسیر چند بار تغییر جهت داده است و بردار جابه جایی متحرک از A تا C کدامست و در چه جهتی است و مسافت طی شده از A تا C چند متر است؟



مسافت = ۸ + ۸ + ۳ = ۱۹

۱) r=-3i _ یک بار _ بردار مکان =-2i در خلاف جهت محور xها - مسافت نوزده متر است

۲) r=-3i _ یک بار _ بردار مکان =-5i در خلاف جهت محور xها – نوزده متر است

۳) r=-3i _ دوبار _ بردار مکان =-2i در خلاف جهت محور xها – مسافت نوزده متر است

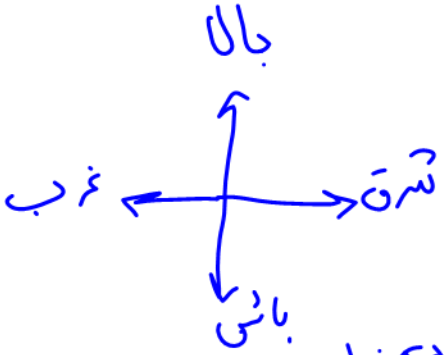
۴) r=3i _ دو بار _ بردار مکان =-3i در جهت محور xها - مسافت دومتر است

جواب گزینه ۳ درست است

نکته: بچه ها اگر جابه جایی رو به زمان تقسیم کنیم اسمش میشه **سرعت متوسط**، ولی اگر مسافت رو به زمان تقسیم کنیم اسمش میشه **تندی متوسط**!!

تندی متوسط : مسافت پیموده شده در واحد زمان (m/s) را تندی متوسط می نامند.

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$$



سرعت متوسط : عبارت است از جابه جایی متحرک در واحد زمان .

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جا به جایی}}{\text{زمان}}$$

تست: پرنده‌ای زیر لامپ تیر چراغ برقی قرار دارد،پرنده ابتدا ۵۰ متر قائم به پائین در مدت ۲ ثانیه حرکت میکند،سپس ۳۰ متر به شرق در مدت ۳ ثانیه و نهایتا ۴۰ متر به طرف شمال در مدت ۵ ثانیه حرکت میکند، سرعت متوسط و تندی متوسط و تقریبا به ترتیب از راست به چپ بر حسب SI برابرست با.....

۷-۱۲ ۱۲-۷ ۵-۱۲ ۱۲-۵

حل:

برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه ی مسیر با باید با هم جمع کنیم

یعنی ۱۲۰= ۴۰+۳۰+۵۰

ولی برای جابه‌جایی باید آغاز را به پایان وصل کنیم که وتر مثلثی ایجاد میشود که هر ضلع آن ۵۰ متر است پس این وتر برابر میشود با $50\sqrt{2}$ **که تقریبا همان عدد ۷۰ میشود**

نکته: اگر حرکت سه بعدی و عمود برهم باشد،جابه‌جایی را از فرمول زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جابجایی} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{جابجایی} = \sqrt{40^2 + 30^2 + 50^2} = 50\sqrt{2} \approx 70$$

حالا اگه مسافت و جابه‌جایی رو به زمان تقسیم کنیم تندی و سرعت متوسط محاسبه میشه:

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{120}{10} = 12 \qquad \text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جا به جایی}}{\text{زمان}} = \frac{70}{10} = 7$$

تست :

فردی مطابق شکل روی مسیر نامستقیم از قیدار به زنجان می‌رود اگر مبدا مکان را تهران فرض کنیم،

چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

یک مورد دو مورد سه مورد چهار مورد

الف : برداری که قیدار به زنجان را به هم وصل کرده بردار مکان نام دارد

ب: سرعت متوسط متحرک ۴۵ کیلومتر بر ساعت است

ج:تندی متوسط ۶۶ کیلومتر برساعت است

د: سرعت کمیتی برداری و تندی کمیتی نرده ای است

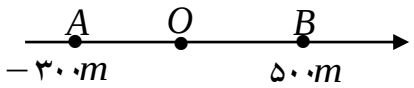
الف غلط است زیرا برداری که ابتدا را به انتها وصل میکند جابه جایی نام دارد

ب: برای محا سبه سرعت متو سط باید جابه‌جایی یعنی ۶۰ کیلومتر را به زمان تق سیم کنیم که ۴۵ میشود و این گزینه صحیح است

ج : : برای محاسبه تندی متوسط باید مسافت یعنی ۸۸ کیلومتر را به زمان تقسیم کنیم که ۶۶ میشود و این گزینه صحیح است

د: این گزینه نیز صحیح است،یادتان باشد که مسافت و تندی نرده‌ای هستند ولی جابه‌جایی و سرعت متوسط برداری هستند

مثال : در یک محور مکان (مطابق شکل) متحرکی در مدت ۳۰ ثانیه از نقطه ی A به نقطه ی O و سپس در مدت ۲۰ ثانیه از نقطه ی O به نقطه ی B رسیده است. سرعت متوسط در کل مسیر چندمتر بر ثانیه است؟



پاسخ : باید جابه جایی رو بر زمان تقسیم کنیم: پس داریم :

$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{500-(-300)}{20+30} = \frac{800}{50} = 16$$

اقا اجازه ؟ چرا x ها ازهم تفریق کردیم ولی t هارو باهم جمع کریم ؟؟ مگه برای محاسبه Δt نباید t هارو ازهم کم میکردیم ؟؟؟

ببینید بچه ها Δt به فارسی یعنی کل زمان طی شده!! حالا اگر زمان هارو اول و آخر یک بازه به مابه بدهند یعنی آنها را ازهم کم کنیم تا Δt بدست بیاد!

ولی اگر زمانها را تکه تکه در بدهند یعنی انها را جمع کنیم تا Δt به دست بیاید!!

تست: معادله ی مکان – زمان متحرکی در SI بصورت $x = 3t^2 + 6t + 10$ است.

سرعت در ثانیه دوم چند درصد بیشتر از سرعت آن در ۲ ثانیه اول حرکت است؟

۲۰ درصد ۲۵ درصد ۳۰ درصد ۵۰ درصد

پاسخ :

$t_1=0 \quad x_1=10$

$t_2=2 \quad x_2=34 \quad V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{34-10}{2-0} = 12$

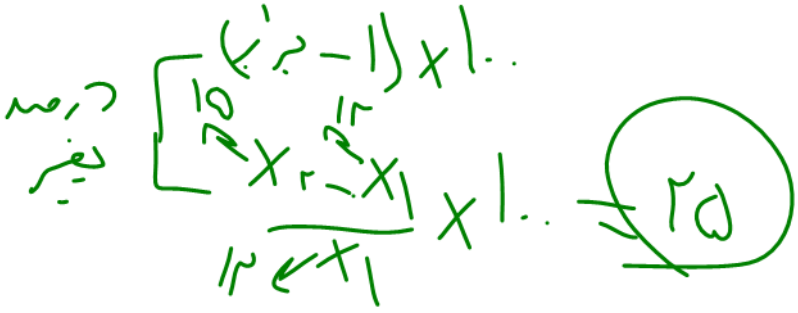
ب: سرعت در ثانیه دوم؟

$t_1=1 \quad x_1=19$

$t_2=2 \quad x_2=34$

$V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{34-19}{2-1} = 15$

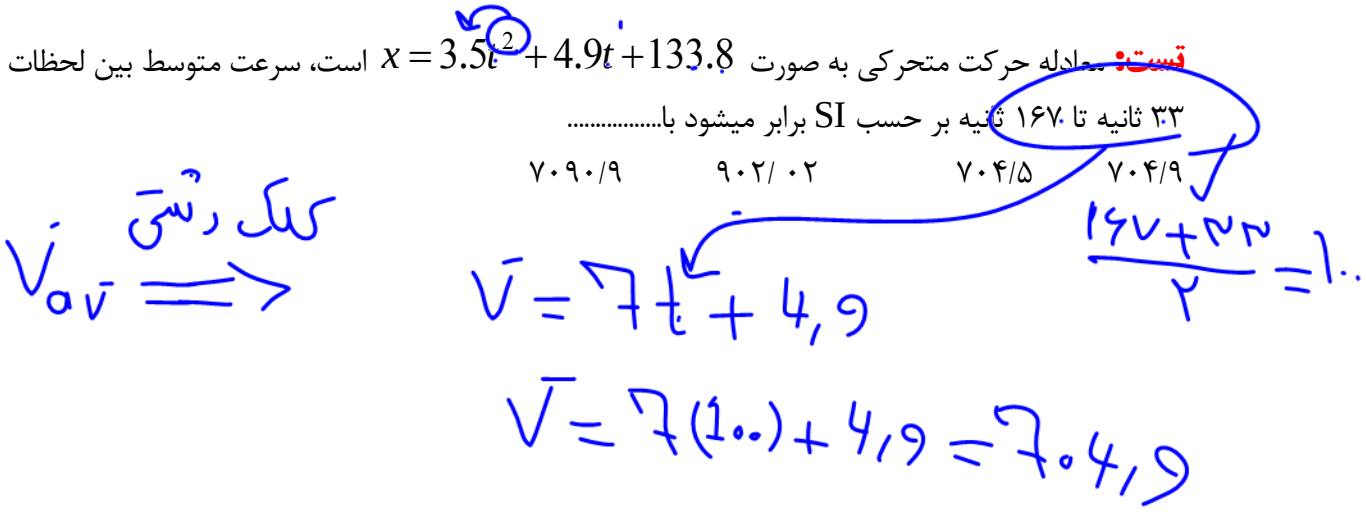
درصد تغییر $= \frac{15-12}{12} \times 100 = 25$



ثانیه دوم یعنی ازیک ثانیه تا دوثانیه!! باید اعداد یک و دو را به معادله بدهیم تا Xها بدست اید سپس از رابطه سرعت متوسط استفاده کنیم (راه تستی برای شتاب ثابت ها : اگه مشتق رو بلدی معدل دوتا زمان رو بزار توی مشتق x)

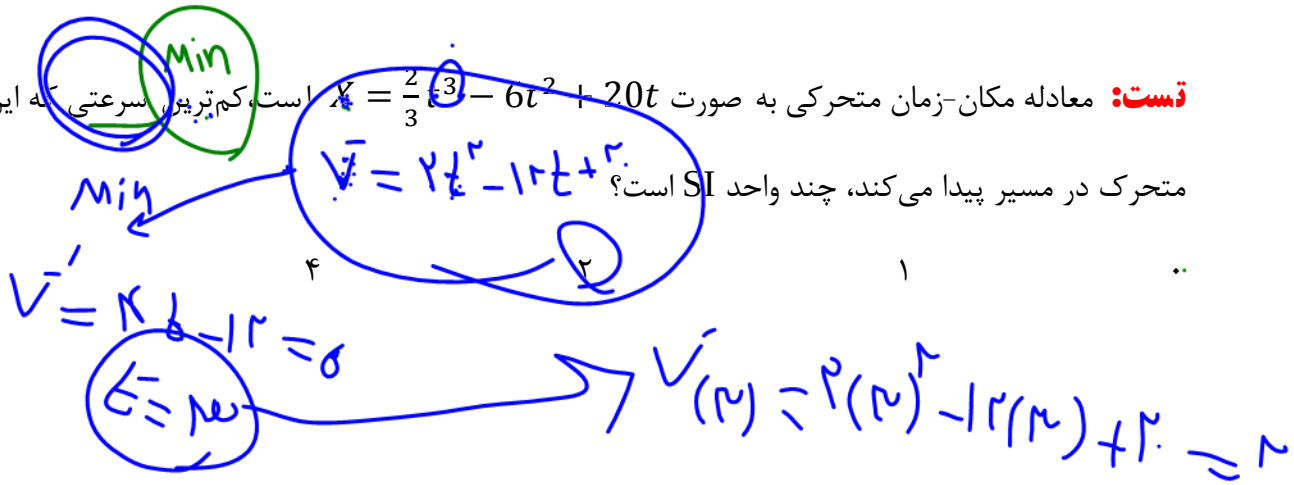
تست: معادله حرکت متحرکی به صورت $x = 3.5t^2 + 4.9t + 133.8$ است، سرعت متوسط بین لحظات ۳۳ ثانیه تا ۱۶۷ ثانیه بر حسب SI برابر میشود با.....

۷۰۹۰/۹ ۹۰۲/ ۰۲ ۷۰۴/۵ ۷۰۴/۹



تست: معادله مکان-زمان متحرکی به صورت $X = \frac{2}{3}t^3 - 6t^2 + 20t$ است،کم‌ترین سرعتی که این متحرک در مسیر پیدا می‌کند، چند واحد SI است؟

۴ ۲ ۱ ۰



ابتدا از تابع مشتق میگیریم تا به تابع سرعت برسیم

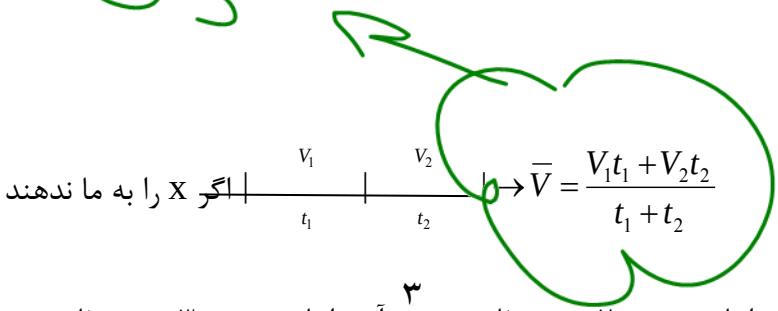
سپس مینیمم تابع سرعت را محاسبه میکنیم (اگر هنوز مشتق گیری را در ریاضی نخوانده اید،فعلا از این سوال صرفنظر کنید.!!

$$v = 2t^2 - 12t + 20 \rightarrow min \rightarrow \text{مشتق} = 0 \rightarrow 4t - 12 = 0 \rightarrow t = 3 \rightarrow v_3 = 2$$

مثال : متحرکی مسیر مستقیمی را در t ثانیه ی اول حرکت با سرعت V و در ۳t ثانیه ی بعد با سرعت ۲V طی می کند . سرعت متوسط متحرک در این مسیر چند V است؟

پاسخ: دختر پسرا! دقت کنید توی این سوال جابه جایی رانداریم!! پس به جاش بیداز $\Delta x=vt$ استفاده کنیم درواقع اگر به جای Δx مقدار vt

رابگذاریم به فرمول تستی زیر میریم:



اگر x را به ما ندهند

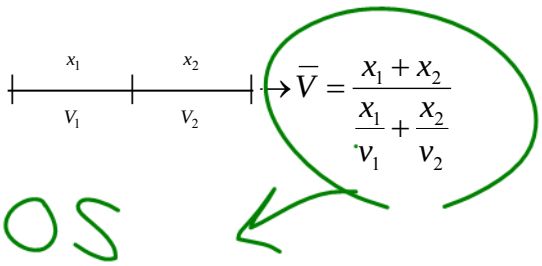
$$\rightarrow \bar{V}=\frac{Vt+2V3t}{t+3t}=\frac{7v}{4}$$

تست: متحرکی $\frac{۲}{۵}$ مسافتی را با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه و $\frac{۳}{۵}$ آن را با سرعت ۳۰ متر بر ثانیه در یک جهت طی می کند. سرعت متوسط این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱- ۲۴ ۲- ۲۵ ۳- ۲۶ ۴- ۲۸

پاسخ: دختر پسرا! دقت کنید توی این سوال زمان رانداریم!! پس به جاش بیداز $t=\frac{\Delta x}{v}$ استفاده کنیم درواقع اگر به جای t مقدار x تقسیم بر v

رابگذاریم به فرمول تستی زیر میریم:



$$v=\frac{\frac{2x}{5}+\frac{3x}{5}}{\frac{2x}{20}+\frac{3x}{30}}=25$$

تست: متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، فاصله بین دو نقطه A و B را با تندی متوسط $36\frac{km}{h}$طی می کند و سپس نصف مسیر را با تندی متوسط$90\frac{km}{h}$ و بر می گردد. اگر مدت زمان رفت t_1 از مدت زمان بازگشت تا وسط مسیر (t_2)، چهار دقیقه بیشتر باشد، کل مدت زمان حرکت متحرک $(t_1 + t_2)$ چند دقیقه است؟ (جهت حرکت متحرک در مسیر رفت و برگشت تغییر نکرده است.)(آزمون قلمچی)

۱) ۵/۵ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

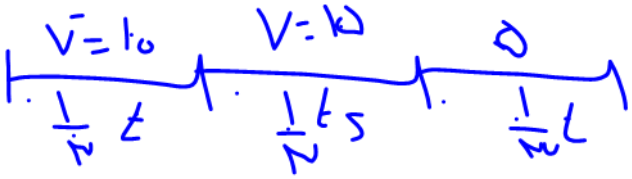
$$t_1 = \frac{x}{v} = \frac{x}{36} \quad \text{و} \quad t_2 = \frac{\frac{1}{2}x}{v} = \frac{\frac{1}{2}x}{90} = \frac{x}{180} \qquad \frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{x}{36}}{\frac{x}{180}} = 5 \quad t_1 = 5t_2$$

$$t_1 = t_2 + 4 \qquad 5t_2 = t_2 + 4 \qquad t_2 = 1\,,\ t_1 = 5$$ از طرفی

نکته : اگر متحرکی n بازه‌ی زمانی متوالی و مساوی را با سرعت های مختلف طی کند (وهر تکه از مسیر خودش سرعت ثابت باشد) سرعت متوسط از فرمول زیر محاسبه میشود

$$V_{av} = \frac{v_1 + + v_2 + v_3 + \cdots}{n}$$

تست: متحرکی یک سوم از زمان حرکت خود را با سرعت ۱۰متر برثانیه و یک سوم دیگر را با ۱۵ متر برثانیه و یک سوم آخر را با سرعت ۵ متر برثانیه طی میکند،سرعت متوسط در کل مسیر چند متر بر ثانیه می‌شود؟



۱) ۷/۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۰ ۴) ۱۳

$$V_{av} = \frac{10 + 15 + 5}{3} = 10$$

تست: متحرکی نصف مسیری را با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه و بقیه مسیر را در دو زمان مساوی به ترتیب با سرعت های ۵ متر بر ثانیه و ۲۵ متر بر ثانیه می پیماید سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۱

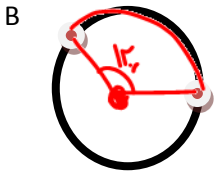
پاسخ ابتدا در قسمت دوم مسیر سرعت متوسط را به دست می آوریم یعنی سرعت ها را جمع می‌کنیم سپس تقسیم بر دو میکنیم

$$V_2 = \frac{V_1' + V_2'}{2} = \frac{5 + 25}{2} = 15$$

اکنون مسئله از حالت سه قسمتی به دو قسمتی تبدیل شده است و مجدد مسئله را از نکته قبل حل می‌کنیم

$$V_{\text{متوسط}} = \frac{\frac{X}{2} + \frac{X}{2}}{\frac{\frac{X}{2}}{10} + \frac{\frac{X}{2}}{15}} = \frac{X}{\frac{X}{20} + \frac{X}{30}} = \frac{X}{\frac{5X}{60}} = 12$$

تست: متحرکی مطابق شکل روبرو در مدت زمان ۱۰ ثانیه از A به B میرود اگر زاویه کمان AB ۱۲۰ درجه و شعاع دایره ۲۰متر باشد سرعت متوسط و جابجایی ومسافت طی شده به ترتیب از راست به چپ بر اساس SI تقریبا برابرست با...



(عدد پی را تقریبا ۳ در نظر بگیرید)

۱) ۴۰- ۳۴-۳/۴ ۲) ۴ -۴۰-۴۰

۳) ۳۴- ۴۰ - ۴ ۴) ۳/۴ -۳۴- ۳۵

بچه ها!! در حرکت در مسیر دایره ای جابه جایی ومسافت و سرعت وتندی متوسط از فرمول های تستی زیر محاسبه میشن: که R شعاع دایره و آلفا زاویه طی شده میباشد

$$\text{جابه جایی} = 2R\ \sin\frac{\alpha}{2} = 2\times 20\times sin\frac{120}{2} \approx 34$$

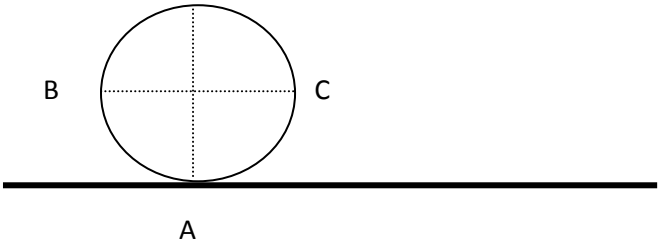
$$\text{مسافت} = \frac{\alpha}{360}2\pi R = \frac{120}{360}2\pi\times 20 \approx 40$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\frac{\alpha}{360}2\pi R}{\text{زمان}} = \frac{40}{10} = 4$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{2R\ \sin\frac{\alpha}{2}}{\text{زمان}} = \frac{34}{10} \approx 3.4$$

جواب گزینه ۱

تست: مطابق شـکل اگر چرخی به شـعاع R نیم‌دور بدون لغزش بغلتد کدام یک از گزینه های زیر صـحیح است؟



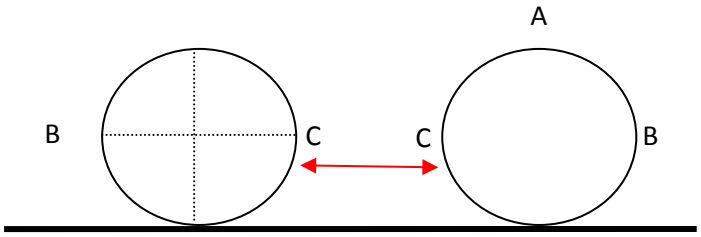
۱) اندازه جابه‌جایی هر سه نقطه A ,B,C با هم برابر است

۲) نقطه B به اندازه 5R و نقطه C به اندازه R و نقطه A تقریبا به اندازه 3/6R جابه‌جا میشوند

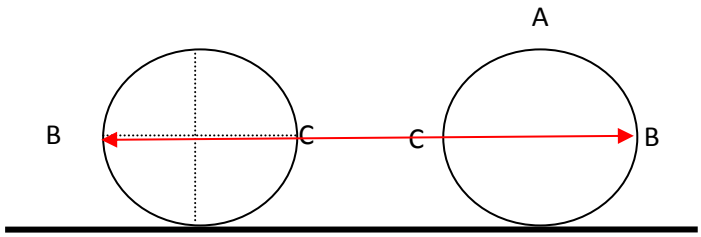
۳) نقطه B به اندازه 2R و نقطه C به اندازه 2R و نقطه A تقریبا به اندازه 2R جابه جا میشوند

۴) نقطه B به اندازه 2R و نقطه C به اندازه 2R و نقطه A تقریبا به اندازه 0 جابه جا میشوند

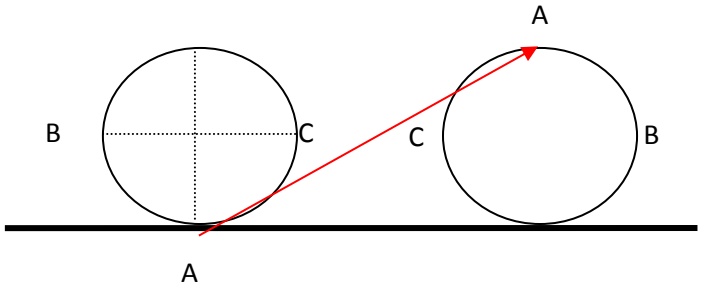
پس از نیم دور چرخش، مرکز دایر به اندازه نصـف محیط یعنی πR (تقریبا 3R) جلو میرود شکل به صورت زیر در می آید (گزینه۲)



جابه جایی $= R_C$



جابه جایی $= 5R_B$



$$\text{جابه جایی}_A = \sqrt{(2R)^2 + (3R)^2} = \sqrt{13R} \approx 3.6R$$

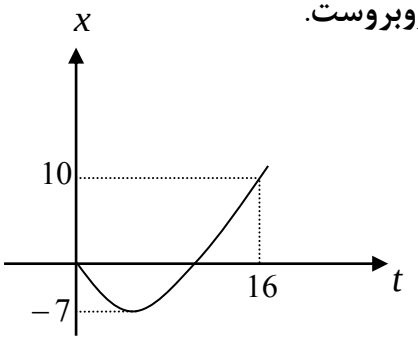
محاسبه سرعت و تندی متوسط در نمودارها

نکته۱: در نمودارهای مکان – زمان برای پیدا کردن سرعت متو سط باید Xثانویه و Xاولیه رو از روی نمودار بخونی و از هم کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی ولی برای تندی متو سط باید تکه تکه مسیر طی شده رو جمع کنی بعد به زمان تقسیم کنی

$$V_{\text{سرعت متوسط}} = \frac{x_{\text{ثانویه}} - x_{\text{اولیه}}}{\text{زمان}}$$

$$S_{\text{تندی متوسط}} = \frac{\text{جمع تکه تکه مسیر}}{\text{زمان}}$$

مثال تشریحی : نمودار مکان – زمان متحرکی مطابق شکل روبروست.



الف- جابه جایی را در ۱۶ ثانیه ی اول حرکت محاسبه کنید.

توی نمودار مکان-زمان برای پیدا کردن جابه جایی همیشه x ثانویه رو از xاولیه کم کنید! $\Delta x = 10 - 0 = 10$

ب- مسافت طی شده را در ۱۶ ثانیه ی اول محاسبه کنید.

توی نمودار مکان-زمان برای محاسبه مسافت؛ باید قدرمطلق تکه تکه شکل را باهم جمع کنید $L = 7+7+10 = 24$

ج- سرعت متوسط را در ۱۶ ثانیه اول محاسبه کنید

$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{10}{16}$$

جابه جایی رو به زمان تقسیم کردیم

د : تندی متوسط در ۱۶ثانیه اول؟

$$V = \frac{l}{\Delta t} = \frac{24}{16}$$

مسافت رو به زمان تقسیم کردیم

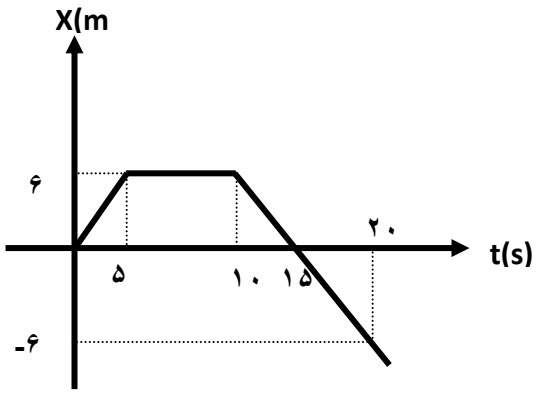
نکته ۲: در نمودارهای سرعت – زمان برای پیدا کردن سرعت متوسط باید مساحت بالای نمودار رو از مساحت زیر نمودار کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی و برای محاسبه تندی متوسط باید مساحت بالای نمودار رو با مساحت زیر نمودار کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی

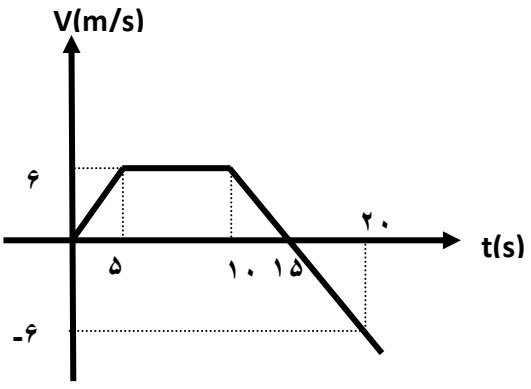
$$V_{\text{سرعت متوسط}} = \frac{|\text{مساحت بالا}| - |\text{مساحت پائین}|}{\text{زمان}}$$

$$S_{\text{تندی متوسط}} = \frac{|\text{مساحت بالا}| + |\text{مساحت پائین}|}{\text{زمان}}$$

تست: با توجه به نمودارهای مقابل، حاصل جمع بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط در ۲۰ ثانیه اول حرکت در نمودار سرعت-زمان چند برابر نمودار مکان-زمان است ؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۵





$$V_{\text{سرعت متوسط}} = \frac{x_{\text{ثانویه}} - x_{\text{اولیه}}}{\text{زمان}} = \frac{-6-0}{20} = -0.3$$

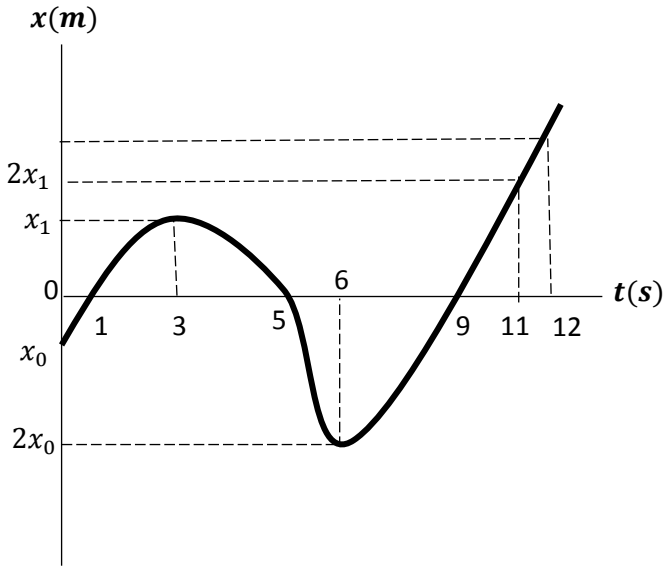
$$S_{\text{تندی متوسط}} = \frac{\text{جمع تکه تکه مسیر}}{\text{زمان}} = \frac{6+6+6}{20} = 0.9$$

$$V_{\text{سرعت متوسط}} = \frac{|\text{مساحت بالا}| - |\text{مساحت پائین}|}{\text{زمان}} = \frac{60-15}{20} = 2.25$$

$$S_{\text{تندی متوسط}} = \frac{|\text{مساحت بالا}| + |\text{مساحت پائین}|}{\text{زمان}} = \frac{60+15}{20} = 3.75$$

$$\frac{2.25 + 3.75}{0.3 + 0.9} = 5$$

تست: نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور xها در حال حرکت است، مطابق شکل مقابل است. اگر تندی متوسط متحرک در سه ثانیه اول حرکت $4\frac{m}{s}$ و تندی متوسط آن در ۶ ثانیه دوم $13\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط متحرک در ثانیه ۱۲ام حرکت چند $\frac{m}{s}$ است؟آزمون قلمچی)



۱) ۵۴ ۲) ۱۸ ۳) ۱۵ ۴) ۳۰

پاسخ: چون در بازه های گفته شده تغییر جهت نداریم

بنابراین به جای تندی متوسط میتوانیم سرعت متوسط را بنویسیم

اول چیزیکه طراح خواسته رو مینویسیم(یعنی سرعت در ثانیه داوزدهم) ضمنا اون نقطه

بالای روهم که نداریم اسمشو Y میزاریم:

$$V_{av\,(11-12)} = \frac{Y - 2X_1}{1}$$

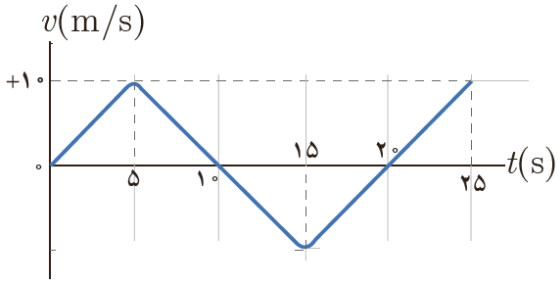
حالا باید با نوشتن فرمول سرعت متوسط برای سه ثانیه اول و ۶ثانیه دوم مقدر $Y - 2X_1$ را یکجوری پیدا کنیم

$$V_{av\,(0-3)} = \frac{X_1 - X_0}{3} \quad 4 = \frac{X_1 - X_0}{3} \quad \rightarrow X_0 = X_1 - 12$$

$$V_{av\,(6-12)} = \frac{Y - 2X_0}{6} \quad 13 = \frac{Y - 2X_0}{6} \quad \rightarrow Y - 2X_0 = 78 \quad \rightarrow Y - 2(X_1 - 12) = 78 \; Y - 2X_1 = 54$$

تست: با توجه به نمودار روبرو که مربوط به متحرکی است که روی محور **X**ها در حال حرکت است سرعت متوسط و تندی متوسط در ۱۵ ثانیه اول حرکت به ترتیب از راست به چپ برابرست با ؟

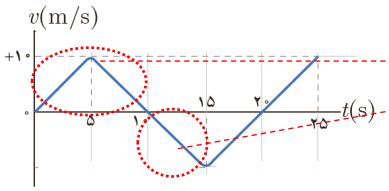
۱) ۱٫۶- و ۵ ۲) ۱/۶و۵ ۳) ۰و ۶/۶ ۴) هیچکدام



دقت کنید که ۱۵ ثانیه کجاست!!! و اشتباها برای کل زمان۲۵ سوال را حل نکنید

مساحت $= 50$

مساحت $= 25$



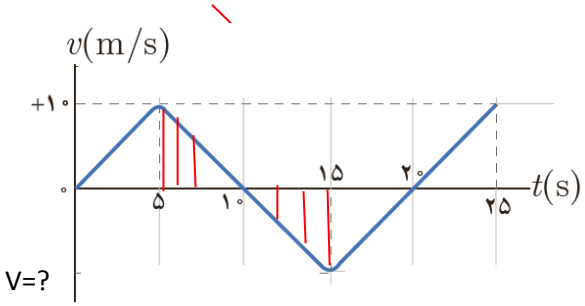
$$\text{تندی} = \frac{50+25}{15} = 5$$

$$\text{سرعت} = \frac{50-25}{15} = 1.6$$

دقت شود که در سوال بالا ما مقدار V در زیر نمودار را نداشتیم

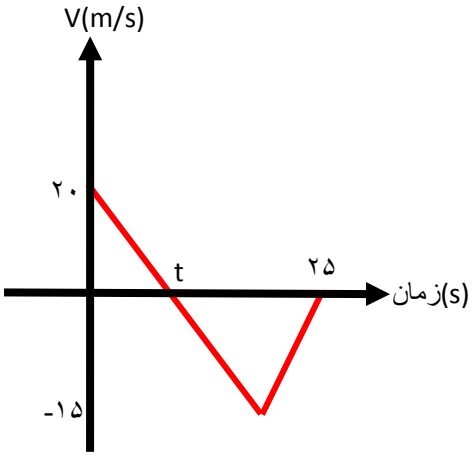
اما به کمک تشابه دو مثلث مقدار آنرا محاسبه کردیم

$$\frac{10-5}{10} = \frac{15-10}{V_?} \quad \rightarrow V_? = 10$$



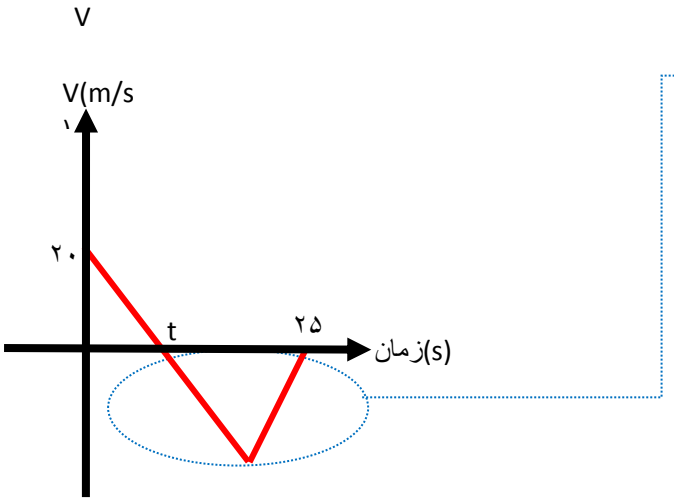
تست: نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور Xها حرکت میکند، مطابق شکل روبروست. بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی که حرکت متحرک در خلاف جهت محور Xهاست، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۰ ۲) ۲/۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰



توی نمودار $v-t$ هرکجا نمودار زیر محور tها باشه متحرک در خلاف جهت محور xها حرکت میکنه

یعنی سرعت متوسط اینجا رو خواسته



همچنین میدونیم که در نمودار $v-t$ برای پیدا کردن سرعت متوسط باید مساحت زیر نمودار رو به زمان تقسیم کنیم یعنی مساحت اون مثلث رو به زمان تقسیم کنیم: $v = \frac{\text{مساحت}}{\text{زمان}} = \frac{\frac{(25-t)\times 15}{2}}{(25-t)} = 7/5$

راه تستی سوال بالا : اگر نمودار v-tدرجه ۱ و ناحیه مورد نظر مثلثی برای پیدا کردن سرعت متوسط کافیه اندازه v نوک مثلث رو تقسیم بر ۲ بکنی!! مثلا در سوال بالا ۱۵ رو به ۲ تقسیم کن!!!

تست : معادله مکان-زمان متحرکی بصورت $x = ۳t^{۲} - ۶t + ۱۰$ است، تندی و سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول تقریبا به ترتیب از راست به چپ برابرست با.....

۱) ۹ و ۹ ۲) ۹ و ۱۰ ۳) ۹ و ۱۱ ۴) ۱۱و۱۱

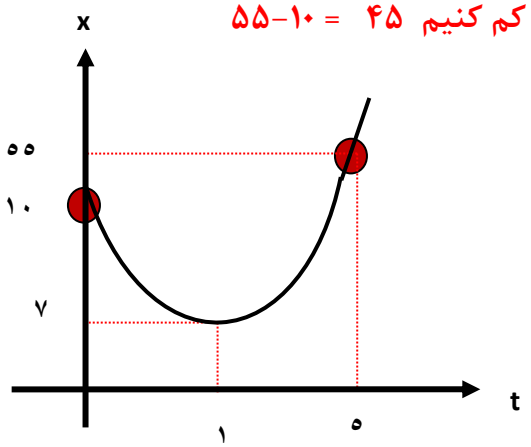
توی اینجور سوال ها بهترین کار اینه که تابع داده شده رو رسم کنیم برای این کار امیدوارم بدونی که در تابع درجه ۲ به فرم کلی $x = at^2 + bt + c$ اگر **a** منفی باشد نمودار به صورت ∩ میشه و اگر **a** مثبت باشه به صورت ∪ میشه!

همینطور برای پیدا کردن راس سهمی (نقاط **max** یا **min**) میتونیم از فرمول استفاده کنیم پس داریم:

$$\text{راس سهمی} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \times 3} = 1 \rightarrow x_{(1)=7}$$

بنابراین راس این سهمی نقطه ۷ و ۱ میباشد پس:

برای پیدا کردن جا به جایی باید x ثانویه و اولیه را از هم کم کنیم ۴۵ = ۱۰-۵۵



ولی برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه مسیر را باهم

جمع کنیم ۵۱ =۳+۴۸

حالا که جا به جایی و مسافت رو پیدا کردیم پس اگر اونها را

به زمان تقسیم کنیم، سرعت و تندی محاسبه میشه!

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{45}{5} = 9 \quad \text{و} \quad \text{تندی متوسط} = \frac{51}{5} = 10.2$$

تندی و سرعت لحظه‌ای: در قسمت قبل نحوه محاسبه سرعت و تندی متوسط رو یادگرفتیم حالا بریم سراغ لحظه‌ای ها!!!!

اگر از معادله x یکبار مشتق بگیریم به معادله سرعت لحظه‌ای میرسیم ولی اگر همین کار رو درحالی انجام بدیم که تابع رو داخل قدرمطلق گذاشته باشیم در اینصورت تندی لحظه‌ای به دست میاد

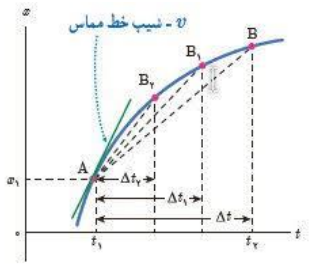
$$V_{\text{لحظه ای}} = \text{مشتق از } x$$

$$S_{\text{لحظه ای}} = |\text{مشتق از } x|$$

همچنین اگر نمودار مکان-زمان یک متحرک را داشته باشیم شیب خط مماس در هر لحظه همون سرعت لحظه‌ای رو به ما میده ولی اگر همون عدد رو داخل قدر مطلق بزاریم به ما تندی لحظه‌ای رو میدهد

$$V_{\text{لحظه ای}} = \text{شیب خط مماس} = \tan\alpha$$

$$S_{\text{لحظه ای}} = |\text{شیب خط مماس}| = |\tan\alpha|$$



تست: معادله مکان-زمان متحرکی بصورت $x = ۳t^{۲} - ۶t + ۱۰$ است، سرعت لحظه‌ای و تندی در لحظه t=0/5 ترتیب از راست به چپ برابرست با.....

۱) ۳+ و ۳+ ۲) ۳- و ۳+ ۳) ۳- و ۳- ۴) ۳+ و ۶+

$$V_{\text{لحظه ای}} = \text{مشتق از ایکس} = 6t - 6 = 6(0.5) - 6 = -3$$

$$S_{\text{لحظه ای}} = |\text{مشتق از ایکس}| = |6t - 6| = |6(0.5) - 6| = |-3| = +3$$

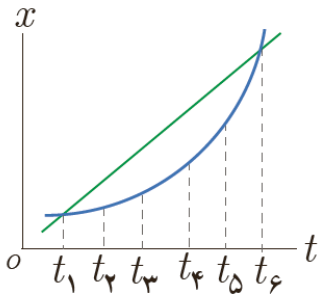
نحوه تشخیص علامت سرعت و تندی در نمودار ها:

علامت سرعت در نمودار مکان زمان: هرجا شیب + باشه علامت سرعت مثبت هست و هرجا شیب - باشه علامت سرعت منفی هست همچنین هرچه شیب نمودار تیزتر باشد مقدار سرعت و تندی بیشتر است

علامت سرعت در نمودار سرعت زمان: هرجا نمودار بالای‌محور زمان باشه علامت سرعت مثبت هست و هرجا نمودار زیر محور زمان باشه سرعت منفی هست

علامت تندی: تندی همواره مثبت است

تست: شکل زیر نمودار مکان زمان دو خودرو را نشان می دهد که در جهت محور**x** در حرکت اند کدام گزینه صحیح است؟



۱) سرعت متوسط هردو متحرک یکسان همچنین تندی های لحظه ای نیز در تمام لحظات در هردو متحرک یکسان است

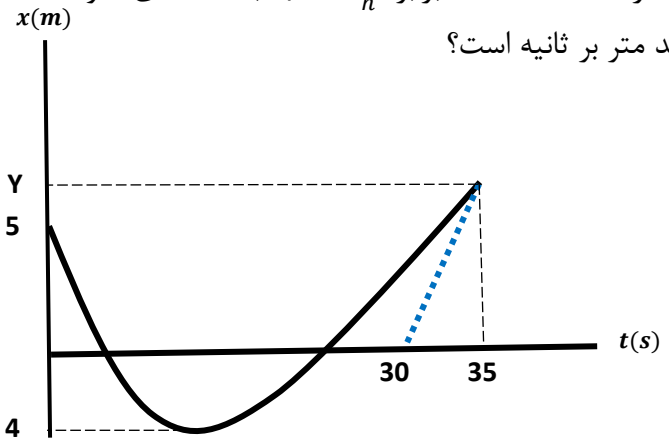
۲) سرعت متوسط هر دو متحرک از t_1 تا t_6یکسان ولی سرعت لحظه ای به جز در یک نقطه در سایر نقاط متفاوت است

۳) سرعت در هر دو نمودار منفی و تندی مثبت است

۴) هر سه گزینه صحیح است

پاسخ : گزینه ۲

تست: نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می کند و خط مماس برنمودار در لحظه ۳۵ ثانیه، مطابق شکل مقابل است. اگر تندی متحرک در لحظه $t = 35s$ برابر $8/64\ \frac{km}{h}$ باشد. تندی متوسط متحرک در سی و پنج ثانیه اول حرکت تقریبا چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۰/۴۵

۲) ۳/۲۵

۳) ۰/۷۱

۴) ۹/۸۱

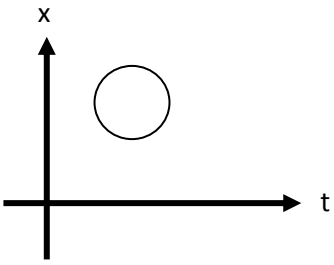
ابتدا تندی را به واحد اصلی تبدیل میکنیم $8.64 \div 3.6 = 2.4$

حالا میدونیم که تانژانت خط مماس همون تندی در لحظه ۳۵ است پس داریم:

$$tan\alpha = s_{\text{لحظه}} \quad 2.4 = \frac{y}{35-30} \rightarrow y = 12$$

$$S_{av} = \frac{5+4+4+12}{35} = 0.71$$

تست: نمودار مکان زمان در کدام گزینه متعلق به نمودار زیر است؟

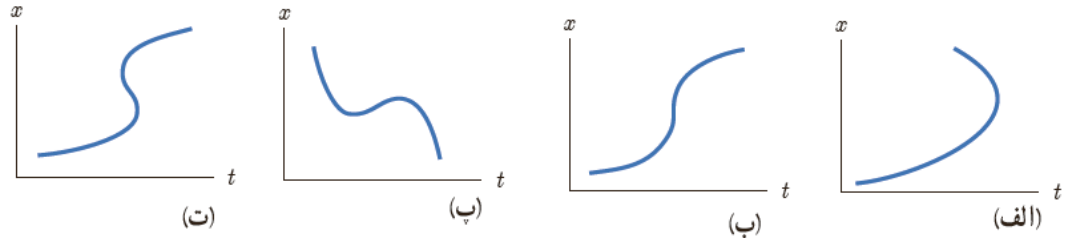


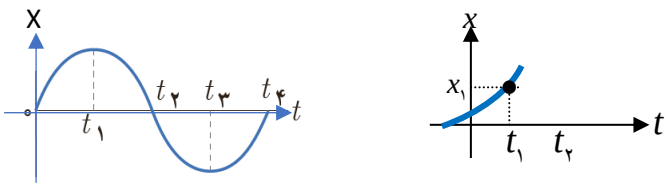
۱) حرکت دایره‌ای شتاب ثابت
۲) حرکت دایره‌ای شتاب متغیر
۳) حرکت شتاب دار با شتاب ثابت
۴) هیچ کدام

چنین نمودار مکان زمانی وجود خارجی ندارد! زیرا هر خط موازی محور قایم نمودار را در دونقطه قطع میکند و این یعنی متحرک در یک زمان مشخص همزمان در دوجا حضور داشته!!

تست: چند مورد از نمودارهای مکان زمان شکل زیر می تواند نشان دهنده نمودار **x-t** یک متحرک باشد؟

۱) ۶ مورد ۲) ۴ مورد ۳) ۲ مورد ۴) صفر مورد



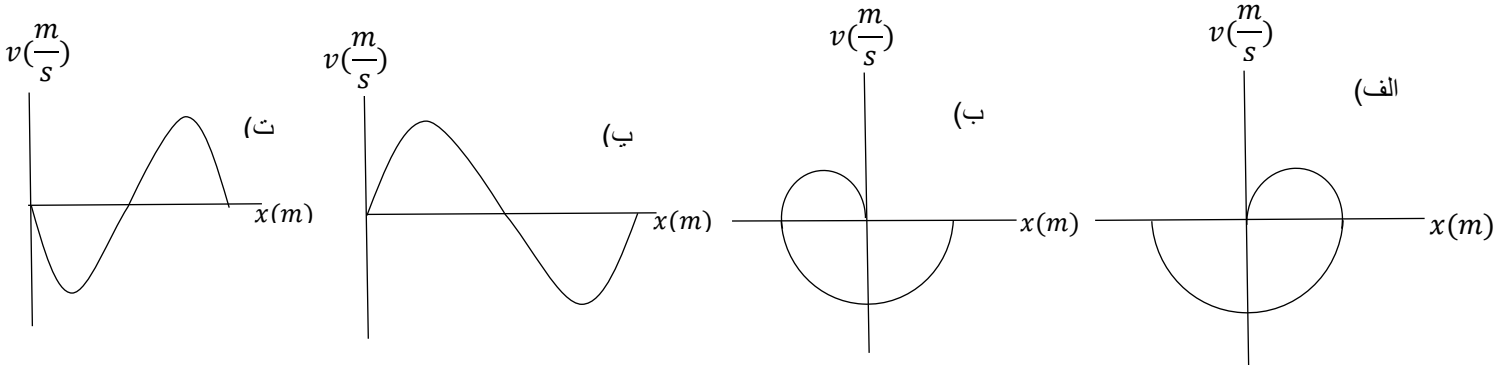


ج

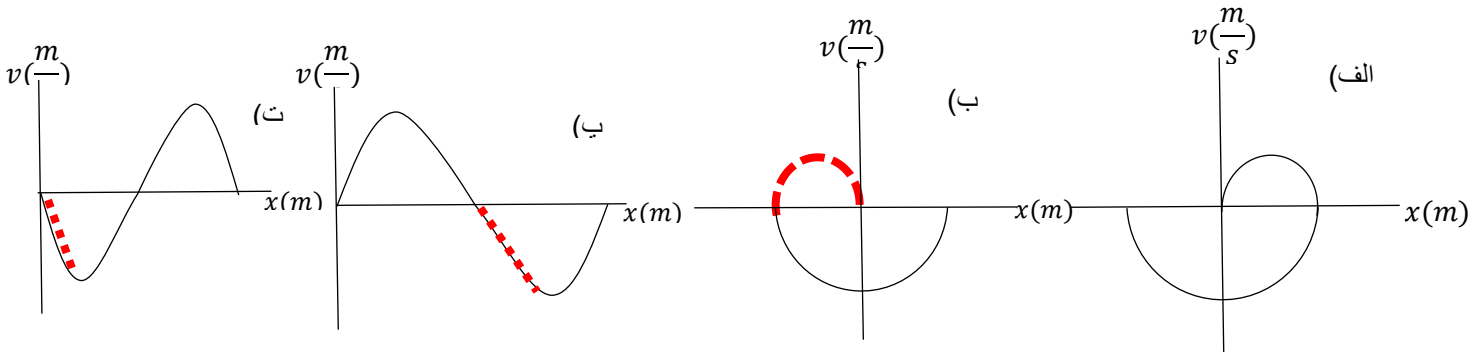
د

تست: متحرکی روی محور xها از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می کند. چند مورد از نمودارهای سرعت - مکان زیر می تواند مربوط به این متحرک باشد؟(آزمون کانون قلمچی)

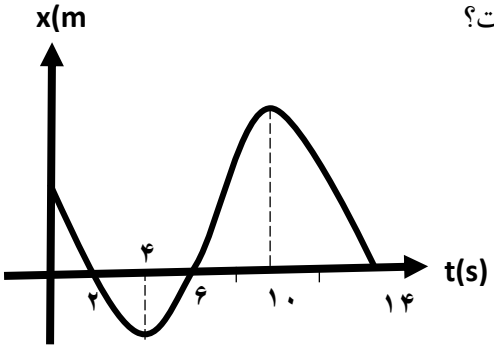
۱) ۱مورد ۲) ۲مورد ۳) ۳مورد ۴) ۴مورد



دقت کنید که این نمودارها سرعت زمان ه ستند! و نه مکان زمان! در این نمودارها حوا ستان با شدکه هرجا که v مثبت با شد باید دلتاایکس هم مثبت با شد و فقط گزینه ۱ این مو ضوع رعایت شده ا ست(جاهایی که در شکل زیر هایلات کردم علامت سرعت و جابجایی قرینه هم هست که باعث میشه گزینه غلط بشه)



تست: نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است، در ۱۳ ثانیهٔ اول حرکت مدت زمانی که بردار مکان و بردار سرعت متحرک با یکدیگر هم جهت هستند چند برابر مدت زمانی است که بردار سرعت متحرک در خلاف جهت محور xها و اندازه آن در حال کاهش است؟



۱) 1/5

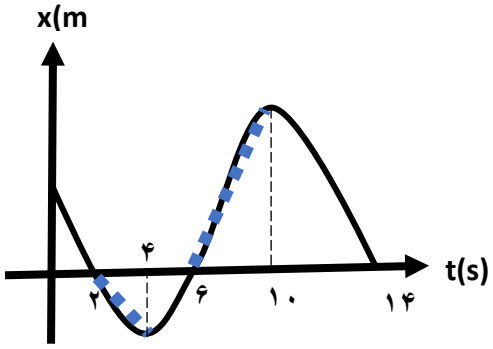
۲) 3

۳) $\frac{1}{5}$

۴) 5

یاداوری: هرجا شیب +باشه سرعت + هست و بردار مکان هم بالای محورایکس ها + و زیر محور ایکس ها منفی است

حل بخش اول : بردار مکان و بردار سرعت متحرک با یکدیگر هم جهت هستند یعنی هردو باهم مثبت باشند یا هردو منفی که بین ۲تا ۴ ثانیه هردو منفی و بین ۶ تا ۱۰ ثانیه هردو مثبت هستند(پس مجموعا میشه ۶ثانیه)



حل بخش دوم : بردار سرعت متحرک خلاف جهت محور ایکس ها باشد یعنی منفی باشد یعنی شیب منفی باشد که میشود بین ۰ تا ۴ ثانیه و ۱۰ تا ۱۴ ثانیه، اما یک شرط دیگه رو هم گفته و گفته که سرعت در حال کاهش باشد پس فقط ۰ تا ۴ ثانیه رو باید بپذیریم (پس مجموعا میشه ۴ثانیه)

و نهایتا جواب میشود شش تقسیم بر ۴ یعنی عدد یک و نیم