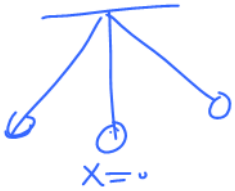
سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

تالیف: مهندس مهدی باباخانی

این جزوه فقط برای کسانی است که در کلاسهای بنده در موسسه کارنامه خرد

ثبت نام نموده اند. استفاده از این جزوه برای سایرین شرعا و اخلاقا حرام است و راضی نمی‌باشیم



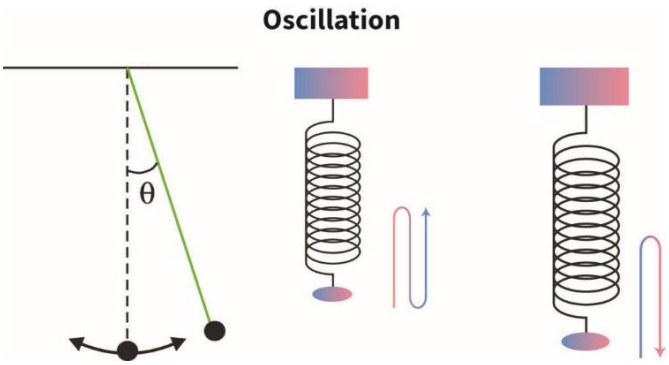
نوسان

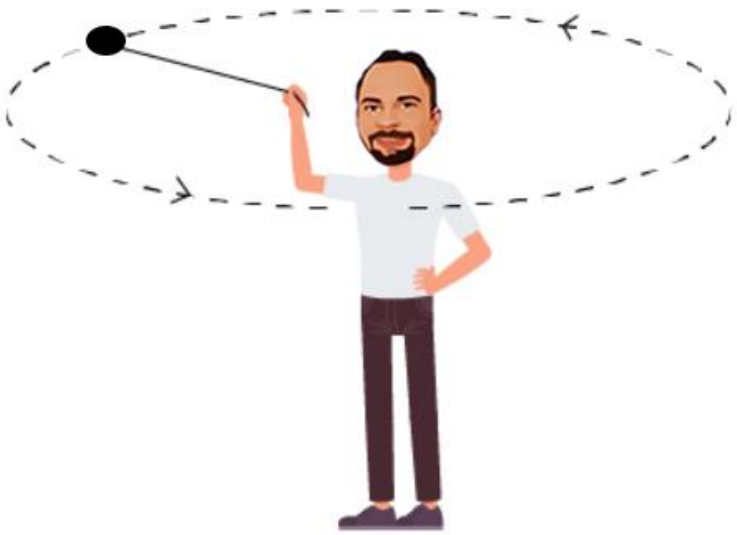
هرگاه یک متحرک، تغییر تکرارشـــونده‌ای رو حول یک وضـــعیت تعادل انجام دهد به آن حرکت نوســـانی میگوییم به زبان ساده‌تر به حرکت‌های تکرار شونده ای که به صورت رفت و برگشت روی یک مسیر انجام می‌شـــوند، حرکت نوســـانی می‌گویند. مثلا یک بچه رو روی یک تاب تصـــور کنید که مدام حرکت رفت و برگشـــتی انجام میده یا مثلا وزنه ای که یک فنر وصـــل هســـت و مدام رفت و برگشـــت میکنه ،اینها نمونه هایی از یک حرکت نوسانی هستند

چالش:

آقا اجازه؟ حرکت دایره ای هم یک حرکت نوسانی هست؟

پاسخ:



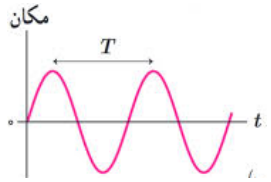


انواع نوسان کدامست؟

نوسان ها می توانند دوره ای یا غیر دوره ای باشند نقش های این تصویر به طور منظم تکرار می شوند، که به آن چرخه نوسان گفته می شود .چنین نوسان هایی را که هر چرخه‌ی آن در دورهای دیگر تکرار شود **نوسان های دوره ای** می نامند و اگر نوسان در چرخه های دیگر عینا تکرار نشود به آن **غیر دوره ای** میگوییم ما در این فصل فقط به بررسی نوسان های دوره ای میپردازیم

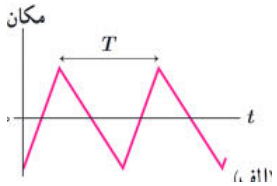
حرکت هماهنگ ساده:

نوسان های دوره ای که به صورتی سینوسی (کسینوسی) انجام میشوند را هماهنگ ساده میگویند. پس ما در این فصل قرار است به بررسی نوسانهای دوره ای هماهنگ ساده خواهیم پرداخت



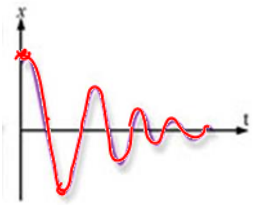
دوره ای هماهنگ ساده (سینوسی)

دوره ای



دوره ای غیر هماهنگ ساده

حرکت نوسانی



غیر دوره ای

تست : چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

۱مورد **۲مورد** **۳ مورد** **۴ مورد**

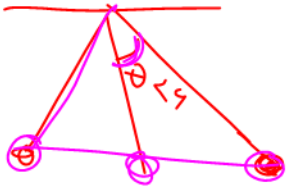
الف: حرکت زمین به دور خورشید نوعی حرکت نوسانی است ✗

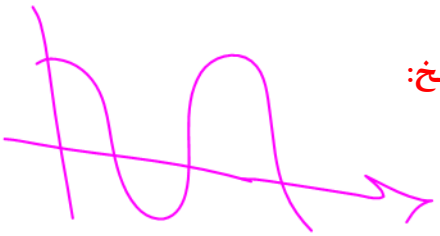
ب: حرکت ماه به دور زمین نوعی حرکت دوره‌ای است ✓

ج: ضربان قلب یک انسان سالم در طول یک شبانه روز نوعی حرکت دوره ای است ✗

د: نوسانهای یک آونگ ساده در شرایط خلا یک نوع حرکت نوسانی هماهنگ ساده و دوره ای است ✓

پاسخ:





چند تعریف مقدماتی از نوسان

دوره تناوب (T) چیست؟

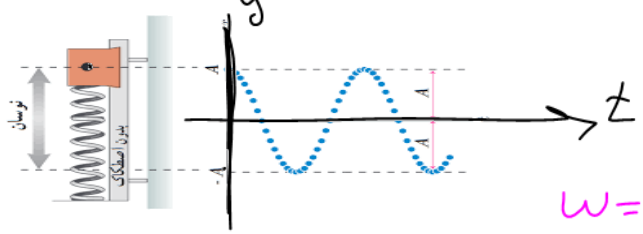
در نو سان های دوره ای به مدت زمان یک چرخه کامل ، دوره تناوب میگوییم و آن را با T نشان میدهند (مثلا در یک آونگ، زمانی که طول میکشد تا آونگ یک مسیر رفت و برگشتی کامل را طی کند دوره میگوییم)

نکته: اگر نوسانگر در مدت t ثانیه، N نوسان کامل انجام دهد، در این صورت دوره نوسانگر برابر است با $T = \frac{t}{N}$

بسامد (f) چیست؟ تعداد نوسان های انجام شده در هر ثانیه بسامد(فرکانس)نامیده می شود و آن را با f نشان میدهیم و واحد آن هرتز است . $f = \frac{1}{T}$

همچنین اگر نو سانگر در مدت t ثانیه، N نو سان کامل انجام دهد در این صورت ب سامد آن برابر ا ست با:

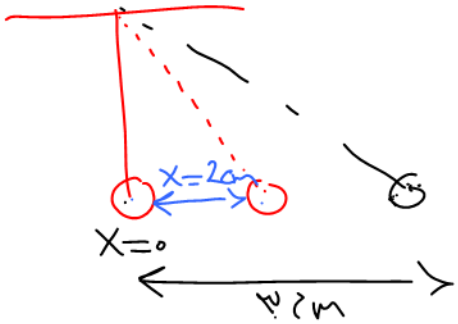
$$f = \frac{N}{t}$$



بسامد زاویه‌ای(ω) چیست؟

$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

تغییرات فاز نوسانگر در یک ثانیه، بسامد زاویه ای نام دارد که یکای آن در SI رادیان بر ثانیه (rad/s) است



بُعد نوسان:

به فاصله نوسانگر از مبدأ نوسان درهر لحظه، بعد نوسان میگوییم

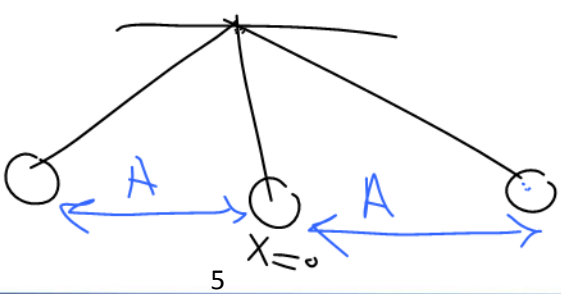
دامنه نوسان:

به بیشترین فاصله نوسانگر از مبدا، دامنه میگوییم

دامنه A

$A = \frac{\text{طول مسیر}}{2}$

$A = \frac{\text{مسافت یک دوره}}{4}$



آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تست: نو سانگری در مدت ۲ دقیقه ۶۰ نو سان کامل (دور) ، را طی می‌کند. دوره و بسامد نو سانگر و تعداد نوساناتی که نوسانگر پس از ۳۰ ثانیه انجام می‌دهد و بسامد زاویه‌ای به ترتیب از راست به چپ برابرند با.....

۲- π-۱۵-۰/۵

۲- π-۱۰-۱/۵

۲- π-۱۵-۲/۵

هیچکدام

$N=\frac{t}{T}$ $\quad 60=\frac{120}{T}\rightarrow T=2$ $\quad f=\frac{1}{T}=0.5$

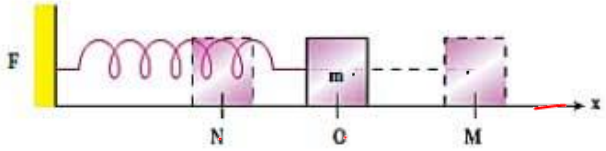
$N=\frac{t}{T}$ $\quad N=\frac{30}{2}=15$

تست : نوسانگر C در هر دوره مسافت ۴۰۰ سانتیمتر را با تندی متوسط ۲متر بر ثانیه طی می‌کند و نوسانگر B روی مسیری به طول ۴۰۰ سانتیمتر مدام حرکت رفت و برگشتی انجام میدهد و در هر ۲۴۰ ثانیه ۶۰ نوسان کامل را انجام میدهد،به ترتیب از راست به چپ دامنه C چند برابر B و دوره تناوب C چند برابر B است ؟

۰/۵ -۱ $\quad$ ۱-۱ $\quad$ ۰/۵-۰/۵ $\quad$ ۲- ۰/۵

علامت سرعت و شتاب و تعیین تندشونده و کندشونده در حرکت نوسانی

علامت x : اگر وسط مسیر نوسان را مبدا (X=0) در نظر بگیریم، سمت راست مبدا ، X مثبت و سمت چپ مبدا X منفی است



علامت v : اگر متحرکت در جهت محور Xها حرکت کند علامت V مثبت و اگر متحرکت در خلاف جهت محور Xها حرکت کند علامت V منفی است

علامت a : علامت شتاب دقیقا برعکس علامت X است،یعنی سمت راست مبدا ، شتاب منفی و سمت چپ مبدا، شتاب مثبت است

تند یا کند: هرگاه نوسانگر در حال نزدیک شدن به مبدا باشد، حرکت تندشونده و هرگاه نوسانگر در حال دور شدن از مبدا باشد حرکت کندشونده است.

مقدار سرعت و شتاب و نیرو و انرژی ها در کجای مسیر نوسان صفر و کجا بیشینه است؟

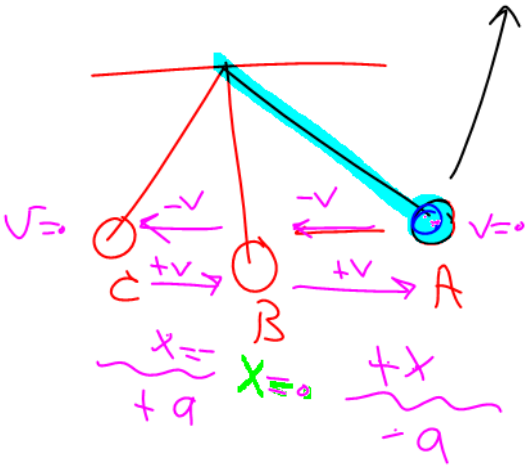
سرعت و انرژی جنبشی در مرکز نوسان،بیشینه و در دوانتهای مسیر صفر هستند

نیرو و شتاب و X و انرژی پتانسیل در مرکز نوسان، صفر و در دو انتهای مسیر بیشینه هستند

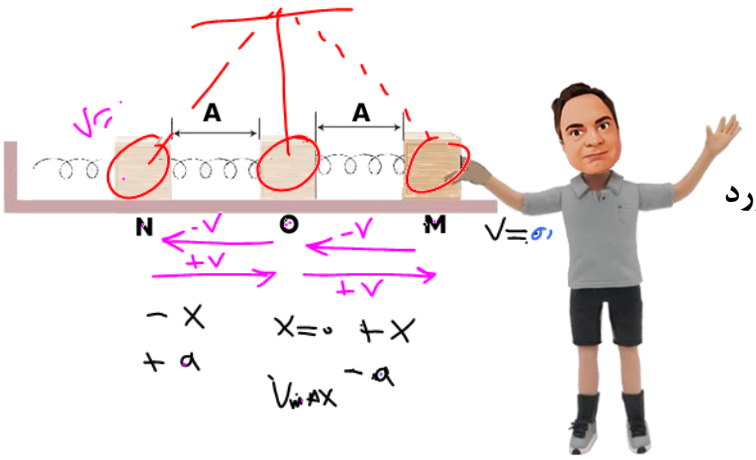
تست : در حرکت یک نوسانگر ساده، در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد، .....

۱) شتاب مثبت و x منفی است. ۲) شتاب منفی و x مثبت است.

۳) شتاب مثبت و x مثبت است. ۴)دقیقا نمیتوان قضاوت کرد

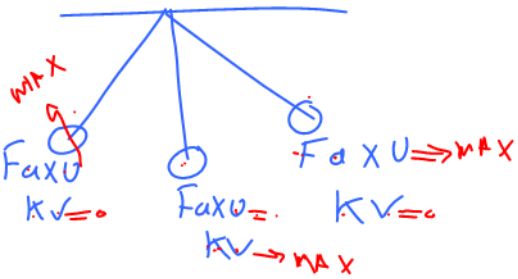


جواب گزینه ۲



تست : چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

صفر مورد دومورد چهار مورد شش مورد



الف : از M به سمت O سرعت و شتاب منفی و حرکت تند شونده است

ب: از O به N سرعت منفی و شتاب مثبت و حرکت کند شونده است

ج: از N به سمت O سرعت و شتاب مثبت و حرکت تند شونده است

د: از O به M سرعت مثبت و شتاب منفی و حرکت کند شونده است

و: در نقاط M و N سرعت و انرژی جنبشی صفر و شتاب و انرژی پتانسیل بیشینه است

ی: در نقاطه O سرعت و انرژی جنبشی بیشینه و شتاب و انرژی پتانسیل صفر است

تست : کدام گزینه غلط است؟

۱- درتمام نقاطی که علامت سرعت مثبت است،علامت شتاب منفی است

۲- تندی در مرکز نوسان بیشینه و در دوانتهای مسیر صفر است

۳- علامت تغییرات بزرگی تندی و بزرگی تغییرات تندی مخالف یکدیگر است

۴- در حرکت نوسانی ساده،علامت شتاب و جابه‌جایی نسبت به نقطه تعادل مخالف هم است

با توجه به نکات صفحه قبل گزینه ۱

معادله مکان– زمان در حرکت نوسان ساده

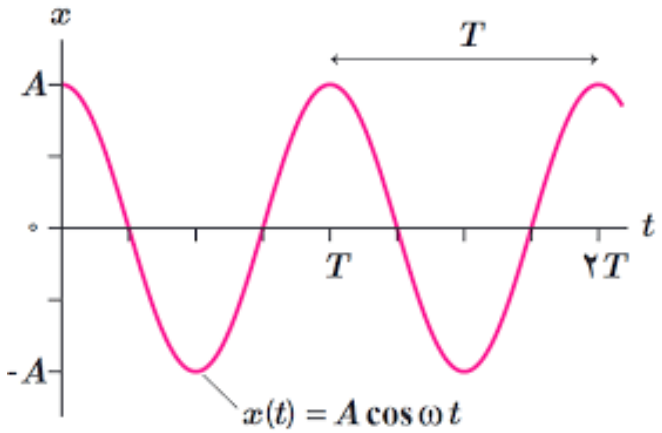
در فصل حرکت شناسی، مشاهده کردیم که اگر یک متحرک با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت کند، معادله‌ی مکان- زمان آن از رابطه‌ی $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ محاسبه می‌شود. حال در این فصل می‌خواهیم حرکت‌هایی را بررسی کنیم که در آن یک متحرک بر روی یک مسیر مدام حرکت رفت و برگشتی (نوسان ساده) انجام دهد. به چنین حرکتی، یک حرکت نوسانی هماهنگ ساده می‌گوییم و معادله‌ی آن نیز یک معادله سینوسی (کسینوسی) به صورت زیر است: (در این کتاب با این فرض که در لحظه آغاز، نوسانگر از نقطه ماکزیمم آغاز به حرکت کند معادلات را بررسی میکنیم)

$$x = A\ COS\ (\omega t)$$

x: بعد حرکت (فاصله نوسانگر در هر لحظه از مبدا مکان)

A: بیشترین فاصله از مرکز نوسان (دامنه) (بعد بیشینه)

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$



تست: بیشترین فاصله یک نوسانگر از مبدا ۴۰ سانتیمتر است و نوسانگر در هر دقیقه ۱۵ نوسان کامل انجام میدهد، معادله مکان- زمان و مکان نوسانگر در لحظه $t=2$ به ترتیب از راست به چپ عبارتست از .....

۱- $x = 0/4\cos(\frac{\pi}{2}t)$ و $X=۰/۴$

۲- $x = 0/4\cos(\frac{\pi}{2}t)$ و $X=-۰/۴$

۳- $x = 0/2\cos(\frac{\pi}{2}t)$ و $X=-۰/۲$

۴- $x = 0/2\cos(\pi t)$ و $X=۰/۲$

پاسخ : ابتدا معادله نوسان را می‌نویسیم

$$A = 40cm = 0/4m$$

$$N = \frac{t}{T} \rightarrow 15 = \frac{60}{T} \rightarrow T = 4s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$x = 0/4\cos(\frac{\pi}{2}t)$$

حال با جایگذاری زمان در معادله مکان نوسانگر داریم :

$$x = 0/4\cos(\frac{\pi}{2}t) = 0/4\cos(\pi) = -0/4$$

تست: نوسانگری بر روی مسیر AB به طول ۵۰ سانتیمتر مدام حرکت رفت و برگشتی انجام می‌دهد، اگر این نوسانگر در لحظه شروع، در A+ باشد و به سمت مبدا در حال حرکت باشد، هچنین اگر این نوسانگر در هر ۴دقیقه ۶۰ بار مسیر AB را بپیماید، معادله نوسانی آن کدام گزینه است؟

$X = 0.25\cos\frac{\pi}{2}t$ $X = 0.5\cos\frac{\pi}{2}t$ $X = 0.5\cos\frac{\pi}{4}t$ $X = 0.25\cos\frac{\pi}{4}t$

طول پاره خط که نوسانگر روی آن نوسان می کند برابر 2A می باشد پس

$$2A = 50cm \rightarrow A = 25cm = 0/25m$$

هر ۲ بار که طول پاره خط را طی کند برابر یک نوسان می باشد پس ۶۰ بار طول پاره خط را طی کند یعنی ۳۰ نوسان کامل

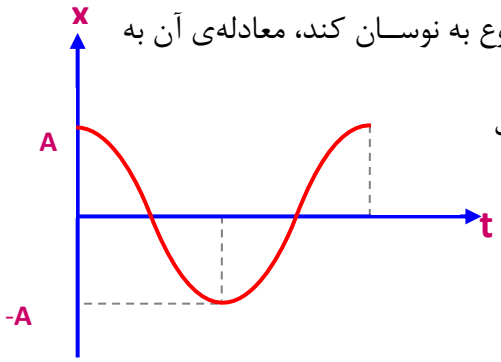
$$N = \frac{t}{T} \rightarrow 30 = \frac{4 \times 60}{T} \rightarrow T = 8s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$x = 0/25\cos\frac{\pi}{4}t$$

نمودار مکان– زمان و پیدا کردن گوگولی!

نمودار مکان- زمان یک حرکت نوسانی ساده به صورت تابعی کسینوسی(سینوسی) است که در هر دوره تکرار می‌شود. برای مثال اگر یک نوسانگر از مبدأ مکان $X=+A$ شروع به نوسان کند، معادله‌ی آن به صورت $X=ACOS(\frac{2\pi}{T})t$ می‌باشد که نمودار ان مطابق شکل روبرو است

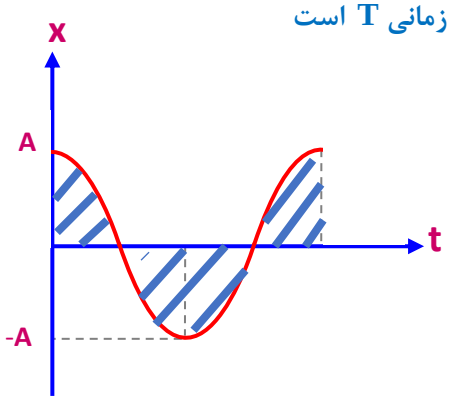


حالا **سوال** اینه که چگونه از روی نمودار مکان-زمان مقادیر T و A را پیدا کنیم؟

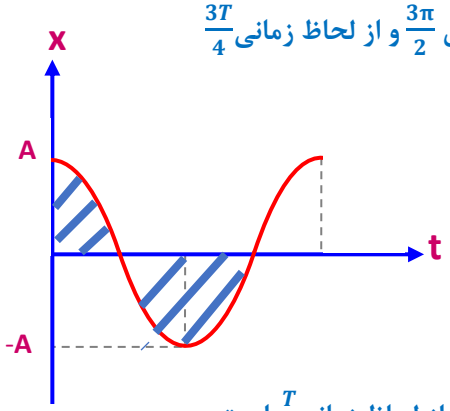
پاسخ: گوگولی باباخانی به شما کمک میکند!

مهمترین چیزی که در این قسمت باید یاد بگیرید اینست که بدانید هر بخش از نمودار از لحاظ زاویه ای و زمانی و مکانی چه مقداری دارد.بنابراین شکل ها و مقادیر زیر را حفظ کنید

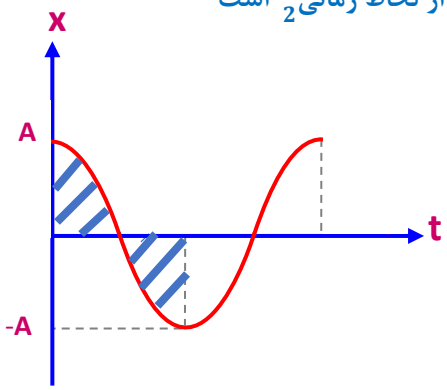
اگر روی نمودار یک دایره کامل را جلو برویم این مقدار از لحاظ زاویه ای 2π و از لحاظ زمانی T است



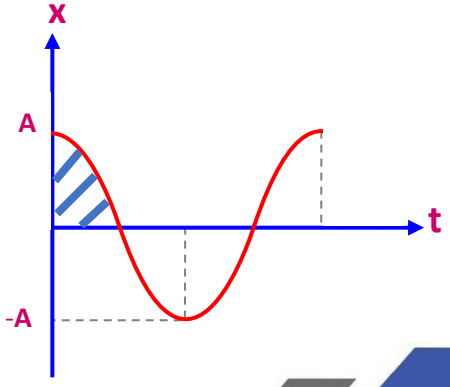
اگر روی نمودار به اندازه سه چهارم دایره کامل را جلو برویم این مقدار از لحاظ زاویه ای $\frac{3\pi}{2}$ و از لحاظ زمانی $\frac{3T}{4}$ است



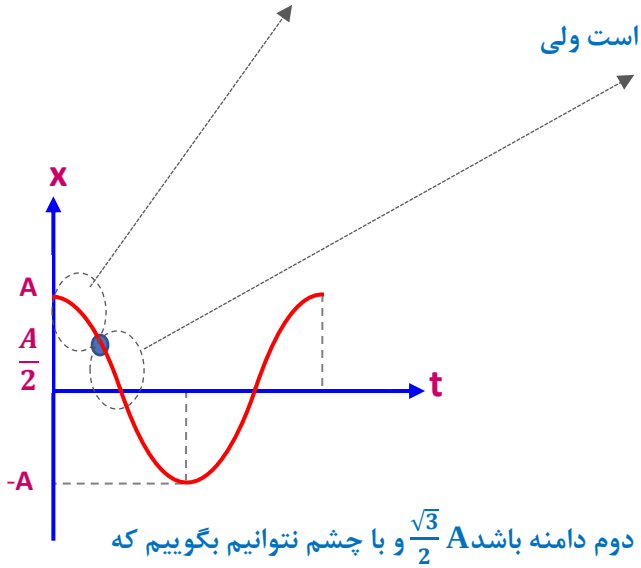
اگر روی نمودار به اندازه نصف دایره کامل را جلو برویم این مقدار از لحاظ زاویه ای π و از لحاظ زمانی $\frac{T}{2}$ است



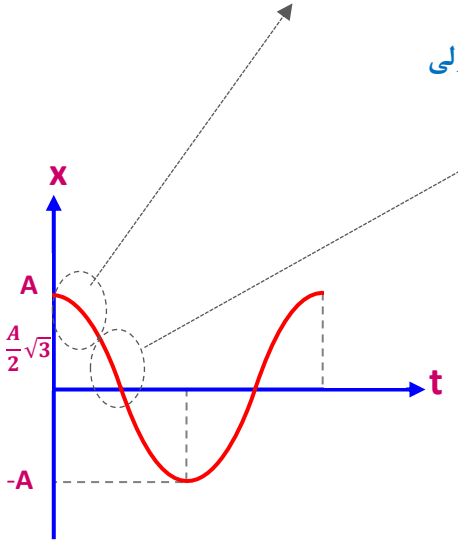
اگر روی نمودار به اندازه یک چهارم دایره کامل را جلو برویم این مقدار از لحاظ زاویه ای $\frac{\pi}{2}$ و از لحاظ زمانی $\frac{T}{4}$ است



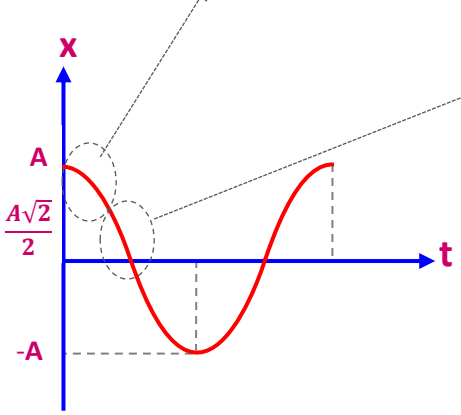
اگر روی نمودار به اندازه‌ای جلو برویم که معادل نصف دامنه باشد و با چشم نتوانیم بگوییم که چند چندم یک دایره را جلو رفته ایم نسبت به نقطه ماکزیمم یا مینمم از لحاظ زاویه ای $\frac{\pi}{3}$ و از لحاظ زمانی $\frac{T}{6}$ است و این مقدار نسبت به محور tها از لحاظ زاویه ای $\frac{\pi}{6}$ و از لحاظ زمانی $\frac{T}{12}$ است ولی



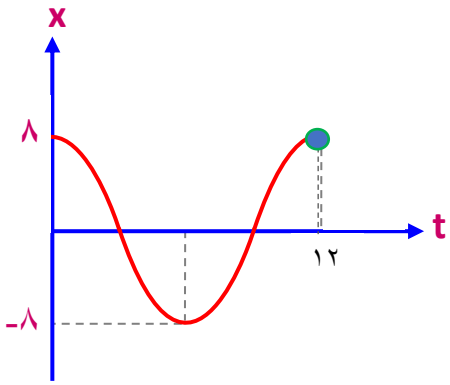
اگر روی نمودار به اندازه‌ای جلو برویم که معادل رادیکال سه دوم دامنه باشد $\frac{\sqrt{3}}{2}$A و با چشم نتوانیم بگوییم که چند چندم یک دایره را جلو رفته ایم نسبت به نقطه ماکزیمم یا مینمم از لحاظ زاویه ای $\frac{\pi}{6}$ و از لحاظ زمانی $\frac{T}{12}$ است و این مقدار نسبت به محور tها از لحاظ زاویه ای $\frac{\pi}{3}$ و از لحاظ زمانی $\frac{T}{6}$ است ولی



اگر روی نمودار به اندازه‌ای جلو برویم که معادل رادیکال دودوم دامنه باشد $\frac{\sqrt{2}}{2}$A و با چشم نتوانیم بگوییم که چند چندم یک دایره را جلو رفته ایم نسبت به نقطه ماکزیمم یا مینمم از لحاظ زاویه ای $\frac{\pi}{4}$ و از لحاظ زمانی $\frac{T}{8}$ است و این مقدار نسبت به محور tها از لحاظ زاویه ای $\frac{\pi}{4}$ و از لحاظ زمانی $\frac{T}{8}$ است ولی

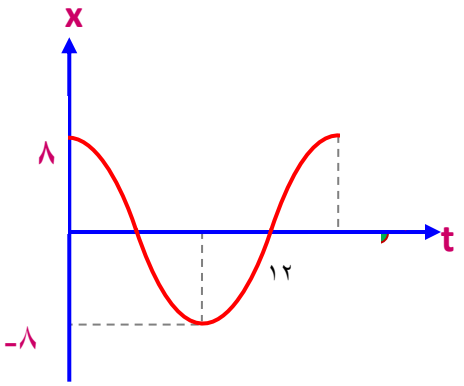


در هریک از نمودارهای مکانی- زمان حرکت همکاهنگ ساده زیر معادله‌ی مکان- زمان نو سانگر را بنویسید.(در تمام شکل ها محورxها بر حسب سانتیمتر و زمان s است)



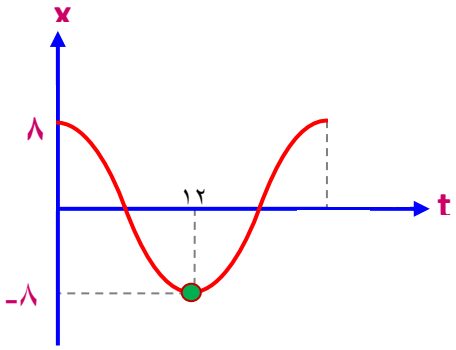
$$\text{زاویه} = 2\pi \rightarrow \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

$$x = A\cos\omega t \quad x = 0.08\cos\frac{\pi}{6}t$$



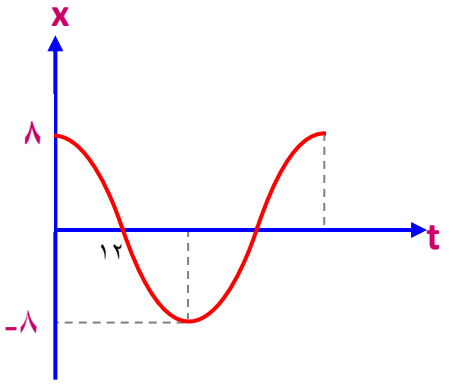
$$\text{زاویه} = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{3\pi}{2}}{12} = \frac{\pi}{8}$$

$$x = A\cos\omega t \quad x = 0.08\cos\frac{\pi}{8}t$$



$$\text{زاویه} = \pi \rightarrow \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\pi}{12}$$

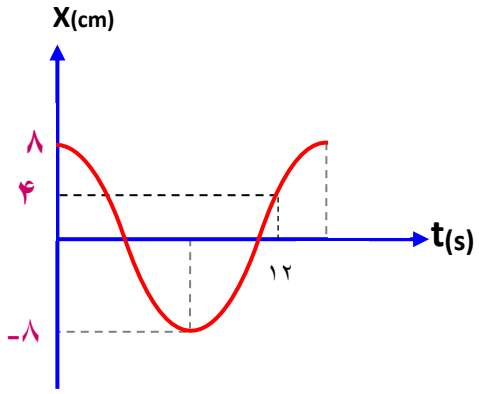
$$x = A\cos\omega t \quad x = 0.08\cos\frac{\pi}{12}t$$



$$\text{زاویه} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{2}}{12} = \frac{\pi}{24}$$

$$x = A\cos\omega t \quad x = 0.08\cos\frac{\pi}{24}t$$

تست : با توجه به نمودار نوسان شکل مقابل معادله حرکت نوسانی کدامست؟



$x = 0.08\cos\frac{5\pi}{36}t$

$x = 0.08\cos\frac{5\pi}{72}t$

$x = 0.08\cos\frac{5\pi}{3}t$

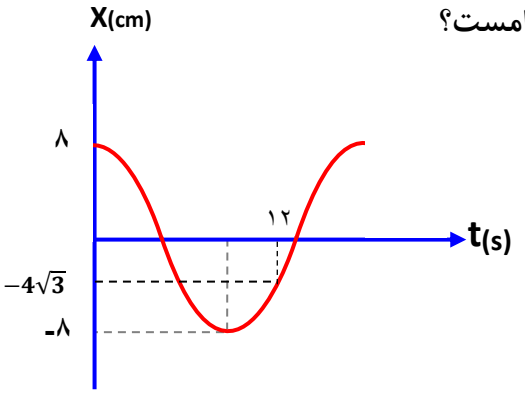
$x = 0.04\cos\frac{5\pi}{8}t$

برای حل این مسائل اول زاویه طی شده رو پیدا کنید

$$\frac{x}{A} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{زاویه} = \frac{\pi}{6} \rightarrow \omega = \frac{\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}}{12} = \frac{\frac{10\pi}{6}}{12} = \frac{5\pi}{36}$$

$$x = 0.08\cos\frac{5\pi}{36}t$$

تست : با توجه به نمودار نوسان شکل مقابل معادله حرکت نوسانی کدامست؟



$x = 0.08\cos\frac{5\pi}{36}t$

$x = 0.08\cos\frac{5\pi}{36}t$

$x = 0.04\cos\frac{5\pi}{36}t$

$x = 0.08\cos\frac{7\pi}{72}t$

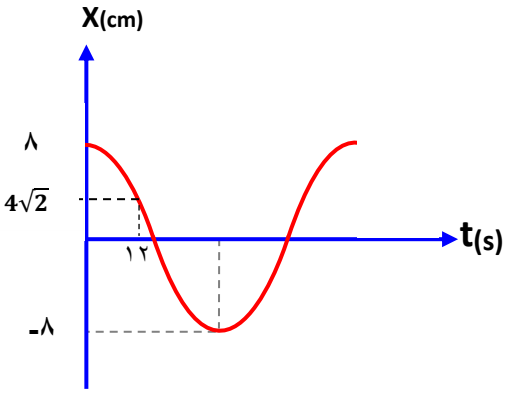
گوگولی را پیدا کن x وبه A تقسیم کنید

$$\frac{x}{A} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \text{زاویه} = \frac{\pi}{3}$$

$$\omega = \frac{\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{3}}{12} = \frac{\frac{9\pi}{6} - \frac{2\pi}{6}}{12} = \frac{7\pi}{72}$$

$$x = 0.08Cos\frac{7\pi}{72}t$$

تست : با توجه به نمودار نوسان شکل مقابل معادله حرکت نوسانی کدامست؟



$x = 0.08\cos\frac{5\pi}{36}t$

$x = 0.08\cos\frac{\pi}{48}t$

$x = 0.04\cos\frac{5\pi}{36}t$

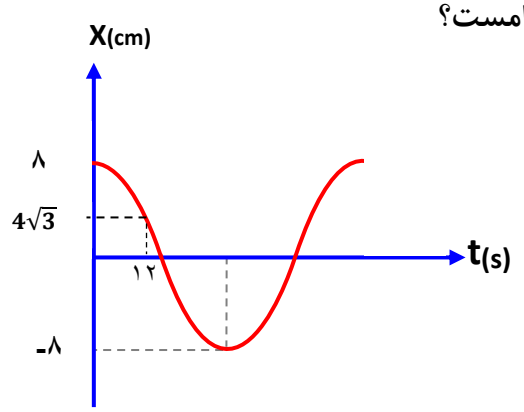
$x = 0.08\cos\frac{7\pi}{72}t$

$$\frac{x}{A} = \frac{4\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \text{زاویه} = \frac{\pi}{4}$$

$$\omega = \frac{\frac{\pi}{4}}{12} = \frac{\pi}{48}$$

$$x = 0.08Cos\frac{\pi}{48}t$$

تست : با توجه به نمودار نوسان شکل مقابل معادله حرکت نوسانی کدامست؟



$x = 0.08\cos\frac{5\pi}{36}t$

$x = 0.08\cos\frac{\pi}{48}t$

$x = 0.04\cos\frac{5\pi}{36}t$

$x = 0.08\cos\frac{\pi}{72}t$

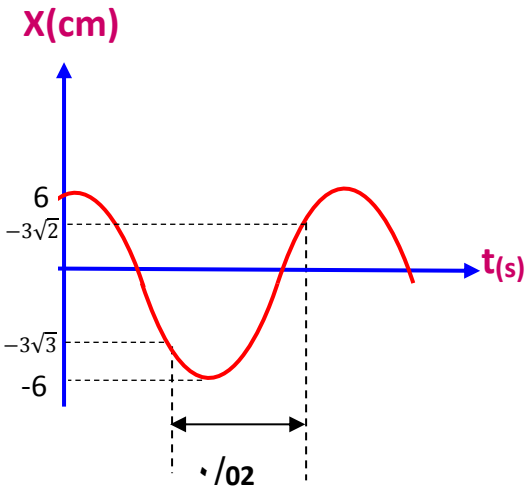
$$\frac{x}{A} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \text{زاویه} = \frac{\pi}{6}$$

$$\omega = \frac{\frac{\pi}{6}}{12} = \frac{\pi}{72}$$

$$x = 0.08Cos\frac{\pi}{72}t$$

تست: با توجه به نمودار مقابل، معادله حرکت نوسانی در SI کدام گزینه است؟

$$x = 0.06\cos\frac{55\pi}{12} \qquad x = 0.06\cos\frac{15\pi}{12} \qquad x = 6\cos\frac{15\pi}{12} \qquad x = 6\cos\frac{55\pi}{12}$$



این تست دیگه سخته! الان دوتا زاویه خاص داریم که باید زاویه ۱ رو از π کم کنیم و زاویه ۲ را به π اضافه کنیم

$$\text{زاویه}\,1 = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \text{زاویه} = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{زاویه}\,2 \rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \text{زاویه} = \frac{\pi}{4}$$

$$\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{8\pi+3\pi}{12} = \frac{11\pi}{12}$$

$$\omega = \frac{\frac{11\pi}{12}}{0/2} = \frac{110\pi}{24} = \frac{55\pi}{12}$$

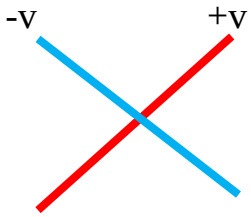
$$x = 0/06Cos\frac{55\pi}{12}t$$

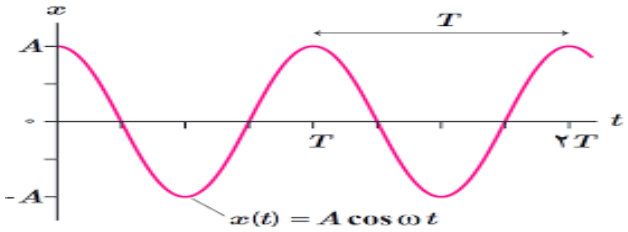
نکته : دریک نمودار حرکت نوسانی کجا سرعت و شتاب و X صفر و کجاها ماکزیمم است؟

در محل تلاقی نمودار با محورtها سرعت بیشینه و شتاب صفر است اما در نقاط ماکسیمم و مینیمم سرعت صفر است و شتاب بیشینه است

نکته۲: علامت سرعت و شتاب و تند و کند شونده را چگونه متوجه شویم؟

در نمودار x-t باید شیب نمودار را رسم کنیم اگر یک خط به صورت / شد ، سرعت مثبت است و اگر یک خط به صورت \ شد سرعت منفی است





علامت شتاب رو در نمودار مکان زمان چه جوری پیدا کنیم؟

باید به جهت کودی منحنی نگاه کنیم:

اگر کودی به بالا باشد : شتاب+است

اگر کودی به پایین باشد : شتاب-است

در نمودار مکان زمان تند یا کند رو از کجا متوجه بشیم؟

حالات مختلف حرکت یک متحرک:

یک متحرک ۳ نوع حرکت می تواند داشته باشد

۱- تند شونده $av \rightarrow + \leftarrow$

۲- سرعت ثابت روی خط راست (یکنواخت) $a = ۰$

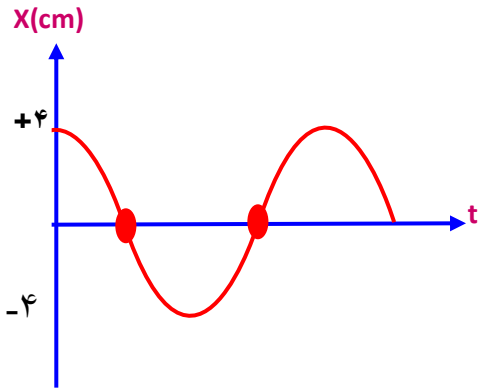
۳- کندشونده $av \rightarrow - \leftarrow$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تست: معادله یک حرکت نوسانی در SI به صورت، $x=0/04COS10\pi t$ است،تندی متوسط بین لحظات ۰/۰۵ تا ۰/۱۵ ثانیه چند واحد SI است و چند ثانیه پس از $t=0$ سرعت نوسانگر برای ۲۰ بار بیشینه میشود؟

۱) $\frac{41}{20}$ و ۰/۸ ۲) $\frac{44}{20}$ و ۰/۸ ۳) $\frac{41}{20}$ صفر و ۴) $\frac{39}{20}$ و ۰/۸

ابتدا باید تایع را رسم کنیم و نقاط را روی آن مشخص کنیم



$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad 10\pi = \frac{2\pi}{T} \quad T = 0.20$$

$$S_{av} = \frac{0/04 + 0/04}{0/15 - 0/05} = \frac{0/08}{0/1} = 0/8$$

$$\text{اولین بار} \quad \frac{\pi}{2}$$

$$\text{دومین بار} \quad \frac{\pi}{2} + \pi$$

$$\text{سومین بار} \quad \frac{\pi}{2} + 2\pi$$

$$\text{بیستمین بار} \quad \frac{\pi}{2} + 19\pi$$

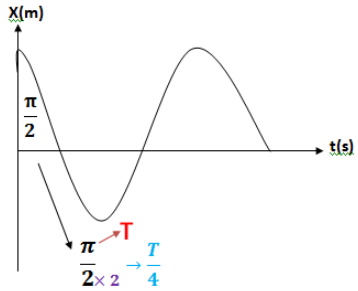
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad 10\pi = \frac{\frac{\pi}{2} + 19\pi}{\Delta t} \quad \Delta t = \frac{39}{20}$$

تست: معادله یک حرکت نوسانی در SI به صورت، $x=0/23Cos5\pi t$ است،در ۰/۴۵ اول حرکت،چندثانیه نوسانگر با سرعت و شتاب منفی به صورت تند شوند حرکت کرده است؟

۰/۱۵ ۰/۱ ۰/۲۵ هیچکدام

نکته: در مورد پیدا کردن T در نمودار های مکان_زمان :

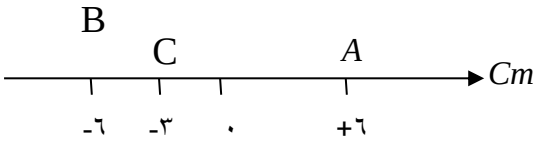
پس از محاسبه گوگولی (زاویه) کافی است مخرج آن را در عدد ۲ ضرب کنید و به جای π ، T بگذاریم مثلا



$$\begin{cases} 2\pi \rightarrow \pi \\ \pi \rightarrow \frac{T}{2} \\ \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{T}{6} \\ \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{T}{12} \\ \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{T}{4} \\ \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{T}{8} \end{cases}$$

نسبت ها

تست: در شکل مقابل ذره‌ای روی محور xها بین نقاط **A** و **B** حرکت نو سانی ساده انجام می‌دهد. این ذره فا صله **C** تا **B** را با سرعت منفی در مدت ۰/۱ ثانیه طی کرده با شد. اگر نو سانگر در مبداء زمان از **X= + A** شروع به حرکت کرده باشد، معادله‌ی مکان- زمان آن در **SI** کدام است؟



۱- $x = 0/12Cos[5\pi t]$

۲- $x = 0/06Cos[10\pi t]$

۳- $x = 0/06\sin\left[3/3\pi t + \frac{\pi}{2}\right]$

۴- هیچکدام

تست: نوسانگری از $+A$ شروع به حرکت به سمت منبع می‌کند.اگردر لحظه t_1 در مکان $+\frac{A}{\sqrt{2}}$ و در لحظه t_2 $(t_2>t_1)$ در مکان $+\frac{A}{2}$ باشد اندازه بیشترین سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 کدامست؟

$12(\sqrt{2}-1)\frac{A}{T}$

$\frac{12(\sqrt{2}-1)}{7}\frac{A}{T}$

$\frac{12(\sqrt{2}-1)}{17}\frac{A}{T}$

هیچکدام

$$V_{av}=\frac{\left|\frac{\sqrt{2}}{2}A-\frac{1}{2}A\right|}{\frac{T}{8}-\frac{T}{12}}=\frac{\frac{A}{2}(\sqrt{2}-1)}{\frac{T}{24}}=\frac{12(\sqrt{2}-1)A}{T}$$

نکته: اگر نقطه ابتدا و انتهای حرکت نوسانگر داده نشود در زمان معین، بیشترین مسافت به صورت متقارن حول مبدا است زیرا در اطراف مرکز تندی بیشینه است و کمترین مسافت طی شده اطراف $x = \pm A$ است که تندی صفر است

تست: یک نوسانگر با دامنه A و دوره T حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد در بازه زمانی $\frac{T}{4}$ بیشترین مسافت طی شده توسط نوسانگر چه کسری از دامنه است و در همین بازه زمانی کمترین و بیشترین مسافت طی شده توسط نوسانگر چه کسری از دامنه است؟

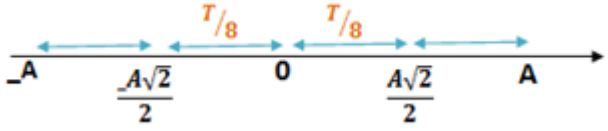
$A\sqrt{2}$ و $A(2-\sqrt{2})$ 2A , A صفر و A صفر و 2A

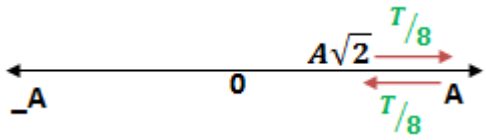
بیشترین مسافت در بازه زمانی ثابت $\frac{T}{4}$ هنگامی است که نوسانگر اطراف مرکز نوسان است (سرعت بیشینه است)

پس ابتدا $\frac{T}{4}$ را تقسیم بر ۲ می کنیم و اطراف مرکز نوسان قرار می دهیم

طبق روابط حرکت نوسانی روی خط $\frac{T}{8}$ معادل $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ است کمترین مسافت در بازه زمانی ثابت $\frac{T}{4}$ هنگامی است که نوسانگر در اطراف انتهای مسیر است (سرعت صفر است) پس

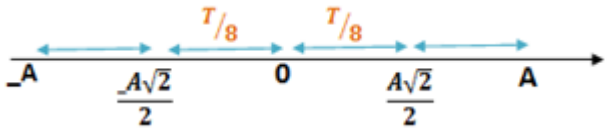
$$\frac{T}{4} \div 2 = \frac{T}{8}$$





$$2\left(\frac{A\sqrt{2}}{2}\right) = A\sqrt{2}$$

$$2\left(A - \frac{A\sqrt{2}}{2}\right) = A(2-\sqrt{2})$$



نکته:

برای محاسبه‌ی مسافت مینیمم یا ماکزیمم یا باید از روش صفحه قبل برویم یا میتوانیم نکته زیر را برای زمانهای معروف،حفظ نماییم:

در مدت زمان $\frac{T}{4}$

$$L_{max} = \sqrt{2}A$$

$$L_{min} = 2A - \sqrt{2}A$$

در مدت زمان $\frac{T}{3}$

$$L_{max} = \sqrt{3}A$$

$$L_{min} = A$$

در مدت زمان $\frac{T}{6}$

$$L_{max} = A$$

$$L_{min} = 2A - \sqrt{3}A$$

Home work 1

۱) چه تعداد از عبارات زیر، درباره‌ی حرکت هماهنگ ساده، نادرست هستند؟
الف) وقتی نوسانگر به نقاط بازگشت نزدیک می‌شود، حرکتش کندشونده است.
ب) با دو برابر شدن دامنه‌ی حرکت، دوره‌ی تناوب نیز دو برابر می‌شود.
ج) در نقطه‌ی تعادل، تندی نوسانگر، صفر است.
د) حاصل‌ضرب دوره در بسامد حرکت، برابر عدد یک است.
هـ) مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در هر دوره، برابر است با $۲A$.
و) فاصله‌ی بین دو انتهای مسیر، برابر با دامنه است.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

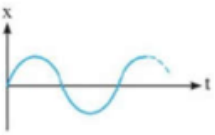
۲) در شکل زیر منحنی الکترو کاردیوگرام قلب یک شخص رسم شده است. در هر تناوب در نقطه‌ی R بطن‌ها شروع به انقباض می‌کنند. اگر در هر سه دقیقه ۲۰۰ بار این رویداد به طور منظم رخ دهد، دوره‌ی تناوب ضربان قلب این شخص چند ثانیه است؟

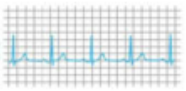
۱) ۰/۸ ۲) ۰/۹ ۳) ۰/۸۲ ۴) ۰/۹۲

۳) اگر بسامد زاویه‌ای نوسانگر دوره‌ای A، ۲۵ درصد بیش‌تر از بسامد زاویه‌ای نوسانگر دوره‌ای B باشد، آن‌گاه دوره‌ی حرکت A:

۱) ۲۵ درصد بیش‌تر از دوره‌ی حرکت B است.
۲) ۲۰ درصد بیش‌تر از دوره‌ی حرکت B است.
۳) ۲۵ درصد کم‌تر از دوره‌ی حرکت B است.
۴) ۲۰ درصد کم‌تر از دوره‌ی حرکت B است.

۴) از بین نمودارهای زیر، کدام‌یک مربوط به یک نوسان دوره‌ای نمی‌باشد؟

۱) 

۲) 
۳)

۴)

۵) بسامد زاویه‌ای نوسانگر A، در برابر بسامد زاویه‌ای نوسانگر B است. اگر در مدت زمان یک دقیقه، تعداد چرخه‌های طی شده توسط A، ۲۰ دور بیش‌تر از B باشد بسامد حرکت نوسانگر B چند هرتز است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۶ چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) معادله‌ی مکان - زمان هر متحرکی که نوسان دوره‌ای انجام می‌دهد الزاماً به صورت یک تابع سینوسی (یا کسینوسی) است.

ب) در حرکت هماهنگ ساده، مسافت‌های یکسان، الزاماً در مدت یکسان پیموده می‌شود.

ج) هرچه جرم وزنه‌ی آونگ ساده بیش‌تر باشد، دوره‌ی نوسان‌های آن بیشتر خواهد بود.

د) در حرکت هماهنگ ساده، هنگامی که نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود حرکتش قطعاً تندشونده است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷ چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با نوسانگر هماهنگ‌ساده‌ای که در حال دور شدن از نقطه‌ی تعادل است، نادرست است؟

الف) اندازه‌ی شتاب نوسانگر افزایش می‌یابد.

ب) اندازه‌ی بردار تکانه‌ی جسم نوسانگر کاهش می‌یابد.

ج) اندازه‌ی بردار مکان جسم افزایش می‌یابد.

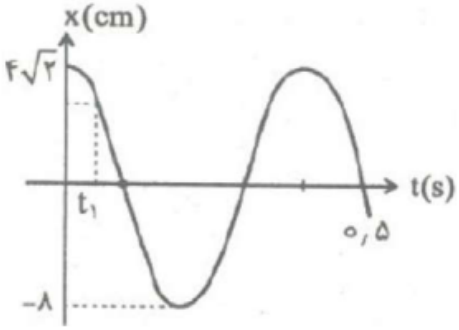
د) حرکت نوسانگر، شتابدار کندشونده است.

هـ) انرژی پتانسیل نوسانگر کاهش می‌یابد.

و) اندازه‌ی نیروی بازگرداننده کاهش می‌یابد.

۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

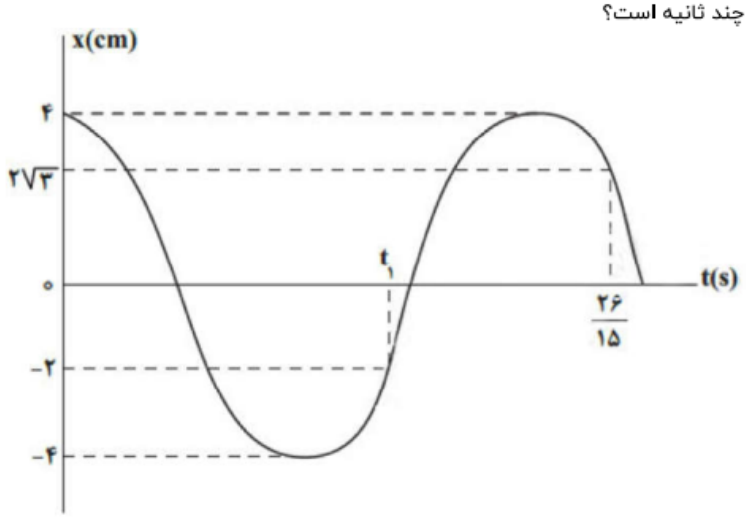
۸ برای نمودار مکان زمان نوسانگری مطابق شکل مقابل، مقدار t_1 چند ثانیه است؟



۱) $\frac{۱}{۵۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲۰}$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۹) در شکل زیر، نمودار مکان - زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، رسم شده است. در این نمودار t_1 چند ثانیه است؟



۱) $\frac{۱۶}{۱۵}$ ۲) $\frac{۸}{۱۵}$ ۳) $\frac{۴}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۵}$

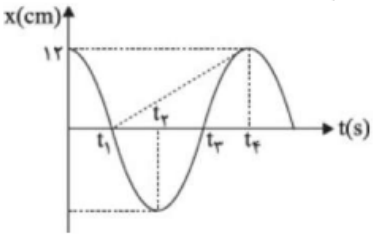
۱۰) معادلهٔ مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = A\,\text{Cos}\,۵۰\pi t$ است. اگر تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_1 = ۰s$ تا $t_2 = ۰/۰۲s$ برابر با $۱/۵\frac{m}{s}$ باشد، دامنهٔ نوسان چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۳ ۳) ۴/۵ ۴) ۶

۱۱) معادله مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = ۰/۴\,\text{Cos}\,(۱۰\pi t)$ است. از لحظه‌ی $t_1 = \frac{۱}{۳۰}s$ تا $t_2 = \frac{۷}{۴۰}s$ چند ثانیه بردار شتاب و سرعت نوسانگر در یک جهت می‌باشند؟

۱) $\frac{۳}{۴۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱}{۶۰}$ ۴) $\frac{۱}{۴۰}$

۱۲) نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل است. اگر شیب خطی که نمودار را در دو لحظه‌ی t_1 و t_4 به یک‌دیگر وصل می‌کند ۰/۴ واحد SI باشد، معادله‌ی مکان - زمان این نوسانگر در SI کدام است؟



۱) $x = ۰/۱۲\,\text{Cos}\,(۵\pi t)$ ۲) $x = ۰/۱۲\,\text{Cos}\,(۱۰\pi t)$ ۳) $x = ۰/۱۲\,\text{Cos}\,(۲۰\pi t)$
۴) $x = ۰/۱۲\,\text{Cos}\left(\frac{۲۵}{۳}\pi t\right)$

۱۳ معادله‌ی مکان - زمان نوسانگری در SI به صورت $x = ۰/۰۳ \text{Cos}(۲۰\pi t)$ داده شده است. در بازه‌ی زمانی $۰ \le t \le \frac{۱}{۳۰} s$ ، چند ثانیه متحرک به صورت تندشونده حرکت می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۴۰}$ ۲) $\frac{۱}{۶۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲۰}$ ۴) $\frac{۱}{۸۰}$

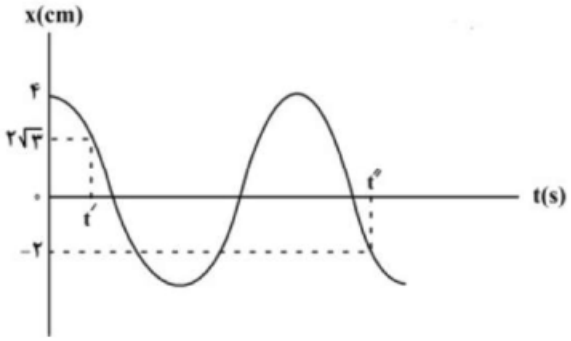
۱۴ معادله‌ی مکان - زمان نوسانگری در SI به صورت $x = ۰/۰۲ \text{Cos}(۵\pi t)$ داده شده است. در کدام‌یک از لحظات زیر شتاب نوسانگر در جهت منفی محور نوسان و حرکت نوسانگر کندشونده است؟

۱) ۰/۰۷ ۲) ۰/۱۴ ۳) ۰/۲۱ ۴) ۰/۳۷

۱۵ در یک حرکت هماهنگ ساده، A دامنه‌ی نوسان و T دوره‌ی نوسان است. اگر بیشترین مسافتی که نوسانگر در مدت زمان $\frac{T}{۶}$ می‌پیماید، ۱۷ سانتی‌متر باشد، طول پاره‌خط نوسان چند سانتی‌متر است؟ $(\sqrt{۲} \approx ۱/۴, \sqrt{۳} \approx ۱/۷)$

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۷ ۴) ۳۴

۱۶ نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم ۹۰g مطابق شکل زیر است. اگر $t'' - t' = \frac{۳}{۸} s$، باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر چند میلی‌ژول است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

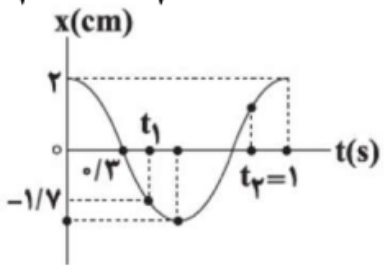
۱۷ در یک حرکت هماهنگ ساده در راستای محور x و حول مبدأ مختصات، فاصلهٔ بین دو انتهای مسیر ۲۰ cm است و نوسانگر این فاصله را در هر دقیقه ۲۴۰ بار طی می‌کند. اندازهٔ سرعت متوسط نوسانگر وقتی با یک بار تغییر جهت از مکان $x_۱ = -۲$ cm به مکان $x_۲ = +۲$ cm می‌رسد، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۱۸) نمودار مکان - زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده مطابق شکل زیر است. تندی متوسط در این نوسانگر بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 چند $\frac{cm}{s}$ است؟

$(\sqrt{3}=1/7, \sqrt{2}=1/4)$



۱) ۷/۴ ۲) ۶ ۳) ۵/۴ ۴) ۶/۶

۱۹) معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0/04 \cos \frac{\pi}{4} t$ است. در بازهٔ زمانی $2s \le t \le 6s$ مسافت طی شده و جابه‌جایی برحسب سانتی‌متر به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) ۸، صفر ۲) ۸ و -۸ ۳) ۱۶ و صفر ۴) ۱۶ و ۸

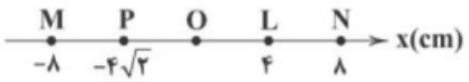
۲۰) نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در حال نوسان بر روی پاره‌خطی می‌باشد. در لحظه‌ای که این نوسانگر در حال نزدیک شدن به نقطهٔ تعادل است، کدام گزینه، در مورد حرکت نوسانگر الزاماً صحیح است؟ (پاره‌خط نوسان روی محور xهاست.)

۱) در مکان‌های مثبت قرار دارد. ۲) بردار سرعت آن در جهت محور xها است.
۳) بردار شتاب آن خلاف جهت محور xها است. ۴) اندازهٔ شتاب آن در حال کاهش است.

۲۱) معادله‌ی مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI، به صورت $x = 0/06 \cos(40\pi t)$ است. در کدام‌یک از لحظه‌های زیر بر حسب ثانیه، جسم در حال دور شدن از مرکز نوسان (نقطه‌ی تعادل) است؟

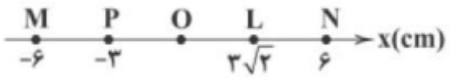
۱) $t = \frac{1}{16}$ ۲) $t = \frac{1}{32}$ ۳) $t = \frac{1}{160}$ ۴) $t = \frac{3}{160}$

۲۲) مطابق شکل زیر، نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی پاره‌خط MN در دو طرف نقطه‌ی تعادل O نوسان نموده و در مدت‌زمان $0/05$ از نقطه‌ی P بدون تغییر جهت حرکت، به نقطه‌ی L می‌رود. اگر این نوسانگر در مبدأ زمان از نقطه‌ی N به حرکت درآمده باشد، دومین بار در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه بردار نیروی وارد بر نوسانگر دچار تغییر جهت می‌شود؟



۱) $t = \frac{1}{40}$ ۲) $t = \frac{6}{100}$ ۳) $t = \frac{18}{100}$ ۴) $t = \frac{3}{200}$

۲۳) مطابق شکل زیر، نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی پاره‌خط MN، در دو طرف نقطه‌ی تعادل O نوسان می‌کند. اگر نوسانگر در مدت‌زمان $\frac{1}{120}$ s از نقطه‌ی L، بدون تغییر جهت حرکت، به نقطه‌ی P برود، در هر دقیقه چند بار طول پاره‌خط MN را طی می‌کند؟



۱) ۶۰۰۰ ۲) ۳۰۰۰ ۳) ۱۵۰۰ ۴) ۷۵۰

۲۴ نوسانگری روی پاره‌خطی به طول $۲۰\,cm$، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. کم‌ترین مدت‌زمانی که نوسانگر می‌تواند مسافت $۱۰\sqrt{۳}\,cm$ را طی کند، برابر با $۰/۲۵\,s$ است. بیشینه‌ی سرعت نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{۸\pi}{۱۵}$ ۲) $\frac{۴\pi}{۱۵}$ ۳) $\frac{۳\pi}{۱۰}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۲۰}$

۲۵ حداکثر مسافت طی‌شده در یک حرکت نوسانی ساده، در مدت زمان دلخواهی، معادل با $\frac{۱}{۳}$ دوره‌ی این حرکت نوسانی، چند برابر طول پاره‌خط نوسانی است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

۲۶ معادله‌ی مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = ۰/۶\,\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۳}t\right)$ است. تندی متوسط این نوسانگر در بازه‌ی زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۴\,s$ چند سانتی‌متر بر ثانیه بوده و در این بازه‌ی زمانی، چند ثانیه انرژی جنبشی نوسانگر در حال افزایش بوده است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

۱) $۲/۵ - ۲۲/۵$ ۲) $۱/۵ - ۳۷/۵$ ۳) $۱/۵ - ۲۲/۵$ ۴) $۲/۵ - ۳۷/۵$

۲۷ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۲\,\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۲}t\right)$ است. در کدام‌یک از لحظات زیر، بردار مکان متحرک، قرینه‌ی بردار مکان اولیه‌ی آن نمی‌باشد؟

۱) پایان ثانیه‌ی دوم ۲) پایان ثانیه‌ی چهارم
۳) پایان سه ثانیه‌ی دوم ۴) پایان دو ثانیه‌ی پنجم

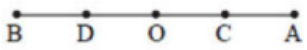
۲۸ نوسانگر ساده‌ای با دامنهٔ A نوسان می‌کند. اگر کم‌ترین زمان لازم برای آن‌که از مکان $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ بعد از یک تغییر جهت حرکت به مکان $-\frac{A}{۲}$ برسد برابر $\frac{۱}{۶}s$ باشد، بسامد حرکت چند هرتز است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

۲۹ نوسان‌گری روی یک پاره‌خط به طول $۱۲\,cm$ حرکت هماهنگ ساده را انجام می‌دهد. حداکثر مسافتی که این نوسان‌گر در مدت زمان $\frac{۱}{۳}$ دوره تناوب می‌تواند طی کند، چند سانتی‌متر است؟

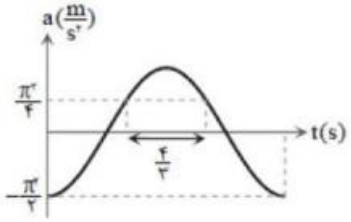
۱) ۶ ۲) $۶\sqrt{۳}$ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۳۰ متحرکی روی پاره‌خط AB نوسان هماهنگ انجام می‌دهد. اگر $AC = CO = OD = DB$ باشد و متحرک فاصله‌ی CD را در $t_۱$ ثانیه و فاصله‌ی DB را در $t_۲$ ثانیه طی کند، نسبت $\frac{t_۱}{t_۲}$ چه‌قدر است؟



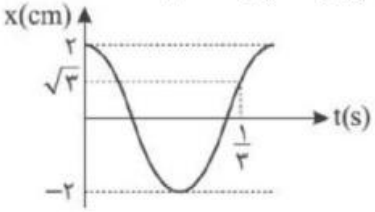
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۳۱) نمودار شتاب زمان نوسان‌گری به جرم ۱۰۰ گرم که حرکت هماهنگ ساده دارد مطابق شکل روبه‌رو است. در لحظه‌ی $t = \frac{۴}{۳}s$، نوسان‌گر در چند سانتی‌متر مرکز نوسان قرار دارد؟



۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

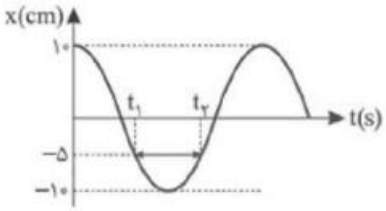
۳۲) نمودار مکان–زمان هماهنگ ساده به‌صورت زیر است. معادلهٔ مکان–زمان این نوسانگر در SI کدام است؟



۱) $x = ۰/۰۲\,\text{Cos}\left(\frac{۱۱\pi t}{۲}\right)$ ۲) $x = ۰/۰۲\,\text{Cos}\left(\frac{\pi t}{۲}\right)$ ۳) $x = ۰/۰۲\,\text{Cos}\left(\frac{۱۳\pi t}{۲}\right)$

۴) $x = ۰/۰۲\,\text{Cos}\,(۵\pi t)$

۳۳) شکل زیر نمودار مکان–زمان یک نوسانگر ساده را نشان می‌دهد. اگر تندی متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر $۱/۲\frac{m}{s}$ باشد، بسامد نوسانگر چند هرتز است؟



۱) ۲ ۲) ۲۰ ۳) ۴ ۴) ۴۰

۳۴) رابطهٔ سرعت با مکان برای یک نوسانگر که حرکت هماهنگ ساده دارد در SI به‌صورت $v = \sqrt{۰/۲ - ۸۰۰۰x^۲}$ داده شده است. طول پاره‌خط نوسان چند سانتی‌متر است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۳۵) نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی پاره‌خطی به طول $۲A$، حرکت هماهنگ ساده با دور تناوب T انجام می‌دهد. نسبت بیشینه مسافت به کمینه مسافتی که نوسانگر در مدت زمان $\frac{T}{۴}$ می‌تواند طی کند، کدام است؟

$(\sqrt{۳} \approx ۱/۷, \sqrt{۲} \approx ۱/۴)$

۱) ۱ ۲) $\frac{۷}{۳}$ ۳) $\frac{۱۷}{۱۴}$ ۴) ۲

۳۶) نوسانگری روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و مبدأ مختصات نقطه‌ی تعادل (مرکز نوسان) است. اگر دامنه‌ی حرکت نوسانگر $۲\ \text{cm}$ و بسامد حرکتش $\frac{۱}{۴}\text{Hz}$ باشد. بزرگی سرعت متوسط نوسانگر در کم‌ترین بازه‌ی زمانی که از مکان $+\sqrt{۲}\ \text{cm}$ در جهت محور x عبور می‌کند و سپس به مکان $-\sqrt{۲}\ \text{cm}$ می‌رسد، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

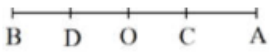
۱) صفر ۲) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$ ۳) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۵}$ ۴) $\sqrt{۲}$

۳۷) نوسانگری با بسامد ۷Hz و دامنهٔ ۲۰cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ در فاصلهٔ ۳۴ سانتی‌متری از یک انتهای مسیر نوسان و در لحظهٔ $t_۲$ در فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری از نقطهٔ تعادل قرار دارد. اگر نوع حرکت نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ کندشونده و در لحظهٔ $t_۲$ تندشونده باشد، حداقل مقدار $(t_۲ - t_۱)$ چند ثانیه است؟

$(\sqrt{۳} \approx ۱/۷ \text{و} \sqrt{۲} \approx ۱/۴ ، t_۲ > t_۱)$

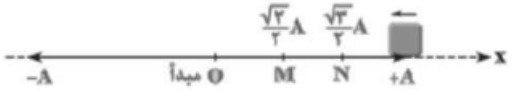
۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۳۸) متحرکی روی پاره‌خط AB نوسان هماهنگ انجام میدهد اگر $AC = CO = OD = DB$ باشد و متحرک فاصله CD را در $t_۱$ ثانیه و فاصله DB را در $t_۲$ ثانیه طی کند، نسبت $\frac{t_۱}{t_۲}$ چه‌قدر است؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

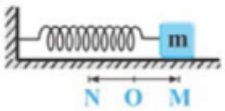
۳۹) نوسان‌گر ساده‌ای بر روی پاره‌خط نشان داده شده، مطابق شکل از نقطه‌ی $+A$ و در خلاف جهت محور x شروع به نوسان می‌کند. اگر متحرک ۲ ثانیه پس از شروع حرکت، بدون تغییر جهت به موقعیت N برسد، چند ثانیه پس از عبور از N، متحرک برای اولین بار به نقطه‌ی M می‌رسد؟



۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۱ ۴) ۳

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۴۰ مطابق شکل، در لحظه‌ی $t = ۰$ بسته‌ای از نقطه‌ی M رها شده و حول نقطه‌ی O شروع به نوسان می‌کند. مکان این نوسان‌گر پس از گذشت مدت زمان $\frac{۱}{۶}$ دوره، چه کسری از دامنه‌ی آن است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۴۱ ذره‌ای روی پاره‌خطی به طول ۱۲ cm با بسامد $۵۰Hz$ حرکت نوسانی هماهنگ ساده می‌کند و در یک لحظه از مرکز نوسان عبور می‌کند. نسبت مسافت طی شده به اندازه‌ی جابه‌جایی این نوسانگر این لحظه تا $\frac{۳}{۲۰۰}$ ثانیه پس از آن کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۲ نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با دامنه‌ی A در لحظه‌ی t در مکان $+\frac{A}{۲}$ به سمت مرکز نوسان در حال حرکت است و پس از یک‌بار تغییر جهت تا مکان $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ می‌رود. در این بازه‌ی زمانی به ترتیب از راست به چپ در چه مدت زمانی مکان آن مثبت بوده و در چه مدت زمانی سرعت آن منفی است؟ (T دوره‌ی حرکت نوسانگر است.)

۱) صفر، صفر ۲) $\frac{T}{۶}$ ، $\frac{T}{۲}$ ۳) $\frac{T}{۱۲}$ ، $\frac{T}{۶}$ ۴) $\frac{T}{۱۲}$ ، $\frac{T}{۳}$

۴۳ نوسان‌گری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در لحظه‌ی $t_۱$ در مکان $+\frac{A}{\sqrt{۲}}$ و در لحظه‌ی $t_۲ > t_۱$ در مکان $+\frac{A}{۲}$ قرار دارد. اندازه‌ی بیش‌ترین سرعت متوسط نوسان‌گر در بازه‌ی $t_۱$ تا $t_۲$ کدام است؟ (A دامنه‌ی نوسان، T دوره‌ی حرکت و در $t = ۰$ نوسان‌گر در مبدأ مختصات است.)

۱) $۱۲(\sqrt{۲}+۱)\frac{A}{T}$ ۲) $\frac{۱۲(\sqrt{۲}-۱)}{۷}\frac{A}{T}$

۳) $\frac{۱۲(\sqrt{۲}+۱)}{۷}\frac{A}{T}$ ۴) $۱۲(\sqrt{۲}-۱)\frac{A}{T}$

۴۴ نوسانگری روی محور x ها بین دو مکان $+۶m$ و $-۶m$ نوسان می‌کند. اگر این نوسان‌گر در لحظه‌ی t (برحسب ثانیه) در مکان $x = -۳m$ و در حال دور شدن از مرکز باشد و هم‌چنین در لحظه‌ی $t + ۹$ (برحسب ثانیه) برای دومین بار از لحظه‌ی t به بعد به مکان $x = +۳\sqrt{۳}m$ برسد، این نوسان‌گر در مدت یک دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۵ دامنه‌ی نوسان یک نوسانگر ساده ۱۰ سانتی‌متر و بسامد آن ۲۵ هرتز است، مقدار بیشینه سرعت متوسط نوسانگر، در یک بازه‌ی زمانی معادل $\frac{۱}{۴}$ دوره، چند متر بر ثانیه است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) $۵\sqrt{۲}$ ۳) ۱۰ ۴) ۰

روابط سرعت و شتاب و نیرو در حرکت نوسانی

$V = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$ فرمول سرعت در حرکت نوسانی

$V_m = A\omega$ فرمول سرعت ماکزیمم در حرکت نوسانی

$a = -\omega^2 x$ فرمول شتاب در حرکت نوسانی

$a_{max} = A\omega^2$ فرمول شتاب ماکزیمم در حرکت نوسانی

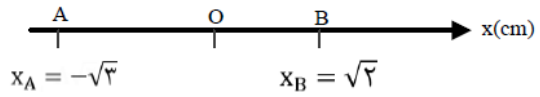
$F = -m\omega^2 x$ فرمول نیرو در حرکت نوسانی

$F = m\omega^2 A$ فرمول نیرو ماکزیمم در حرکت نوسانی

تست: در حرکت نوسانی ساده در لحظه‌ای که بعد حرکت $\frac{1}{5}$ بعد بیشینه است، سرعت نوسانگر چه کسری از سرعت بیشینه است؟

۱- $\frac{4}{5}$ ۲- $\sqrt{\frac{24}{25}}$ ۳- $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ۴- $\frac{16}{25}$

تست: در شکل مقابل، در یک حرکت نوسانی هماهنگ ساده ،نوسانگری در هر پنج دوره مسافت ۴۰سانتیمتر را طی می‌کند اگرحداقل زمان لازم برای این‌که تندی متحرک از بیشینه به صفر برسد ۰/۶ ثانیه باشد، حداقل زمان لازم برای رسیدن متحرک از A به B چند ثانیه و بزرگی سرعت و شتاب در نقطه B چند سانتیمتر برثانیه و چند سانتیمتر برمجذور ثانیه است؟



۱) ۰/۷ و $\frac{5\pi}{6}\sqrt{2}$ و $\frac{25\pi^2}{36}(\sqrt{2})$

۲) ۰/۷ و $\frac{5\pi}{6}\sqrt{2}$ و ۱۲

۳) ۰/۷ و ۱۶ و $\frac{25\pi^2}{36}(\sqrt{2})$

۴) ۱/۴ و $\frac{5\pi}{6}\sqrt{2}$ و $\frac{25\pi^2}{36}(\sqrt{2})$

اگر توی سوال مسافت n دوره رو دادند برای اینکه دامنه رو پیدا کنی باید اون مسافت رو به 4n تقسیم کنید

$$\text{دامنه} = \frac{۴۰}{4 \times 5} = 2cm$$

همینطور وقتی میگه اگرحداقل زمان لازم برای این‌که تندی متحرک از بیشینه به صفر برسد ۰/۶ هست یعنی $\frac{T}{4}$ برابر ۰/۶ هست و T برابر میشه با ۲/۴ پس $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2.4} = \frac{5\pi}{6}$

حالا زمان رسیدن از A به B میشه یه دونه $\frac{T}{6}$ از A به مرکز و یهدونه $\frac{T}{8}$ از مرکز به B یعنی:

$$\frac{T}{8} + \frac{T}{6} = \frac{2.4}{8} + \frac{2.4}{6} = 0.7$$

از طرفی برای سرعت و شتاب هم از فرمول های خودش میریم فقط به جای x باید $\sqrt{2}$ بزاریم

$$|V| = \omega\sqrt{A^2 - X^2} = \frac{5\pi}{6}\sqrt{2^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{5\pi}{6}\sqrt{2}$$

$$|a| = |-\omega^2 X| = (\frac{5\pi}{6})^2(\sqrt{2}) = \frac{25\pi^2}{36}(\sqrt{2})$$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تست: نوسان کننده‌ی ساده‌ای روی پاره خطی به طول ۴ سانتی‌متر نوسان می‌کند و بیشینه شتاب آن $0/32m/s^2$ می‌باشد. اگر در لحظه‌ی $t=0$ فاصله‌ی نوسانگر از مرکز نوسان $+A$ و حرکت به سمت مبدا باشد معادله‌ی حرکت آن در SI کدام است؟

۱- $X=0/02Cos(4\pi t)$ ۲- $X=0/02Cos(40t)$

۳- $X=0/04Cos(4t)$ ۴- $X=0/02Cos(4t)$

$$2A=\frac{t}{100}\rightarrow A=0/02$$
$$a_{max}=A\omega^2\rightarrow 0/32=0/02\omega^2\rightarrow \omega=4$$
$$x=0/02Cos4t$$

تست: اگر بیشترین سرعت و بیشترین شتاب یک نوسانگر ساده $0/3m/s$ و $0/6m/s^2$ باشد، دامنه‌ی نوسان آن چند متر خواهد بود؟

۱- ۰/۱۵ ۲- ۱/۵ ۳- $\frac{5}{3}$ ۴- $\frac{3}{5}$

پاسخ: $V_{max}=0/3m/s$

$a_{max}=0/6m/s^2$, $A=?$

$$\begin{cases} V_{max}=A\omega \\ |a_{max}|=A\omega^2 \end{cases}\Rightarrow \left|\frac{a_{max}}{v_{max}}\right|=\omega\Rightarrow\omega=\frac{0/6}{0/3}\Rightarrow\omega=2(rad/s)$$

$$\Rightarrow V_{max}=A\omega\Rightarrow 0/3=A\times 2\Rightarrow A=\frac{3}{20}\Rightarrow A=0/15m$$

تست: معادله نیرو-مکان نوسانگری در SI به صورت $F = -\pi^2 y$ است اگر جرم نوسانگر ۱۰ gr باشد این نوسانگر در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام می دهد؟

۱) ۱۵۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۲۰۰

$$F = -\pi^2 y$$
$$F = -m\omega^2 y$$
$$m\omega^2 = \pi^2 \rightarrow \frac{1}{100}\omega^2 = \pi^2 \rightarrow \omega = 10\pi$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{1}{5}s$$
$$N = \frac{t}{T} \rightarrow N = \frac{60}{\frac{1}{5}} = 300$$

تست: معادله سرعت _ مکان نوسانگری به صورت $V^2 = 0/4 - 400x^2$ است معادله حرکت نوسانگر کدام گزینه است؟

$x = \sqrt{\frac{1}{1000}}Cos20t$ $x = 10Cos20t$ $x = 0.001Cos20t$ $x = \sqrt{\frac{1}{1000}}Cos200t$

هرگاه $V = 0$ باشد x_{max} است و برابر A است

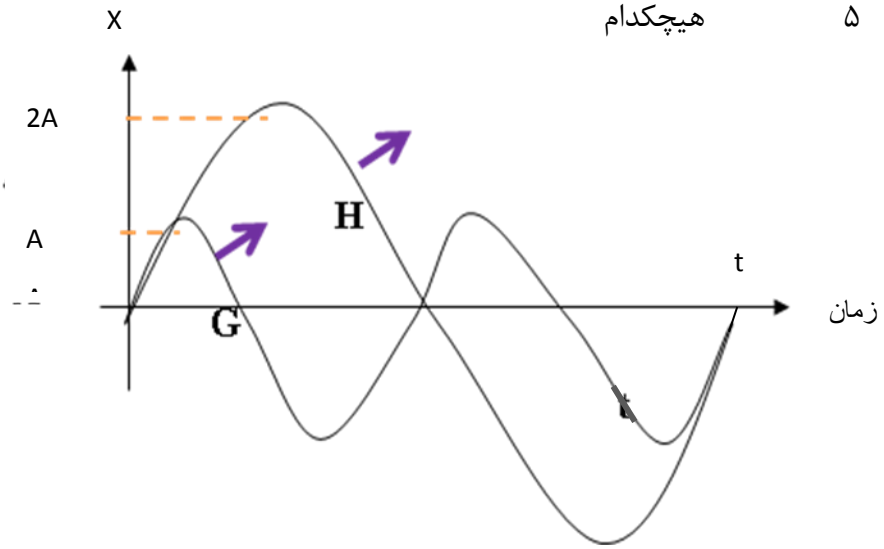
$$-400A^2 \rightarrow 400A^2 = 0/4 \rightarrow A^2 = \frac{1}{1000} \quad 0 = 0/4$$

هرگاه $x = 0$ باشد V_{max} است و برابر $A\omega$ است

$$A^2\omega^2 = 0/4$$
$$-0 \rightarrow \frac{1}{1000}\omega^2 = 0/4 \rightarrow$$
$$\omega^2 = 400 \rightarrow \omega = 20$$
$$x = \sqrt{\frac{1}{1000}}Cos20t$$

تست: با توجه به نمودار مکان زمان مقابل که برای دو حرکت نوسانی **H** و **G** رسم شده، اگر جرم نوسانگر **H** **20** برابر جرم **G** باشد در اینصورت بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر **H** چند برابر نوسانگر **G** است؟

۲۰ ۱۰ ۵ هیچکدام



ابتدا نقطه تلاقی در نمودار را پیدا کنید و از روی آن نسبت T ها را بدست آورید

$$2T_G = T_H$$

$$\frac{T_G}{T_H} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\omega_H}{\omega_G} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{(F_{max})H}{(F_{max})G} = \frac{m_H A_H \omega_H^2}{m_G A_G \omega_G^2} = 20 \times 2 \times \frac{1}{4} = 10$$

چند نکته تکمیلی

سرعت نسبت به مکان $\frac{\pi}{2}$ تقدم فاز دارد و شتاب نسبت به سرعت $\frac{\pi}{2}$ تقدم فاز دارد و شتاب نسبت به مکان π تقدم فاز دارد

۱- اختلاف فاز

۱- $v, x \Rightarrow \frac{\pi}{۲}$

۲- $a, x \Rightarrow \pi$

۳- $a, v \Rightarrow \frac{\pi}{۲}$

۲- ارتباط بین مؤلفه‌های ماکزیمم :

وقتی مؤلفه‌ها ماکزیمم می‌شوند که sin یا cos برابر (± ۱) شوند

$$x_{max} = A$$

$$v_{max} = A\omega \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{max}}{x_{max}} = \frac{a_{max}}{V_{max}} = \omega$$

$$a_{max} = A\omega^{۲}$$

۳- در دو انتهای مسیر نوسان x و a ماکزیمم است و V برابر صفر است.

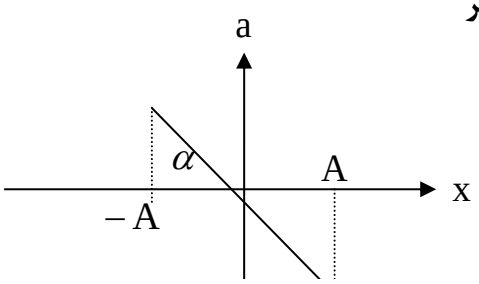
۴- در مرکز نوسان $x = a = ۰$ و V برابر ماکزیمم است.

۵-

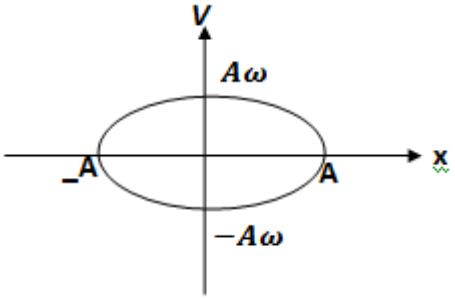
الف- مستقل از زمان سرعت $V = \pm\omega\sqrt{A^{۲} - X^{۲}}$

ب- مستقل از زمان شتاب $a = \pm\omega\sqrt{V_m^{۲} - V^{۲}}$

۶- نمودار معادلات x، v و F و a بر حسب یکدیگر

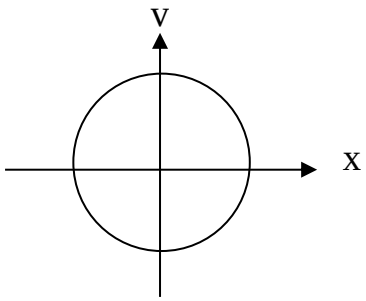


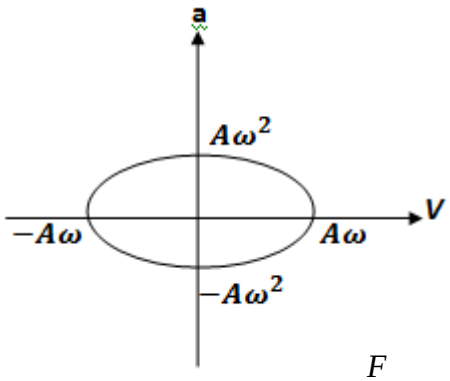
$$tg\alpha = -\omega^{2}$$



حالت خاص

$$x_m = v_m$$

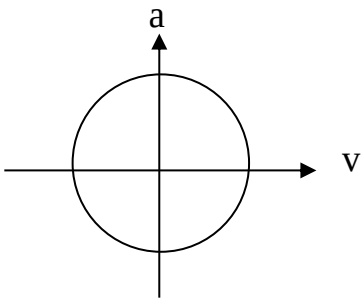


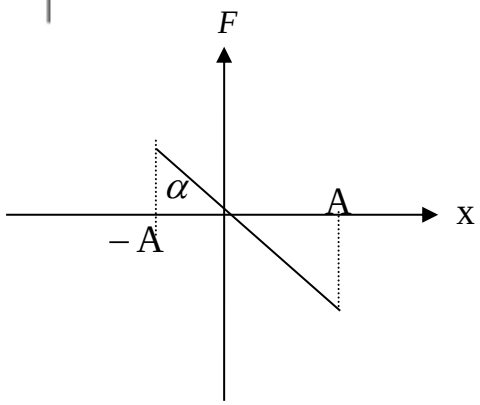


حالت خاص

$$v_m = a_m$$

$$w = ۱$$

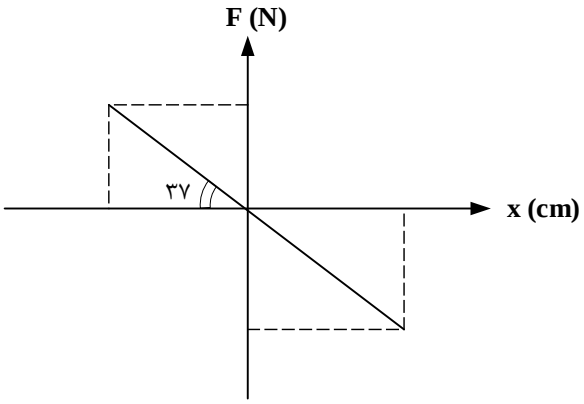




$$tg\alpha = -m\omega^{2}$$

تست: نمودار $F-x$ نوسانگری مطابق شکل است. بسامد زاویه‌ای چند rad/s است اگر جرم نوسانگر $3\,kg$ باشد؟ ($sin\,۳۷ = ۰,۶$)

۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{1}{4}$



پاسخ: شیب نمودار $F-x$ برابر $-mw^2$ و شیب نمودار $a-x$ برابر $-w^2$ است پس

$$tan\,37 = mw^2 \rightarrow \frac{3}{4} = 3w^2 \rightarrow w^2 = \frac{3}{12} \rightarrow w = \frac{1}{2}\frac{rad}{s}$$

(گزینه ۲ صحیح است.)

انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر

هنگامی که فنر کشیده می‌شود در آن انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود که مقدار آن برابر است با:

$$U_e = \frac{1}{2}Kx^2$$

با توجه به اینکه داریم: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow k = m\omega^2$ پس می‌توان نوشت:

$$U_e = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

نکته: با توجه به رابطه‌ی بالا، پتانسیل زمانی بیشترین مقدار را دارد که ن $(x = \pm A)$ باشد پس انرژی پتانسیل بیشینه برابر میشود با: $U\max = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}kA^2$

انرژی جنبشی نوسانگر

با توجه به رابطه‌ی انرژی جنبشی و معادله‌ی سرعت نوسانگر می‌توان رابطه‌ی انرژی جنبشی نوسانگر را به صورت زیر به دست آورد

۲- با توجه به رابطه‌ی $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$ می‌توان انرژی جنبشی نوسانگر را به صورت زیر به دست آورد:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow k = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

$$K_{max} = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

انرژی مکانیکی نوسانگر

مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است. با توجه به این تعریف داریم:

$$E = U_e + K$$

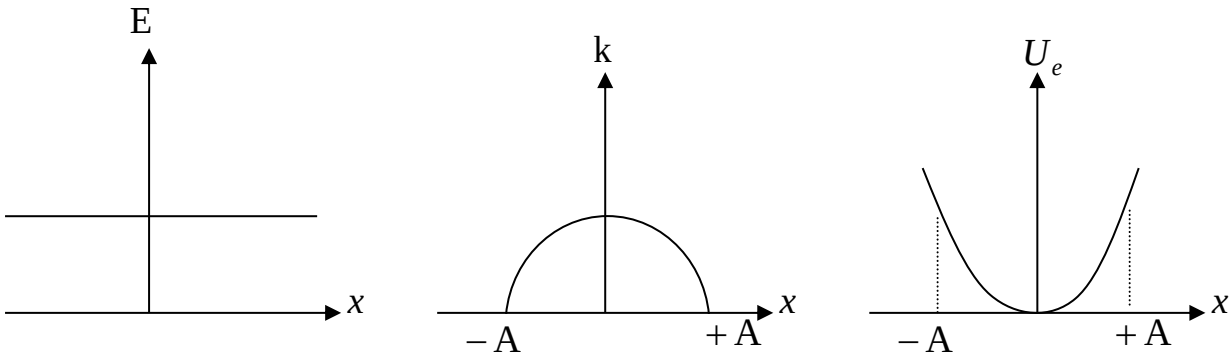
$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

جمعبندی انرژی های نوسانگر

نکته ۱- انرژی مکانیکی نوسانگر مستقل از زمان و مکان نوسانگر می‌باشد.

۲- انرژی مکانیکی نوسانگر با مربع دامنه و مربع بسامد متناسب است.

نمودار تغییرات انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی نسبت به مکان:



$$E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}KA^2 \qquad k = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) \qquad ue = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

روابط ترکیبی و ساختنی از انرژی نوسانگر:

برای حل مسائل انرژی نوسانگر حتما جدول زیر را حفظ کنید

U	$\frac{1}{2}m\omega^2x^2$	$\frac{1}{2}m(V_m^2 - V^2)$
K	$\frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2)$	$\frac{1}{2}mV^2$
E	$\frac{1}{2}m\omega^2A^2$	$\frac{1}{2}mV_{max}^2$

مثلا با تقسیم کردن فرمول های بالا می توانیم به روابط زیر برسیم

$$\frac{U}{K} = \frac{x^2}{A^2 - x^2} = \frac{V_m^2 - V^2}{V^2}$$

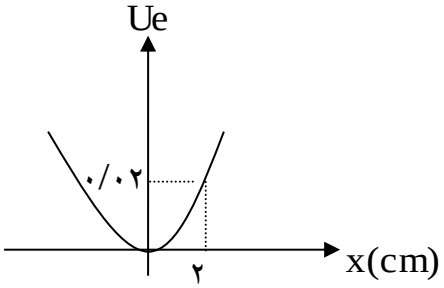
$$\frac{K}{E} = \frac{V^2}{V_{max}^2} = \frac{A^2 - x^2}{A^2}$$

تست: انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگری ساده در یک لحظه‌ی معین به ترتیب برابر ۰/۱۲j و ۰/۰۶ j است. اگر جرم نوسانگر ۱۰g و دامنه حرکت ۴cm باشد، دوره‌ی حرکت چند ثانیه است؟

۱- ۳۰۰π ۲- $\frac{۴\pi}{۳}$ ۳- $\frac{\pi}{۷۵}$ ۴- $\frac{۴\pi}{۳\sqrt{۱۰}}$

گ ۳

تست: نمودار انرژی پتانسیل- مکان نوسانگری به جرم ۴۰۰gr مطابق شکل است. دوره‌ی حرکت نوسانگر چند ثانیه است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱- ۰/۲ ۲- ۰/۴ ۳- ۲ ۴- ۴

گزینه ۲

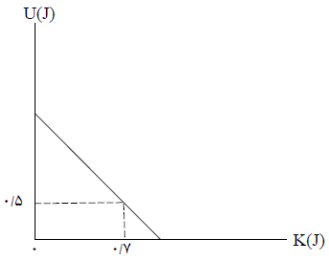
تست: وزنه‌ای به انتهای فنری متصل شده و با دامنه A نوسان می‌کند. هنگامی که انرژی پتانسل نوسانگر ۳ برابر انرژی جنبشی آن است، نسبت جابجایی از نقطه‌ی تعادل به دامنه‌ی آن کدام است.

۱- $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$ ۲- $\frac{۹}{۱۶}$

۳- $\frac{۳}{۴}$ ۴- $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$$U = 3K$$
$$\frac{U}{K} = \frac{x^2}{A^2-x^2} \qquad \frac{x}{A} = ?$$
$$3 = \frac{x^2}{A^2-x^2} \rightarrow 3A^2 - 3x^2 = x^2 \rightarrow 4x^2 = 3A^2 \rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$$

تست: نوسانگر به جرم ۱۵۰ گرم در حال نوسان ساده است و نمودار انرژی پتانسیل نوسانگر ساده‌ای برحسب انرژی جنبشی‌اش در SI مطابق شکل زیر است. تندی و شتاب آن هنگام عبور از نقطهٔ تعادل به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI است؟



۱) ۰-۲ ۲) ۰-۸

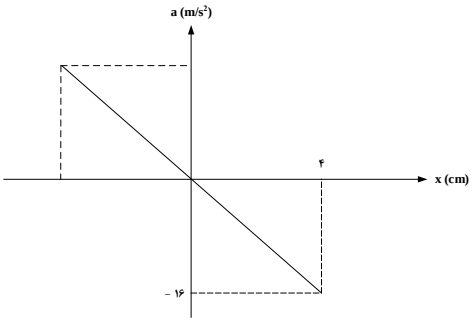
۳) ۰-۴ ۴) ۵-۲

در نقطه تعادل شتاب صفر است پس گزینه ۴ پوچ میشه! همینطور میدونیم که در نقطه تعادل انرژی پتانسیل هم صفر هست پس داریم:

$$E = U + K \quad E = \frac{1}{2}MV^2 + 0 \quad 1.2 = \frac{1}{2}(\frac{150}{1000})V^2 + 0 \quad V = 4$$

گزینه۳

تست : نمودار $a-x$ نوسانگری به جرم $2\,kg$ مطابق شکل مقابل است. انرژی مکانیکی و بسامد زاویه‌ای به ترتیب کدام گزینه است؟



پاسخ: با توجه به شکل $a_{max}=16\frac{m}{s^2}$ و $A=4\,cm$ است پس

$$a_{max}=Aw^2 \rightarrow 16=\frac{4}{100}\,w^2 \rightarrow w=20\frac{rad}{s}$$

$$F_{max}\,ma_{max}=2\times 16=32\,N$$

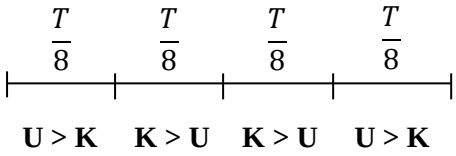
$$E=\frac{1}{2}\,F_{max}\,A=\frac{1}{2}\times 32\times\frac{4}{100}=0.64\,j$$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

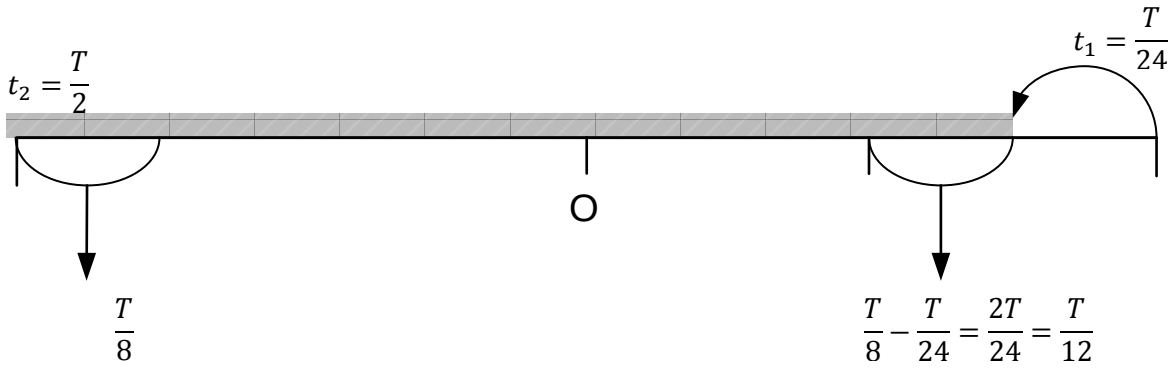
تست : معادله یک حرکت هماهنگ ساده به صورت $x = A\cos 10\pi t$ است. در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{120}s$ تا $t_2 = \frac{1}{10}s$ چه مدت انرژی پتانسیل بیشتر از انرژی جنبشی است؟

۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{1}{24}$ ۳) $\frac{1}{30}$ ۴) $\frac{1}{40}$

پاسخ: در حرکت هماهنگ ساده در $\frac{T}{8}$ اول حرکت، انرژی پتانسیل بیشتر از جنبشی است و در $\frac{T}{4}$ بعدی انرژی جنبشی بیشتر از پتانسیل است و در $\frac{T}{8}$ آخر نیز، مجددا انرژی پتانسیل بیشتر از جنبشی است.



$$t_1 = \frac{1}{120} \rightarrow 10\pi \times \frac{1}{120} = \frac{\pi}{12} = \frac{T}{24}$$
$$t_2 = \frac{1}{10} \rightarrow 10\pi \times \frac{1}{10} = \pi = \frac{T}{2}$$



کل مدت زمانی که $U > K$ $= \frac{T}{8} + \frac{T}{12} = \frac{5T}{24}$

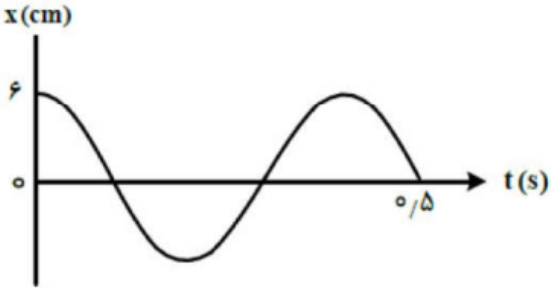
$$t_{کل} = \frac{5 \times \frac{1}{5}}{24} = \frac{1}{24}\ s$$

$$w = 10\pi = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{1}{5}\ s$$

(گزینه ۲ صحیح است)

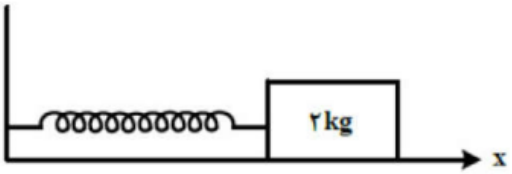
Home work 2

۱) نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل مقابل است. بزرگی شتاب متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_1 = ۰/۱s$ تا $t_2 = ۰/۸s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $\frac{۲۵}{۷}\pi$ ۲) $\frac{۱۵}{۷}\pi$ ۳) $\frac{۳}{۷}\pi$ ۴) $\frac{۲}{۷}\pi$

۲) مطابق شکل، وزنه‌ای به جرم $۲\ kg$ به فنری که ثابت آن $۲۰۰\frac{N}{m}$ است بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر کمترین و بیشترین طول فنر در حین نوسان به ترتیب $۴۰\ cm$ و $۵۰\ cm$ باشد، در لحظه‌ای که شتاب نوسانگر $\vec{a} = \left(۲\frac{m}{s}\right)\vec{i}$ است، طول فنر، چند سانتی‌متر است؟

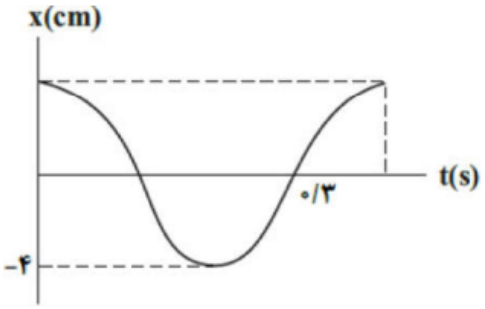


۱) ۴۲ ۲) ۴۳ ۳) ۴۷ ۴) ۴۸

۳) نوسانگری روی سطح افقی بدون اصطکاک، روی پاره‌خطی به طول $۴\ cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینهٔ تندی آن $۰/۰۸\pi\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب نوسانگر در لحظه‌ای که جهت حرکت آن تغییر می‌کند، در SI چقدر است؟

۱) $۰/۰۶\pi^۲$ ۲) $۰/۰۴\pi^۲$ ۳) $۰/۱۶\pi^۲$ ۴) $۰/۳۲\pi^۲$

۴ نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل مقابل است. شتاب این نوسانگر در لحظهٔ $t = \frac{۲}{۱۵}s$، چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱) ۵ ۲) -۵ ۳) $۲/۵\sqrt{۳}$ ۴) $-۲/۵\sqrt{۳}$

۵ نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم $۵۰g$ در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر در هر دوره این نوسانگر مسافت ۱۰۰ cm را طی کند، اندازهٔ بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر چند نیوتون است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۱۲ ۴) ۵

۶ نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۸ cm روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر در لحظه‌ای که فاصله نوسانگر از نقطه تعادل برابر ۲ cm است، بزرگی شتاب برابر $\frac{\pi^۲}{۲}\frac{m}{s^۲}$ باشد، تندی نوسانگر در لحظه عبور از نقطهٔ تعادل چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{\pi}{۱۰}$ ۲) $\frac{\pi}{۵}$ ۳) ۱۰π ۴) ۲۰π

۷ رابطه‌ی سرعت و مکان نوسانگری در SI به‌صورت $v^۲ + ۱۰۰x^۲ = ۱$ داده شده است. بیشینه شتاب نوسانگر چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

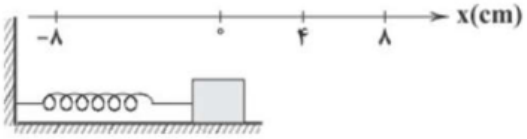
۸ نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۱۰ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ با حرکت کندشونده از مکان $+۲$ cm عبور می‌کند و در لحظهٔ $t_۲$، برای اولین بار بعد از لحظهٔ $t_۱$ به مکان -۲ cm می‌رسد. اگر اندازهٔ سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر $۳۲\frac{cm}{s}$ باشد، بیشینهٔ تندی آن چند $\frac{cm}{s}$ است؟ (مرکز نوسان را مبدأ مختصات درنظر بگیرید.)

۱) ۴π ۲) ۸π ۳) ۴۰π ۴) ۸۰π

۹ نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۲۰ cm، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. کم‌ترین مدت‌زمانی که نوسانگر می‌تواند مسافت $۱۰\sqrt{۳}$ cm را طی کند، برابر با ۰/۲۵s است. بیشینه‌ی سرعت نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

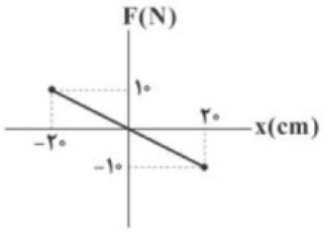
۱) $\frac{۸\pi}{۱۵}$ ۲) $\frac{۴\pi}{۱۵}$ ۳) $\frac{۳\pi}{۱۰}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۲۰}$

۱۰ در شکل زیر، جسم متصل به فنر بین مکان‌های $x = -۸\text{cm}$ و $x = +۸\text{cm}$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بعد از $۰/۵\text{s}$ از شروع حرکت، جسم برای اولین بار از مکان $x = +۴\text{cm}$ عبور کند، اندازه‌ی شتاب جسم در این مکان، چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (توجه کنید: نوسانگر از $x = +۸\text{cm}$ شروع به نوسان می‌کند و $\pi \approx ۳$)



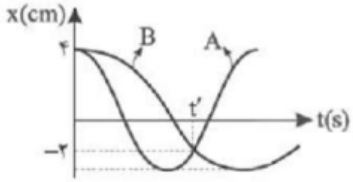
۱) ۰/۲۴ ۲) ۰/۱۶ ۳) ۰/۰۸ ۴) ۰/۳۲

۱۱ نمودار نیرو - مکان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم ۸۰g که حول مبدأ مکان نوسان می‌کند، مطابق شکل است. بیشینه‌ی بزرگی تکانه نوسانگر چند واحد SI است؟



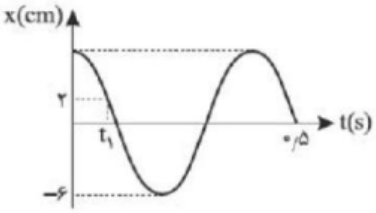
۱) ۸ ۲) ۰/۸ ۳) ۴ ۴) ۰/۴

۱۲ نمودار مکان–زمان دو نوسانگر A و B مطابق شکل است. بیشینهٔ شتاب نوسانگر A چند برابر بیشینهٔ شتاب نوسانگر B است؟



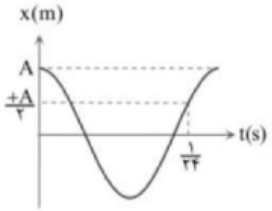
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۴

۱۳ نمودار مکان–زمان نوسانگری مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب در لحظهٔ t، چند $\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱) ۲/۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۵ ۴) ۰/۵

۱۴ نمودار مکان - زمان یک نوسانگر ساده به صورت شکل مقابل است. اگر بزرگی سرعت نوسانگر در لحظه‌ی عبور از مرکز نوسان برابر $۲\pi \frac{m}{s}$ باشد، معادله‌ی شتاب زمان آن در SI کدام است؟

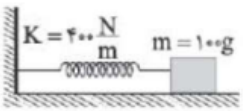


۱) $a = -۸۰\pi^۲ \text{Cos}\, ۲۰\, \pi t$
۲) $a = -۴۰\pi^۲ \text{Cos}\, ۲۰\, \pi t$
۳) $a = -۸۰\pi^۲ \text{Cos}\, ۴۰\, \pi t$
۴) $a = -۴۰\pi^۲ \text{Cos}\, ۴۰\, \pi t$

۱۵ وزنه‌ای داخل آسانسوری که با شتاب $۴ \frac{m}{s}$ به طور تندشونده به سمت پایین در حال حرکت است از این فنر آویزان شده به طوری که فنر نسبت به حالت عادی خود ۶ cm تغییر طول داده است. فنر را کمی به اندازه‌ی ۲ cm فشرده کرده (به سمت بالا) و در $t = ۰$ رها می‌کنیم. در چه لحظه‌ای تندی جسم برای اولین بار بیشینه شده و مقدار آن چند $\frac{m}{s}$ است؟ $\left(\pi = ۳, g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}\right)$

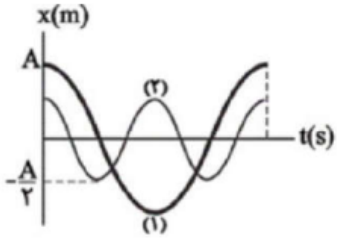
۱) ۰/۱۵ و ۰/۶
۲) ۰/۴۵ و ۰/۲
۳) ۰/۱۵ و ۰/۲
۴) ۰/۴۵ و ۰/۶

۱۶ در شکل زیر اگر جسم ساکن متصل به فنر را به اندازهٔ ۸ cm به سمت راست کشیده و در $t = ۰$ بدون سرعت اولیه رها کنیم، چند ثانیه بعد از شروع حرکت برای دومین بار تندی حرکت آن بیشینه می‌شود؟ $(\pi^۲ \approx ۱۰)$



۱) $\frac{۳}{۱۰}$
۲) $\frac{۳}{۴۰}$
۳) $\frac{۳}{۲۰}$
۴) $\frac{۳}{۸۰}$

۱۷ نمودار مکان - زمان دو حرکت هماهنگ ساده مطابق شکل زیر است، بیشینهٔ تندی نوسانگر (۱) چند برابر بیشینه تندی نوسانگر (۲) است؟

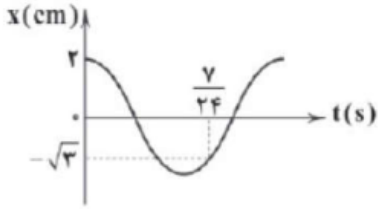


۱) ۱
۲) ۴
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۸ متحرکی بر روی محور x نوسان می‌کند و نیروی وارد بر آن در SI به‌صورت $F = -۲۰x$ می‌باشد. اگر طول پاره‌خط مسیر ۴۰ cm باشد و بیشینهٔ شتاب آن $۱۰ \frac{m}{s^۲}$ شود، جرم آن چند کیلوگرم است؟

۱) ۰/۲۵
۲) ۰/۴
۳) ۲/۵
۴) ۴

۱۹) نمودار مکان - زمان نوسان‌گر وزنه - فنری مطابق شکل زیر است. اگر ثابت فنر $۱۰۰\frac{N}{m}$ باشد، اندازه‌ی نیروی وارد بر فنر در لحظه‌ی $t = \frac{۱}{۱۲}s$ چند نیوتون است؟

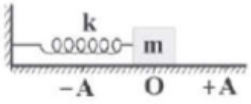


۱) ۱ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۲۵
۴) ۰/۱۲۵

۲۰) وزنه‌ای به جرم ۲۰۰g به انتهای فنری با ثابت $۳/۲\frac{N}{cm}$ بسته شده و مجموعه روی سطح افقی بدون اصطکاکی حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر تندی بیشینهٔ وزنه $۲/۴\frac{m}{s}$ باشد، اختلاف بین حداکثر و حداقل طول فنر حین نوسان وزنه چند متر است؟

۱) ۰/۳ ۲) ۳ ۳) ۱۲ ۴) ۰/۱۲

۲۱) در شکل زیر، وزنه‌ای متصل به فنری سبک روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال نوسان است. اگر در مکان $x = +A$ قسمتی از جرم وزنه کنده شود، به‌ترتیب از راست به چپ، انرژی مکانیکی وزنه و بسامد نوسان‌های آن چه تغییری می‌کند؟



۱) کاهش، افزایش ۲) کاهش، کاهش ۳) ثابت، افزایش ۴) ثابت، کاهش

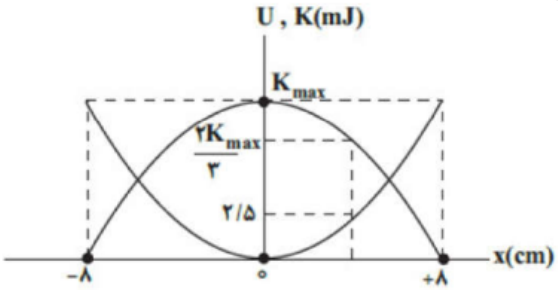
۲۲) وزنه‌ای به جرم ۱۰۰ گرم با بسامد ۲۰ هرتز روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی آن نصف مقدار بیشینه‌اش شود، انرژی جنبشی آن به $۰/۱\pi^۲ J$ می‌رسد. معادلهٔ مکان - زمان آن در SI کدام است؟

۱) $x = ۰/۰۵\,\mathrm{Cos}\,۴۰\pi t$ ۲) $x = ۰/۰۵\,\mathrm{Cos}\,۲۰\pi t$
۳) $x = ۰/۰۰\,\mathrm{Cos}\,۴۰\pi t$ ۴) $x = ۰/۰۰\,\mathrm{Cos}\,۲۰\pi t$

۲۳) انرژی پتانسیل یک نوسانگر به جرم ۱۰۰g در مکان‌های $x_۱$ و $x_۲$ به ترتیب $U_۱ = ۰/۳\mathrm{J}$ و $U_۲ = ۰/۸\mathrm{J}$ است. اگر انرژی جنبشی جسم در مکان $x_۱$، ۲ برابر انرژی جنبشی آن در مکان $x_۲$ باشد، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل جسم ۱/۱J است، تندی آن چند متر بر ثانیه می‌باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۴ در شکل مقابل، نمودار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل یک نوسانگر هماهنگ ساده برحسب مکان، نشان داده شده است. بیشینه نیروی وارد بر این نوسانگر، چند نیوتون است؟

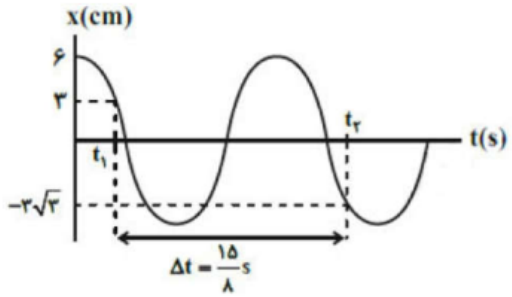


۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱۵}{۱۶}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

۲۵ هنگامی‌که اختلاف انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی یک نوسانگر $۲۵mJ$ است، تندی نوسانگر نصف تندی آن در نقطهٔ تعادل است. اگر جرم نوسانگر $۰/۲\,kg$ و بیشینهٔ شتاب آن $۲۵\frac{m}{s^۲}$ باشد، دامنهٔ نوسان نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۴

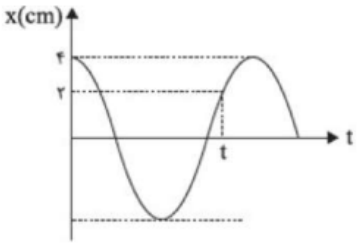
۲۶ نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم $۵۰g$ مطابق شکل مقابل است. انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه‌ای که از مرکز نوسان عبور می‌کند، برابر با چند میلی‌ژول است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱) صفر ۲) ۱۶ ۳) ۱/۶ ۴) ۰/۱۶

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۲۷ نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای به جرم ۱۰۰ گرم مطابق شکل است. اگر انرژی مکانیکی این نوسانگر $۱/۲۸J$ باشد، لحظه‌ی t کدام است؟ $(\pi^۲ \approx ۱۰)$

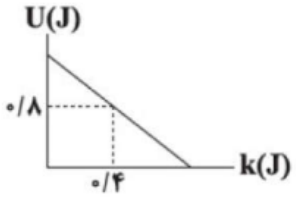


۱) $\frac{۱}{۱۲۰}$ ۲) $\frac{۱}{۲۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲۴۰}$ ۴) $\frac{۱}{۴۸}$

۲۸ در یک حرکت نوسانی هنگامی که سرعت $\frac{۱}{۴}$ سرعت بیشینه است، انرژی پتانسیل نوسانگر چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است؟

۱) $\frac{۱۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۱۶}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۶}$

۲۹ شکل مقابل نمودار انرژی پتانسیل برحسب انرژی جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم $۵۰g$ را نشان می‌دهد. تندی این نوسانگر در نقطهٔ تعادل چند متر بر ثانیه است؟



۱) $۴\sqrt{۲}$ ۲) $۴\sqrt{۳}$
۳) $۰/۴\sqrt{۰/۳}$ ۴) $۰/۴\sqrt{۰/۲}$

۳۰ نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی یک پاره‌خط راست به طول ۲۰ سانتی‌متر، در مدت ۴ ثانیه مسافت ۸۰ سانتی‌متر را طی می‌کند. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل این نوسانگر ۸ برابر انرژی جنبشی آن می‌شود، سرعت آن چند سانتی‌متر بر ثانیه خواهد بود؟ $(\pi \cong ۳)$

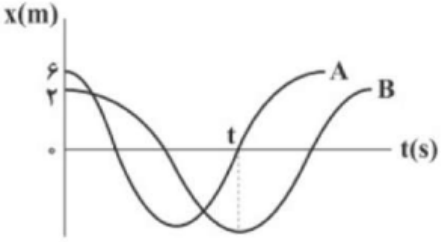
۱) ۳۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰

۳۱ در یک حرکت هماهنگ ساده، در بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، انرژی پتانسیل نوسانگر ۲۰ درصد کاهش یافته و انرژی جنبشی آن ۴۰ درصد تغییر می‌کند. تندی نوسانگر در لحظه‌ی $t_۱$، چه کسری از بیشینه‌ی تندی نوسانگر است؟ (اتلاف انرژی را ناچیز و قابل صرف‌نظر فرض کنید.)

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۳۲ نمودار مکان - زمان دو نوسانگر هماهنگ ساده‌ی A و B مطابق شکل زیر است. اگر جرم نوسانگر A نصف جرم نوسانگر B باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر B، چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر A است؟ (از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)



۱) $\frac{۸}{۸۱}$ ۲) $\frac{۸۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

۳۳ در حین نوسان هماهنگ ساده‌ی یک دستگاه وزنه - فنر، هنگامی که وزنه در یکی از نقاط بازگشتی است، نیمی از جرم آن برداشته می‌شود، در این صورت به ترتیب (از راست به چپ)، انرژی مکانیکی و بسامد این نوسانگر چند برابر می‌شوند؟

۱) ۱ - ۱ ۲) $\sqrt{۲}-\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}-۱$ ۴) $۱-\sqrt{۲}$

۳۴ معادله‌ی انرژی جنبشی - مکان یک نوسانگر که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در SI به صورت $K = ۰/۱۶ - ۴۰۰x^۲$ است. مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در هر دوره چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۳۵ رابطهٔ بین انرژی پتانسیل (U) و سرعت نوسانگری (V) در SI به صورت $U = ۱۰ - ۰/۴V^۲$، بیشینهٔ سرعت نوسانگر چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) ۵ ۲) ۲۵ ۳) $\sqrt{۱۰}$ ۴) ۱۰

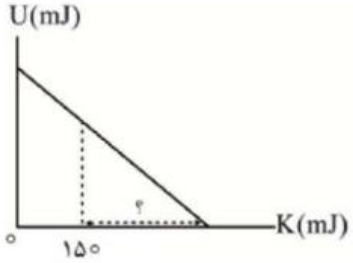
۳۶ اگر حداقل زمانی که طول می‌کشد انرژی جنبشی نوسانگر ساده‌ای به جرم $۲۰۰g$ از صفر به مقدار بیشینه برسد، برابر $۰/۰۲s$ باشد، تکانه‌ی نوسانگر در لحظه‌ای که نیروی وارد بر آن صفر می‌شود، چند واحد SI است؟ (طول پاره‌خط نوسان $۸cm$ است.)

۱) صفر ۲) $\frac{\pi}{۱۰}$ ۳) $\frac{\pi}{۵}$ ۴) $\frac{\pi\sqrt{۲}}{۱۰}$

۳۷ معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی یک نوسانگر در SI به صورت $x = ۰/۵\,\mathrm{Cos}\,(۴۰\pi t)$ می‌باشد، در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{۱}{۷}$ انرژی پتانسیل نوسانگر می‌باشد، سرعت نوسانگر چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) $۱۰\sqrt{۲}\pi$ ۲) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}\pi$ ۳) $۵\sqrt{۲}\pi$ ۴) ۱۰π

۳۸ نمودار تغییرات انرژی پتانسیل برحسب انرژی جنبشی یک نوسان‌گر هماهنگ ساده به جرم $۰/۲\ \text{kg}$ که روی پاره‌خط بدون اصطکاکی در حال حرکت است، به صورت شکل مقابل است. اگر معادله مکان - زمان این حرکت در SI به صورت $x = ۰/۰۴\ \text{Cos}\ ۵۰t$ باشد، مقدار علامت سؤال چند میلی‌ژول است؟



۱) ۴۰۰ ۲) ۵۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۵۰

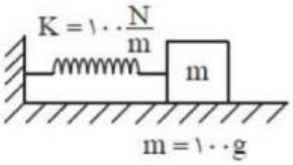
۳۹ معادله مکان - زمان حرکت نوسانگر هماهنگ ساده‌ی جرم و فنری که روی محور x و حول مرکز آن در حال حرکت است در SI به صورت $x = A\ \text{Cos}\ \frac{۵\pi}{۴}t$ است. در بازه زمانی $۰/۳\text{s}$ تا $۱/۵\text{s}$، چند ثانیه اندازه انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر بزرگ‌تر یا مساوی با اندازه انرژی جنبشی آن است؟

۱) ۰/۷ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۴

۴۰ رابطهٔ شتاب و سرعت نوسانگر ساده‌ای به جرم ۲۰۰g در SI به‌صورت $a^۲ + ۰/۲\text{v}^۲ = ۵$ داده شده است. انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟

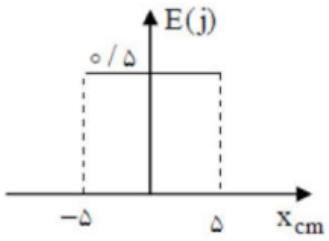
۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۴۱ مطابق شکل جسمی به جرم ۱۰۰ گرم به فنری با ثابت $K = ۱۰۰\frac{N}{m}$ متصل بوده و بر روی سطح بدون اصطکاکی می‌تواند نوسان کند. وزنه را $۲\ \text{cm}$ از وضع تعادل خارج کرده و رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی فنر $۱۵\ \text{mJ}$ است، بزرگی سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



۱) $۱۰\sqrt{۱۰}$ ۲) $۲۰\sqrt{۱۰}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۱۰}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲۰}$

۴۲ مطابق شکل جسم متصل به فنری حول مبدأ مکان در حال حرکت هماهنگ ساده است. با توجه به نمودار انرژی مکانیکی ثابت فنر چند نیوتن بر متر است؟ (طول پاره‌خط نوسان ۱۰ cm است)

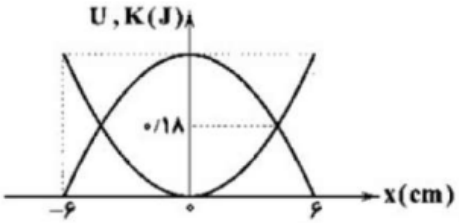


۱) ۴۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۶۰

۴۳ معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = ۰/۰۵ \operatorname{Cos} ۳۰\pi t$ است. چند ثانیه پس از شروع نوسان، برای دومین بار انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نوسانگر با یک‌دیگر مساوی می‌شوند؟

۱) $\frac{۱}{۴۰}$ ۲) $\frac{۱}{۶۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲۰}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴۰}$

۴۴ مطابق شکل مقابل، سامانه‌ی جرم و فنری در راستای محور x به صورت هماهنگ ساده نوسان می‌کند و نمودار تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل آن به صورت زیر است. هنگامی که جسم در فاصله‌ی ۲ سانتی‌متری نقطه‌ی تعادل است، اندازه‌ی نیروی واردشده به جسم چند نیوتون است؟



۱) ۹ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۲

۴۵ اگر در یک لحظه‌ی مشخص نوع حرکت نوسان‌گر هماهنگ ساده‌ای کندشونده باشد، نسبت انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل آن از این لحظه تا لحظه‌ای که نوسان‌گر برای اولین بار پس از این لحظه از نقطه‌ی تعادل عبور می‌کند، چگونه تغییر می‌کند؟

۱) پیوسته افزایش می‌یابد. ۲) پیوسته کاهش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد. ۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۴۶ معادله‌ی مکان - زمان نوسان‌گری به جرم $۵۰g$ در SI به صورت $y = ۰/۰۵ \operatorname{Cos} \pi t$ است. در لحظه‌ای که برای اولین بار انرژی جنبشی نوسان‌گر برابر $۰/۰۵\ \mathrm{mJ}$ می‌شود، اندازه‌ی اختلاف بزرگی سرعت نوسان‌گر با حداکثر بزرگی سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟ $(\sqrt{۲} \simeq ۱/۴ ,\ \pi^۲ \simeq ۱۰)$

۱) $۰/۰۰۶\pi$ ۲) $۰/۰۳۶\pi$ ۳) $۰/۰۰۲\pi$ ۴) $۰/۰۰۴\pi$

۴۷ بیشینه‌ی تندی نوسانگر ساده‌ای v_{max} است. اگر تندی نوسانگر از $\frac{v_{max}}{۲}$ به $\frac{\sqrt{۳}}{۲}v_{max}$ برسد، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند برابر می‌شود؟

۱) ۳ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۴۸ اگر معادله‌ی مکان - زمان نوسانگری در یک حرکت هماهنگ ساده به صورت $x = A\,\mathrm{Cos} \Rightarrow \omega t$ باشد، در لحظه‌ای که بزرگی سرعت نوسانگر $\frac{۱}{۲}$ بزرگی سرعت بیشینه‌ی آن است، کدام رابطه بین U (انرژی پتانسیل) و K (انرژی جنبشی) این نوسان‌گر برقرار است؟

۱) $U = ۳K$ ۲) $K = ۳U$ ۳) $U = ۴K$ ۴) $K = ۴U$

۴۹ دامنه‌ی نوسان‌های یک نوسانگر هماهنگ ساده $۳\,\mathrm{cm}$ و انرژی مکانیکی آن $۹J$ است. چند ژول انرژی باید به آن داده شود تا دامنه‌ی نوسان‌های آن $۱\mathrm{cm}$ افزایش یابد؟ (بسامد نوسان‌ها ثابت فرض شود.)

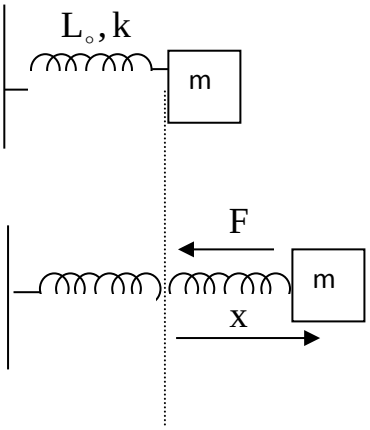
۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

۵۰ جسمی به جرم $۴۰۰\mathrm{g}$ به فنری افقی با ثابت k وصل است و روی سطح افقی در حال نوسان هماهنگ ساده می‌باشد. اگر α نسبت بیشینه‌ی انرژی جنبشی این نوسانگر به اندازه‌ی بیشینه‌ی نیروی آن و β نسبت بیشینه‌ی انرژی پتانسیل این نوسانگر به مجذور بیشینه‌ی سرعت آن باشد و نوسانگر در هر دوره تناوب $۳۲\mathrm{cm}$ مسافت طی کند، حاصل $\alpha\beta$ برحسب واحد SI برابر کدام گزینه است؟

۱) ۰/۰۱۶ ۲) ۰/۰۱۲ ۳) ۰/۰۲۴ ۴) ۰/۰۰۸

نکات مربوط به نوسان فنر

اگر جســـمی به جرم m را به فنری به ثابت K متصـــل کرده و از وضـــع تعادل منحرف کنیم دوره تناوب و بسامد از روابط زیر بدست می آید



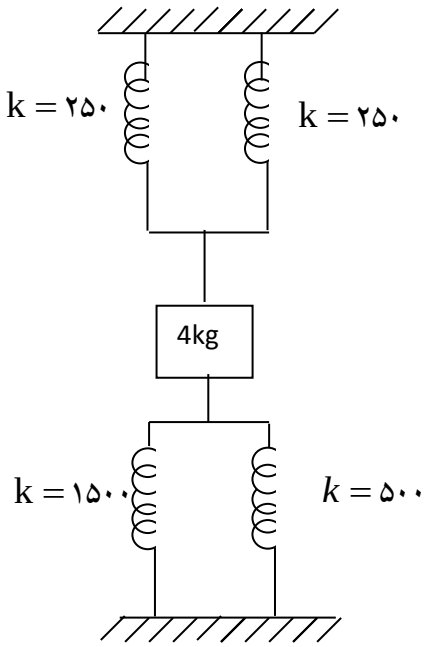
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

تست: مطابق شکل دو فنر از یک سر به جرم ۴ کیلوگرم بسته شده است و سرهای دیگرشان به دو نقطه‌ی ثابت وصل است. و وزنه نوسان ساده انجام می‌دهد دوره نوسان‌های کم دامنه‌ی جسم تقریباً چند ثانیه است؟

۱- ۱۵۰ ۲- ۲۵ ۳- ۰/۶۲ ۴- ۰/۲۵



ابتدا فنر ها را ساده می کنیم در حالت موازی همه فنر ها به جسم متصل اند ولی در حالت سری فقط یکی از فنرها به جسم متصل است

در شکل مقابل چون همه فنر ها به جسم متصل است فنرها موازی اند پس

$$K = 250\ ^{N}/_{m} \qquad K = 1500\ ^{N}/_{m}$$
$$K = 500\ ^{N}/_{m}$$

$$K_T = K_1 + K_2 + K_3 + K_4$$
$$K_T = 250 + 250 + 1500 + 500 = 2500\ ^{N}/_{m}$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{2500}} \rightarrow T = 2\pi \times \frac{2}{50}$$
$$T = \frac{4\pi}{50} = \frac{2\pi}{25} = 0/24 \cong 0/25$$

دستگاه آونگ ساده

اگر نخ بدون جرم به طول L از سقف آویزان باشد و ذره ای به جرم m به انتهای آن وصل باشد به این مجموعه آونگ می گویند در صورتی که این مجموعه را با دامنه کم $(\theta < 6^\circ)$ به نوسان در آوریم به آن آونگ ساده گفته می شود و دوره و بسامد آن از رابطه زیر بدست می آید

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}} \\ f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l}} \\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \end{cases}$$

تذکر مهم :

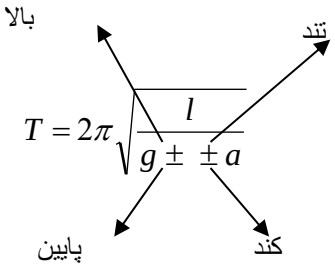
در تمام فرمول های بالا منظور از g شتاب نسبی محیط است

تست : آونگی در شرایط خلأ در سطح کره زمین در حال نوسان است اگر از سطح کره زمین به اندازه ۰/۲۵ شعاع کره زمین بالا برویم و طول آونگ را نیز ۴۴درصد افزایش دهیم،دوره تناوب نوسانات چند درصد افزایش میابد ؟

۱/۵ برابر ۱/۲۵ برابر ۲/۳ برابر هیچکدام

نکات تکمیلی آونگ ساده

۱- اگر آونگ در یک آسانسور که با شتاب ثابت a بالا یا پایین می‌رود قرار گیرد رابطه ی ما به صورت زیر.



تست: آونگی ساده داخل آسانسوری که در حال سقوط است قرار دارد. دوره نوسانات آونگ کدام است؟

۱- $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ۲- $T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$ ۳- $T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$ ۴- اصلاً نوسان نمی‌کند.

تست: یک ساعت پاندولی داخل یک ماهواره که روی مدار خود به دور کره‌ی زمین در حال دوران است، کار می‌کند. این ساعت نسبت به سطح زمین :

۱- عقب می‌ماند ۲- جلو می‌رود ۳- همان ساعت روی زمین را نشان می‌دهد ۴- اصلاً کار نمی‌کند

پاسخ:

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۲– اگر به آونگ در تمام طول مسیر نیروی ثابت F وارد شود داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \pm \frac{F}{m}}}$$

+ نیرو به سمت پایین

- نیرو به سمت بالا

تست: اگر به گلوله یک آونگ نیرویی به اندازه $\frac{۳}{۴}$ نیروی وزنش وارد شود و به سمت بالا باشد، دوره‌ی نوسانش چند برابر حالتی است که نیرویی به آن وارد نشود؟

۲ ۰/۵ ۴ ۱

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g}{g - \frac{3}{4}g}} = \sqrt{\frac{g}{\frac{1}{4}g}} = \sqrt{4} = 2$$

۳– اگر آونگی از سقف اتومبیلی که با شتاب a (به طور افقی) حرکت می‌کند آویزان شود در آن صورت دوره تناوب آن از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{a^2 + g^2}}}$$

تست: اتومبیلی با شتاب $10\sqrt{3}$ واحد si در یک جاده افقی در حال حرکت ا ست.آونگی به طول ۲۰ سانتیمتر از سقف آن آویزان ا ست.در صورتیکه شرایط خلا با شد دوره نو سانات تقریبا چند ثانیه است؟

۰/ ۶ ۲/۱ ۸/۱ هیچکدام

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{20 \times 10^{-2}}{\sqrt{300 + 100}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2 \times 10^{-1}}{20}} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} = 0/6$$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۴ – انطباق آونگها:

دو نوسانگر A و B که با دوره‌های T_A و T_B نوسان می‌کنند، پس از t ثانیه به اندازه n نوسان از هم جلو یا عقب می‌افتند که رابطه تستی زیر بین آنها برقرار است:

(اونی که دوره اش کمتره جلو میوفته)

$$n = t \times \frac{|T_A - T_B|}{T_A.T_B}$$ یا $n_A=n_B+x$

تست: دو آونگ ساده A و B را با هم به نوسان در می‌آوریم،پس از گذشت ۲ دقیقه و ۲۴ ثانیه آونگ B ۱۰ نوسان کامل از آونگ Aجلو می‌افتد،اگر دوره آونگ A ۱/۸ ثانیه باشد، دوره آونگ B چند ثانیه است؟

۱) ۱/۲ ۲(۲ ۱/۴ (۳ ۱/۶(۴

$$n_B = n_A + 10$$
$$\frac{144}{T_B} = \frac{144}{1/8} + 10$$
$$\frac{144}{T_B} = 80 + 10 \rightarrow T_B = \frac{144}{90} = 1/6$$

تست: اگر آونگی به طول اولیه $L_\circ$ را گرم کنیم دوره آن چندبرابر می‌شود؟

$\sqrt{1+\alpha\Delta\theta}$ $\sqrt{1-\alpha\Delta\theta}$ $\sqrt{1-2\alpha\Delta\theta}$ $\sqrt{1+2\alpha\Delta\theta}$

نکته: اگر آونگ به طول اولیه $L_\circ$ را گرم کنیم طول آن افزایش می یابد پس دوره آن زیاد می شود و از رابطه زیر می توان استفاده کرد

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{L_\circ(1+\alpha\Delta\theta)}{L_\circ}} = \sqrt{1+\alpha\Delta\theta}$$

نکته : اگر ۲ آونگ با طول های L_1وL_2 و دوره های T_1 و T_2 را داشته باشیم اگر آونگ ها را به هم بچسبانیم تا طولش $L_1 + L_2$ شود، دوره تناوب از رابطه زیر بدست می آید

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

تست: آونگ A با دامنه ۴cm با سرعت $\frac{\pi}{50}\,m/s$ از مرکز نوسان اش عبور می کند . آونگ B با دامنه ۶cm در حال نوسان است و شتاب آن در انتهای مسیر $\frac{2\pi^2}{75}$ متر برمجذور ثانیه می باشد اگر آونگ ها را به هم بچسبانیم تا طول آن $L_A + L_B$ شود دوره تناوب آونگ جدید چند ثانیه است؟

۴ ۳ ۵ ۸

$$\frac{\pi}{50} = \frac{4}{100} \times \omega_A \rightarrow \omega_A = \frac{\pi}{2}$$
$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T_A} \rightarrow T_A = 4s$$

$$\frac{2\pi^2}{75} = \frac{6}{100} \times \omega_B^2 \rightarrow \omega_B^2 = \frac{4}{9}\pi^2 \rightarrow \omega_B = \frac{2}{3}\pi$$
$$\omega_B = \frac{2\pi}{T_B} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow T_B = 3s$$
$$T = \sqrt{T_A^2 + T_B^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5s$$

جمعبندی آونگ

آونگ عادی

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

آونگ در آسانسور

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g \pm \pm a}}$$

آونگی که به آن نیرو وارد شود

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g \pm \frac{F}{m}}}$$

آونگی که از سقف یک ماشین آویزان شود

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2+a^2}}}$$

بستن دو آونگ به هم دیگر

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

آونگی که دمایش افزایش یابد

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L_\circ(1+\alpha\Delta\theta)}{g}}$$

انطباق آونگ ها

$$n = t \times \frac{T_A - T_B}{T_A \times T_A}$$

Home Work 3

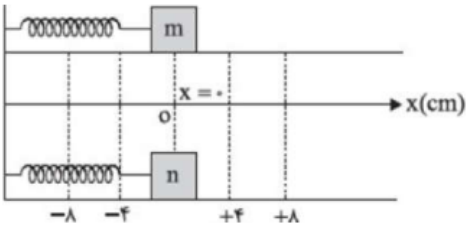
۱) جسمی به جرم M از فنری با سختی K آویزان است. برای این سیستم کدام گزینه درست است؟

۱) اگر جرم M زیاد شود، فرکانس تغییر نمی‌کند.
۲) دامنهٔ حرکت به دورهٔ تناوب بستگی دارد.
۳) اگر طول فنر نصف شود، فرکانس نوسان تغییر می‌کند.
۴) انرژی پتانسیل سیم ثابت است.

۲) معادله‌ی شتاب - مکان نوسانگری ساده وزنه‌ی فنری به جرم ۱۰۰ گرم در SI به‌صورت $a = -100\pi^2 x$ است. ثابت این فنر چند $\frac{N}{m}$ است؟

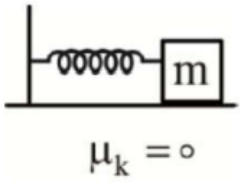
۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۵۰

۳) در شکل مقابل دو نوسانگر جرم و فنر کاملاً مشابه m و n درحال تعادل هستند. نوسانگر m را تا $x = +8\,\text{cm}$ می‌کشیم و نوسانگر n را تا $x = -4\,\text{cm}$ فشرده می‌کنیم. حال دو نوسانگر را رها می‌کنیم. دوره‌ی نوسانگر m چند برابر دوره‌ی نوسانگر n است؟



۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۴) مطابق شکل مقابل جسمی به جرم ۲ kg را به فنری متصل می‌کنیم و پس از کشیدگی از نقطه‌ی تعادل رها می‌کنیم تا نوسان کند. اگر دوره‌ی تناوب نوسان $1/256\,s$ باشد، ضریب سختی فنر چند $\frac{N}{m}$ است؟



۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۷۵ ۴) ۱۰۰

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

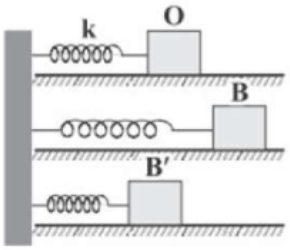
۵ در شکل زیر، وزنه‌ی ۳ کیلوگرمی را به اندازه‌ی ۵cm از وضع تعادل (نقطه‌ی O) تا نقطه‌ی B می‌کشیم و سپس رها می‌کنیم. این وزنه بین B تا B' حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر این وزنه، هر ۲ ثانیه از وضع تعادل بگذرد، چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) از B تا O، بردار شتاب و سرعت هم‌سو هستند.

ب) بیشترین تندی جسم، ۵π سانتی‌متر بر ثانیه است.

ج) ثابت فنر، برابر با $\frac{۳\pi^۲}{۴}$ نیوتون بر متر می‌باشد.

د) از B' تا O، شتاب متوسط، برابر با $+۲/۵\pi$ سانتی‌متر بر مجذور ثانیه است.



۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۶ فنر قائمی از سقف یک آسانسور آویخته شده و وزنه‌ای به آن متصل است. آسانسور با شتاب ثابت $۴\ \frac{m}{s^۲}$ از حال سکون شروع به حرکت به سمت پایین می‌کند و طول فنر نسبت به حالتی که آسانسور ساکن است، $۲/۵\text{cm}$ تغییر می‌کند. اگر همین وزنه را به این فنر متصل کنیم تا نوسان هماهنگ ساده انجام دهد، بسامد نوسان چند هرتز می‌شود؟

$(\pi^۲ \approx ۱۰, g = ۱۰\ \frac{m}{s^۲})$

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۱ ۴) ۲

۷ فنری به ثابت k، وزنه‌ای به جرم $m_۱$ را با دوره‌ی تناوب $۴s$ روی سطح افقی به نوسان درمی‌آورد. همین فنر وزنه‌ای به جرم $m_۲$ را با دوره‌ی تناوب $۶s$ به نوسان درمی‌آورد. اگر به این فنر وزنه‌ای به جرم $m_۱ + ۲m_۲$ وصل کنیم، دوره‌ی تناوب نوسانات آن چند ثانیه خواهد بود؟ (سطح افقی بدون اصطکاک است.)

۱) $\sqrt{۲۲}$ ۲) ۲ ۳) $۲\sqrt{۲۲}$ ۴) ۱

۸ طول آونگ ساده‌ای را ۱۷ سانتی‌متر تغییر می‌دهیم، دورهٔ آن ۱۲/۵ درصد افزایش می‌یابد. دورهٔ آونگ (قبل از تغییر طول) چند ثانیه است؟ $\left(g = \pi^۲ \frac{m}{s^۲}\right)$

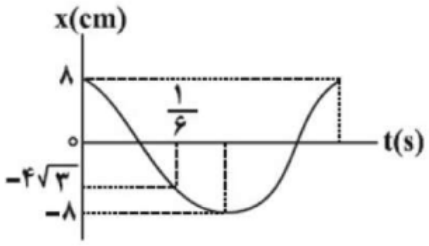
۱) ۱/۲ ۲) ۱/۴ ۳) ۱/۶ ۴) ۱/۸

۹ دورهٔ تناوب آونگ سادهٔ یک ساعت آونگ‌دار برابر ۱ ثانیه است. اگر طول این آونگ را ۴۴ درصد افزایش دهیم، در مدت یک دقیقه، این ساعت چند ثانیه، جلو یا عقب می‌افتد؟

۱) ۱۲، جلو می‌افتد. ۲) ۱۲، عقب می‌افتد. ۳) ۱۰، جلو می‌افتد. ۴) ۱۰، عقب می‌افتد.

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۱۰ نمودار مکان - زمان یک آونگ ساده که در سطح زمین نوسانات کم‌دامنه انجام می‌دهد، به صورت شکل مقابل است. اگر این آونگ را به فاصلهٔ $۴R_e$ از سطح کرهٔ زمین منتقل کنیم، آونگ در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام خواهد داد؟ (R_e شعاع کرهٔ زمین است.)

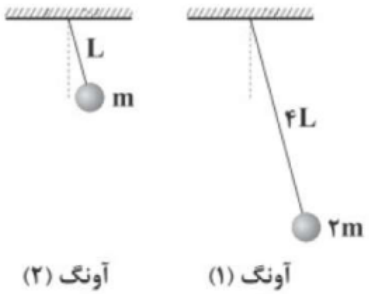


۱) ۳۷/۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۵ ۴) ۳۰

۱۱ نخی به طول L را به سه قسمت تقسیم کرده و با آن‌ها سه آونگ ساده با دوره‌های T، $۲T$ و $۳T$ می‌سازیم. اگر طول آونگ وسطی برابر با $۴۰\,cm$ باشد، طول نخ اولیه (L)، چند سانتی‌متر بوده است؟

۱) ۹۰ ۲) ۱۴۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۲۸۰

۱۲ شکل زیر، دو آونگ ساده‌ی کم‌دامنه را نشان می‌دهد. اگر روی سطح زمین، تعداد نوسان‌های آونگ ۲ در هر دقیقه ۶۰ تا بیشتر از تعداد نوسان‌های آونگ ۱ باشد، بسامد نوسان آونگ ۱ در ارتفاع ۸۰۰ کیلومتری از سطح زمین چند هرتز است؟ (شعاع زمین ۶۴۰۰ کیلومتر است.)



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱۶}{۹}$ ۴) $\frac{۸}{۹}$

۱۳ دوره تناوب دو آونگ ساده A و B در یک مکان به ترتیب ۱/۲s و ۱/۶s است. اگر با اتصال نخ این دو آونگ به یکدیگر آونگ ساده جدیدی که طول آن مجموع طول دو آونگ ساده A و B است بسازیم، این آونگ در مدت زمان ۵۶ ثانیه چند بار طول پاره‌خط نوسان را طی می‌کند؟

۱) ۵۶ ۲) ۴۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲۸

۱۴ دو آونگ ساده هم طول m و n به ترتیب، در سطح زمین و در ارتفاع $۲Re$ از سطح زمین به نوسان درمی‌آیند. دامنه نوسان آونگ m چند برابر دامنه نوسان آونگ n باشد تا بیشینه شتاب دو نوسانگر یکسان شود؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۴ ۴) ۹

۱۵) آونگی از سقف آسانسوری که با شتاب ثابت $+۶\frac{m}{s^۲}$ رو به بالا در حرکت است، آویزان شده و حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اندازه شتاب حرکت آسانسور در حرکت رو به بالا چند $\frac{m}{s^۲}$ تغییر کند تا بیشینه تندی افقی گلوله متصل به آن، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ برابر شود؟ (دامنه حرکت را ثابت فرض کنید.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۶) یک ساعت دیواری آونگ‌دار، در سطح زمین به درستی کار می‌کند. اگر این ساعت را به سطح سیاره‌ای منتقل کنیم که جرم آن ۴ برابر جرم زمین و چگالی آن $\frac{۱}{۱۶}$ برابر چگالی زمین باشد، در هر ۱۲ ساعتی که روی سطح زمین سپری می‌شود، این ساعت چند مدت زمانی عقب و یا جلو می‌افتد؟

۱) ۳ ساعت جلو می‌افتد. ۲) ۳ ساعت عقب می‌افتد.
۳) ۶ ساعت جلو می‌افتد. ۴) ۶ ساعت عقب می‌افتد.

۱۷) دوره‌ی تناوب آونگ ساده‌ای که گلوله‌ی آن از جنس آهن است، $\frac{۱}{۲}$ ثانیه می‌باشد. به کمک یک آهن‌ربا، نیرویی برابر $\frac{۳}{۴}$ وزن گلوله در امتداد قائم و به طرف بالا بر گلوله وارد می‌کنیم. در این حالت آونگ چند بار در ثانیه نوسان خواهد کرد؟

۱) ۴ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۱

۱۸) یک آونگ به طول $۱m$ در حال نوسان روی یک پاره‌خط به طول ۴ cm است. حداقل مسافت پیموده شده از دامنه توسط این آونگ در بازه‌ی زمانی دلخواه $۰/۵s$ چند سانتی‌متر است؟ $(g=\pi^۲)$

۱) ۲ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) $۲-\sqrt{۲}$ ۴) $۴-۲\sqrt{۲}$

۱۹) حداکثر سرعت یک آونگ ساده با زاویه‌ی انحراف ۳ درجه برابر $۰/۸\frac{m}{s}$ است. اگر حداکثر زاویه‌ی انحراف آونگ به $۱/۵$ درجه کاهش یابد، حداکثر سرعت آونگ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۱) ۱/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۲

۲۰) حداکثر سرعت یک آونگ ساده با زاویه‌ی انحراف ۱/۵ درجه برابر $۰/۴\frac{m}{s}$ است. اگر حداکثر زاویه‌ی انحراف را به ۳ درجه افزایش دهیم، حداکثر سرعت آونگ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۱) ۱/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۲

۲۱) آونگ ساده‌ای با دامنه کم در سطح زمین در مدت t، n نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر این آونگ را به اندازه شعاع زمین از سطح زمین دور کنیم در چه مدتی بر حسب t، $۲n$ نوسان انجام خواهد داد؟

۱) $\frac{t}{۲}$ ۲) t ۳) $۲t$ ۴) $۴t$

۲۲) اگر به طول آونگ کم‌دامنه‌ای ۱۲۵ درصد اضافه شود، تعداد نوسان‌های آن در مدت ۴ دقیقه، ۵۰ تا کاسته می‌شود. دوره اولیه نوسان آونگ چند ثانیه بوده است؟ $(g=\pi^۲)$

۱) ۲/۴ ۲) ۱/۸ ۳) ۱/۶ ۴) ۱/۲

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۲۳ دوره‌ی یک آونگ ساده در سطح زمین برابر یک ثانیه است. اگر طول آونگ را به $\frac{۱}{۴}$ مقدار اولیه رسانده و آن را در ارتفاعی برابر با شعاع زمین نسبت به سطح زمین قرار دهیم، دوره‌ی جدید چند ثانیه خواهد شد؟

۱) ۱ ۲) ۲π ۳) ۴ ۴) ۸π

۲۴ یک آونگ ساده که با دوره‌ی $T = ۲\text{s}$ نوسان می‌کند، از یک نخ سبک و یک گلوله‌ی آهنی تشکیل شده است. طول آونگ را به $\frac{۱}{۴}$ مقدار اولیه می‌رسانیم و توسط یک آهن‌ربا نیروی قائمی به اندازه‌ی ۳ برابر وزن گلوله به طرف پایین به آن وارد می‌کنیم. دوره‌ی آونگ چند ثانیه می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۲۵ یک آونگ به طول ۲۵ cm نوسان می‌کند، به طوری که حداکثر زاویه‌ی آن با امتداد قائم ۲۳° می‌شود و دوره‌ی نوسان آن یک ثانیه است. سرعت متوسط آونگ بین دو لحظه‌ی متوالی که سرعت آن صفر است، چند متر بر ثانیه است؟

$$\left(\text{Sin}\,۲۳^\circ = \frac{۵}{۱۳}\right)$$

۱) $\frac{۲}{۱۳}$ ۲) $\frac{۳}{۱۳}$ ۳) $\frac{۴}{۱۳}$ ۴) $\frac{۵}{۱۳}$

تشدید (رزونانس)

فرکانس طبیعی (f_n) چیست؟

هر دستگاهی برای خود یک فرکانس دارد. اگر آزادانه به نوسان درآید با آن فرکانس نوسان خواهد کرد.

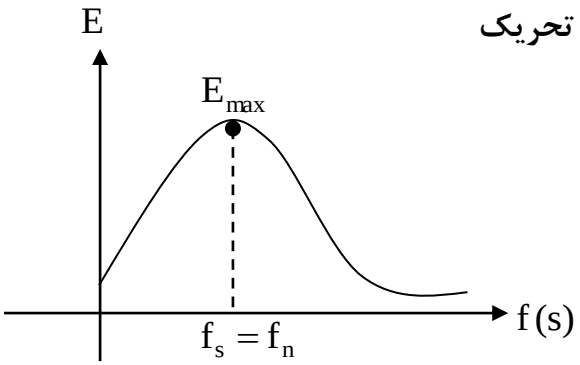
فرکانس طبیعی دستگاه جرم و متر $f_n = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

فرکانس طبیعی آونگ ساده $f_n = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

فرکانس تحریک (f_s) چیست؟

فرکانسی است که توسط یک نیروی خارجی به دستگاه مورد نظر تحمیل می‌شود.

نمودار تجربی انرژی نوسانگر بر حسب فرکانس تحریک



جرم و متر $f = \frac{۲}{\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

آونگ $f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

تشدید یعنی چه؟

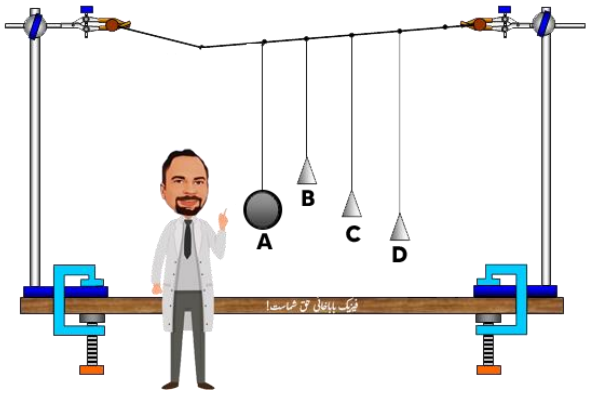
اگر فرکانس طبیعی یک جسم با فرکانس تحریکش برابر شود، انرژی نوسان max شده (دامنه نوسان max شده) به این حالت تشدید یا رزونانس می‌گوییم.

نو سان میرا چیه؟ نوسانی است که به مرور زمان انرژی خود را از دست داده و دامنه نوساناتش صفر می‌شود.

مکانیکی $E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}mA^2(2\pi f)^2 = 2\pi^2mA^2f^2$

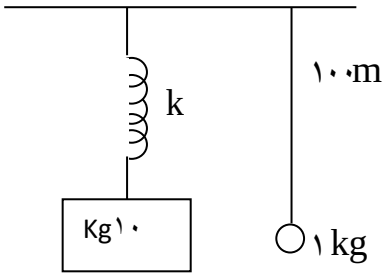
نکته: اگر دو د ستگاه دارای فرکانس‌های طبیعی کاملاً یک سان با شند یکدیگر را ت شدید می‌کنند. یعنی اگر یکی به نوسان درآید دیگری را نیز به نوسان درمی‌آورد.

تست : چهار آونگ مطابق شکل به سیم نازک و محکمی متصل هستند. از یک طرف آن سیم نوسانی تولید کرده و بعد از مدت زمانی نوسان را قطع می‌کنیم. اگر جرم آونگ‌های A , B برابر با m و جرم آونگ C برابر 4m و جرم آونگ D برابر با 8m باشد اگر آونگ A با دامنه کم شروع به نوسان کند،کدام آونگ یا آونگها، با آونگ A به حالت تشدید در می‌آید؟



فقط آونگ C فقط آونگ B آونگ C و D همه آونگها

تست: دو دستگاه زیر را در نظر بگیرید. ثابت فنر چند نیوتن برمتر باشد تا اگر آونگ نوسان ساده کند دستگاه جرم و فنر نیز به نوسان درآید؟



۱ ۱۰ ۱۰۰ ۲۰۰

پاسخ:

اگر بخواهیم با نوسانات آونگ جرم و فنر نوسان کم باید یکدیگر را تشدید کرده باشند پس باید دارای فرکانس‌های یکسان باشند.

جرم و متر $f_n = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{l} \Rightarrow \frac{k}{۱۰} = \frac{۱۰}{۱۰۰} \Rightarrow k = ۱N/M$$

$$f_n = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

آونگ

تست: تعدادی آونگ ساده به طول‌های ۱۰cm، ۳۵cm، ۴۵cm، ۵۰cm، از میله‌ای افقی آویزان می‌کنیم و میله را با بسامد زاویه‌ای در بازه ی ۲ rad/s تا ۵ rad/s به طور افقی به نوسان درمی‌آید. کدام آونگ ها دچار تشدید می‌شوند ؟ (گرانش =10N/kg) (مشابه سنجش)

۱) آونگ های و ۳۵ و ۴۵ سانتی‌متری
۲) آونگ های ۴۵ و ۵۰ سانتی‌متری
۳) تمام آونگ ها
۴) هیچکدام از آونگ ها

اول از روی فرمول ω طول هایی که میتوانند تشدیدساز باشند را محاسبه می‌کنیم

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad 2 = \sqrt{\frac{10}{L}} \quad L = 2.5 = 250Cm$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad 5 = \sqrt{\frac{10}{L}} \quad L = \frac{10}{25}m = 40Cm$$

پس فقط آونگ هایی که طولشون بین ۴۰ تا ۲۵۰ سانتیمتر باشه دچار تشدید میشن پس گزینه ۲ صحیح است

Final homework

تست ۱: کدام‌یک از عبارت‌های زیر، نادرست است؟

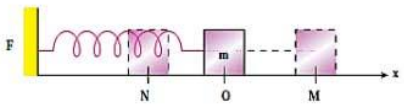
۱) در یک حرکت نوسانی به تعداد سیکل‌های کامل انجام شده در واحد زمان، بسامد(فرکانس)(تواتر) میگوییم و واحد آن هرتز است

۲) حرکت های دایره ای یکنواخت نوسانی نیستند ولی حرکت‌های رفت و برگشتی پی‌درپی یک جسم، حرکت نوسانی است

۳) ضربان قلب انسان همواره، یک حرکت نوسانی دوره‌ای است.

۴) حرکت نوسانی و حرکت های دایره ای که هر چرخهٔ آن در دورهای دیگر دقیقاً تکرار شود، دوره‌ای نام دارد.

تست ۲: با توجه به نوسان مقابل کدام گزینه غلط است؟



۱) از N به سمت O بردارهای سرعت و شتاب مختلف الجهت هستند

۲) از O به M بردار سرعت همجهت با محور x ها و بردار شتاب خلاف جهت محور xها است

۳) در نقاط M و N سرعت و انرژی جنبشی صفر و نیرو و انرژی پتانسیل بیشینه است

۴) در نقاطه O سرعت و انرژی جنبشی بیشینه و نیرو و شتاب صفر است

تست ۳:

در حرکت نوسانی هماهنگ، در کدام‌یک از موارد زیر، مکان نوسان‌کننده الزاماً منفی است؟

۱) سرعت مثبت باشد ۲) شتاب مثبت باشد

۳) سرعت منفی باشد ۴)هیچکدام ، علامت مکان مستقل از سرعت و شتاب است

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

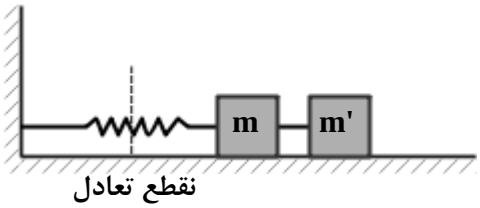
تست ۴ :

نوسانگر وزنه – فنر، روی سطح افقی بدون اصطکاک، با دامنهٔ A_1 و بسامد f_1 نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که نوسانگر در بیش‌ترین فاصله از مرکز نوسان قرار دارد، $\frac{3}{4}$ جرم وزنه، کنده شده و جدا می‌شود و جرم باقی‌ماندهٔ متصل به همان فنر به نوسان ادامه می‌دهد. اگر در این حالت بسامد، f_2 و دامنه، A_2 باشد، نسبت‌های $\frac{A_2}{A_1}$ و $\frac{f_2}{f_1}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

۱) ۱ و ۱ ۲) ۱ و ۲ ۳) ۲ و ۱ ۴) ۲ و ۲

تست ۵ :

در شکل زیر m و m’ با میلهٔ سبکی به هم متصل‌اند. دستگاه حول نقطهٔ تعادل نوسان می‌کند. لحظه‌ای که جرم‌ها به دورترین فاصله از نقطهٔ تعادل می‌رسند، جرم m’ را جدا می‌کنیم. دامنهٔ نوسان جرم m چه قدر می‌شود؟



۱) کم‌تر می‌شود.

۲) بیش‌تر می‌شود.

۳) تغییر نمی‌کند.

۴) بدون داشتن ثابت فنر و جرم‌ها نمی‌توان پاسخ داد.

المپیاد فیزیک – مرحله اول

تست ۶ :

معادلهٔ مکان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $x = 0/02Cos\frac{\pi}{2}t$ است. در کدام بازهٔ زمانی (بر حسب ثانیه) شتاب و سرعت در جهت محور x (مثبت)اند؟

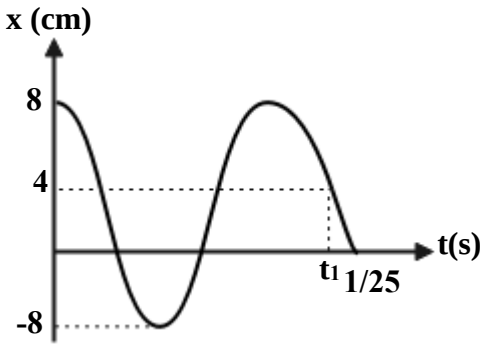
۱) صفر تا ۱ ۲) ۱ تا ۲

۳) ۲ تا ۳ ۴) شتاب هرگز در جهت محور x نمی‌شود.

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تست ۷:

شکل زیر، نمودار مکان – زمان نوسانگر ساده‌ای را نشان می‌دهد. مقدار t_1 چند ثانیه است؟



۱) ۱

۲) $\frac{1}{6}$

۳) $\frac{5}{6}$

۴) $\frac{7}{6}$

تست ۸:

X و A به ترتیب، مکان و دامنهٔ یک نوسانگر ساده است. در لحظهٔ t_1، $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ است و جهت حرکت نوسانگر در آن لحظه به سمت مرکز نوسانگر است. اگر یک ثانیهٔ بعد، نوسانگر دوباره به همان مکان برسد، دورهٔ این نوسان چند ثانیه است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۶ ۳) ۲/۴ ۴) ۳/۶

تست ۹:

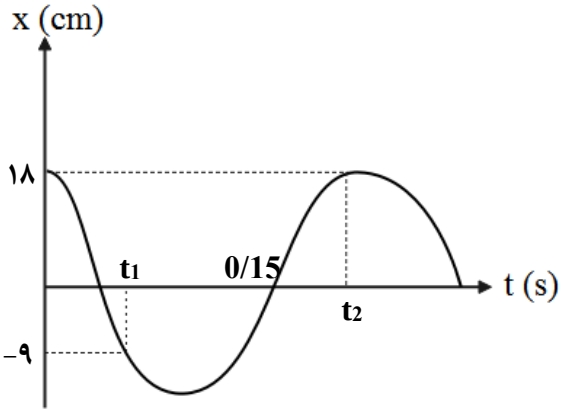
معادلهٔ حرکت هماهنگ جسمی در SI به صورت $x = 0/04Cos\ \frac{\pi}{4}t$ است.

در فاصلهٔ زمانی $1s \leq 1 \leq 3s$ مسافتی که این جسم می‌پیماید، چند سانتی‌متر است؟

۱) $4\sqrt{2}$ ۲) ۱۰۰ ۳) ۴۰ ۴) ۱۵۰

تست ۱۰:

نمودار مکان – زمان نوسانگری به صورت زیر است. سرعت متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی t_1 و t_2 چند $\frac{cm}{s}$ است؟



۱) ۳۵/۸

۲) ۲۲/۵

۳) ۲/۰۲۵

۴) ۵۰/۴

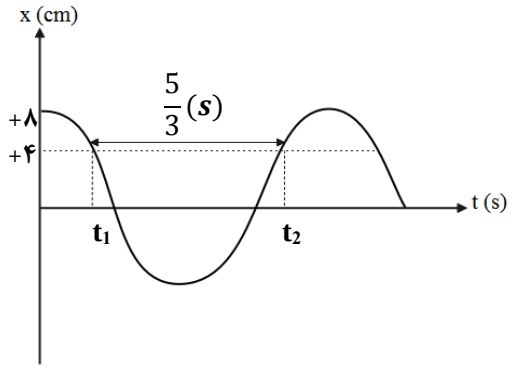
تست ۱۱:

معادلهٔ حرکت نوسانگری در SI به صورت $x = 0/02Cos\frac{\pi}{2}t$ است. تندی متوسط نوسان‌گر در بازهٔ زمانی $t_1 = \frac{1}{2}s$ تا $t_2 = \frac{30}{12}s$، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

تست ۱۲:

نمودار مکان – زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است، بیشینه تندی نوسانگر تقریبا چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi = 3)$



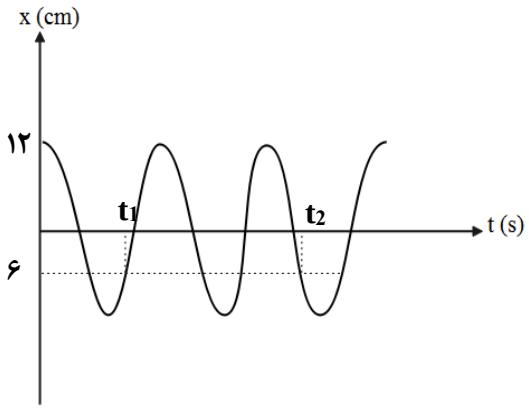
۱) ۰/۱۹۲ ۲) ۰/۳۲۶

۳) ۰/۱۲۳ ۴) ۰/۱۵۹

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تست ۱۳:

نمودار مکان – زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و دارای تندی بیشینه $6\frac{cm}{s}$ است مطابق شکل زیر است. $(t_2 - t_1)$ چند ثانیه است؟ $(\pi = 3)$



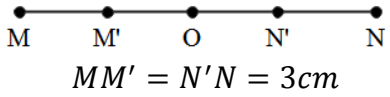
۱) ۲۰ ۲) ۱۷

۳) ۳۶ ۴) ۱۸

تست ۱۴:

نوسانگری روی پاره‌خط MN نوسان میکند و در هردوره مسافت ۲۴ سانتی متر را میپیماید

اگر زمانی که طول می‌کشد تا پاره‌خط M'N' را طی کند برابر $\frac{1}{2}$ ثانیه باشد، بزرگی سرعت هنگام عبور از نقطهٔ O چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



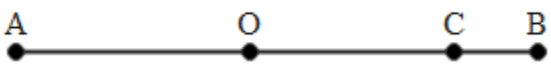
$MM' = N'N = 3cm$

۱) $2\sqrt{3}\pi$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$

۳) 4π ۴) 2π

تست ۱۵:

نوسانگری روی پاره‌خط $AB = 20cm$ حرکت نوسانی ساده دارد به طوری که فاصله C تا B را در مدت حداقل $\frac{\pi}{2}$ ثانیه طی می‌کند، O وسط AB و $OC = 5\sqrt{2}cm$ است. سرعت نوسانگر هنگام عبور از نقطهٔ O چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



۱) ۲/۵ ۲) ۲۰

۳) ۵ ۴) ۳/۵

تست ۱۶:

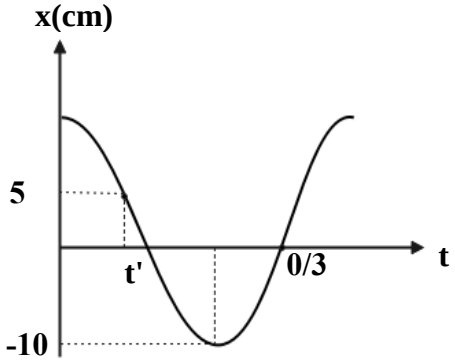
با توجه به نمودار مکان – زمان نوسانگر داده شده کدام گزینه درست است؟ $(\pi^2 \approx 10)$

۱) بسامد نوسانگر $4Hz$ است.

۲) معادلهٔ حرکت در SI به صورت $x = 10 \times 10^{-2} Sin(6\pi t)$ است.

۳) شتاب نوسانگر در لحظهٔ t' برابر با $-12/5 \frac{m}{s^2}$ است..

۴) $t' = \frac{T}{8}$ برابر با است



تست ۱۷:

در لحظه‌ای که سرعت یک نوسان‌گر ساده به صفر می‌رسد، شتاب آن به $80 \frac{m}{s^2}$ می‌رسد و در لحظه‌ای که نیروی وارد بر آن صفر می‌شود، سرعت آن $2 \frac{m}{s}$ می‌شود. معادلهٔ مکان – زمان آن نوسان‌گر در SI، کدام است؟

۱) $x = 0/05Sin(40t + \frac{\pi}{2})$

۲) $x = 0/04Cos40t$

۳) $x = 0/05Sin40t$

۴) $x = 0/05Sin80t$

تست ۱۸:

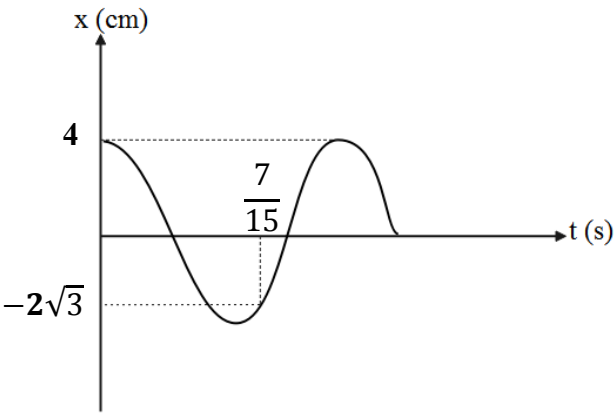
در یک حرکت هماهنگ ساده، در مدت دلخواه $\frac{1}{4}$ دوره، کم‌ترین مسافتی که نوسان‌گر طی می‌کند چند برابر دامنه است؟ $(\sqrt{2} = 1/4)$

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۷ ۴) ۱/۴

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تست ۱۹:

نمودار مکان – زمان متحرکی که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر است. در مدت دلخواهی به اندازهٔ $\frac{1}{4}$ دوره، بیش‌ترین مقدار سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

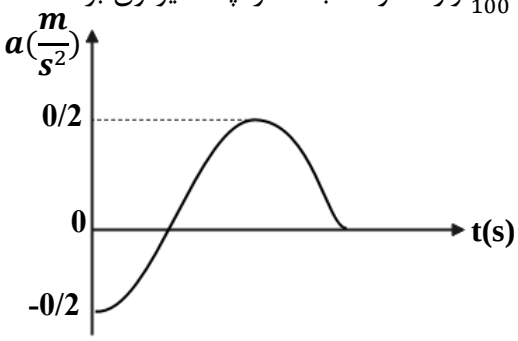


۱) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{2}{5}$

تست ۲۰:

برای یک سامانهٔ وزنه – فنر نمودار شتاب – زمان مطابق شکل زیر است. وزنه در لحظه $t = 3s$ برای دومین بار از مبدأ می‌گذرد. اگر در لحظهٔ $t = 2s$ به وزنه نیرویی به بزرگی $\frac{4}{100}N$ وارد شود، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ $(\pi^2 = 10)$



۱) ۰/۵ ۲) ۰/۳۵ ۳) ۴۵ ۴) ۰/۳

تست ۲۱:

نوسانگری به جرم 100g به انتهای فنری که ثابت آن $40\frac{N}{m}$ است، بسته شده است و روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر انرژی مکانیکی نوسان‌گر 8mJ باشد، لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسان‌گر برابر انرژی پتانسیل کشسانی آن است، سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ۳) $10\sqrt{2}$ ۴) $20\sqrt{2}$

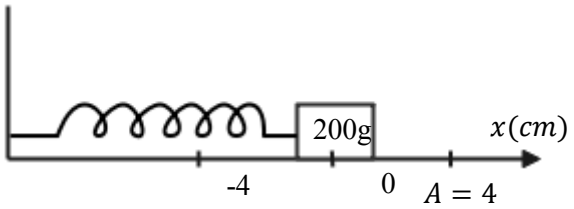
تست ۲۲:

معادلهٔ مکان – زمان نوسان‌گری در SI به صورت $x = 0/02Cos100\pi t$ است. در لحظهٔ $t = \frac{1}{150}s$، انرژی پتانسیل کشسانی نوسان‌گر چند برابر انرژی جنبشی آن است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۵

تست ۲۳:

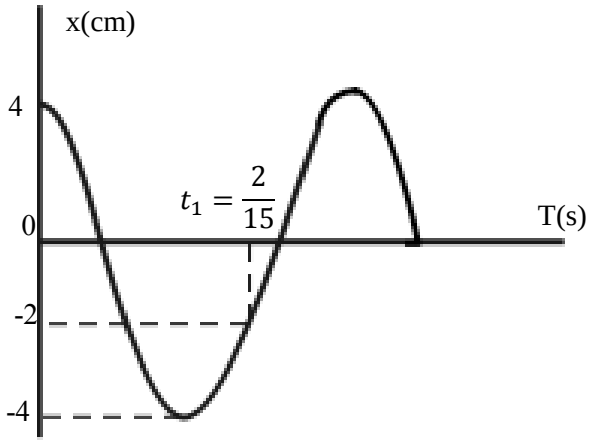
مطابق شکل زیر، نوسان‌گری روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر حداقل زمانی که طول می‌کشد تا نوسان‌گر از مکان $x_1 = 1cm$ در جهت مثبت محور x عبور کند و به مکان $x_2 = -1cm$ برسد، باربر ۲ ثانیه باشد، انرژی مکانیکی نوسان‌گر چند میلی‌ژول است؟ $(\pi^2 = 10)$



۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۸

تست ۲۴:

نمودار مکان – زمان نوسان‌گری به جرم ۵۰ گرم مطابق شکل زیر است. انرژی مکانیکی نوسان‌گر چند ژول است؟ $(\pi^2 = 10)$



۱) $\frac{1}{250}$

۲) $\frac{1}{25}$

۳) $\frac{2}{5}$

۴) $\frac{1}{50}$

تست ۲۵:

معادله مکان – زمان حرکت نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = ACos\frac{\pi}{24}t$ است. میان $t_1 =$ $16s$ تا $t_2 = 45s$، چند ثانیه انرژی پتانسیل نوسانگر بزرگ‌تر یا مساوی با انرژی جنبشی آن است؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۱۵

تست ۲۶:

معادلهٔ حرکت نوسانگر وزنه – فنر در SI به صورت $x = 0.05Cos30t$ است. اگر بیشینه انرژی جنبشی آن 50mJ باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۴۰ ۴) ۱۵۰

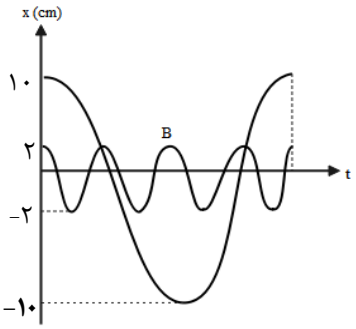
تست ۲۷:

نوسانگری به جرم 200g به انتهای فنری که ثابت آن $k = 20\frac{N}{M}$ است، بسته شده و روی سطح افقی روی پاره‌خطی به طول 10cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه‌ای که از ۲ سانتی‌متر مرکز نوسان عبور می‌کند، چند میلی‌ژول است؟

۱) ۴ ۲) ۱۰ ۳) ۲۱ ۴) ۲۵

تست ۲۸:

شکل روبه‌رو، نمودار مکان – زمان دو نوسان‌گر A و B را نشان می‌دهد، اگر جرم نوسان‌گر B، پنج برابر جرم نوسان‌گر A باشد، انرژی مکانیکی نوسان‌گر A چند برابر انرژی مکانیکی نوسان‌گر B است؟



۱) $\frac{5}{16}$ ۲) $\frac{16}{5}$

۳) $\frac{5}{9}$ ۴) $\frac{16}{25}$

تست ۲۹:

دورهٔ نوسان آونگ ساده‌ای در یک مکان معین، برابر ۲ ثانیه است و در مدت ۲/۶ دقیقه N نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ را چند درصد کاهش یا افزایش دهیم تا در همان مدت و در همان مکان، $N - 18$ نوسان کامل انجام دهد؟

۱) ۶۹ درصد کاهش ۲) ۶۹ درصد افزایش ۳) ۳۱ درصد کاهش ۴) ۳۱ درصد افزایش

تست۳۰:

یک ساعت آونگ‌دار (با آونگ ساده) در دمای $°C$، تنظیم شده است. اگر دما $50°C$ افزایش یابد، این ساعت جلو می‌افتد یا عقب و چند درصد دوره تغییر می‌کند؟ (ضریب انبساط خطی نخ آونگ $\alpha = 10^{-4}K^{-1}$ است.)

۱) جلو، ۰/۵ ۲) عقب، ۰/۵ ۳) جلو، ۰/۲۵ ۴) عقب، ۰/۲۵

تست۳۱:

یک ساعت که با آونگ کار می‌کند، در ارتفاع $5R_c$ از سطح زمین قرار دارد. اگر یک شبانه‌روز در سطح زمین طی شود، عقربهٔ ساعت شمار این ساعت چه مدت زمانی جلو خواهد رفت؟ (آونگ به کار رفته در ساعت را یک آونگ ساده در نظر بگیرید.)

۱) ۲۰ دقیقه ۲) ۴ ساعت ۳) ۲ ساعت ۴) ۱۴۴ ساعت

تست۳۲:

آونگی به طول L_1 حرکت هماهنگ ساده‌ای به دوره $4\ s$ انجام می‌دهد و آونگ دیگری به طول L_2 در همان محل، با دوره تناوب $\sqrt{5}\ s$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر آونگ در طول $L_1 + 4L_2$ را به اندازه $4\ cm$ از وضع تعادل منحرف کرده و رها کنیم تا حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. سرعت در مرکز نوسان چند m/s می‌باشد؟ $(\pi \simeq 3)$

۱) $\frac{1}{50}$ ۲) $\frac{1}{12}$ ۳) $\frac{1}{25}$ ۴) $\frac{1}{100}$

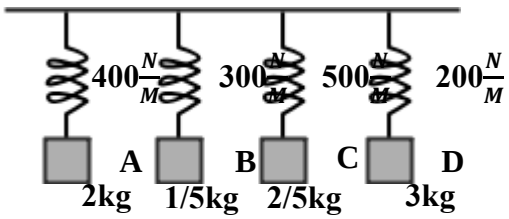
تست ۳۳ :

نقش یک موج عرضی در $t = 0\ s$ مطابق شکل روبروست. بزرگی شتاب ذره A در لحظه $\frac{1}{100}$ ثانیه چند برابر تندی متوسط ذره B بین $\frac{1}{200}s$ تا $\frac{3}{200}s$ است؟

۱) $\frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$ ۴) $\frac{\pi}{2}$

تست ۳۴ :

در شکل زیر، اگر وزنهٔ A با بسامد طبیعی خود به نوسان درآید، پدیدهٔ تشدید برای کدام‌یک از وزنه‌های دیگر رخ می‌دهد؟



۱) B و D

۲) C و D

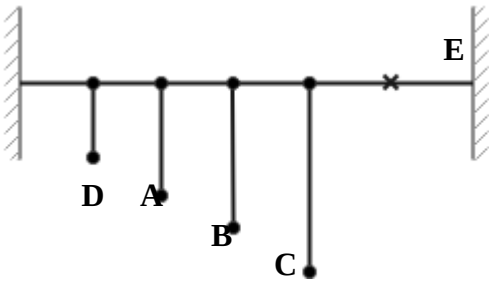
۳) B و C

۴) B و C ،D

تست ۳۵ :

مطابق شکل چهار آونگ A، B، C و D که طول آن‌ها به ترتیب برابر با $L_A = 15cm$ ،$L_B = 45cm$ ،$L_C = 70cm$ ،$L_D = 120cm$ به طناب افقی متصل هستند. اگر از نقطهٔ E آونگی وادارنده با طول متغیر که دورهٔ تناوب آن $1(s) < T < 2(s)$ را بسته و آن را به نوسان درآوریم، در کدام آونگ‌ها تشدید رخ می‌دهد؟

$(\pi^2 \approx g)$



۱) A، C و D

۲) A، C و B

۳) B و D

۴) B و C

تست ۱ : پاسخ گزینه ۳

ضربان قلب انسان در یک بازهٔ زمانی معین و کوتاه، یک حرکت نوسانی دوره‌ای است. ولی اگر بازه زمانی طولانی و غیر معین باشد دوره ای نیست

تست ۲ :

پاسخ گزینه ۱ :

از N به سمت O بردارهای سرعت مثبت و شتاب نیز مثبت است پس همجهت هستند

تست ۳ :

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطهٔ $a=-\omega^2 x$، چون مقدار ω^2 همواره مثبت است، بردارهای شتاب و مکان همواره مختلف‌العلامه هستند .بنابراین زمانی که شتاب مثبت باشد، حتماً نوسان‌گر در مکان منفی قرار میگیرد.

تست ۴ :

گزینه ۲ پاسخ صحیح است، چون در بعد ماکزیمم جرم کم شده، بنابراین دامنهٔ نوسان ثابت می‌ماند و $\frac{A_2}{A_1}=1$

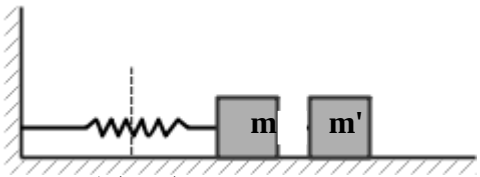
$$\omega=\sqrt{\frac{K}{M}}\Rightarrow 2\pi f=\sqrt{\frac{K}{M}}\xrightarrow{K_1=K_2}\frac{f_1}{f_2}=\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}=\sqrt{\frac{M-\frac{3}{4}M}{M}}=\sqrt{\frac{\frac{1}{4}M}{M}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{f_2}{f_1}=2$$

تست ۵ :

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای این که دستگاه نوسان کند، کافی است که یک عامل خارجی وزنه‌ها را روی سطح افقی بدون اصطکاک در راستای طول فنر بکشد یا هل دهد به طوری که طول فنر از حالت عادی بیشتر یا کمتر شود و سپس آن را رها کند. پس از رها شدن وزنه‌ها نیروی بازگردانندهٔ فنر به آن‌ها شتاب می‌دهد و سرعت وزنه‌ها را زیادتر می‌کند. با حرکت وزنه‌ها به طرف نقطهٔ تعادل، طول فنر به طول عادی آن نزدیک می‌شود. هنگامی که وزنه‌ها به نقطهٔ تعادل برسند، دیگر نیروی بازگردانندهٔ فنر به آن‌ها وارد نمی‌شود و سرعت وزنه‌ها در این نقطه بیشترین است، از این پس وزنه‌ها به علت سرعتی که دارند ادامهٔ مسیر می‌دهند و با این

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

کار نیروی بازگردانندهٔ فنر در خلاف جهت سرعت وزنه‌ها ظاهر می‌شود و به آن‌ها وارد می‌شود و سرعت آن‌ها را کم می‌کند تا سرانجام در بیشترین یا کمترین طول فنر برای لحظه‌ای متوقف می‌شوند و خواهند ایستاد. در حرکت نوسانی دستگاه جرم – فنر، انرژی موجود در دستگاه میان انرژی جنبشی وزنه و انرژی پتانسیل کشسانی فنر توزیع می‌شود. انرژی جنبشی وزنه مربوط به جرم و سرعت آن و انرژی جنبشی وزنه و انرژی پتانسیل کشسانی فنر توزیع می‌شود. انرژی جنبشی وزنه مربوط به جرم و سرعت آن و انرژی پتانسیل کشسانی فنر مربوط به تغییر طول آن است. در دو انتهای حرکت که فنر بیشترین یا کمترین طول را دارد، سرعت وزنه‌ها صفر است، در این نقاط انرژی جنبشی دستگاه صفر است و تمام انرژی دستگاه به صورت انرژی پتانسیل کشسانی در می‌آید. در نقطهٔ تعادل که تغییر طول فنر صفر است، انرژی پتانسیل کشسانی فنر صفر است و تمام انرژی به صورت انرژی جنبشی ظاهر می‌شود، در نتیجه سرعت وزنه‌ها در گذر از نقطهٔ تعادل بیشترین است. در لحظه‌ای که وزنهٔ m' را جدا می‌کنیم، جرم‌ها در دورترین فاصله از نقطهٔ تعادل هستند، پس سرعت آن‌ها و انرژی جنبشی وزنه‌ها صفر است و تمام انرژی دستگاه به صورت انرژی پتانسیل کشسانی است که به تغییر طول فنر بستگی دارد. با جدا کردن وزنهٔ m' و باقی‌ماندن وزنهٔ m، انرژی مکانیکی دستگاه تغییر نمی‌کند و همان انرژی پتانسیل کشسانی فنر در دستگاه باقی می‌ماند. حال این انرژی مکانیکی ثابت و مشخص در مراحل بعدی بین انرژی جنبشی وزنهٔ m و انرژی پتانسیل کشسانی فنر توزیع می‌شود. با توجه به ثابت بودن این انرژی نتیجه می‌گیریم که در حداکثر فشردگی فنر و دامنهٔ نوسان جرم تغییری ایجاد نمی‌شود و دامنهٔ نوسان ثابت باقی می‌ماند. نکتهٔ بسیار مهمی که باید در این‌جا به آن اشاره کنیم آن است که دامنهٔ نوسان مستقل از جرم وزنه‌های دستگاه است، در اینجا با کاهش جرم وزنه‌ها از $m+m'$ به m و با توجه به این که فنر، نیروی کشسانی فنر و دامنهٔ نوسان دستگاه ثابت است، شتاب حرکت نوسانی افزایش می‌یابد در نتیجه انتظار داریم که بیشترین سرعت دستگاه در نقطهٔ تعادل افزایش یابد و این انرژی مکانیکی به صورت انرژی جنبشی جرم m درآید و در ضمن زمان نوسان و دوره تناوب نوسان دستگاه کاهش یابد زیرا دورهٔ تناوب طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$ با جرم رابطهٔ مستقیم دارد.



نقطع تعادل

تست ۶:

اگر به تابع نوسان دقت کنید میبینید که گزینهٔ ۳ پاسخ صحیح است. این موضوع در ناحیه ۳ رخ میده. یعنی از $\frac{T}{2}$ تا $\frac{3T}{4}$ پس: $T = 4s \rightarrow (2,3)$

تست ۷:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\mathbf{1.25 = T + \frac{1}{4}T \quad T = 1}$$

$$\boldsymbol{t_1 = T + \frac{1}{6}T = \frac{7}{6}}$$

تست ۸:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = 1 \quad T = 1.2$$

تست ۹:

گزینهٔ ۱ پاسخ صحیح است.

$$\omega = \frac{\pi}{4} \quad T = 8$$

در لحظهٔ $t = 1s$ مکان این نوسانگر را به دست می‌آوریم.

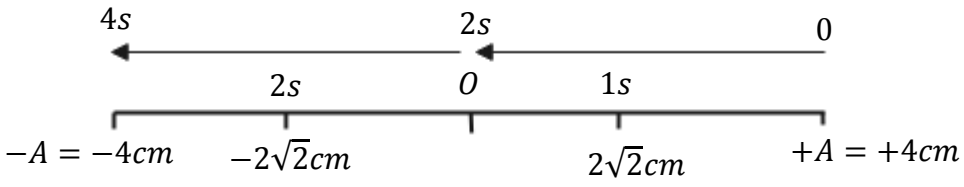
$$t = 1s \Rightarrow x = 0/04\ Cos(\frac{\pi}{4} \times 1) = 0/04\ \frac{Cos\ \pi}{4} = 0/04 \times \frac{\sqrt{2}}{2} m = 0/02\sqrt{2}m = 2\sqrt{2}cm$$

همچنین برای لحظهٔ $t = 3s$ خواهیم داشت:

$$t = 3s \Rightarrow x = 0/04\ Cos(\frac{\pi}{4} \times 3) = 0/04\ Cos\frac{3\pi}{4} = 0/04 \times \frac{-\sqrt{2}}{2} = -0/02\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = -0/02\sqrt{2}m = -2\sqrt{2}cm$$

می‌دانیم $T = 8s \leftarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$ به شکل دقت کنید.



$$\text{مسافت طی شده} = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}cm$$

تست ۱۰:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3T}{4} = 0.15 \quad T = .0.20 \quad \Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{8}{60} \quad V = \frac{0.27}{\frac{8}{60}} = 2.025$$

تست ۱۱:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\omega = \frac{\pi}{2} \quad T = 4$$

$$\frac{25}{12} - \frac{1}{2} = 2 \quad \text{یعنی } \Delta t = \frac{T}{2} \Longrightarrow S_{av} = \frac{2A}{\frac{T}{2}} = \frac{4A}{T} = \frac{4 \times 2}{4} \Rightarrow \overline{S} = 2\frac{cm}{s}$$

تست ۱۲:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. لحظه‌های t_1 و t_2 اولین و دومین زمانی هستند که $x = 2cm$ می‌شود.

$$\omega = \frac{\text{زاویه}}{\text{زمان}} \Rightarrow \omega = \frac{\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \pi}{\frac{5}{3}} = \frac{4\pi}{5} = \frac{12}{5}\frac{rad}{s}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3}\omega = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{4\pi}{5} = \frac{12}{5}\frac{rad}{s}$$

$$\Rightarrow V_{max} = A\omega = \frac{8}{100} \times \frac{12}{5} = \frac{16}{125}\left(\frac{m}{s}\right) = 0/192\ \frac{m}{s}$$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تست ۱۳ :

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$V_m = A\omega \quad 6 = 12\omega \quad \omega = \frac{1}{2}$$

$$\omega = \frac{\text{زاویه}}{\text{زمان}} = \quad \frac{1}{2} = \frac{3\pi + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}}{(t_2 - t_1)} \quad \overset{\pi=3}{\Longrightarrow} (t_2 - t_1) = 20(s)$$

تست ۱۴ :

جواب گزینه ۳ می باشد

مسافت هر دوره رو تقسیم بر ۴ کنیم دامنه به دست میاد پس دامنه ۶ سانتیمتر هست

از طرفی :

$$\frac{T}{12} + \frac{T}{12} = 0.5 \quad T = 3 \quad \omega = \frac{2\pi}{3} \qquad V = A\omega \quad 6 \times \frac{2\pi}{3} = 4\pi$$

تست ۱۵ :

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$Cos\theta = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} rad \rightarrow \Delta\theta_{BC} = \frac{\pi}{4} rad$$

$$\Delta\varphi = \omega\, \Delta t \rightarrow \frac{\pi}{4} = \omega \times \frac{\pi}{2} \rightarrow \omega = \frac{1}{2} \frac{rad}{s}$$

$$V_{max} = A\omega = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \frac{cm}{s}$$

تست ۱۶ :

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

بررسی علت نادرستی گزینهٔ یک: $\frac{3T}{4} = 0/3 \Rightarrow T = 0/4s \Rightarrow f = 2/5Hz$

بررسی علت نادرستی گزینهٔ دو : $x = A\,Cos(\omega t) \Rightarrow x = 10 \times 10^{-2} Cos(5\pi t)$

بررسی درستی گزینهٔ سه : $a = -\omega^2 x \Rightarrow a-= -(5\pi)^2(\frac{5}{100}) = -12/5\ \frac{m}{s^2}$

بررسی علت نادرستی گزینه چهار : $t' = \frac{T}{6}$

تست ۱۷ :

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$V = 0 \Longrightarrow a = A\omega^2 = 80\frac{m}{s^2} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \omega = 40\frac{rad}{s}$$
$$F = 0 \Longrightarrow V = \cancel{V_{max}}^{A\omega} = 2\frac{m}{s}$$

$$\Longrightarrow A = \frac{2}{40} = \frac{1}{20}m = 0/05m \Longrightarrow x = ACos\omega \Longrightarrow x = 0/05Cos40t$$

$$\boldsymbol{x = 0.05\ \sin(40t + \frac{\pi}{2})}$$

تست ۱۸ :

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: کم‌ترین مسافت طی شده در یک بازه متقارن در اطراف در انتهای پاره‌خط نوسان رخ می‌دهد. (چرا که در دو انتهای پاره‌خط نوسان سرعت برابر صفر است.)

$$\text{مسافت کمینه} = A(2 - \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow \text{کمترین مسافت} = 0/6A$$

تست۱۹:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از روی نمودار می‌توان دورهٔ حرکت را به دست آورد.

قبلا نکته شو گفتم بیشترین جابه جایی در $\frac{1}{4}T$ برابر با $\sqrt{2}A$ است حالا کافیه این عدد رو به زمان گفته شده تقسیم کنیم تا بیشترین سرعت متوسط به دست بیاد ولی قبلش اول باید دوره رو پیدا کنیم:

$$\frac{3T}{4}-\frac{T}{6}=\frac{7}{15}\quad T=0.8$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\sqrt{2}A}{\frac{1}{4}T}=\frac{\sqrt{2}\times 4cm}{\frac{1}{4}\times 0/8s}=\frac{\sqrt{2}}{5}\frac{m}{s}$$

تست۲۰:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در لحظهٔ $t=3s$ متحرک برای دومین بار از مبدأ (یعنی $x=0$) می‌گذرد بنابراین:

$$\frac{3T}{4}=3\quad T=4$$

$$F=ma\Rightarrow\frac{4}{100}=m\times 0/2\Rightarrow m=\frac{2}{10}kg$$

در گام آخر برای به دست آوردن ثابت فنر به سادگی داریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\frac{4\pi^2}{T^2}=\frac{k}{m}\xrightarrow[\pi^2=10]{T=4s;m=0/2kg}\frac{4(10)}{4^2}=\frac{k}{0/2}\Rightarrow k=0.5\frac{N}{m}$$

تست۲۱:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است، انرژی مکانیکی نوسان‌گر ثابت است پس داریم:

$$E=U+K\Rightarrow 0/008=2K\Rightarrow K=4\times 10^{-3}J$$

$$K=\frac{1}{2}mV^2\Rightarrow 4\times 10^{-3}=\frac{1}{2}\times 0/1\times V^2\Rightarrow V^2=8\times 10^{-2}\Rightarrow V=2\sqrt{2}\times 10^{-1}=\frac{\sqrt{2}m}{5s}$$

تست۲۲:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x = 0/02Cos100\pi t \quad t = \frac{1}{150}s \Rightarrow x = 0/02Cos(100\pi \times \frac{1}{150})$$

$$x = 0/02Cos(\frac{2\pi}{3}) = -0/01 \Rightarrow x = \frac{-A}{2}$$

$$\frac{U}{K} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2x^2}{\frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2)} = \frac{x^2}{A^2 - x^2} \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{\left(\frac{-A}{2}\right)^2}{A^2 - \left(\frac{-A}{2}\right)^2} = \frac{\frac{A^2}{4}}{\frac{3A^2}{4}} \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{1}{3}$$

تست۲۳:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$M = 0/2kg$$

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

$$2 = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 4s$$

یعنی 2A را طی کرده یعنی $\frac{T}{2}$ طول کشیده پس داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{10}{4}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 0/2 \times \frac{10}{4} \times 16 \times 10^{-4} = 0/4mg$$

تست۲۴:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x = -\frac{A}{2} \Rightarrow \Phi \begin{cases} \pi - \frac{\pi}{3} & \text{از مرکز دور} \\ \pi + \frac{\pi}{3} & \text{به مرکز نزدیک} \end{cases} \checkmark$$

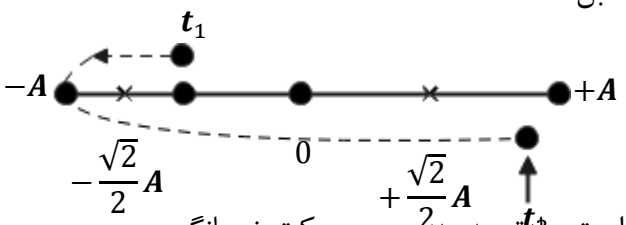
$$\Delta\Phi = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{4T}{6} = \frac{2T}{3} = \frac{2}{15} \Rightarrow T = \frac{1}{5}s$$

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^{-3} \times (4 \times 10^{-1})^2 \times (10\pi)^2 = \frac{1}{25}J$$

تست۲۵:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر با یکدیگر برابر هستند.

در $|x|$های بزرگتر از $\frac{\sqrt{2}}{2}A$، انرژی پتانسیل بزرگ‌تر از انرژی جنبشی نوسانگر است، به کمک $x = A\,Cos\omega t$ و حل معادله مثلثاتی، مکان نوسانگر میان t_1 و t_2 به صورت شکل مقابل است.



نوسانگر در لحظه‌ای $\frac{T}{8}, \frac{3T}{8}, \frac{4T}{8}$ و $\frac{7T}{8}$ در مکان‌های $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$ است. با توجه به مسیر حرکت نوسانگر جامانده است. میان لحظه‌های t_1 تا t_2 انرژی پتانسیل، این نوسانگر میان $\frac{3T}{8}$ تا $\frac{5T}{8}$ و پس از $\frac{7T}{8}$ تا t_2 بزرگتر از انرژی جنبشی آن است:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \frac{\pi}{24} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = 48s$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \left(t_2 - \frac{7T}{8}\right) = \frac{48}{4} + \left(25 - \frac{7 \times 48}{8}\right) = 12 + 3 = 15s$$

تست۲۶:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر ساده، برابر انرژی مکانیکی آن است. پس داریم:

$$k_{max} = E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 50 \times 10^{-3} = \frac{1}{2}k \times 25 \times 10^{-4} \Rightarrow k = 40\frac{N}{m}$$

تست ۲۷:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$K = E - U \Rightarrow K = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

$$K = \frac{1}{2} \times 20((5 \times 10^{-2})^2 - (2 \times 10^{-2})^2)$$

$$K = 10 \times 10^{-4}(25 - 4) \Rightarrow K = 21 \times 10^{-3}J = 21mJ$$

تست ۲۸:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{matrix} A_A = 10cm \\ A_B = 2cm \end{matrix} \Rightarrow \frac{A_A}{A_A} = \frac{10}{2} = 5$$

در مدتی که A یک نوسان انجام داده، B چهار نوسان انجام داده $\Rightarrow T_A = 4T_B \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{1}{4}$

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \xrightarrow{\omega=2\pi/T} E = \frac{1}{2}m(\frac{2\pi}{T})^2A^2 = 2\pi^2m\frac{A^2}{T^2}$$

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{m_A}{m_B} \times (\frac{A_A}{A_B})^2 \times (\frac{T_B}{T_A})^2 = \frac{1}{5} \times 5^2 \times (\frac{1}{4})^2 = 5 \times \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$$

تست ۲۹:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

آونگ اول : $N = \frac{2/6 \times 60}{2} = 26 \times 3 = 78$ دور کامل

آونگ دوم : $N' = N - 18 = 78 - 18 = 60$

$$T' = \frac{t'}{N'} = \frac{2/6 \times 60}{60} \Rightarrow T' = 2/6s$$

$$\Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow (\frac{2/6}{2})^2 = L'/L \Rightarrow 1/3^2 = \frac{L'}{L} \Rightarrow L' = 1/69L$$

یعنی افزایش طول برابر ۶۹٪ است.

$$\Delta L = 0/69L$$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تست۳۰:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دورهٔ تناوب آونگ با جذر طول آونگ رابطهٔ مستقیم دارد. از طرفی طول آونگ با تغییرات دما ($\Delta\theta$) رابطهٔ مستقیم دارد.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{L_1(1+\alpha\Delta\theta)}{L_1}} = \sqrt{1+\alpha\Delta\theta}$$

از آنجا که $\alpha\Delta\theta$ بسیار کوچک است می‌توان تقریباً از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\frac{T_2}{T_1} \simeq 1 + \frac{\alpha\Delta\theta}{2} \Longrightarrow \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{\alpha\Delta\theta}{2} \Rightarrow \text{درصد تغییرات دوره} = \frac{100\alpha\Delta\theta}{2} = 50\alpha\Delta\theta$$

تقریباً دورهٔ ۰/۲۵ درصد افزایش می‌یابد که به علت افزایش ساعت عقب می‌افتد

تست۳۱:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است، می‌دانیم که رابطهٔ شتاب گرانش زمین با ارتفاع از سطح زمین را به صورت مقایسه‌ای می‌نویسیم:

$$\begin{matrix} I: \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \\ II: \frac{g_1}{g_2} = (\frac{R_c + h_2}{R_c + h_1})^2 \end{matrix} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{R_c + h_2}{R_c + h_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{R_c + 5R_c}{R_c + 0} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 6$$

پس در یک شبانه‌روز (۲۴ ساعت)، ساعت آونگ‌دار در ارتفاع $5R_c$ از سطح زمین به اندازهٔ ۴ ساعت پیشروی خواهد کرد.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{x}{24} \Rightarrow x = 4$$

$$T' = \frac{T}{2} + \frac{T}{2}\sqrt{\frac{n-1}{n}} \rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{n-1}{n}} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{n-1}{4n}}$$

تست ۳۲ :

پاسخ: دوره تناوب آونگ به طول $L_1 + 4L_2$ از رابطه زیر به دست می‌آید

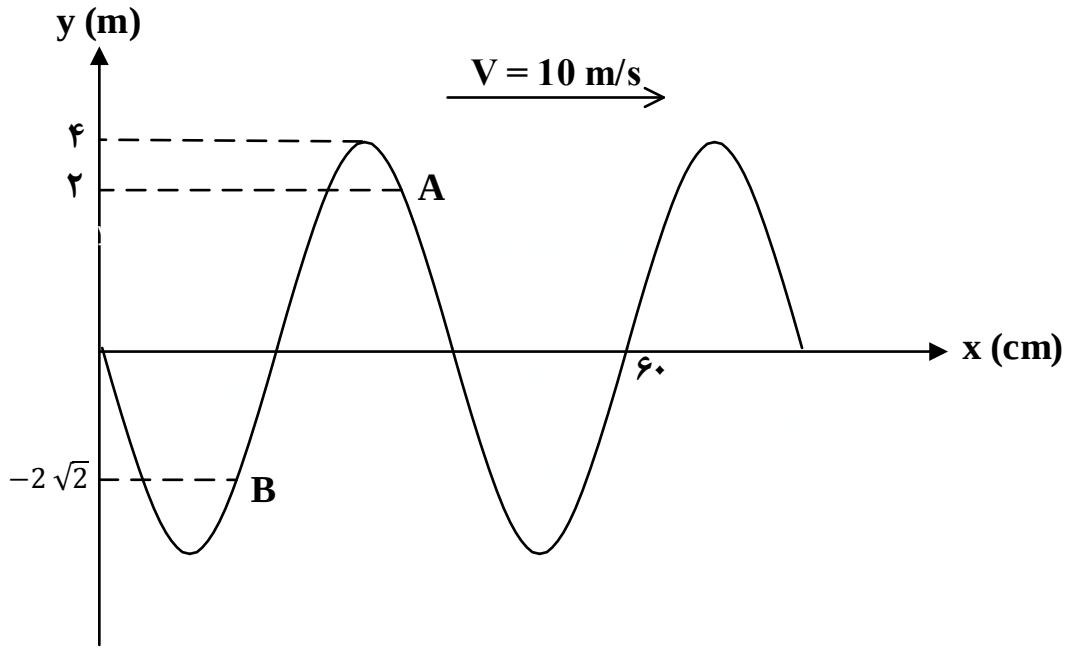
$$T = \sqrt{T_1^2 + 4T_2^2} = \sqrt{16 + 4 \times 5} = \sqrt{36} = 6\ s$$

$$w = \frac{2\pi}{T} \rightarrow w = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}\frac{rad}{s}$$

$$v_{max} = Aw = \frac{4}{100} \times \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{300} = \frac{1}{20}\frac{m}{s}$$

(گزینه ۲ صحیح است)

تست ۳۳ :



پاسخ:

$$\frac{3\lambda}{2} = 0.6 \rightarrow \lambda = 0.4\ m$$

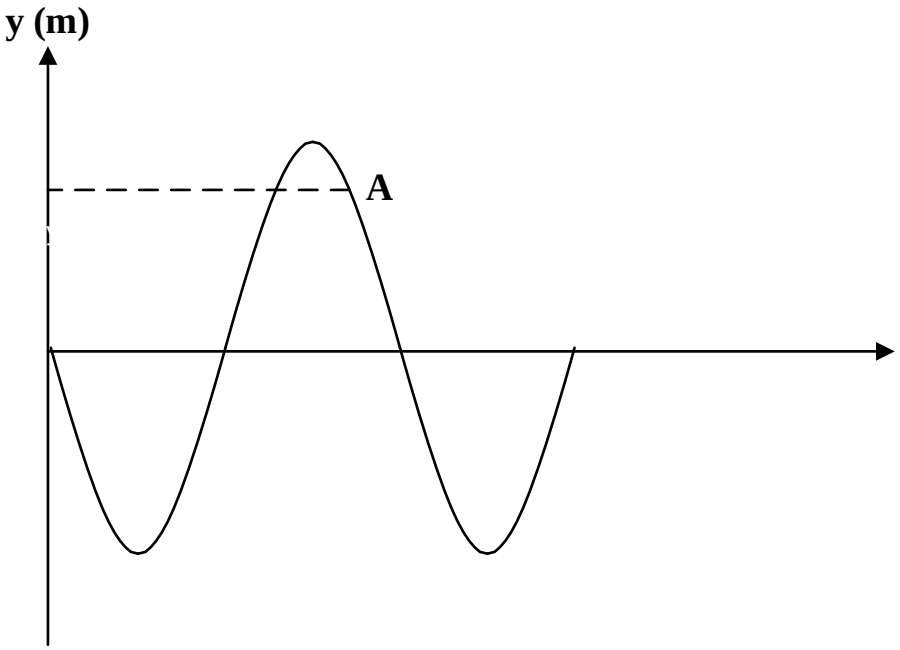
$$\lambda = TV \rightarrow 0.4 = 10\ T \rightarrow T = 0.04\ s$$

حال باید بفهمیم $\frac{1}{100}$ ثانیه معادل چند T است

$$\frac{\frac{1}{100}}{\frac{4}{100}} = \frac{1}{4} \rightarrow t = \frac{T}{4}$$

باید $\frac{T}{4}$ به سمت راست شیفت کنیم.

با توجه به شکل ذره A پس از $\frac{T}{6}$ به بالاترین نقطه می‌رسد. سپس $\frac{T}{12}$ پایین آمده و به نقطه $x = 2\sqrt{3}$ می‌رسد پس شتاب ذره A در لحظه $t = \frac{1}{100}$ می‌شود

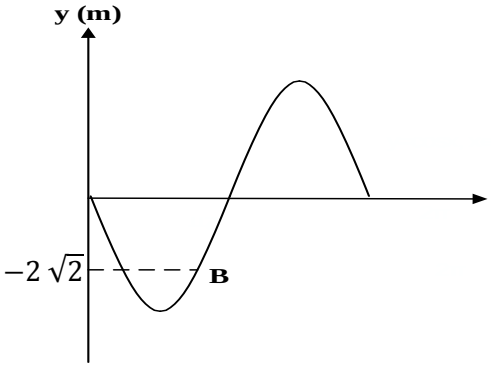


$$a = -w^2x = -\frac{2\pi}{\frac{4}{100}} \times 2\sqrt{3} \times 10^{-2} = \sqrt{3}\pi \frac{m}{s^2}$$

حالا تندی متوسط ذره B بین $\frac{1}{200}s$ تا $\frac{3}{200}s$:

$$\frac{\frac{1}{200}}{\frac{4}{100}} = \frac{1}{8} \rightarrow t_1 = \frac{T}{8}$$

$$\frac{\frac{3}{200}}{\frac{4}{100}} = \frac{3}{8} \rightarrow t_2 = \frac{3T}{8}$$



ذره B در $\frac{T}{8}$ به پایین ترین نقطه می‌رسد و در $\frac{3T}{8}$ به مرکز نوسان می‌رسد؛ پس مسافت پیموده شده در این مدت $4\ cm$ است.

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

$$S_{av} = \frac{4 \times 10^{-2}}{\frac{2}{200}} = 4\frac{m}{s}$$

$$\frac{a}{s_{av}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{4}$$

گزینه ۳ صحیح است

تست۳۴:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. پدیده تشدید برای وزنه‌هایی رخ می‌دهد که فرکانس طبیعی آن‌ها با فرکانس طبیعی A یکی باشد.

$$A: \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400}{2}} = \sqrt{200} = 2\pi f_A$$

$$B: \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{300}{1/5}} = \sqrt{200} = 2\pi f_B$$

$$C: \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{500}{2/5}} = \sqrt{200} = 2\pi f_C$$

$$D: \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = \sqrt{\frac{200}{3}} = 2\pi f_D$$

$$f_A = f_B = f_C$$

تست۳۵:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T_1 = 1s \Rightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow L_1 = 25\ cm$$

$$T_2 = 2s \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow L_2 = 100\ cm$$

بنابراین طول آونگ‌ها باید بین 25 cm و 100 cm باشد، پس آونگ B و C به تشدید در می‌آیند