

مثبت  
 مثبت  $\rightarrow +x$   
 $x$

-  
 مثبت منفی  $\rightarrow -x$   
 $x$

$+v$  جهت مثبت  
 $-v$  جهت منفی

Tch



math



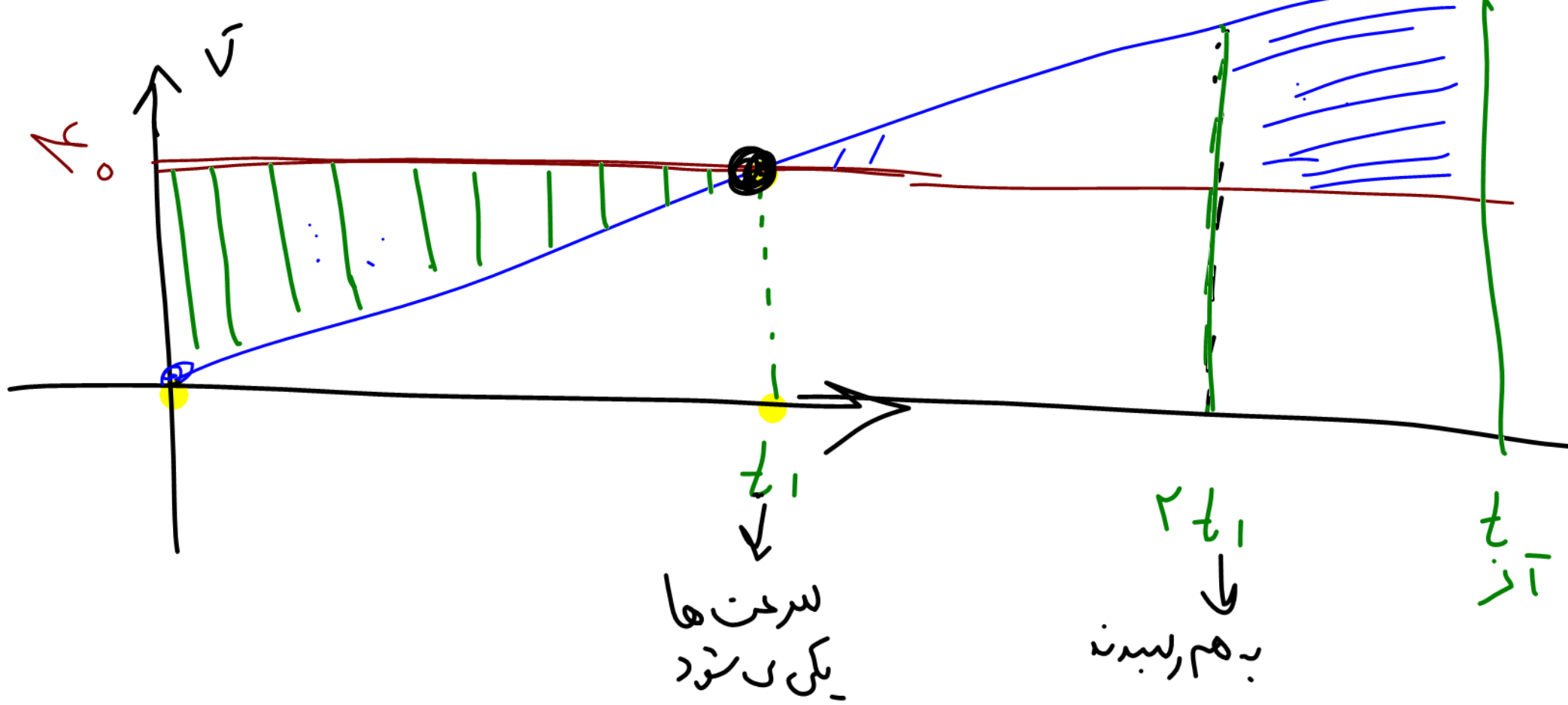
قبل از به هم رسیدن  $\Leftarrow$  از لحظه آغاز تا زمانی که

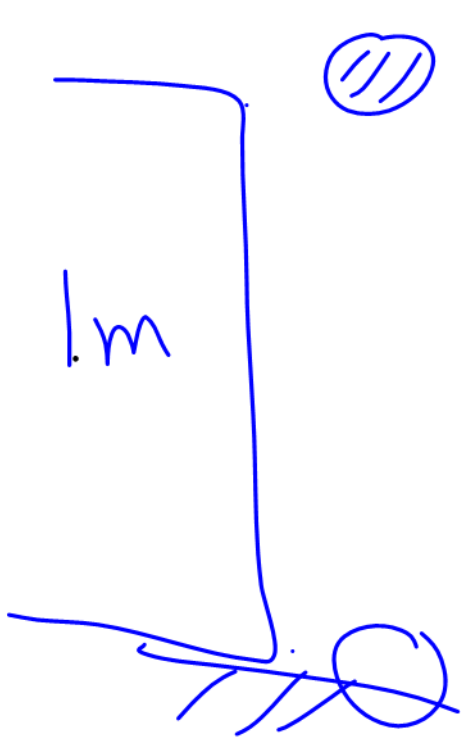
سرعت ها مساوی شود

بعد از به هم رسیدن  $\Leftarrow$  از لحظه به هم رسیدن تا وقتی

متحرک زایل از به هم رسیده

بیشترین  
فاصله





③  $v_0 = 0$

ε

~~$$\Delta y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$1.3 = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.3}{g}}$$~~



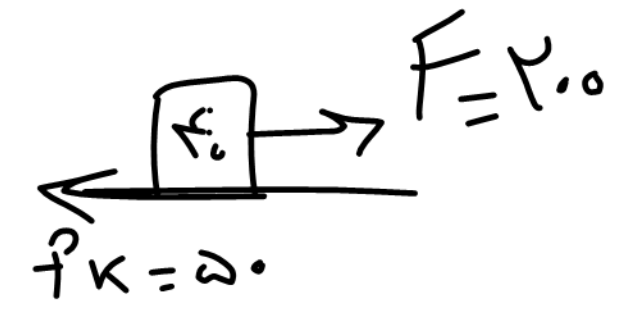
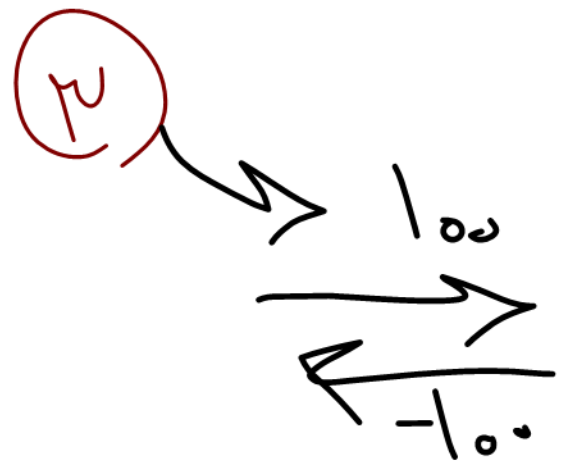
$$\vec{v} = \cancel{a}t + \vec{v}_0$$

$$\vec{v}^r - \vec{v}_0^r = \cancel{a} \Delta y$$

$$\Delta y = \frac{1}{\cancel{a}} \vec{v}^r + \vec{v}_0$$

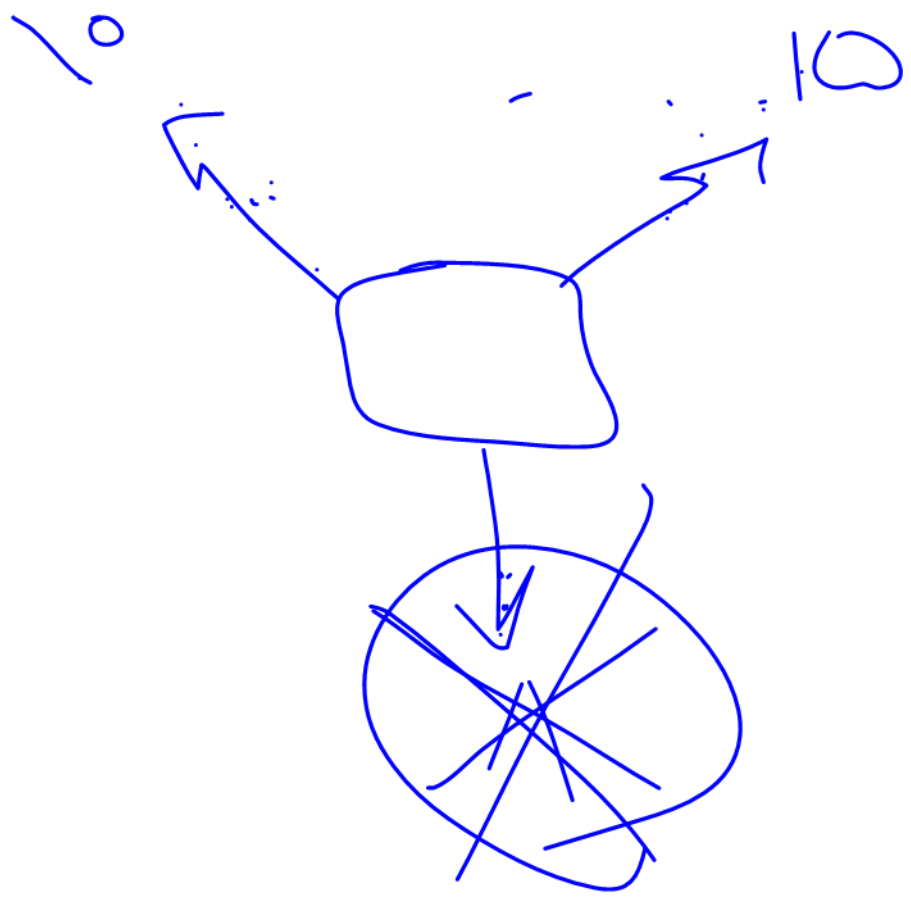
①  $\Rightarrow F = \text{تخالی}$

②  $F = ma$   
 $F = \text{تخالی}$

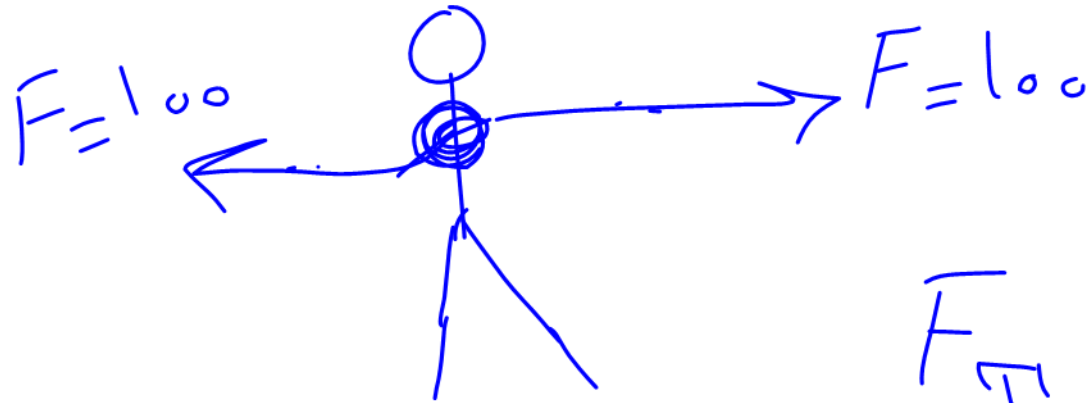


$F = ma$

$\mu_0 \omega_0 = \mu_0 g$







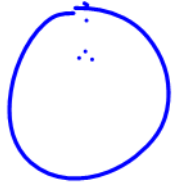
$$F_{\text{net}} = 100 - 100 = 0$$

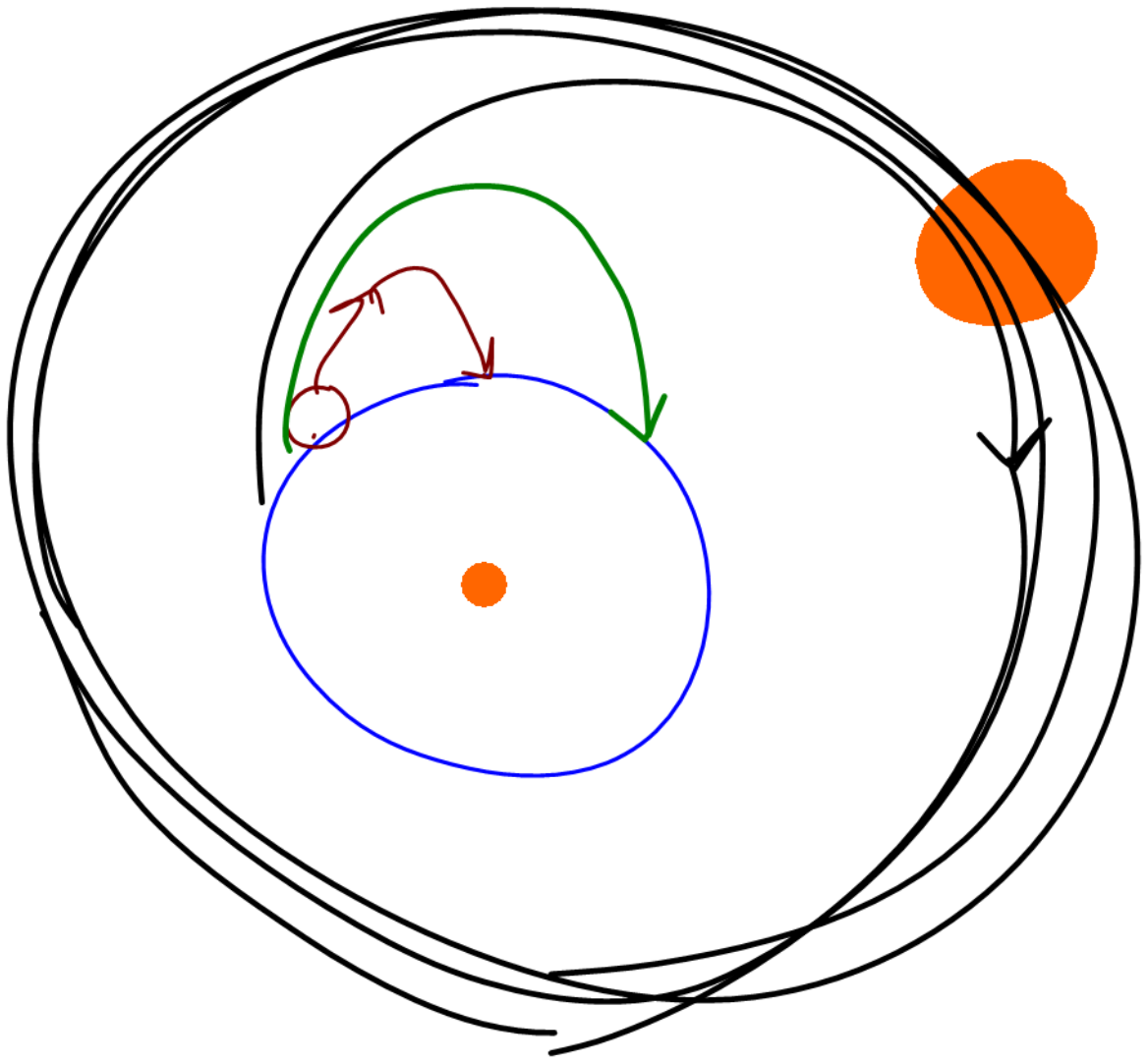
EZe



K1







## فصل ۱ حرکت شناسی

### مشاوره روش مطالعه حرکت شناسی

حرکت شناسی یکی از پر سوال ترین و مفهومی ترین مباحث فیزیک سال دوازدهم است. در صورت یادگیری مفهومی همراه با انجام تمرین زیاد می توانید بر آن مسلط شوید. به هیچ عنوان کار را از روش های تستی آغاز ننمایید. روش های تستی که توسط برخی از اساتید یا کتابها آموزش داده میشود، جوابگوی کنکور های امروزی و جدید نیست. ضمناً اگر بخواهید برای این فصل، نکات تستی حفظ کنید باید هزاران فرمول و نکته حفظ کنید. بهتر است مطالب مربوط به حرکت شناسی را به صورت تیپ بندی و مبحث محور و کاملاً مفهومی مطالعه کنید، برای اینکار:

- ۱- هنگام حل هر چیزی که به نظرتان می رسد بنویسید و جلو بروید، با کمی بازی با سوال حتماً به جواب می رسید.
- ۲- حرکت شناسی را اصلاً فرمولی نخوانید و مفهوم را بفهمید، سوالات کنکور از دهه ۹۰ به بعد کاملاً مفهومی طرح گردیده اند.
- ۳- تمرینات انتهای فصل غافل نشوید، چند سالی است که طراحان کنکور و نهایی توجه ویژه ای به تمرینات کتاب درسی نشان میدهند.

با آرزوی موفقیت شاعرزنان





## بخش ۱: جابه‌جایی و مسافت و سرعت و تندی متوسط

**تعریف مسافت:** عبارت است از طول کل مسیر طی شده توسط یک متحرک، که ارتباطی به ابتدا و انتهای مسیر ندارد. (تکه تکه ی مسیر با باید با هم جمع کنیم و کل مسیر طی شده را در نظر بگیریم.) دقت کنید که مسافت کمیتی نرده ای است یعنی فقط اندازه دارد و جهت ندارد

**تعریف جابه‌جایی:** عبارت است از برداری که از ابتدای مسیر حرکت یک متحرک به انتهای مسیر متصل می‌کند دقت کنید که جابه‌جایی کمیتی برداری است یعنی هم اندازه دارد و هم جهت دارد (از محل شروع حرکت یک بردار به محل پایان حرکت بکشید)

**خوب دقت کنید که در مسیر مستقیم الخط (روی خط راست و بدون تغییر جهت) مسافت و جابه‌جایی باهم مساوی می‌شوند! ولی در سایر حالت‌ها همیشه مسافت بزرگتر از جابه‌جایی می‌شود!**

یعنی به طور کلی:  $\text{مسافت} \geq \text{جابه‌جایی}$

**تعریف بردار مکان:** عبارت است از برداری که از مبدا مکان به محل جسم در هر لحظه وصل می‌شود (از مبدا مکان یعنی  $X=0$  یک بردار به محل جسم رسم کنید)

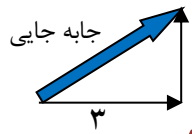
### نکته در خصوص بردار مکان:

بچه‌ها اگر از مبدا یعنی  $X=0$  یک بردار به محلی که جسم توی اون قرار داره رسم کنیم اسمش همیشه بردار مکان. برای نقاطی که سمت راست مبدا قرار دارند بردار مکان مثبت هست و برای نقاطی که سمت چپ مبدا قرار دارند بردار مکان منفی هست.

راستی بچه‌ها اگر توی سوال ازتون پرسیدند بردار مکان چندبار تغییر جهت میدهد باید تعداد دفعاتی که متحرک از مبدا  $X=0$  عبور کرده و علامت  $X$  هم عوض شده را حساب کنید



**تمرین:** فردی ۳ متر به سمت شرق، و سپس ۴ متر به سمت شمال حرکت می کند.

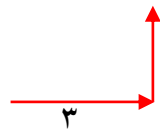


$$\Rightarrow \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

**الف - جابجایی:**

برای پیدا کردن جابجایی باید آغاز و پایان را با یک بردار بهم وصل کنیم. توی شکل بالا اون بردار بی رنگ میشه جابجایی که از

فیثاغورث حسابش کردیم برابر با ۵ شد!



**ب - مسافت طی شده:**  $3 + 4 = 7$

برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه مسیر طی شده را محاسبه و باهم جمع کنیم. توی سوال بالا اگر ۳ متر و ۴ متر رو باهم جمع کنیم

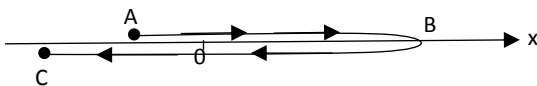
مسافت برابر با ۷ میشه!

**تست:** متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مسیری مطابق شکل زیر از نقطه A ( $x=-2$ ) تا نقطه

B ( $x=+6$ ) و سپس تا C ( $x=-5$ ) می پیماید. به ترتیب از راست به چپ بردار مکان این متحرک در نقطه

A کدامست و بردار مکان در کل مسیر چند بار تغییر جهت داده است و بردار جابه جایی متحرک از A تا C

کدامست و در چه جهتی است و مسافت طی شده از A تا B چند متر است؟



(۱)  $-2i$  بردار مکان \_ یک بار \_  $r=-3i$  در خلاف جهت محور x ها - مسافت نوزده متر است

(۲)  $-5i$  بردار مکان \_ یک بار \_  $r=-3i$  در خلاف جهت محور x ها - مسافت نوزده متر است

(۳)  $-2i$  بردار مکان \_ دوبار \_  $r=-3i$  در خلاف جهت محور x ها - مسافت نوزده متر است

(۴)  $-3i$  بردار مکان \_ دو بار \_  $r=3i$  در جهت محور x ها - مسافت دویزده متر است

**جواب گزینه ۳ درست است**



نکته: بچه ها اگر جابه جایی رو به زمان تقسیم کنیم ا سمش می شه **سرعت متوسط**، ولی اگر

مسافت رو به زمان تقسیم کنیم ا سمش همیشه **تندی متوسط**!!

**تندی متوسط** : مسافت پیموده شده در واحد زمان (m/s) را تندی متوسط می نامند.

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$$

**سرعت متوسط** : عبارت است از جابه جایی متحرک در واحد زمان .

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جا به جایی}}{\text{زمان}}$$

**تست**: پرنده ای زیر لامپ تیر چراغ برقی قرار دارد، پرنده ابتدا ۵۰ متر قائم به پائین در مدت ۲

ثانیه حرکت میکند، سپس ۳۰ متر به شرق در مدت ۳ ثانیه و نهایتا ۴۰ متر به طرف شمال در مدت

۵ ثانیه حرکت میکند، سرعت متوسط و تندی متوسط و تقریبا به ترتیب از راست به چپ بر

حساب SI برابریست با.....

۱۲-۵

۵-۱۲

۱۲-۷

۷-۱۲

حل:

برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه ی مسیر با باید با هم جمع کنیم

$$\text{یعنی } ۴۰+۳۰+۵۰=۱۲۰$$

ولی برای جابه جایی باید آغاز را به پایان وصل کنیم که وتر مثلثی ایجاد میشود که هر ضلع آن ۵۰ متر است پس

این وتر برابر میشود با  $50\sqrt{2}$  که تقریبا همان عدد ۷۰ میشود

نکته: اگر حرکت سه بعدی و عمود برهم باشد، جابه جایی را از فرمول زیر محاسبه می کنیم:

$$\text{جابجایی} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{جابجایی} = \sqrt{50^2 + 30^2 + 50^2} = 50\sqrt{2} \approx 70$$

حالا اگه مسافت و جابه جایی رو به زمان تقسیم کنیم تندی و سرعت متوسط محاسبه میشه:

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جا به جایی}}{\text{زمان}} = \frac{70}{10} = 7 \quad \text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{120}{10} = 12$$







**تست:** فردی مطابق شکل روی مسیر نامستقیم از قیداره به

زنجان می‌رود اگر مبدا مکان را تهران فرض کنیم،

چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

یک مورد دو مورد سه مورد چهار مورد

الف: برداری که قیداره به زنجان را به هم وصل کرده بردار مکان نام دارد

ب: سرعت متوسط متحرک ۴۵ کیلومتر بر ساعت است

ج: تندی متوسط ۶۶ کیلومتر بر ساعت است

د: سرعت کمیتی برداری و تندی کمیتی نرده ای است

الف غلط است زیرا برداری که ابتدا را به انتها وصل میکند جابه جایی نام دارد

ب: برای محاسبه سرعت متوسط باید جابه جایی یعنی ۶۰ کیلومتر را به زمان تقسیم کنیم که ۴۵

میشود و این گزینه صحیح است

ج: برای محاسبه تندی متوسط باید مسافت یعنی ۸۸ کیلومتر را به زمان تقسیم کنیم که ۶۶ میشود

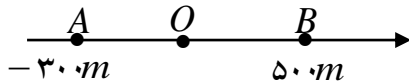
و این گزینه صحیح است

د: این گزینه نیز صحیح است، یادتان باشد که مسافت و تندی نرده ای هستند ولی جابه جایی و

سرعت متوسط برداری هستند



**مثال ۲:** در یک محور مکان ( مطابق شکل ) متحرکی در مدت ۳۰ ثانیه از نقطه ی A به نقطه ی O و سپس در مدت ۲۰ ثانیه از نقطه ی O به نقطه ی B رسیده است. سرعت متوسط در کل مسیر چندمتر بر ثانیه است؟



پاسخ : باید جابه جایی رو بر زمان تقسیم کنیم: پس داریم :

$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{500 - (-300)}{20 + 30} = \frac{800}{50} = 16$$

اقا اجازه؟ چرا X؟ از هم تفریق کردیم ولی t ها رو با هم جمع کریم؟؟ مگر برای محاسبه  $\Delta t$  نباید t ها رو از هم کم میکردیم؟؟؟

ببینید بچه  $\Delta t$  به فارسی یعنی کل زمان طی شده!! حالا اگر زمان ها رو اول و آخر یک بازه به ما بدند باید آنها را از هم کم کنیم تا  $\Delta t$  بدست بیاد!

ولی اگر زمانها را تکه تکه بدند باید آنها را جمع کنیم تا  $\Delta t$  بدست بیاد!

**تست:** معادله ی مکان - زمان متحرکی در SI بصورت  $x = 3t^2 + 6t + 10$  است.

سرعت در ثانیه دوم چند درصد بیشتر از سرعت آن در ۲ ثانیه اول حرکت است؟

۲۰ درصد    ۲۵ درصد    ۳۰ درصد    ۵۰ درصد

پاسخ :  $t_1=0$      $x_1=10$

$$t_2=2 \quad x_2=34 \quad V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{34-10}{2-0} = 12$$

$t=1 \rightarrow x=19$     ب: سرعت در ثانیه دوم؟

$t=2 \rightarrow x=34$

$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{34-19}{2-1} = 15$$

$$\text{درصد تغییر} = \frac{15 - 12}{12} \times 100 = 25$$



ثانیه دوم یعنی از یک ثانیه تا دو ثانیه!! باید اعداد یک و دو را به معادله بدهیم تا  $x$ ها بدست آید سپس از رابطه سرعت متوسط استفاده کنیم (راه تستی برای شتاب ثابت ها: اگه مشتق رو بلدی معدل دوتا زمان رو بزار توی مشتق  $x$ )

**تست:**

معادله حرکت متحرکی به صورت  $x = 3.5t^2 + 4.9t + 133.8$  است، سرعت متوسط بین لحظات ۳۳ ثانیه تا ۱۶۷ ثانیه بر حسب SI برابر میشود با.....

۷۰۴/۹      ۷۰۴/۵      ۹۰۲/۰۲      ۷۰۹۰/۹

**حل:** توی این سوال اگر مثل سوال قبل بخواهیم عدد ها را ر معادله قرار بدیم تا  $x_1$  و  $x_2$  به دست بیاد کار خیلی سخت میشه، پس میتونیم طبق نکته قبل معدل زمانها رو پیدا کنیم و در مشتق تابع بالا قرار بدهیم

معدل دوتا زمان میشه ۱۰۰ حالا ۱۰۰ رو توی مشتق  $x$  بزاریم گزینه ۱ به دست میاد!

**تست:** معادله مکان-زمان متحرکی به صورت  $X = \frac{2}{3}t^3 - 6t^2 + 20t$

است، کمترین سرعتی که این متحرک در مسیر پیدا می کند، چند واحد SI است؟

۰      ۱      ۲      ۴

ابتدا از تابع مشتق میگیریم تا به تابع سرعت برسیم

سپس مینیمم تابع سرعت را محاسبه میکنیم (اگر هنوز مشتق گیری را در ریاضی نخوانده اید، فعلا از این

سوال صرفنظر کنید!!)

$$v = 2t^2 - 12t + 20 \rightarrow \text{مشتق} = 0 \rightarrow 4t - 12 = 0 \rightarrow t = 3 \rightarrow v_3 = 2$$



**مثال ۴:** متحرکی مسیر مستقیمی را در  $t$  ثانیه ی اول حرکت با سرعت  $V$  و در  $3t$  ثانیه ی بعد با سرعت  $2V$  طی می کند. سرعت متوسط متحرک در این مسیر چند  $V$  است؟

**پایخ:** دختر سراسرا! دقت کنید توی این سوال جبه جایی رانداریم!! پس به جاش باید از  $\Delta x = vt$  استفاده کنیم در واقع اگر به جای  $\Delta x$  مقدار  $vt$

را بگذاریم به فرمول توی زیر میرسیم:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline v_1 & v_2 \\ \hline t_1 & t_2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \bar{V} = \frac{V_1 t_1 + V_2 t_2}{t_1 + t_2} \quad \rightarrow \bar{V} = \frac{Vt + 2V3t}{t + 3t} = \frac{7v}{4}$$

**تست ۱:** متحرکی  $\frac{2}{5}$  مسافتی را با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه و  $\frac{3}{5}$  آن را با سرعت ۳۰ متر بر ثانیه در



یک جهت طی می کند. سرعت متوسط این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۲۴ - ۱                      ۲۵ - ۲                      ۲۶ - ۳                      ۲۸ - ۴

**پایخ:** دختر سراسرا! دقت کنید توی این سوال زمان رانداریم!! پس به جاش باید از  $t = \frac{4x}{v}$  استفاده کنیم در واقع اگر به جای  $t$  مقدار  $x$  تقسیم بر  $v$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline x_1 & x_2 \\ \hline v_1 & v_2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \bar{V} = \frac{x_1 + x_2}{\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2}} \quad v = \frac{\frac{2x}{\frac{5}{5} + \frac{3x}{5}}}{\frac{2x}{\frac{5}{20} + \frac{3x}{30}}} = 25$$

- متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، فاصله بین دو نقطه A و B را با تندی متوسط  $\frac{36}{5}$  متری طی می کند و سپس نصف مسیر را با تندی متوسط  $\frac{90}{h}$  کیلومتر بر می گردد. اگر مدت زمان رفت  $t_1$  از مدت زمان بازگشت تا وسط مسیر  $(t_2)$ ، چهار دقیقه بیشتر باشد، کل مدت زمان حرکت متحرک  $(t_1 + t_2)$  چند دقیقه است؟ (جهت حرکت متحرک در مسیر رفت و برگشت تغییر نکرده است). (آزمون قلمچی)

۵/۵ (۱)                      ۵ (۲)                      ۶ (۳)                      ۸ (۴)

$$t_1 = \frac{x}{v} = \frac{x}{36} \quad \text{و} \quad t_2 = \frac{\frac{1}{2}x}{v} = \frac{\frac{1}{2}x}{90} = \frac{x}{180} \quad \frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{x}{36}}{\frac{x}{180}} = 5 \quad t_1 = 5t_2$$

$$t_1 = t_2 + 4 \quad 5t_2 = t_2 + 4 \quad t_2 = 1, \quad t_1 = 5$$



نکته: اگر متحرکی  $n$  بازه‌ی زمانی متوالی و مساوی را با سرعت‌های مختلف طی کند (وهر تکه از مسیر خودش سرعت ثابت باشد) سرعت متوسط از فرمول زیر محاسبه میشود

$$V_{av} = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + \dots}{n}$$

**تست:** متحرکی یک سوم از زمان حرکت خود را با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه و یک سوم دیگر را با ۱۵ متر بر ثانیه و یک سوم آخر را با سرعت ۵ متر بر ثانیه طی میکند، سرعت متوسط در کل مسیر چند متر بر ثانیه می‌شود؟

۱۳      ۱۰      ۱۲      ۷/۵

$$V_{av} = \frac{10 + 15 + 5}{3} = 10$$

تست ۲:



متحرکی نصف مسیری را با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه و بقیه مسیر را در دو زمان مساوی به ترتیب با سرعت‌های ۵ متر بر ثانیه و ۲۵ متر بر ثانیه طی می‌پیماید سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱۱      ۱۴      ۱۲      ۱۰

پاسخ ابتدا در قسمت دوم مسیر سرعت متوسط را به دست می‌آوریم یعنی سرعت‌ها را جمع می‌کنیم سپس تقسیم بر دو می‌کنیم

$$V_2 = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{5 + 25}{2} = 15$$

اکنون مسئله از حالت سه قسمتی به دو قسمتی تبدیل شده است و مجدد مسئله را از نکته قبل حل می‌کنیم

$$V_{\text{متوسط}} = \frac{\frac{X}{2} + \frac{X}{2}}{\frac{X}{2} + \frac{X}{2}} = \frac{X}{\frac{X}{20} + \frac{X}{30}} = \frac{X}{\frac{5X}{60}} = 12$$



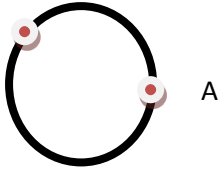
تست ۲:



متحرکی مطابق شکل روبرو در مدت زمان ۱۰ ثانیه از A به B می‌رود اگر زاویه کمان AB ۱۲۰ درجه و شعاع

دایره ۲۰ متر باشد سرعت متوسط و جابجایی و مسافت طی شده به ترتیب از راست به چپ بر اساس SI تقریباً

B



برابرست با...

(عدد پی را تقریباً ۳ در نظر بگیرید)

$$۳-۳۴-۳۵/۴$$

$$۴-۴۰-۳۴$$

$$۴-۴۰-۴۰$$

$$۴۰-۳۴-۳/۴$$

**بچه‌ها!!! در حرکت در مسیر دایره‌ای جابه‌جایی و مسافت و سرعت و تندی متوسط از فرمول‌های تندی زیر محاسبه می‌شود: که R شعاع دایره و آلفا**

زاویه طی شده می‌باشد

$$\text{جابجایی} = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \times 20 \times \sin \frac{120}{2} \approx 34$$

$$\text{مسافت} = \frac{\alpha}{360} 2\pi R = \frac{120}{360} 2\pi \times 20 \approx 40$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\frac{\alpha}{360} 2\pi R}{\text{زمان}} = \frac{40}{10} = 4$$

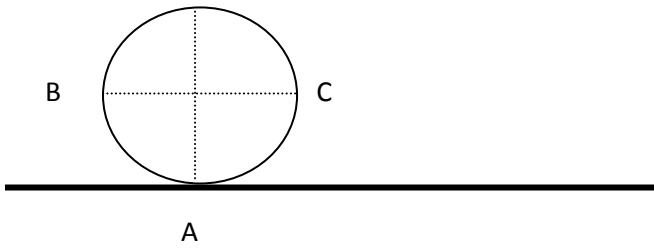
$$\text{سرعت متوسط} = \frac{2R \sin \frac{\alpha}{2}}{\text{زمان}} = \frac{34}{10} \approx 3.4$$

( جواب گزینه ۱ )



تست ۲: مطابق شکل اگر چرخشی به شعاع  $R$  نیم دور بدون لغزش بغلتد کدام یک از گزینه های زیر صحیح

است؟



اندازه جابه جایی هر سه نقطه  $A, B, C$  با هم برابر است

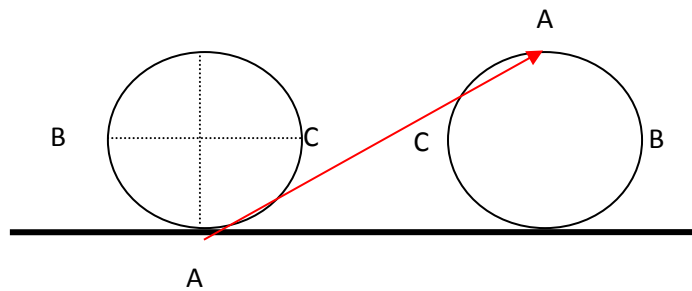
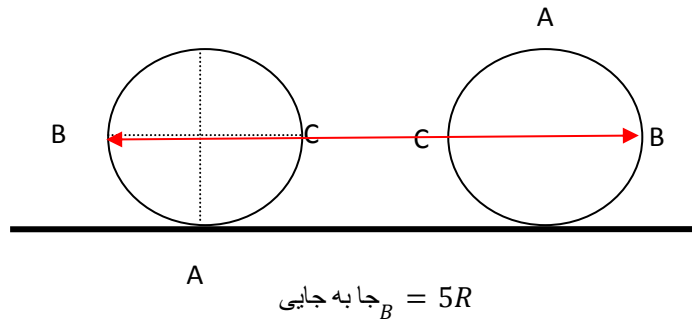
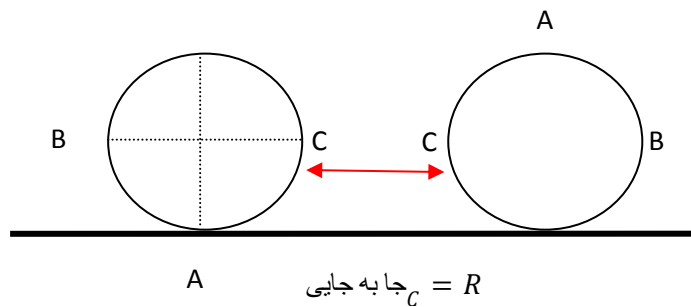
نقطه B به اندازه  $5R$  و نقطه C به اندازه  $R$  و نقطه A تقریباً به اندازه  $3/6R$  جابه جا میشوند

نقطه B به اندازه  $2R$  و نقطه C به اندازه  $-2R$  و نقطه A تقریباً به اندازه  $2R$  جابه جا میشوند

نقطه B به اندازه  $2R$  و نقطه C به اندازه  $-2R$  و نقطه A تقریباً به اندازه  $0$  جابه جا میشوند

پس از نیم دور چرخش، مرکز دایره به اندازه نصف محیط یعنی  $\pi R$  (تقریباً  $3R$ ) جلو می رود شکل به صورت

زیر در می آید (گزینه ۲)



$$\text{جا به جایی } A = \sqrt{(2R)^2 + (3R)^2} = \sqrt{13R} \approx 3.6R$$





### محاسبه سرعت و تندی متوسط در نمودارها

**نکته ۱:** در نمودارهای مکان - زمان برای پیدا کردن سرعت متوسط باید  $x$  ثانویه و  $x$  اولیه رو از روی نمودار

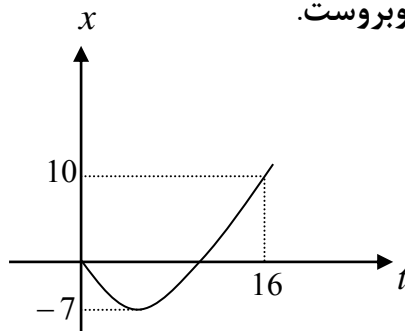
بخونی و از هم کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی ولی برای تندی متوسط باید تکه تکه مسیر طی شده رو جمع کنی

بعد به زمان تقسیم کنی

$$V_{\text{سرعت متوسط}} = \frac{x_{\text{ثانویه}} - x_{\text{اولیه}}}{\text{زمان}}$$

$$V_{\text{تندی متوسط}} = \frac{\text{جمع تکه تکه مسیر}}{\text{زمان}}$$

**مثال تشریحی ۱:** نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل روبروست.



الف - جابه جایی را در ۱۶ ثانیه ی اول حرکت محاسبه کنید.

توی نمودار مکان-زمان برای پیدا کردن جابه جایی همیشه  $x$  ثانویه رو

از  $x$  اولیه کم کنید!  $\Delta x = 10 - 0 = 10$

ب- مسافت طی شده را در ۱۶ ثانیه ی اول محاسبه کنید.

توی نمودار مکان-زمان برای محاسبه مسافت؛ باید قدر مطلق تکه تکه شکل را

باهم جمع کنید  $L = 7 + 7 + 10 = 24$

ج- سرعت متوسط را در ۱۶ ثانیه اول محاسبه کنید

$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{10}{16}$$

جابه جایی رو به زمان تقسیم کردیم

د : تندی متوسط در ۱۶ ثانیه اول؟

$$V = \frac{L}{\Delta t} = \frac{24}{16}$$

مسافت رو به زمان تقسیم کردیم





نکته ۲: در نمودارهای سرعت - زمان برای پیدا کردن سرعت متوسط باید مساحت بالای نمودار رو از مساحت

زیر نمودار کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی و برای محاسبه تندی متوسط باید مساحت بالای نمودار رو با مساحت

زیر نمودار کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی

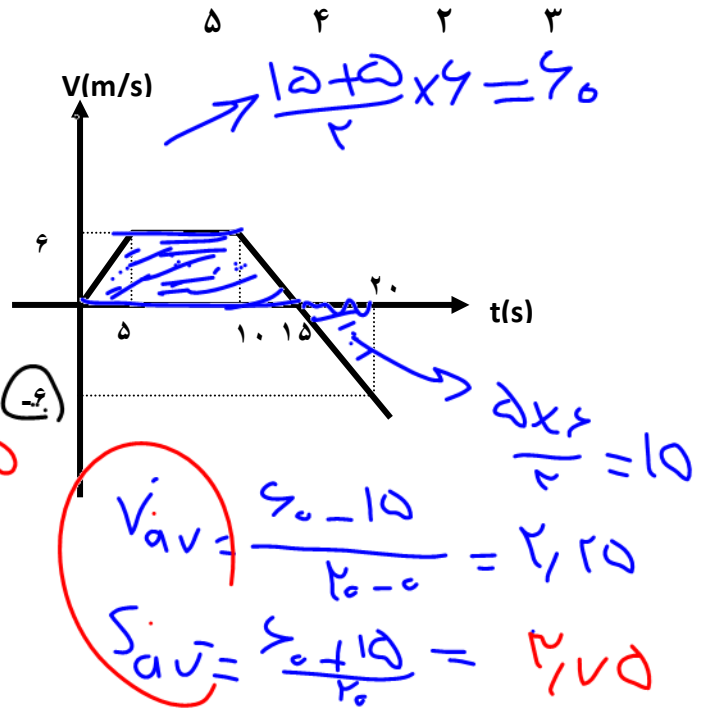
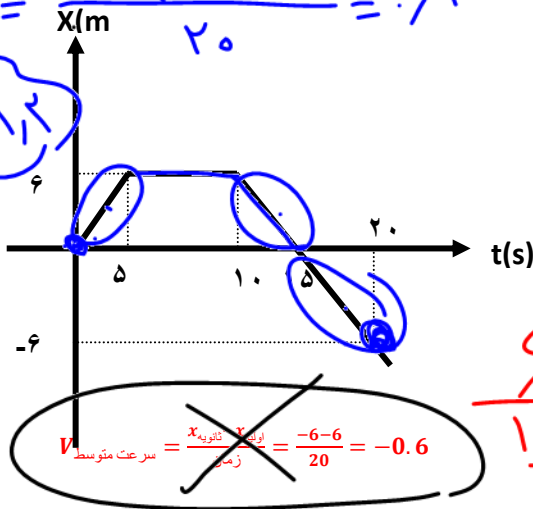
$$V_{\text{متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| - |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}}$$

$$S_{\text{متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| + |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}}$$

تست ۴: با توجه به نمودارهای مقابل، حاصل جمع بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط در ۲۰ ثانیه

اول حرکت در نمودار سرعت-زمان چند برابر نمودار مکان-زمان است؟  
 $V_{av} = \frac{-6 - 0}{20 - 0} = -0.3$

$$S_{av} = \frac{6 + 6 + 6}{20} = 0.9$$



$$V_{\text{متوسط}} = \frac{\text{جمع تکه تکه مسیر}}{\text{زمان}} = \frac{6 + 6 + 6}{20} = 0.9$$

$$V_{\text{متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| - |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}} = \frac{60 - 15}{20} = 2.25$$

$$S_{\text{متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| + |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}} = \frac{60 + 15}{20} = 3.75$$

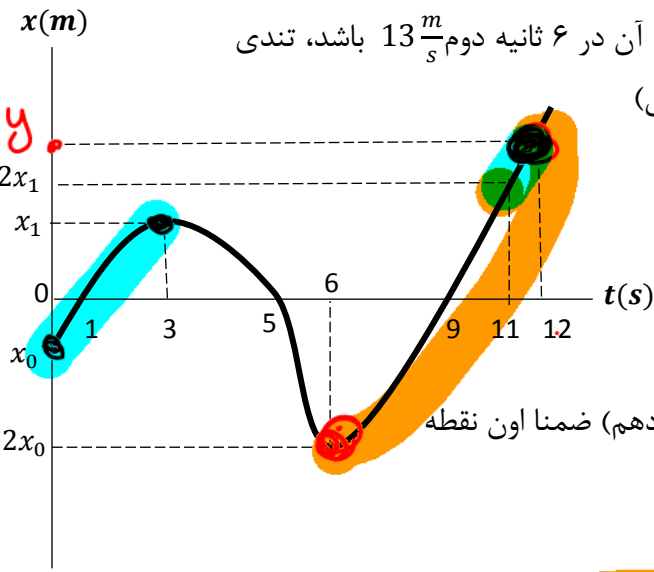
$$\frac{2.25 + 3.75}{\cancel{0.6 + 0.9}} = 4$$

$$\text{جمع} = 2.25 + 2.25 = 4.5$$



درین سوالات

**تست:** نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور  $x$ ها در حال حرکت است، مطابق شکل مقابل است. اگر تندی متوسط متحرک در سه ثانیه اول حرکت  $4 \frac{m}{s}$  و تندی متوسط آن در ۶ ثانیه دوم  $13 \frac{m}{s}$  باشد، تندی متوسط متحرک در ثانیه ۱۲ ام حرکت چند  $\frac{m}{s}$  است؟ (آزمون قلمچی)



۳۰                      ۱۵                      ۱۸                      ۵۴

پاسخ: چون در بازه های گفته شده تغییر جهت نداریم

بنابراین به جای تندی متوسط میتوانیم سرعت متوسط را بنویسیم

اول چیزیکه طراح خواسته رو مینویسیم (یعنی سرعت در ثانیه دوازدهم) ضمناً اون نقطه

بالای روهم که نداریم اسمشو  $Y$  میزاریم:

$$V_{av(11-12)} = \frac{Y - 2X_1}{1}$$

حالا باید با نوشتن فرمول سرعت متوسط برای سه ثانیه اول و ۶ ثانیه دوم مقدر  $Y - 2X_1$  را یکجوری پیدا کنیم

$$V_{av(0-3)} = \frac{X_1 - X_0}{3} \quad 4 = \frac{X_1 - X_0}{3} \quad \rightarrow X_0 = X_1 + 12$$

$$V_{av(6-12)} = \frac{Y - 2X_0}{6} \quad 13 = \frac{Y - 2X_0}{6} \quad \rightarrow Y - 2X_0 = 78 \quad \rightarrow Y - 2(X_1 + 12) = 78 \quad Y - 2X_1 = 54$$

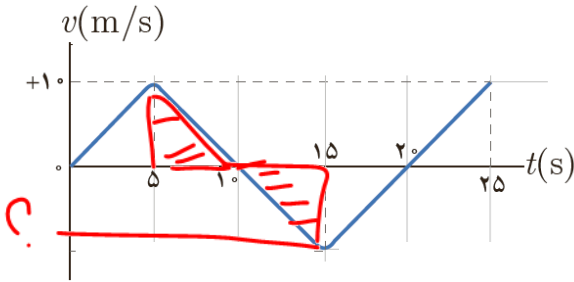


**تست ۶:** با توجه به نمودار روبرو که مربوط به متحرکی است که روی محور Xها در حال حرکت

است سرعت متوسط و تندی متوسط در ۱۵ ثانیه اول حرکت

به ترتیب از راست به چپ برابرست با ؟

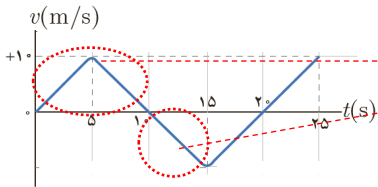
۱,۶- و ۵ و ۵/۱۶ و ۰ و ۶/۶ هیچکدام



دقت کنید که ۱۵ ثانیه کجاست!!! و اشتباها برای کل زمان ۲۵ سوال را حل نکنید

مساحت = 50

مساحت = 25



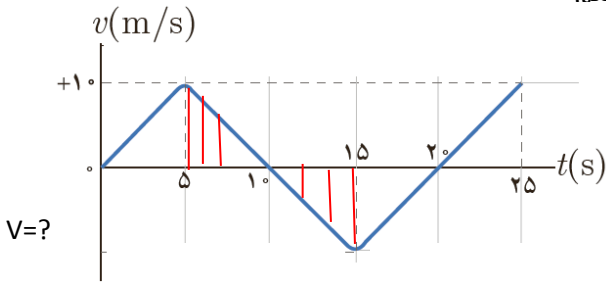
$$\text{تندی} = \frac{50 + 25}{15} = 5$$

$$\text{سرعت} = \frac{50 - 25}{15} = 1.6$$

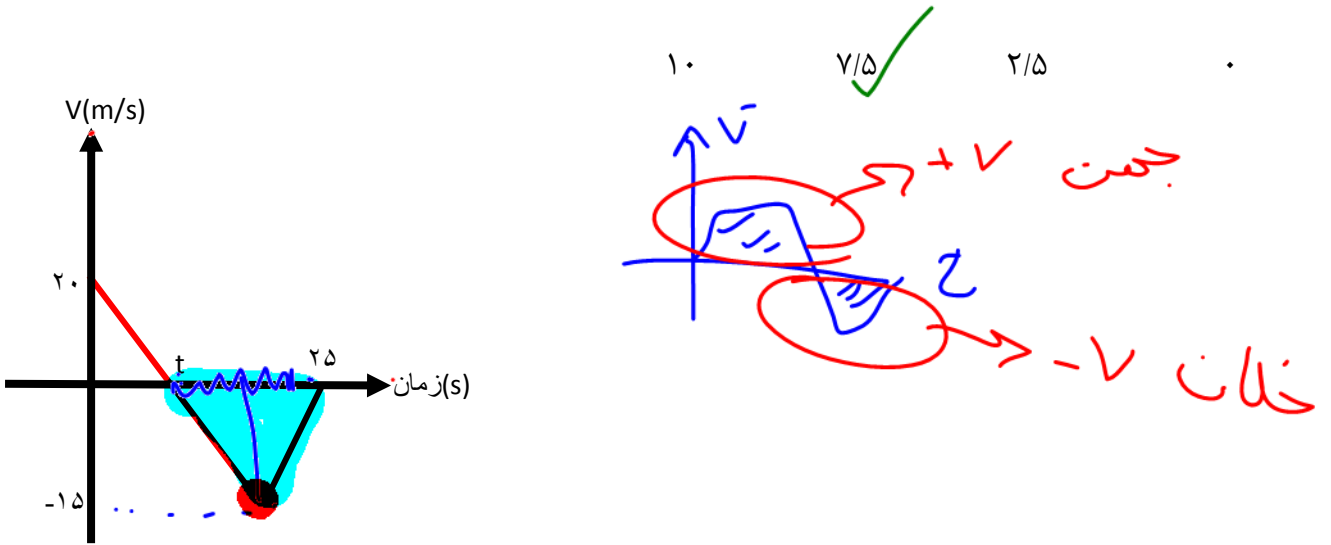
دقت شود که در سوال بالا ما مقدار V در زیر نمودار را نداشته

اما به کمک تشابه ذو مثلث مقدار آنرا محاسبه کردیم

$$\frac{10-5}{10} = \frac{15-10}{V_?} \rightarrow V_? = 10$$

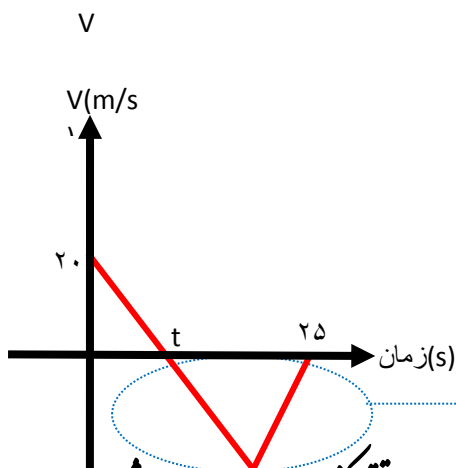


**تست:** نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور Xها حرکت میکند، مطابق شکل روبروست. بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی که حرکت متحرک در خلاف جهت محور Xهاست، چند متر بر ثانیه است؟



توی نمودار  $v-t$  هر کجا نمودار زیر محور  $t$  باشه متحرک در خلاف جهت محور  $x$  حرکت کنه

یعنی سرعت متوسط اینجا رو خواسته



همچنین میدونیم که در نمودار  $v-t$  برای پیدا کردن سرعت متوسط باید مساحت زیر نمودار رو به زمان تقسیم کنیم یعنی مساحت اون مثلث رو به زمان تقسیم کنیم:

$$v = \frac{\text{مساحت}}{\text{زمان}} = \frac{(25-t) \times 15}{2(25-t)} = 7/5$$

**راه تستی سوال بالا:** اگر نمودار  $v-t$  درجه ۱ و ناحیه مورد نظر مثلثی برای پیدا کردن سرعت متوسط کافیه اندازه  $v$  نوک مثلث رو تقسیم بر ۲ بکنی!! مثلاً در سوال بالا ۱۵ رو به ۲ تقسیم کن!!!



$$x' = 9t - 9 \quad 9(2) - 9 = 9$$

**تست:** معادله مکان-زمان متحرکی بصورت  $x = 3t^2 - 9t + 10$  است، تندی و سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول

تقریبا به ترتیب از راست به چپ برابرست با.....

$$v_{av} = \frac{55 - 10}{5 - 0} = 9$$

$t = 0 \Rightarrow x_1 = 10$       ۱۱ و ۱۱      ۱۱ و ۹      ۱۰ و ۹      ۹ و ۹  
 $t = 5 \Rightarrow x = 55$

$\frac{-b}{2a}$  = راس سهمی توی اینجور سوال ها بهترین کار اینه که تابع داده شده رو رسم کنیم برای این کار امیدوارم



بدونی که در تابع درجه ۲ به فرم کلی  $x = at^2 + bt + c$  اگر  $a$  منفی باشد نمودار به صورت

میشه و گر  $a$  مثبت باشه به صورت میشه!

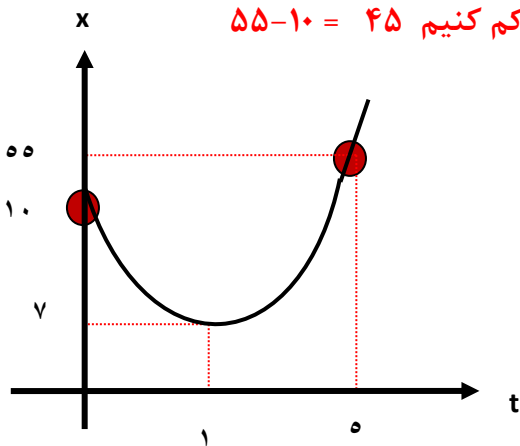
همینطور برای پیدا کردن راس سهمی ( نقاط  $\max$  یا  $\min$  ) میتونیم از فرمول

استفاده کنیم پس داریم:

$$\text{راس سهمی} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \times 3} = 1 \rightarrow x_{(1)} = 7$$

بنابراین راس این سهمی نقطه ۷ و ۱ میباشد پس:

برای پیدا کردن جا به جایی باید  $x$  نامویه و اولیه را از هم کم کنیم  $55 - 10 = 45$



ولی برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه مسیر را باهم

$$\text{جمع کنیم } 3 + 48 = 51$$

حالا که جا به جایی و مسافت رو پیدا کردیم پس اگر اونها را

به زمان تقسیم کنیم، سرعت و تندی محاسبه میشه!

$$\text{تندی متوسط} = \frac{51}{5} = 10.2 \quad \text{و} \quad \text{سرعت متوسط} = \frac{45}{5} = 9$$



**تندی و سرعت لحظه‌ای:** در قسمت قبل نحوه محاسبه سرعت و تندی متوسط رو یاد گرفتیم حالا بریم سراغ لحظه‌ای ها!!!!

اگر از معادله  $x$  یکبار مشتق بگیریم به معادله سرعت لحظه‌ای میرسیم ولی اگر همین کار رو درحالی انجام بدیم که تابع رو داخل قدرمطلق گذاشته باشیم در اینصورت تندی لحظه‌ای به دست میاد

$$\text{مشتق از } x = V_{\text{لحظه‌ای}}$$

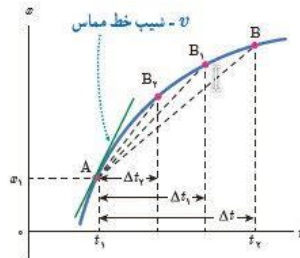
$$\text{مشتق از } |x| = S_{\text{لحظه‌ای}}$$

همچنین اگر نمودار مکان-زمان یک متحرک را داشته باشیم شیب خط مماس در هر لحظه همون سرعت لحظه‌ای رو به ما میده ولی اگر همون عدد رو داخل قدر مطلق بزاریم به ما تندی لحظه‌ای رو

میدهد

$$V_{\text{لحظه‌ای}} = \text{شیب خط مماس} = \tan \alpha$$

$$S_{\text{لحظه‌ای}} = |\text{شیب خط مماس}| = |\tan \alpha|$$



تست : معادله مکان-زمان متحرکی بصورت  $x = 3t^2 - 6t + 10$  است، سرعت لحظه‌ای و تندی در لحظه  $t=0.5$  ترتیب از راست به چپ برابرست با.....

$$+3 \text{ و } +3 \quad +3 \text{ و } -3 \quad -3 \text{ و } -3 \quad +3 \text{ و } +6$$

$$V_{\text{لحظه‌ای}} = \text{مشتق از ایکس} = 6t - 6 = 6(0.5) - 6 = -3$$

$$S_{\text{لحظه‌ای}} = |\text{مشتق از ایکس}| = |6t - 6| = |6(0.5) - 6| = |-3| = +3$$

### نحوه تشخیص علامت سرعت و تندی در نمودار ها:

علامت سرعت در نمودار مکان زمان: هر جا شیب + باشه علامت سرعت مثبت هست و هر جا شیب - باشه علامت

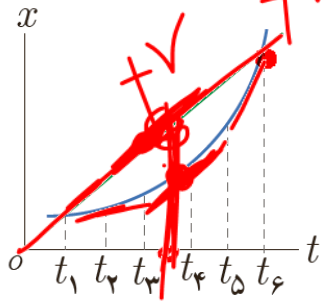
سرعت منفی هست همچنین هر چه شیب نمودار تیزتر باشد مقدار سرعت و تندی بیشتر است

علامت سرعت در نمودار سرعت زمان: هر جا نمودار بالای محور زمان باشه علامت سرعت مثبت هست و هر جا

نمودار زیر محور زمان باشه سرعت منفی هست

علامت تندی: تندی همواره مثبت است

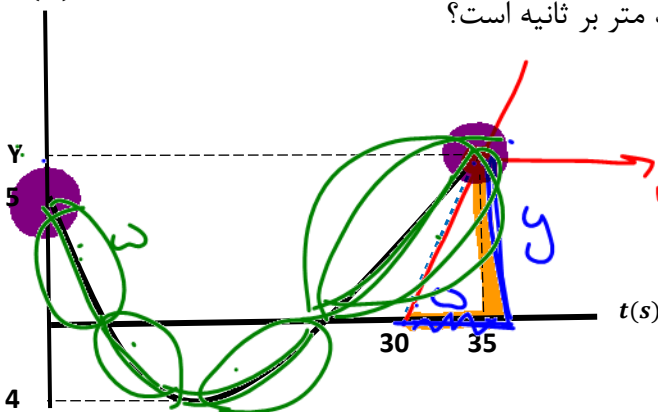




**تست:** شکل زیر نمودار مکان زمان دو خودرو را نشان می دهد که در جهت محور x در حرکت اند کدام گزینه صحیح است؟  
 سرعت متوسط هر دو متحرک یکسان همچنین تندی های لحظه ای نیز در تمام لحظات در هر دو متحرک یکسان است  
 سرعت متوسط هر دو متحرک از  $t_1$  تا  $t_6$  یکسان ولی سرعت لحظه ای به جز در یک نقطه در سایر نقاط متفاوت است  
 سرعت در هر دو نمودار منفی و تندی مثبت است  
 هر سه گزینه صحیح است

پاسخ: گزینه ۲

**تست:** نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند و خط مماس بر نمودار در لحظه ۳۵ ثانیه، مطابق شکل مقابل است. اگر تندی متحرک در لحظه  $t = 35s$  برابر  $8/64 \frac{km}{h}$  باشد. تندی متوسط متحرک در سی و پنج ثانیه اول حرکت تقریباً چند متر بر ثانیه است؟



$v_{لحظه} = \tan \alpha$   
 $2.4 = \frac{y}{35-30}$

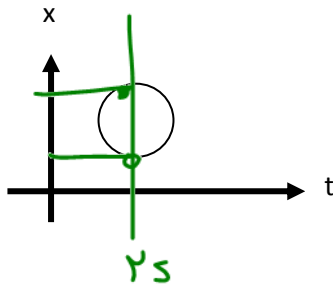
- (۱) ۰/۴۵
- (۲) ۳/۲۵
- (۳) ۰/۷۱
- (۴) ۹/۸۱

$$S_{av} = \frac{5 + 4 + 4 + 12}{35}$$

ابتدا تندی را به واحد اصلی تبدیل میکنیم  $8.64 \div 3.6 = 2.4$   
 حالا میدونیم که تانژانت خط مماس همون تندی در لحظه ۳۵ است پس داریم:  
 $\tan \alpha = s_{لحظه} \quad 2.4 = \frac{y}{35-30} \rightarrow y = 12$   
 $S_{av} = \frac{5 + 4 + 4 + 12}{35} = 0.71$



ع



تست:

نمودار مکان زمان در کدام گزینه متعلق به نمودار زیر است؟

حرکت دایره‌ای شتاب ثابت

حرکت دایره‌ای شتاب متغیر

حرکت شتاب دار با شتاب ثابت

هیچ کدام



چنین نمودار مکان زمانی وجود خارجی ندارد! زیرا هر خط موازی محور قایم نمودار را در دو نقطه قطع میکند و این یعنی متحرک در یک زمان مشخص همزمان در دو جا حضور داشته!!

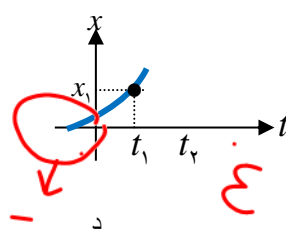
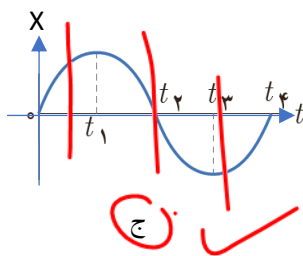
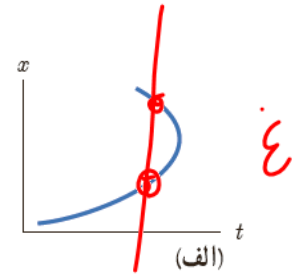
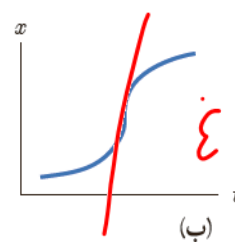
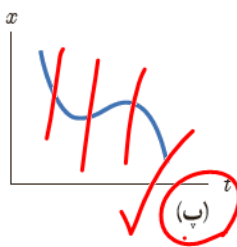
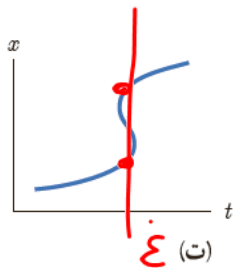
**تست:** چند مورد از نمودارهای مکان زمان شکل زیر می تواند نشان دهنده نمودار  $x-t$  یک متحرک باشد؟

صفر مورد

۲ مورد

۴ مورد

۶ مورد



ب و ت و د غلط هستند و فقط دو مورد صحیح هستند

علت غلط بودن ب: شیب ر وسط بینهایت شده یعنی سرعت بینهایت شده و بی معنی است

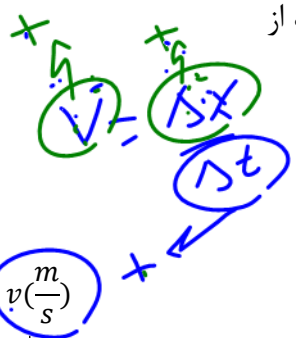
علت غلط بودن ت: به ازای یک زمان دو مکان مختلف وجود دارد

علت غلط بودن د: در بخشی از نمودار زمان منفی است و زمان نمیتواند منفی باشد

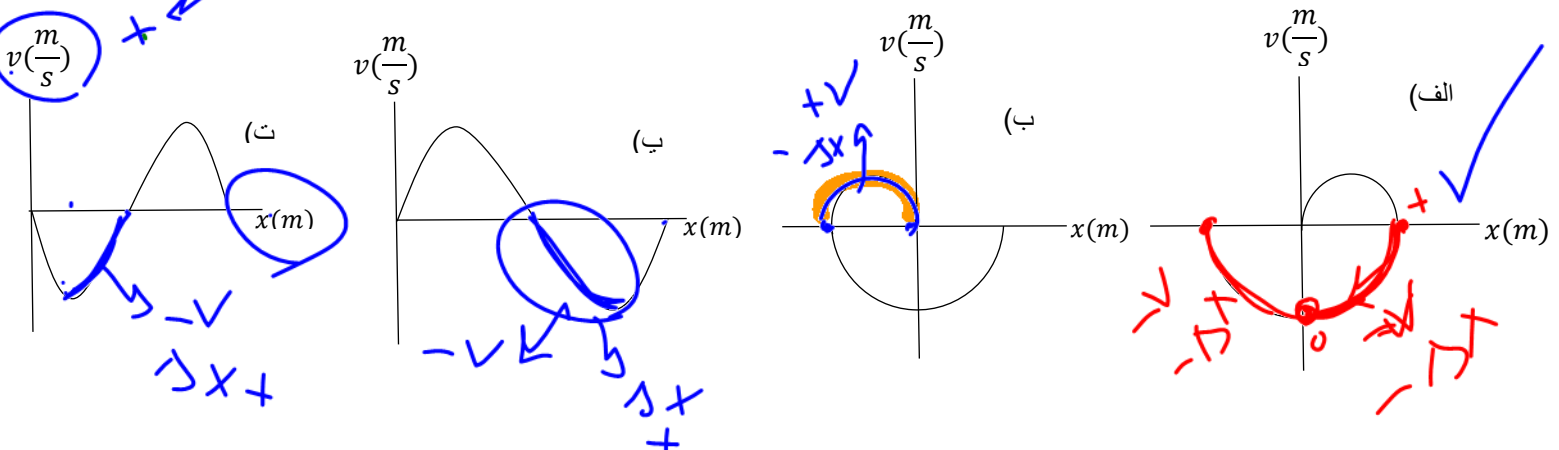




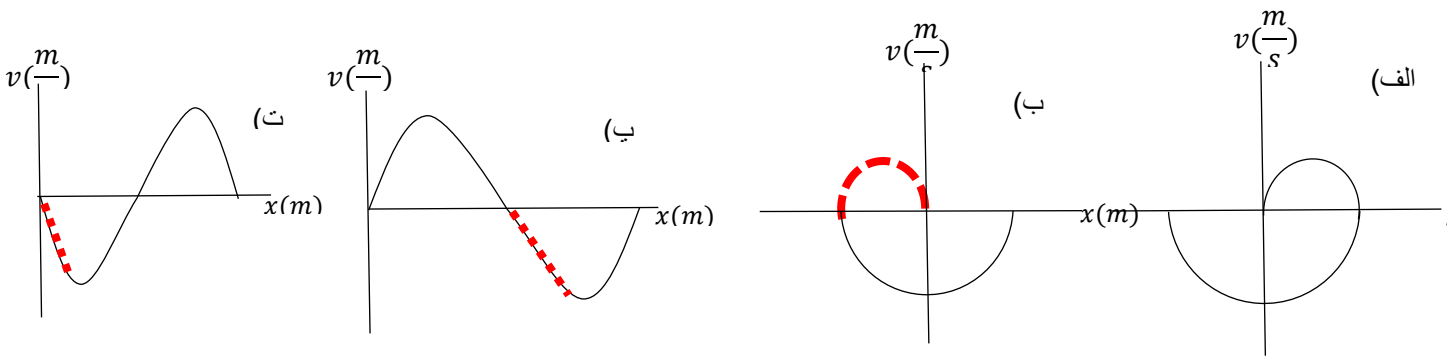
**تست:** متحرکی روی محور  $x$ ها از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می کند. چند مورد از نمودارهای سرعت - مکان زیر می تواند مربوط به این متحرک باشد؟ (آزمون کانون قلمچی)



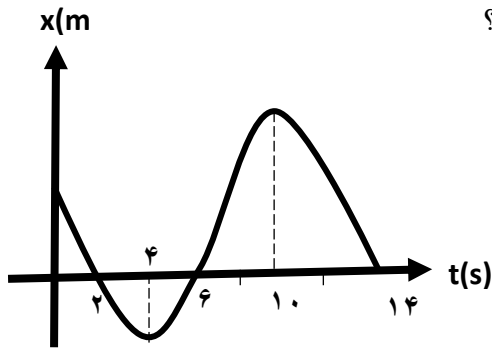
- (۱) مورد ۱ (۲) مورد ۲ (۳) مورد ۳ (۴) مورد ۴



دقت کنید که این نمودارها سرعت زمان هستند! و نه مکان زمان! در این نمودارها حواستان باشد که هر جا که  $v$  مثبت باشد باید دلتا ایکس هم مثبت باشد و فقط گزینه ۱ این موضوع رعایت شده است (جاهایی که در شکل زیر هایلایت کردم علامت سرعت و جابجایی قرینه هم هست که باعث میشه گزینه غلط بشه)



**تست:** نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است، در ۱۳ ثانیه اول حرکت مدت زمانی که بردار مکان و بردار سرعت متحرک با یکدیگر هم جهت هستند چند برابر مدت زمانی است که بردار سرعت متحرک در خلاف جهت محور ها و اندازه آن در حال کاهش است؟



1/5 (۱)

3 (۲)

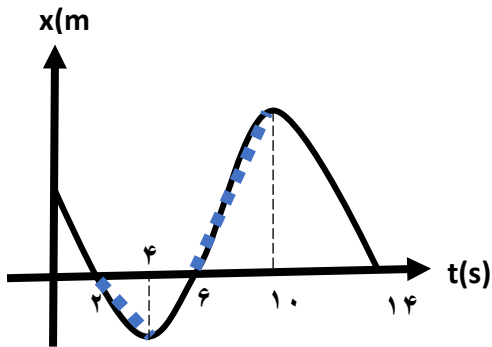
$\frac{1}{5}$  (۳)

5 (۴)

یادآوری: هر جا شیب + باشد سرعت + هست و بردار مکان هم بالای محور ایکس ها + و زیر محور ایکس ها منفی است

حل بخش اول: بردار مکان و بردار سرعت متحرک با یکدیگر هم جهت هستند یعنی هر دو باهم مثبت باشند یا هر دو منفی که بین ۲ تا ۴ ثانیه هر دو منفی و بین ۶ تا ۱۰ ثانیه هر دو مثبت هستند (پس مجموعاً همیشه

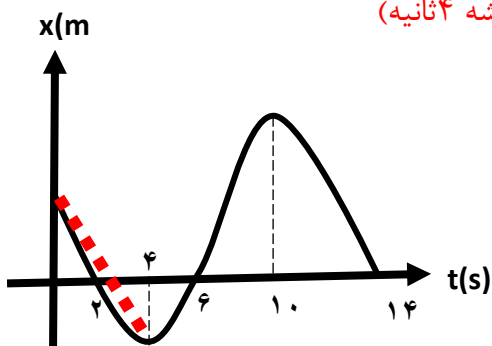
۶ ثانیه)



حل بخش دوم: بردار سرعت متحرک خلاف جهت محور ایکس ها باشد یعنی منفی باشد یعنی شیب منفی باشد که میشود بین ۰ تا ۴ ثانیه و ۱۰ تا ۱۴ ثانیه، اما یک شرط دیگه رو هم گفته و گفته که سرعت در

حال کاهش باشد پس فقط ۰ تا ۴ ثانیه رو باید بپذیریم (پس مجموعاً همیشه ۴ ثانیه)

و نهایتاً جواب میشود شش تقسیم بر ۴ یعنی عدد یک و نیم



۰ ۴۳ | ۰  
۰ ۱۵۳ | ۰

بخش ۲: نکات شتاب



شتاب متوسط: عبارت است از تغییرات سرعت در واحد زمان

$$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} (m/s^2)$$



سوال؟ وقتی میگویند شتاب BMW از شتاب پراید بیشتره، یعنی چی؟

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

ببینید چه بلا حروید ای که عرضه داشته باشه، سریعتر سرعش

رو عوض کنه میگویم شتاب بیشتری داره!!!

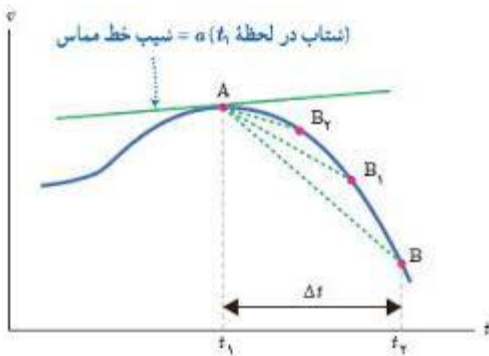


مثلا BMW پراید هر دو از صفر به سرعت ۱۰۰ میرن

اما BMW مدت زمان ۴ ثانیه پراید مدت ۱۵ ثانیه!!!

نکته: در نمودار سرعت زمان، شیب نمودار نشان دهنده شتاب است. هرچه شیب تند و تیزتر باشد،

شتاب نیز بیشتر است. مثلا در شکل زیر شتاب AB<sub>1</sub> از شتاب AB<sub>2</sub> بیشتر است



$a = \tan \alpha$  شتاب

البته توجه داشته باشید که اگر شیب را بین دو نقطه از نمودار رسم کنیم، نشانگر شتاب

متوسط است اما اگر شیب را مماس بر یک نقطه رسم کنیم، نشانگر شتاب لحظه‌ای است

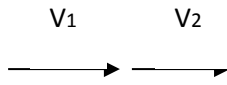
نکته: در نمودار سرعت زمان اگر گودی به پایین باشد شتاب منفی و اگر گودی بالا باشد شتاب

مثبت است

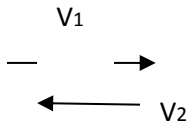


تذکره ۱: دقت شود که شتاب کمیتی است برداری یعنی برای محاسبه  $\Delta V$  نباید  $V$  ها را مستقیم از هم کم

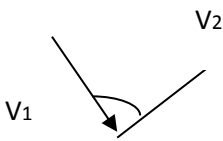
کرد!!! بلکه از فرمول های زیر باید استفاده کنیم:



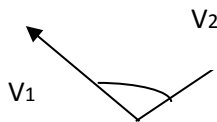
$$|\Delta V| = |V_2 - V_1|$$



$$|\Delta V| = |V_2| + |V_1|$$



$$|\Delta V| = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos \alpha}$$



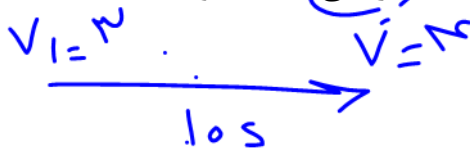
$$|\Delta V| = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos \alpha}$$



**تست:** اتومبیلی A در مسیر مستقیم و افقی حرکت می کند و در مدت زمان ۱۰ ثانیه سرعتش از ۳ به ۴

میرسد ولی اتومبیل B در مسیر مستقیم و افقی حرکت می کند با تندی ۴ به دیوار قائمی برخورد میکند و

در همان راستا ولی خلاف جهت با سرعت ۳ باز می گردد و زمان برخورد ۰/۱ ثانیه است. **بزرگی** شتاب متوسط



دو اتومبیل از چپ به راست عبارتست از ... ؟

- ۰/۱ و ۰/۷      ۰/۱ و ۰/۱      ۱۰ و ۰/۱      ۷۰ و ۰/۱

$$A \text{ شتاب متوسط} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\text{زمان}} = \frac{4 - 3}{10} = 0/1$$



$$B \text{ شتاب متوسط} = \frac{|\Delta V|}{\Delta t} = \frac{v_2 + v_1}{\text{زمان}} = \frac{4 + 3}{0.1} = 70$$



**تست:** متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 10s$  برابر با  $-10\vec{i}$  و در بازه زمانی  $t_1 = 0s$  تا  $t_3 = 20s$  برابر با  $-4\vec{i}$  است. بزرگی شتاب متوسط آن در ۱۰ ثانیه دوم حرکت اش، چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (تمامی واحدها در SI هستند).

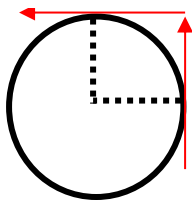
$$\begin{aligned}
 & \text{۴ (۴)} \qquad \qquad \qquad \text{۳ (۳)} \qquad \qquad \qquad \text{۲ (۲)} \qquad \qquad \qquad \text{۱ (۱)} \\
 & a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -10 = \frac{V_{10} - V_0}{10} \qquad , \qquad -4 = \frac{V_{20} - V_0}{20} \rightarrow V_{20} - V_{10} = 20 \\
 & a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{V_{20} - V_{10}}{20 - 10} = 2
 \end{aligned}$$

**تست:** مطابق شکل جسمی روی یک مسیر دایره ای در مدت زمان ۱۰ ثانیه از نقطه A به B می‌رود، شتاب

متوسط وی چند متر بر مجذور ثانیه میشود؟

- 0/5      0/1      0/3      0/7

$V_B=4$     $t_B=12$



$V_A=3$     $t_A=2$

خواست باشه برای محاسبه  $\Delta V$  از فرمول سوم صفحه ی قبل بیدبری

اگر سوتی بدی!!!! و  $\Delta V$  رو مستقیم از هم کم کنی به جواب غلط و دام آموزشی توی گزینه ۳ میوفتی!!!

$$\text{شتاب متوسط} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos \alpha}}{\Delta t} = \frac{|\Delta V| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 90}}{10}$$

$$\text{شتاب متوسط} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{5}{10} = 0/5$$



تند ↑

کند ↓

تند  
~~(-12)~~ → (-14)

تحلیل نمودارها

نکته ۱: مثبت یا منفی بودن سرعت یعنی چه؟

اگر سرعت مثبت باشد یعنی متحرک در جهت محور X ها حرکت میکند و اگر سرعت منفی باشد

یعنی متحرک در خلاف جهت محور X ها حرکت میکند. تند +  $a \rightarrow v$

نکته ۲: تند یا کند بودن حرکت یعنی چه؟ کند -  $a \rightarrow v$

اگر اندازه سرعت یک متحرک زیاد شود میگوییم تند شونده است و اگر اندازه سرعت یک متحرک کم شود میگوییم حرکت کند شونده است

برای تشخیص تند یا کند بودن حرکت میتونیم شتاب را در سرعت ضرب کنیم، اگر حاصل ضرب آنها عددی + شد میگوییم حرکت تند شونده و اگر عددی منفی شد میگوییم حرکت کند شونده است.

- ۱- تند شونده  $a \rightarrow + \leftarrow$
  - ۲- سرعت ثابت روی خط راست (یکنواخت)  $a = 0$
  - ۳- کندشونده  $a \rightarrow - \leftarrow$
- یک متحرک ۳ نوع حرکت می تواند داشته باشد.

تند شونده: اگر شتاب و سرعت در حرکتی هم علامت باشند، حرکت تند شونده خواهد بود. یعنی اگر در حرکتی سرعت از نظر اندازه گذشت زمان افزایش می یابد، در این صورت حرکت تند شونده خواهد بود:  $av > 0$  (اگر اندازه ی سرعت متحرک افزایش یابد حرکت تند شونده نامیده می

شود. بردار سرعت و بردار شتاب هم جهت می باشند.  $(a > 0, v > 0)$  یا  $(a < 0, v < 0) \rightarrow av > 0$

(حرکت تند شونده)

کند شونده: اگر شتاب و سرعت در حرکتی مختلف علامه باشند، حرکت کند شونده خواهد بود، یعنی اگر در حرکتی سرعت از نظر اندازه با گذشت زمان کاهش یابد، حرکت کند شونده خواهد بود.  $av < 0$  (-) اگر اندازه ی سرعت متحرک کاهش یابد حرکت کندشونده نامیده می شود. بردار

سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم می باشند.  $(a > 0, v < 0)$  یا  $(a < 0, v > 0) \rightarrow av < 0$

(حرکت کندشونده است)

سرعت ثابت (یکنواخت): اگر در حرکتی شتاب صفر باشد، در آن حرکت، سرعت ثابت خواهد بود یعنی اگر در حرکتی با گذشت زمان سرعت متحرک

ثابت بماند حرکت را سرعت ثابت می نامیم.  $av = 0$

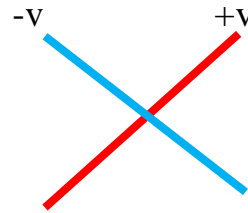
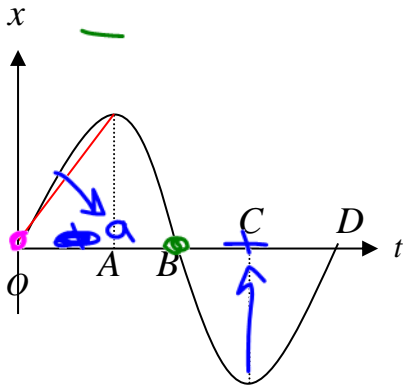


## نحوه یافتن نوع حرکت از روی نمودار x-t



در نمودار مکان زمان، علامت سرعت رو چه جوری متوجه بشیم؟

در نمودار x-t باید شیب نمودار را رسم کنیم اگر یک خط به صورت / شد، سرعت مثبت است و اگر یک خط به صورت \ شد سرعت منفی است



علامت شتاب رو در نمودار مکان زمان چه جوری پیدا کنیم؟ باید به جهت کودی منحنی نگاه کنیم:

اگر کودی به بالا باشد: شتاب + است

اگر کودی به پایین باشد: شتاب - است

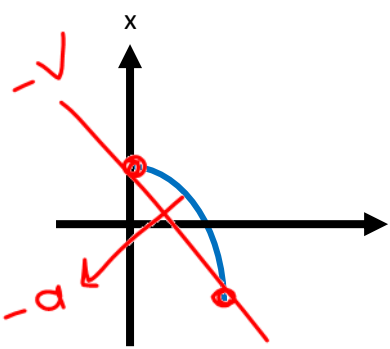
در نمودار مکان زمان تند یا کند رو از کجا متوجه بشیم؟

- حالات مختلف حرکت یک متحرک:
- ۱- تند شونده  $av \rightarrow + \leftarrow$
  - ۲- سرعت ثابت روی خط راست (یکنواخت)  $a = 0$
  - ۳- کند شونده  $av \rightarrow - \leftarrow$
- یک متحرک ۳ نوع حرکت می تواند داشته باشد



~~-v~~ ~~+v~~

**تست:** نمودار مکان - زمان شکل روبه رو می تواند معرف حرکت کدام متحرک باشد؟ (تمرین کتاب درسی)



با توجه به شیب میتوان فهمید که سرعت منفی است و یعنی متحرک خلاف جهت محور ایکس ها حرکت میکند، و چون گودی منحنی رو به پایین است بنابراین شتاب نیز منفی است و جهت آن باید برعکس محور ایکس ها باشد پس گزینه ۳ درست است



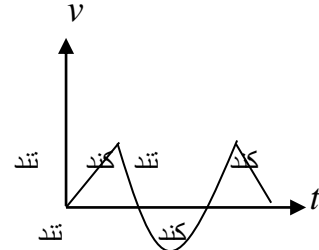
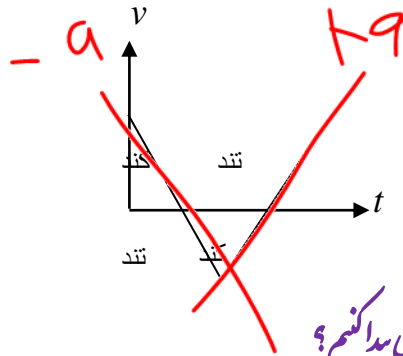
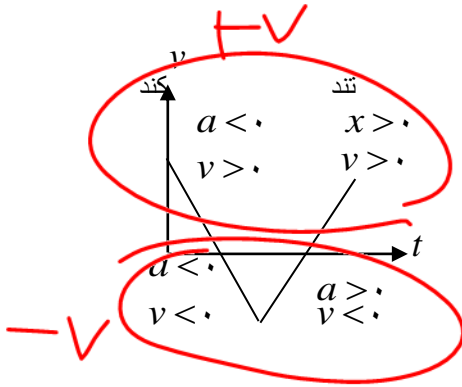


## بخش ۶: نحوه یافتن نوع حرکت از روی نمودار v-t



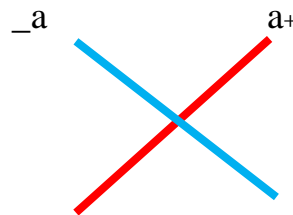
در نمودار سرعت زمان، علامت سرعت رو چه جوری متوجه بشیم؟

هر کجا که نمودار بالای محور tها باشد: سرعت + است و هر کجا که نمودار زیر محور tها باشد: سرعت - است



در نمودار سرعت زمان علامت شتاب رو چه جوری پیدا کنیم؟

در نمودار v-t باید شیب نمودار را رسم کنیم اگر یک خط به صورت / شد، شتاب مثبت است و اگر یک خط به صورت \ شد شتاب منفی است



در نمودار سرعت زمان تنیدانگه رو از کجا نفهیم؟ هم از روی  $av$  می‌توانیم نفهیم و هم از راه تندی زیر:

نکته: در نمودار v-t اگر نمودار در حال نزدیک شدن به محور t می باشد، نوع حرکت کندشونده است و اگر در حال دور شدن از مبدأ باشد، نوع حرکت تندشونده است یا از همان روش  $av$  استفاده کنیم

- حالات مختلف حرکت یک متحرک:
- ۱- تند شونده  $av \rightarrow + \leftarrow$
  - ۲- سرعت ثابت روی خط راست (یکنواخت)  $a = 0$
  - ۳- کندشونده  $av \rightarrow - \leftarrow$
- یک متحرک ۳ نوع حرکت می تواند داشته باشد.

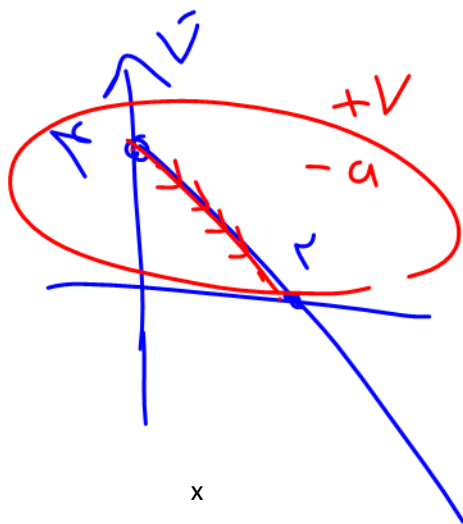


~~$a$~~   $+a$

**تست:** معادله ی مکانی متحرکی در SI به صورت  $x = -t^2 + 4t - 3$  است. حرکت آن از  $t = 0$  تا  $t = 2s$  چگونه است؟



$$v = -2t + 4$$



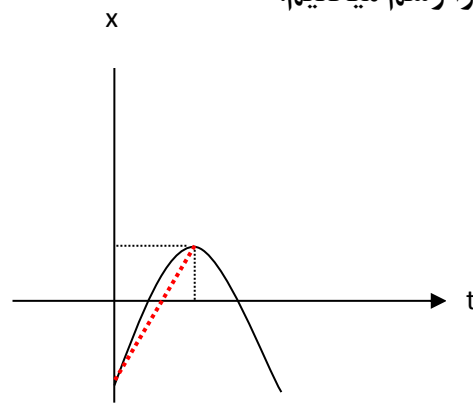
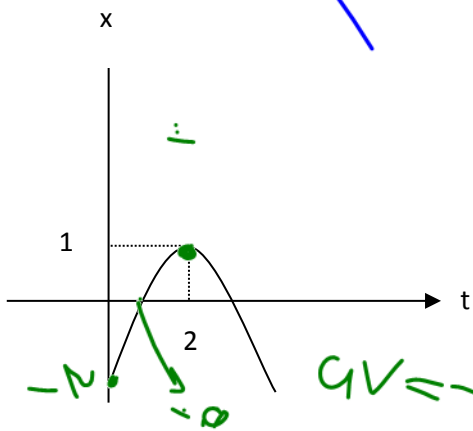
۱- شتاب - و سرعت + و حرکت کند شونده و در جهت محور Xها

۲- شتاب - و سرعت - و حرکت تند شونده در خلاف جهت محور Xها

۳- شتاب + و سرعت + و حرکت تند شونده در جهت محور Xها

۴- شتاب + و سرعت - و حرکت کند شونده در خلاف جهت محور Xها

ابتدا تابع را رسم میکنیم:

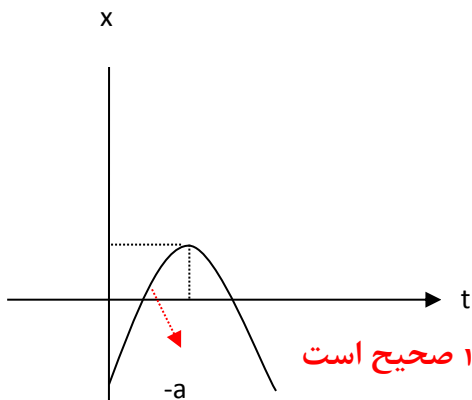


در نمودار X-t باید شیب نمودار را رسم کنیم اگر یک خط به صورت / شد ، سرعت مثبت است و اگر یک

خط به صورت \ شد سرعت منفی است

پس همانطور که میبینیم شیب + است یعنی سرعت + است و یعنی متحرک در جهت محور Xها

حرکت میکند.



همینطور چون کودی برپایین است: شتاب- است

در مجموع چون  $a = -$  است پس حرکت کند شونده است گزینه ۱ صحیح است

(اگر از ریاضیات مشتق را بلد باشید این سوال راه ساده تری نیز دارد!!!!)



**تست:** معادله ی مکان متحرکی که روی محور X حرکت می کند در SI به صورت  $x = -5t^2 + 16t + 12$



است در مورد جهت حرکت و نوع آن کدام مطلب درست است؟

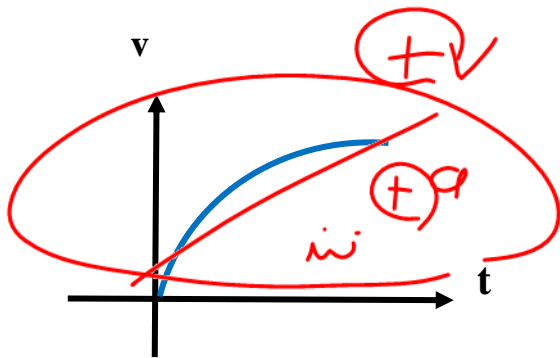
۱- همواره در جهت محور و کندشونده ۲- ابتدا در جهت محور و کندشونده

۳- ابتدا در خلاف جهت محور و کندشونده ۴- همواره در خلاف جهت محور و کند شونده

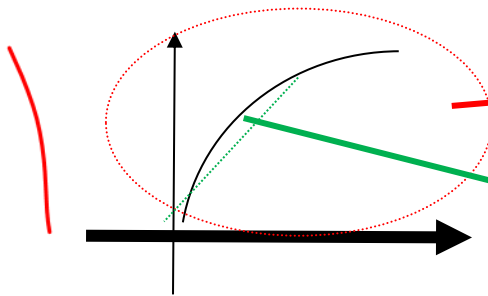
پاسخ: (راهنمایی: همانند سوال قبلی تابع X را رسم کنید و تند یا کند را از روی آن مشخص کنید (یا اگر از ریاضیات مشتق را بلد هستید نمودار v-t را رسم کنید و با آن سوال را حل کنید) (پاسخ گزینه ۲)



**تست:** با توجه به شکل های مقابل در شکل الف نوع حرکت در لحظات آغازین کدامست؟



- ۱- تند شونده با شتاب ثابت سرعت + و شتاب +
- ۲- تند شونده با شتاب متغیر سرعت + و شتاب + ✓
- ۳- کندشونده با شتاب ثابت سرعت + و شتاب -
- ۴- کند شونده با شتاب متغیر سرعت + و شتاب -



چون تابع بالای محور  $t$  قرار دارد علامت سرعت + است

چون شیب به صورت ... است شتاب نیز + است

در نمودار v-t اگر نمودار در حال نزدیک شدن به محور t می باشد، نوع حرکت کند شونده است و اگر در

حال دور شدن از مبدأ باشد، نوع حرکت تندشونده است پس در اینجا حرکت تند است

و چون تابع بالای محور t قرار دارد علامت سرعت + است و چون شیب به صورت ... است شتاب

نیز + است. و چون نمودار سرعت زمان منحنی است پس حرکت شتاب متغیر است بنابراین: **گزینه ۲**



**تست:** متحرکی از حالت سکون به حرکت در میآید اگر سرعت متوسط در  $t$  ثانیه اول ۴ متر بر ثانیه و در  $t$  ثانیه دوم ۶ متر بر ثانیه و در  $t$  ثانیه سوم نیز ۶ متر بر ثانیه باشد و شتاب در هر مرحله ثابت باشد، نوع حرکت از شروع حرکت به ترتیب از راست به چپ .....؟

تند کند تند      تند تند یکنواخت      تند یکنواخت یکنواخت      تند کند یکنواخت

دقت کنید که طراح سوال ، سرعت متوسط را به ما داده و نه لحظه ای!!! و تند و کند را از روی سرعت متوسط نمیتوانیم اندازه گیری کنیم پس ابتدا باید سرعت لحظه ای را در آغاز و پایان هر مرحله پیدا کنیم تا بتوانیم قضاوت کنیم:

همچنین یادتان باشد که سرعت متوسط در حرکتهای شتاب ثابت از رابطه  $v_{\text{متوسط}} = \frac{v_{\text{اولیه}} + v_{\text{ثانویه}}}{2}$  حساب میشود

$$v_{\text{متوسط}} = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow 4 = \frac{0 + v_2}{2} \rightarrow v_2 = 8$$

$$v_{\text{متوسط}} = \frac{v_2 + v_3}{2} \rightarrow 6 = \frac{8 + v_3}{2} \rightarrow v_3 = 4$$

$$v_{\text{متوسط}} = \frac{v_3 + v_4}{2} \rightarrow 6 = \frac{4 + v_4}{2} \rightarrow v_4 = 8$$

پس همانطور که میبینید، سرعت لحظه ای در آغاز صفر بوده سپس به ۸ و سپس به ۴ و سپس مجدد به ۸ رسیده!!! پس حرکت تند-کند-تند بوده!!!  
اگر تند یا کند را اشتباه بر اساس سرعت متوسط مقایسه میکردید احتمالا به پاسخ غلط گزینه ۲ یا ۳ میرسیدید !!!!!!!!!!!!!



**بخش ۷: تغییر جهت متحرک در حرکت روی خط راست**



شروط تغییر جهت

۱- سرعت در آن نقطه صفر شود.  $v = 0$

(حرکت روی خط راست)

۲- سرعت در آن نقطه تغییر علامت بدهد.  $v \rightarrow -v$

نکته:

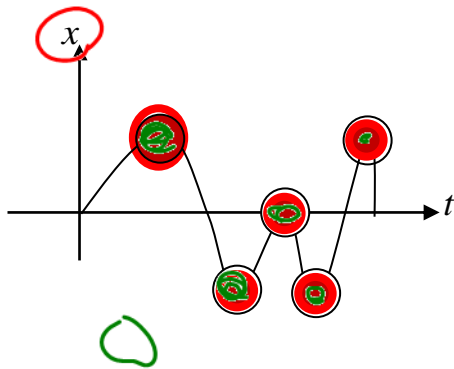
در نمودار  $x-t$  در تمام نقاط اکسترمم نسبی ( $\cup$  یا  $\cap$ ) تغییر جهت می دهیم.

در نمودار  $v-t$  ر نقاطی که نمودار محور  $t$  را قطع کرده و از آن عبور کرده باشد تغییر جهت داریم.

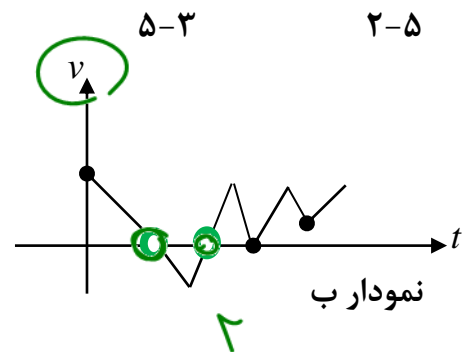
**تست:** با توجه به نمودارهای شکل زیر (مربوط به حرکت روی خط راست) تعداد تغییر جهت در



نمودار الف و ب به ترتیب از راست به چپ برابرست با....



نمودار الف



نمودار ب

در نمودار الف ( $x-t$ ) در تمام نقاط اکسترمم نسبی ( $\cup$  یا  $\cap$ ) تغییر جهت می دهیم. پس با

توجه به شکل بالا در نقاط قرمز تغییر جهت داریم یعنی ۵ بار

در نمودار ب ( $v-t$ ) در نقاطی که نمودار محور  $t$  را قطع کرده و از آن عبور کرده باشد تغییر جهت

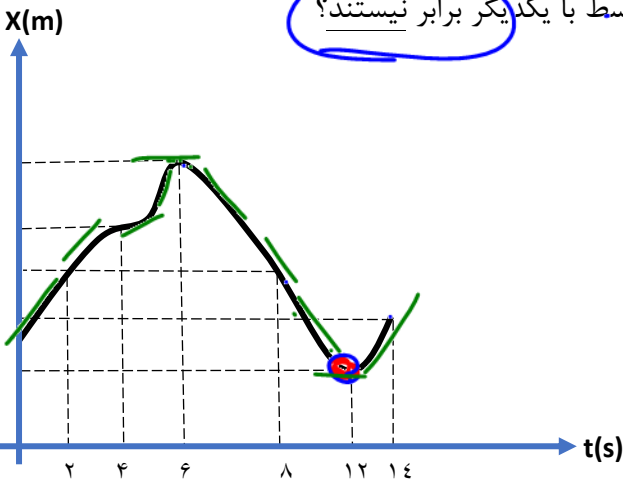
داریم. پس با توجه به شکل بالا ۲ بار این اتفاق رخ داده است

گزینه ۱



**تست:** نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در کدام

یک از بازه های زمانی زیر، تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر نیستند؟



$0 \leq t \leq 6s$  (۱)

$6s \leq t \leq 10s$  (۲)

$4s \leq t \leq 8s$  (۳) ✓

(۴) در تمام لحظات سرعت و تندی متوسط برابرند

اگر بازه ای شامل تغییر جهت باشد در این صورت جابه جایی و مسافتش یکی نیست و همینطور

سرعت و تندی متوسط نیز یکی نیست. با توجه به نمودار چون در لحظات ۶ ثانیه و ۱۲ ثانیه

تغییر جهت داریم بنابراین هر بازه ای که شامل این زمانها باشد، سرعت و تندی متوسط یکی

نیست. اگر دقت کنید مشاهده میکنید که در گزینه ۳ این اتفاق رخ داده (جواب گزینه ۳)

**تست:** معادله مکان زمان متحرکی در SI به صورت  $x = t^2 - 20t + 36$  است به ترتیب از

راست به چپ در ۱۸ ثانیه اول حرکت چندبار جهت حرکت متحرک و جهت بردار مکان تغییر

میکند؟

۱ بار - ۲ بار ✓

۲ بار - ۱ بار

۲ بار - ۲ بار

۱ بار - ۱ بار ✓

**پاسخ:** تغییر جهت متحرک در جایی است که سرعت صفر شود و علامت آن عوض شود که:

مشتق گیری  $v = 2t - 20 = 0 \quad t = 10$

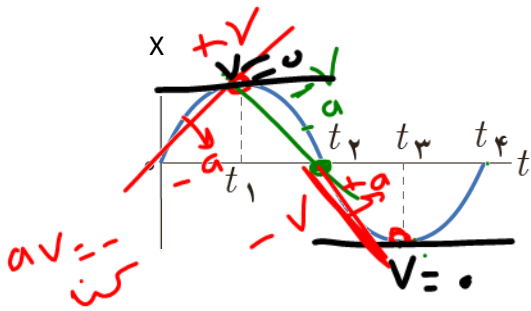
ولی جهت بردار مکان جایی عوض میشود که x صفر شود و علامت آن نیز عوض شود:

$x = t^2 - 20t + 36 = 0 \quad t = 2 \quad t = 18$

خب پس دوبار هم x صفر میشود اما چون طراح گفته تا ۱۸ ثانیه پس خود ۱۸ ثانیه را نمیتوانیم بپذیریم



تست: نمودار مکان زمان متحرکی مطابق شکل روبروست. چند مورد از موارد زیر صحیح است؟



یک مورد

دو مورد

پنج مورد

شش مورد

الف: متحرک در لحظه  $t_1$  و  $t_3$  تغییر جهت می‌دهد ✓

ب: بردار مکان متحرک در  $t_2$  تغییر جهت داده است ✓

ج: از  $t=0$  تا  $t_1$  شتاب منفی و سرعت مثبت و حرکت کند شونده است ✓

د: از  $t_1$  تا  $t_2$  متحرک در خلاف جهت محور X ها ولی تند شونده حرکت کرده است ✓

و: سرعت متحرک در  $t_1$  و  $t_3$  صفر است ✓

ه: از  $t_2$  تا  $t_3$  شتاب در جهت محور X ها ولی سرعت در خلاف جهت محور X ها است ✓

$$\begin{array}{c} +a \\ -v \end{array}$$

بررسی الف: درست است همانطور که قبلا گفتم در نمودار  $x-t$  در تمام نقاط اکسترمم نسبی (U یا

∩) متحرک تغییر جهت می‌دهید

بررسی ب: اینو با بالایی اشتباه نکنی ها!!! تغییر جهت متحرک با تغییر جهت بردار مکان فرق

داره!! بردار مکان در جاهایی تغییر جهت می‌ده که متحرک از مبدا مکان عبور کرده با شه پس این

گزینه هم درسته

بررسی ج: با توجه به شیب و جهت تقعر منحنی در این بازه، این گزینه هم صحیح است

بررسی د: با توجه به شیب و جهت تقعر منحنی در این بازه، این گزینه هم صحیح است

بررسی و: در نمودار  $x-t$  در نقاط  $max$  و  $min$  که شیب صفر هست سرعت هم صفر هست پس

اینم درسته

بررسی ه: در جهت محور X یعنی همون مثبت بودن و در خلافتش یعنی منفی بودن با توجه به

شیب و جهت تقعر منحنی در این بازه، این گزینه هم صحیح است (جواب گزینه ۴)

تست ۲: در شکل زیر نمودار سرعت- زمان سه متحرک نشان داده شده است.





$v=0$  ✓  
 علامت  
 $v$  منفی

تست: معادله حرکت متحرکی به صورت  $x = (t - 5)^3$  و معادله سرعت آن

است  $v = 3(t - 5)^2$  مسیر حرکت آن به شکل ..... و متحرک.....

(۱) منحنی - در  $t=5$  تغییر جهت میدهد (۲) منحنی - در  $t=5$  تغییر جهت نمی دهد

(۳) خط راست - هیچگاه تغییر جهت نمی دهد (۴) خط راست - در  $t=5$  تغییر جهت میدهد

$t=4$   
 $+ 3$

$t=5$   
 $\downarrow$   
 $v=0$

$t=6$   
 $\downarrow$   
 $+ 3$

ابتدا تغییر جهت را کنترل میکنیم:

$v = 3(t - 5)^2 = 0 \rightarrow t = 5$  برای این کار سرعت را برابر صفر قرار میدهیم و مشاهده میکنیم که

سرعت در لحظه  $t = 5$  صفر میشود اما چون توان تابع سرعت عددی زوج است بنابراین علامت

سرعت همواره + است یعنی اگرچه سرعت در ۵ ثانیه صفر میشود ولی چون شرط دوم محقق

نشده و علامت سرعت عوض نشده پس این لحظه را به عنوان تغییر جهت نمیپذیریم!!!!

پس چون تغییر جهت نداریم، حال باید بین گزینه ۲ و ۳ یکی را انتخاب کنیم و جواب گزینه ۳ است!!!! یعنی مسیر حرکت خط راست است!!!!

آقا اجازه؟ مگه تابع  $x$  درجه ۳ نیست؟؟؟

چرا هست، ولی دقت کنید که ما دو اصطلاح مشابه داریم و شما نباید آنها را با هم اشتباه کنید!!!

اگر در سوال از ما میپرسیدند که:

نمودار مکان زمان چگونه است؟ میگفتیم منحنی ( چون تابع درجه ۳ است)

ولی در اینجا مسیر حرکت در دنیای واقعی را از ما پرسیده اند و چون تابع ما فقط  $x$  دارد ( و  $y$  یا

$z$  ندارد!!) پس حرکت روی خط راست روی محور  $x$  ها انجام می شود





## بخش ۳: انواع حرکت (روی خط راست)



حالت اول: حرکت با سرعت ثابت

در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است معادله چنین

$$X = vt + X_0$$

بنابراین نمودار مکان زمان آن درجه ۱ است



حالت دوم: حرکت با شتاب ثابت

هر گاه شتاب متحرکی در لحظه های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت

مینامیم. (یعنی سرعت منظم کم یا زیاد شود)

در حرکت با شتاب ثابت نمودار مکان زمان بصورت منحنی درجه ۲ است و فرمول های آن مطابق

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2} t \quad V = at + V_0 \quad V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x \quad \Delta x = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t$$

از کجا بفهمیم در مسایل و تست ها از کدام فرمول باید استفاده کنیم؟؟

بچه ها به فرمول های صفحه بعد نگاه کنید

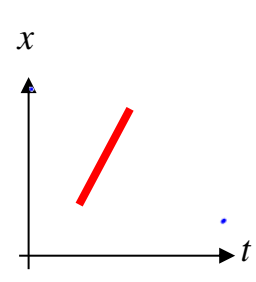
اگر توی سوال به ما گفتند حرکت **سرعت ثابت** است از فرمول بالای صفحه بعد یاد استفاده کنیم ولی اگر گفتند حرکت **شتاب ثابت** است از چهارتا

فرمول وسط صفحه بعد استفاده کنیم!! راستی یاد باشه!! قیافه نمودار رو هم باید حفظ باشی! مثلاً اگر نمودار مکان زمانی دیدی که سهمی درجه ۲ بود باید دونی

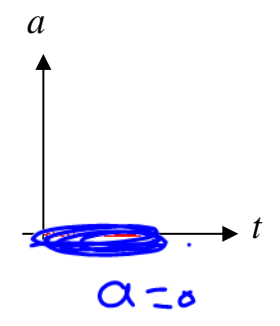
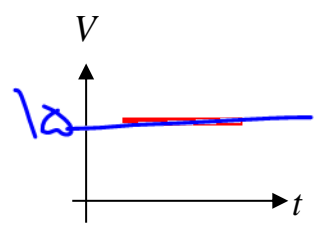
که از فرمول های شتاب ثابت یاد ببری!!!



$a=0$   
 حرکت با سرعت ثابت  
 روی خط راست (یک نواخت)  
 (جن دارم)  
 تناسب هم بستگی

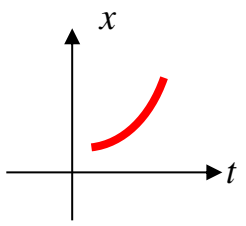


$$\Delta x = Vt$$

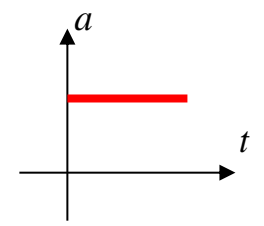
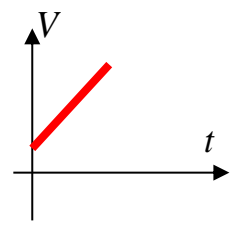


$a=0$   
 $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0}{\Delta t} = 0$

انتخاب فرمول در مسائل این فصل با توجه به نوع حرکت



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$$



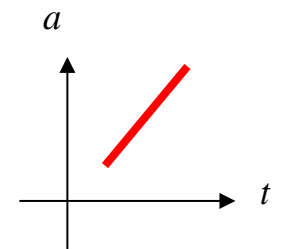
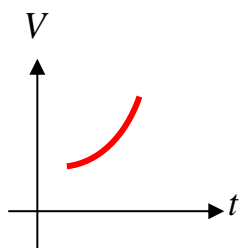
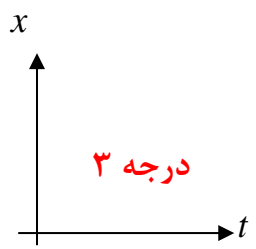
$$V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x$$

$$V = at + V_0$$

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2}t$$

حرکت شتابدار با شتاب ثابت

حرکت شتابدار با شتاب متغیر



تمرین ۱: دوچرخه سواری فاصله ی ۹۰ کیلومتری مستقیم بین دو شهر را در مدت  $4/5$  ساعت می پیماید.

وی با **سرعت ثابت** ۲۴ کیلومتر در ساعت رکاب می زند. اما برای رفع خستگی توقفهایی هم

دارد. مدت کل توقف او چند دقیقه است؟

$\Delta x = vt \rightarrow 90 = 24t \rightarrow t = \frac{90}{24} = 3.75$  ساعت

چون **سرعت ثابت** است طبق نکات صفحه قبل باید از فرمول  $\Delta x = Vt$  بریم!

درواقع اگر ۹۰ کیلومتر با سرعت ۲۴ بره توی ۳.۷۵ ساعت به مقصد میرسه. حالا اگر نخواهیم بدونیم چه قدر توی راه توقف کرده باید زمان کل رواد

$3.75$  کم کنیم پس داریم:  $4/5 - 3/75 = 0.75$

که اگر به دقیقه تبدیل کنیم میشه ۴۵ دقیقه

تمرین ۲: سرعت متحرکی در مکان  $x = 3m$  برابر با  $5 \frac{m}{s}$  است. اگر **شتاب** حرکت مقدار **ثابت**  $1/1$  متر

بر مجذور ثانیه باشد، در چه مکانی بر حسب متر، سرعت متحرک  $6 \frac{m}{s}$  است؟

چون حرکت شتابدار هست پس از فرمول های وسط صفحه قبل باید بریم یعنی از یکی از اینها

$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_1.t$       $V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x$       $V = at + V_0$       $\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2}t$

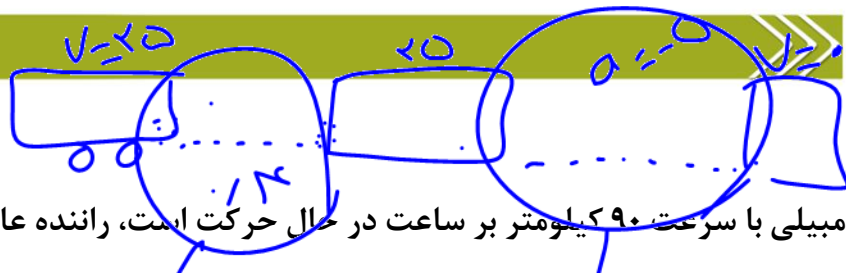
●  $V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x$  **حالا که کشتی کدومش نموده؟**

$6^2 - 5^2 = 2(1/1)(x_2 - 3)$       $x = 8$

آفرین پسرم آفرین دخترم چون توی سوال زمان رون داده و نه خواسته از ما پس ما هم باید از فرمولی بریم که توش **t** نداشته باشه!!!! یعنی  $V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x$

$6^2 - 5^2 = 2(1.1)(x_2 - 3) \rightarrow x = 8$





**تست:** اتومبیلی با سرعت ۹۰ کیلومتر بر ساعت در حال حرکت است، راننده عابری را در ۸۰ متری



خود میبیند و با زمان عکس العمل ۰/۴ ثانیه ترمز میکند اگر شتاب ترمز ماشین ثابت و به اندازه ۵

$$\Delta x = vt$$

متر بر مجذور باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اتومبیل هفده و نیم متر قبل از عابر متوقف می شود (۲) اتومبیل دقیقاً جلوی پای عابر متوقف میشود

(۳) اتومبیل هفت و نیم متر قبل از عابر متوقف می شود (۴) به عابر برخورد میکند و عابر به فنا میرود!!!

ابتدا ۹۰ کیلومتر بر ساعت را بر عدد ۳/۶ تقسیم می کنیم میبینیم که سرعت ماشین ۲۵ متر بر ثانیه شود

ماتوی این سوال باید جابه جایی ماشین را محاسبه کنیم و عدد به دست آمده را با ۸۰ متر (فاصله فرد تا ماشین) مقایسه کنیم

نقطه ماشین دو مرحله جابه جایی دارد یک مرحله مربوط به زمانی است که راننده جابر را میبیند و تا از خود واکنش نشان دهد طول کشیده یعنی:

$$\Delta x = vt = 25 \times 0.4 = 10$$

و یک مرحله هم از زمانی که ترمز میکند تا بایستد باید جابه جایی را محاسبه کنیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0 - 25^2 = 2(-5)\Delta x \rightarrow \Delta x = 62/5$$

حالا روی هم چه قدر ماشین جلورفته تا متوقف بشه؟؟؟ آفرین!  $62/5 + 10 = 72/5$

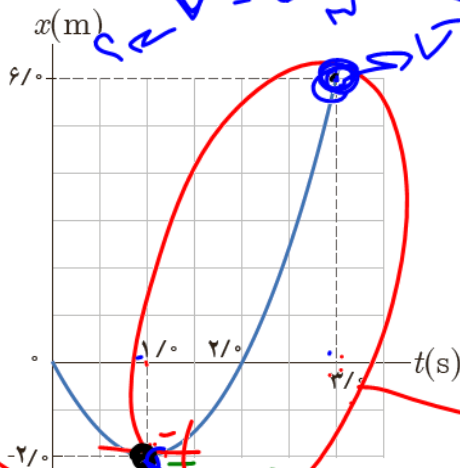
جابر در فاصله ۸۰ متری ماشین قرار دارد و ماشین بعد از ۷۲/۵ متر متوقف میشه. پس ماشین ۷/۵ متر قبل از جابر می ایستد!

راه تستی برای سوال بالا:  $\Delta X_{\text{توقف}} = v \text{ واکنش } t + \left| \frac{v_0^2}{2a} \right|$

$$\Delta X_{\text{توقف}} = 25 \times 0.4 + \left| \frac{25^2}{2 \times 5} \right| = 72.5$$



**تست:** شکل زیر نمودار مکان زمان متحرکی را نشان می دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است.



سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا ۳s چند متر بر ثانیه و سرعت در لحظه  $t=3$  و شتاب در لحظه ۳ ثانیه به ترتیب از راست به چپ برابرست با .....؟

- ۴و۴ و ۲و۳/۳      ۲و۸ و ۲و۲      ۴و۲ و ۳/۳و۲      ۴و۸ و ۳/۳ و ۲

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$1 = \frac{1}{2}a(3)^2 + 0$$

$$a = \frac{2}{9}$$

$$V_{av} = \frac{6-0}{3-0} = 2$$

$$s_{av} = \frac{2+2+6}{3-0} = 3.3$$

$$v = at + v_0$$

$$v = 1(2) + 0 = 1$$

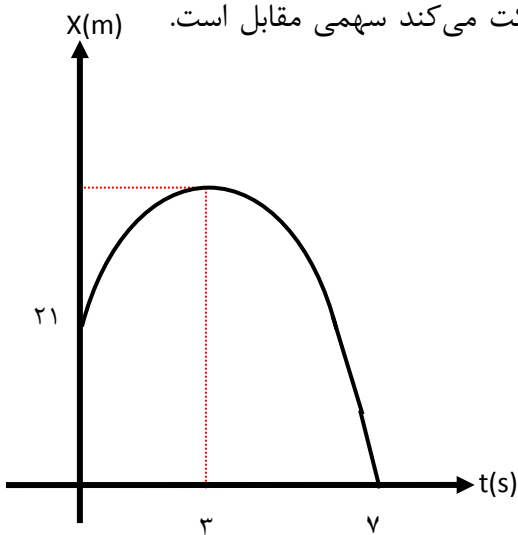
$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$v^2 - 0 = 2(1)(1) \rightarrow v = 1$$

$$\Delta x_{0 \rightarrow 1} = \frac{1}{2}at^2 \quad a = 4 \quad v = at = 4 \times 2 = 8$$



**تست:** نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور  $x$  با شتاب ثابت حرکت می کند سهمی مقابل است. مسافت طی شده توسط متحرک در ۶ ثانیه اول حرکت چند متر است؟



۷۵ (۱)

۸۴ (۲)

۵۴ (۳)

۹۶ (۴)

پاسخ: در چنین نمودارهایی، سعی کنید چند معادله بنویسید. این متحرک در مدت ۷ ثانیه مسافت ۲۱- متر پیموده معادله اول

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t \rightarrow -21 = \frac{1}{2} a(49) + 7 V_0$$

و این متحرک در مدت ۳ ثانیه سرعتش صفر شده است. معادله دوم

$$V = at + V_0 \rightarrow 0 = 3a + V_0 \rightarrow V_0 = -3a$$

معادله ۱ و ۲

$$-21 = \frac{49}{2} a - 21 a \rightarrow a = -6, V_0 = +18$$

حالا کافی است مسافت در ۳ ثانیه را به دست آورید و در عدد ۲ ضرب کنیم تا مسافت طی شده در ۶ ثانیه به دست آید.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} (-6)9 + 18 \times 3 = +27$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 27 \times 2 = +54 \text{ m}$$

(گزینه ۳ صحیح است)



**تست:** نمودار شتاب-زمان متحرکی که سرعتش در مبدا زمان ۵ متر بر ثانیه است، مطابق شکل روبروست. سرعت متوسط وی در این ۱۲ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟

۱۳/۵      ۱۴      ۲۷      ۲۸

$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$        $v = at + v_0$

$v = 4(10) + 5 = 45$        $\Delta x = \frac{1}{2}(4)10^2 + 5(10) = 250$

$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$        $\Delta x = \frac{1}{2}(-2)2^2 + 45(2) = 86$

$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{250 + 86}{12 - 0} = 28$

این سوال چند تاروش داره! به راهش اینه که نمودار  $v-t$  رو رسم کنیم  
بعدش سوال قبلی مساحت زیر نمودار رو به زمان تقسیم کنیم (ثناخودت این راه رو امتحان کن!)

اما به راه دیگه اینه که جابجایی رو از فرمول  $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$  برای هر مرحله پیدا کنیم و بعد به زمان کل تقسیم کنیم:

$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$

$\Delta x = \frac{1}{2}(4)10^2 + 5(10) = 250$

$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$

$\Delta x = \frac{1}{2}(-2)2^2 + 45(2) = 86$

متوسط =  $\frac{\text{جابجایی کل}}{\text{زمان}} = \frac{250 + 86}{12} = 28$

$v = at + v_0 = 4(10) + 5 = 45$

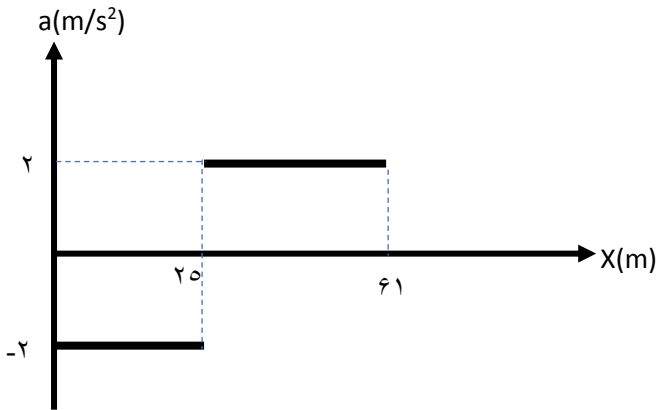
اگه گفتی ۴۵ از کجا اومد؟؟؟؟؟؟ چرا به جای سرعت اولیه ۴۵ نوشتیم؟

(سرعت در پایان مرحله اول ، حکم سرعت اولیه در مرحله دوم رو داره!!!!!!)



**تست:** نمودار شتاب - مکان متحرکی مطابق شکل مقابل است اگر در  $t = 0$  از مبدأ با سرعت  $10\text{m/s}$  عبور کند سرعت آن در مکان  $x = 61$  چند  $\text{m/s}$  است؟

- ۱) ۲۲  
۲) ۱۲  
۳) ۸  
۴) ۶



پاسخ: دقت کنید که این نمودار شتاب زمان نیست!!!

برای حل این تست‌ها، اطلاعات داخل نمودار را بیرون کشیده و از روابط حرکت شتاب ثابت مسئله را حل کنید.

ابتدا شتاب  $2\text{ m/s}^2$  است و مسافت  $25\text{m}$  را طی می‌کرده

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$$

$$V^2 - 100 = 2 \times (-2) \times 25 \rightarrow V^2 = 0 \rightarrow V = 0$$

سرعت نهایی، وقتی متحرک  $25\text{m}$  را پیموده برابر سرعت اولیه قسمت بعدی است

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$$

$$V^2 - 0^2 = 2 \times 2 \times (61 - 25)$$

$$V^2 = 144 \rightarrow V = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(گزینه ۲ صحیح است)





**تست:** مطابق شکل روبرو دو متحرک هم زمان از نقاط A و B با سرعت های ثابت، به سمت یکدیگر حرکت میکنند و در نقطه C به هم میرسند، در ادامه پس از ۴۰ ثانیه متحرک اول از نقطه B به C می رسد، چند ثانیه طول می کشد تا متحرک دوم از C به A برسد؟

معلومات کافی نیست

۹۰

۸۰

۶۰

۱)  $s_1 = 40$

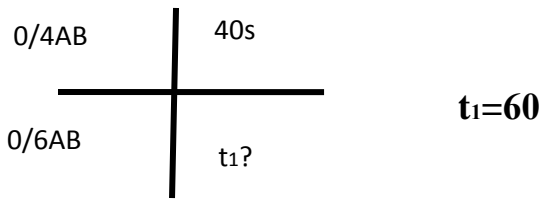
$t_1 = 60$

$40 \times 60 = 2400$

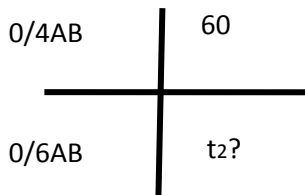
$2400 / 26 = 92.3$

(یادتون باشه در حرکت ثابت میتونیم تناسب بنویسیم!!)

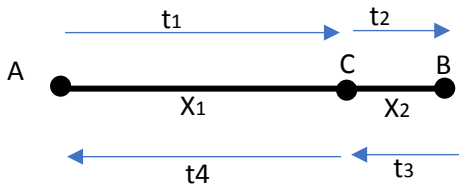
متحرک اول وقتی ۱/۴ مسیر رو در ۴۰ ثانیه میره پس ۱/۶ مسیر رو در ۶۰ میره



اما متحرک دوم چون ۱/۴ مسیر رو در ۶۰ ثانیه میره پس ۱/۶ مسیر رو در ۹۰ ثانیه میره



راه تستی تر برای سوال بالا:



$$t_4 = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 \times t_2$$

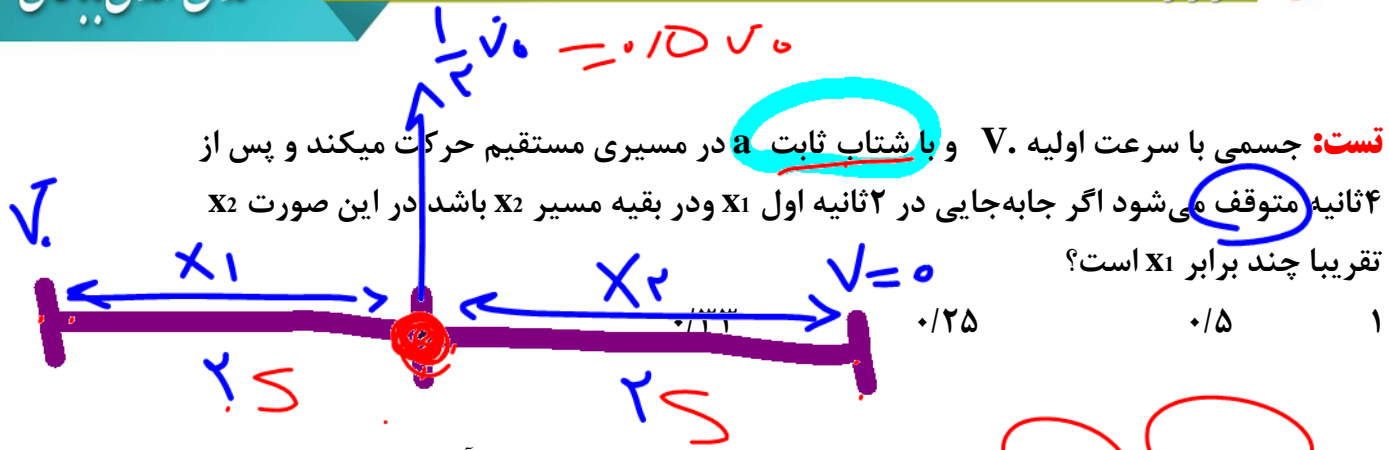
$$t_4 = \left(\frac{0.6}{0.4}\right)^2 \times 40 = 90s$$



**تست:** جسمی با سرعت اولیه  $V_0$  و با شتاب ثابت  $a$  در مسیری مستقیم حرکت میکند و پس از

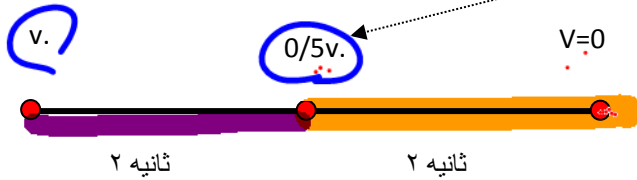
۴ ثانیه متوقف می شود اگر جابه جایی در ۲ ثانیه اول  $X_1$  و در بقیه مسیر  $X_2$  باشد در این صورت  $X_2$

تقریباً چند برابر  $X_1$  است؟



حرکت شتاب ثابت، نقطه وسط مسیر (از لحاظ زمانی) برابر با معدل سرعت اول و آخر مسیر است! بنابر این سرعت در وسط برابر همیشه با:

$$V_{\text{وسط زمانی}} = \frac{v_{\text{اول}} + v_{\text{آخر}}}{2} = \frac{v_0 + 0}{2} = 0.5v_0$$



خب حالا باید فرمول  $\Delta X = \frac{v_1 + v_2}{2} t$  رو یکبار برای ۲ ثانیه اول و یکبار هم برای ۲ ثانیه دوم بنویسیم و به هم تقسیم کنیم تا جواب سوال به دست بیاد

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\frac{v_1 + v_2}{2} t}{\frac{v_1 + v_2}{2} t} = \frac{\frac{0.5v_0 + 0}{2} t}{\frac{v_0 + 0.5v_0}{2} t} = \frac{0.5}{1.5} \approx 0/33$$

Handwritten calculation:  $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$



نکته تستی برای پیدا کردن جابه‌جایی در حرکت های شتاب ثابت:

$\Delta X = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$  اگر جابه‌جایی در  $t$  ثانیه اول را بپرسند از فرمول روبرو می‌رویم

$\Delta X = \frac{1}{2}a(2t - 1) + V_0t$  اگر جابه‌جایی در  $t$  ثانیه  $n$  ام را بپرسند از فرمول روبرو می‌رویم

$\Delta X = \frac{1}{2}a(2n - 1)t^2 + V_0t$  اگر جابه‌جایی در  $t$  ثانیه  $n$  ام را بپرسند از فرمول روبرو می‌رویم



مثال: متحرکی با شتاب ثابت ۲ متر بر مجذور ثانیه و با سرعت اولیه ۱۰ متر بر ثانیه روی خط راست حرکت کرده است،

الف: جابه‌جایی در ۵ ثانیه اول

$$\Delta X = \frac{1}{2}at^2 + V_0t = \frac{1}{2}2(5)^2 + 10(5)$$

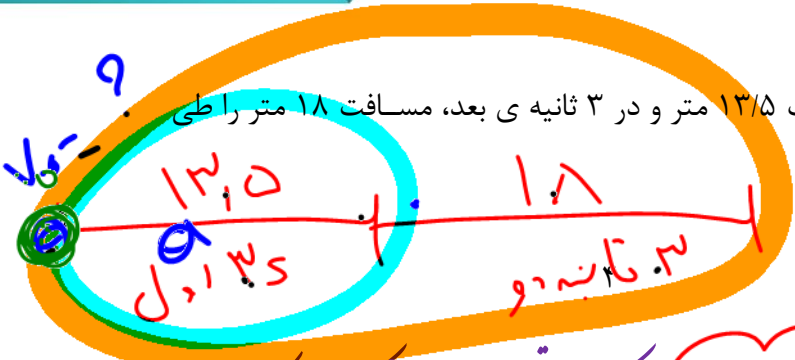
ب: جابه‌جایی در ثانیه پنجم

$$\Delta X = \frac{1}{2}a[(2n - 1)] + V_0 = \frac{1}{2}2[(2(5) - 1)] + 10$$

ج: جابه‌جایی در ۷ ثانیه پنجم چند متر میشود؟

$$\Delta X = \frac{1}{2}a(2n - 1)t^2 + V_0t = \frac{1}{2}2[(2(5) - 1)7^2] + 10(7)$$





**تست:** متحرکی با شتاب ثابت در ۳ ثانیه مسافت ۱۳/۵ متر و در ۳ ثانیه ی بعد، مسافت ۱۸ متر را طی می کند. شتاب حرکت آن چند متر بر ثانیه است؟

۰/۵      ۱      ۲

رویکار برای قیمت اول سیر و یکبار برای کل سیر می نویسیم

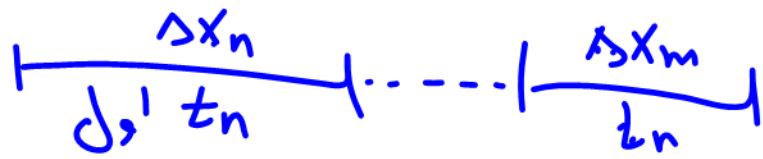
$$\begin{cases} 13.5 = \frac{1}{2} a (3)^2 + v_0 (3) \\ 18 = \frac{1}{2} a (6)^2 + v_0 (6) \end{cases}$$

بچه های سوال رود و جو ریشه حل کرد!! راه اول این که فرمول  $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$  و دستگاه دو معادله دو مجهول رو حل کنیم!!! ولی اینجا می خواهیم به راه تنی توپ بست یاد بدم!

راه دوم و راه تستی:

$at^2 = \frac{\Delta x_n - \Delta x_m}{n - m}$  هر وقت توی سوال بگه به متحرک در  $t$  ثانیه های متوالی مسافتی را طی کرده (مثلا

بگه در  $t$  ثانیه  $m$  مسافت  $\Delta x_n$  و در  $t$  ثانیه  $m$  مسافت  $\Delta x_m$  رو طی کرده در این



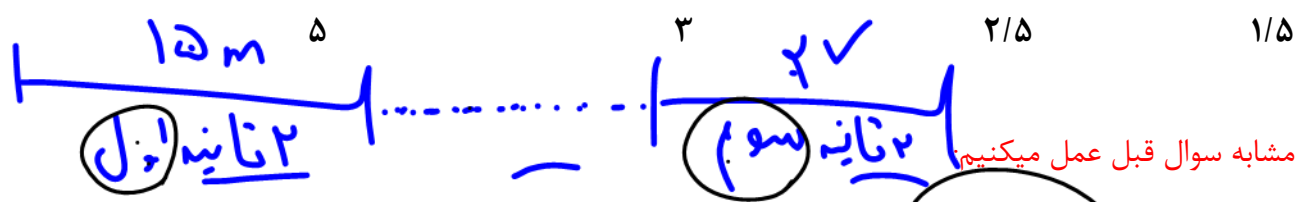
صورت از راه تستی زیر استفاده کنید:

در سوال بالا چون جابه جایی در ۳ ثانیه اول ۱۳/۵ و جابه جایی در ۳ ثانیه دوم ۱۸ متر است پس داریم:

$$at^2 = \frac{\Delta x_n - \Delta x_m}{n - m}$$

$$a(3)^2 = \frac{18 - 13.5}{2 - 1} \rightarrow a = 0.5$$

**تست:** متحرکی با سرعت اولیه  $v_0$  با شتاب ثابت حرکت می کند، اگر در ۲ ثانیه اول ۱۵ متر و در ۳ ثانیه سوم ۲۷ متر را طی کند، در این صورت شتاب حرکت چند واحد SI است؟



مشابه سوال قبل عمل میکنیم:

$$at^2 = \frac{\Delta x_n - \Delta x_m}{n - m}$$

$$a(3)^2 = \frac{27 - 15}{3 - 1} \rightarrow a = 1.5$$

$$a(t) = \frac{27 - 15}{3 - 1}$$



آقا اجازه؟

اگر مثل دو تا سوال قبلی زمانها مشابه نبودند چیکار کنیم؟

هیچی باید دودستی بکوبیم توی سرمون! دیگه اون فرمول تستی قبلی جواب نمیده! و باید فرمول

جابه جایی در  $t$  ثانیه  $n$  ام را بنویسم  $\Delta X = \frac{1}{2} a(2n - 1)t^2 + V_0 t$  و دستگاه دو معادله و دو

مجهول رو حل کنیم به تست زیر نگاه کنید تا بفهمید چی گفتم

**تست:** در یک حرکت با شتاب ثابت و در مسیر مستقیم، متحرک در پنج ثانیه دوم ۵۰ متر و در

۱۰ ثانیه هشتم ۲۰۰ متر را در یک جهت طی میکند، شتاب متحرک چند واحد SI می شود؟

$$\Delta X = \frac{1}{2} a(2n - 1)t^2 + V_0 t = \frac{1}{2} a[(2(2) - 1)5^2] + V_0(5)$$

$$50 = \frac{1}{2} a(75) + V_0(5)$$

$$\Delta X = \frac{1}{2} a(2n - 1)t^2 + V_0 t = \frac{1}{2} a[(2(8) - 1)10^2] + V_0(10)$$

$$200 = \frac{1}{2} a(1500) + V_0(10)$$

حالا باید دستگاه رو حل کنیم

$$X-2 \begin{cases} 50 = \frac{1}{2} a(75) + V_0(5) \\ 200 = \frac{1}{2} a(1500) + V_0(10) \end{cases} \quad a = 0.15$$

کافیه معادله بالایی رو در عدد ۲- ضرب کنیم و با معادله پائینی جمعش کنیم تا  $V_0$  حذف بشه و در

اینصورت شتاب تقریبا ۰/۱۵ به دست میاد



بخش ۴: حرکت های دو متحرکه



بچه ها تا الان حرکت یابی را بررسی می کردیم که فقط یک محرک وجود داشت! مثلاً ماشین یا یک دوچرخه سوار تنها حرکت می کرد

حالا میخواهیم بریم سراغ سوالی که توی اونها دو تا محرک و ماشین وجود داره!! مثلاً ما میکن دو تا قطار بهمیگر رو تقیب میکنن یا دو تا ماشین به سمت بهمیگر

حرکت میکنند و قرار هست بهم برسند من این جور سوال دارم به درسه تقسیم میکنم:

**حالت اول:** اگر به ما بگویند که دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کرده اند و سپس در یک

نقطه مشترک به یکدیگر می رسند ما باید جا به جایی اونها رو با هم مساوی هم قرار بدهیم

$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$

**حالت دوم:** اگر دو متحرک از دو نقطه متفاوت و از فاصله  $d$  روبروی هم به سمت یکدیگر

حرکت کنند از فرمول زیر استفاده می کنیم :

$$d = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

**حالت سوم:** اگر دو متحرک از دو نقطه متفاوت و از فاصله  $d$  هردو به یک سمت حرکت کنند

از فرمول زیر استفاده می کنیم :

$$d = \Delta x_1 - \Delta x_2$$

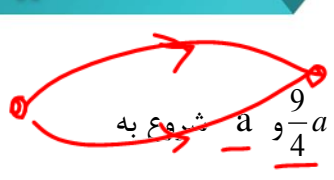
**نکته:**

**نکته:** اگر حرکت از نوع سرعت ثابت بود به جای دلتا ایکس باید از فرمول  $\Delta x = Vt$  بریم ولی اگر

حرکت شتابدار بود به جای دلتا ایکس باید از یکی از فرمول های زیر بریم

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V.t \quad V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x \quad \Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2}t$$





$(t)$   $(t+4)$

**تست:** دو متحرک همزمان و از یک نقطه و از حال سکون به ترتیب با شتابهای ثابت  $\frac{9}{4}a$  و  $a$  شروع به



حرکت مینمایند و با اختلاف زمانی ۴ ثانیه به مقصد میرسد، زمان حرکت اتومبیلی که زودتر میرسد چند

ثانیه است؟

$\Delta x_1 = \Delta x_2$

$\frac{1}{2} a (t+4)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{9}{4} a\right) t^2$

چون از یک جاده افتاده اند و یک مقصد مشترک هم میرند پس از محل اول باید بریم

$\Delta x_1 = \Delta x_2$

همچنین چون گفته حرکت شتاب ثابت هست پس از فرمول  $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2$  باید برویم:

$t+4 = \frac{3}{2} t$   
 $\frac{1}{2} t = 4$   
 $t = 8$

$\frac{1}{2} a (t+4)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{9}{4} a\right) t^2 \rightarrow t = 8 \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} a t^2$

**تست:** اتومبیلی با سرعت ثابت  $20 \text{ m/s}$  در حال حرکت است از ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب

$2 \text{ m/s}^2$  شروع به حرکت از حال سکون می نماید. فاصله ی زمانی بین دو سبقت این دو اتومبیل چند

ثانیه است؟

$d = \Delta x_1 - \Delta x_2$

$36 = vt - \frac{1}{2} a t^2$

$36 = 20t - t^2$

$d = vt - \frac{1}{2} a t^2$   $36 = 20t - t^2$   $t = 18, t = 2$   $\Delta t = 18 - 2 = 16$

$t^2 - 20t + 36 = 0$

$t = 2$   
 $t = 18$

اختلاف  $= 18 - 2 = 16$

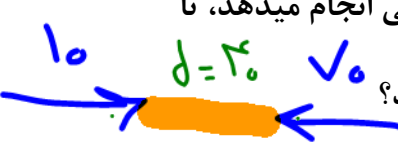


**تست:** دو قطار که در فاصله ۴۰ کیلومتری از هم قرار دارند، به ترتیب با سرعت‌های ۱۰ و ۷۰ کیلومتر

بر ساعت روی مسیر مستقیم به طرف یکدیگر حرکت میکنند. و به صورت فرضی در فاصله بین

آنها، پرنده‌ای با <sup>تندی</sup> ثابت ۳۰ کیلومتر بر ساعت، مدام حرکت رفت و برگشتی انجام میدهد، تا

لحظه رسیدن دو قطار به هم، پرنده چه مسافتی را بر حسب کیلومتر طی می کند؟



۱۲۰ (۴)

۶۰ (۳)

۳۰ (۲)

۱۵ (۱) ✓

یادتون باشه که پرنده تا لحظه رسیدن دو قطار به هم وقت داره که پرواز کنه پس اول زمان رسیدن دو قطار به هم رو حساب میکنیم بعد فرمول سرعت ثابت

رو برای پرنده می نویسیم و به جای زمانش، زمان رسیدن دو قطار به هم رو می نویسیم

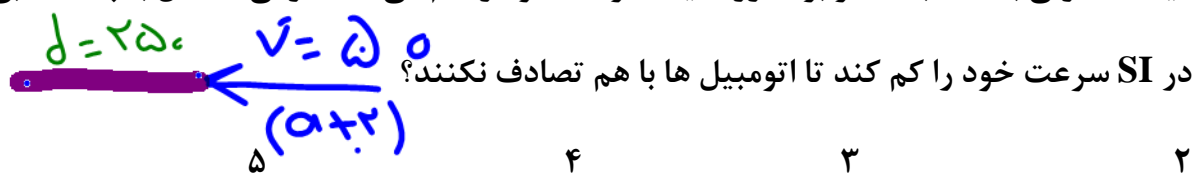
$$d = \Delta x_1 + \Delta x_2 \quad 40 = 10t + 70t \quad t = 0.5 \quad \Delta x_{\text{پرنده}} = v_{\text{پرنده}} \times t_{\text{پرنده}} = 15 \text{ km}$$

$$40 = 10t + 70t$$

**تست:** دو اتومبیل در یک مسیر مستقیم و در خلاف جهت یکدیگر در حال حرکتند، سرعت اولی

۲۰ و دومی ۳۰ متر بر ثانیه است. در لحظه‌ای که اتومبیل‌ها به ۲۵۰ متری هم میرسند، هر دو ترمز

میکنند، اولی با شتاب ۲ متر بر مذور ثانیه سرعت خود را کم می کند. دومی حداقل با چه شتابی



حل:

$$d = \Delta x_1 + \Delta x_2 \rightarrow 250 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} + \frac{v_2^2 - v_2^2}{2a} \rightarrow a = 3$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a \Delta x$$

$$0 - 20^2 = 2(a+2) 250 \rightarrow a = 3$$





**تست:** قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت ۴۰ متر بر ثانیه در حال حرکت است. قطار B به طول ۲۲۵ متر روی ریل مجاور توقف کرده. به محض آنکه قطار A کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت ۲ متر بر مجذور ثانیه در همان جهت قطار A شروع به حرکت میکند و سرعت خود را به ۵۰ متر بر ثانیه میرساند و با همان سرعت حرکت خود را ادامه میدهد. قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته و کاملاً از کنار آن عبور میکند؟

۱۰۵                      ۸۰                      ۸۲/۵                      ۵۷/۵

حل:

$$v = at + v_0 \rightarrow 50 = 2t \rightarrow t = 25 \rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta x_1 = 625$$

$$\Delta x_2 = vt \rightarrow \Delta x_2 = 40 \times 25 = 1000 \rightarrow \text{فاصله دو قطار} = 1000 - 625 = 375$$

$$d + l_1 + l_2 = vt - vt \rightarrow$$

$$375 + 200 + 225 = 50t - 40t \rightarrow t = 80$$

$$25 + 80 = 105$$



**تست:** موتور سوار ساکنی، توپی را با سرعت ۱۵ متر بر ثانیه در مسیری مستقیم پرتاب میکند، و همزمان با موتور خود با شتاب ثابت ۲ متر بر مجذور ثانیه به دنبال توپ شروع به حرکت میکند، اگر سرعت توپ در هر ثانیه کمتر شود، موتور سوار پس از طی چند متر به توپ میرسد؟

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-15}{10} = -1.5$$

۱۰۰                      ۱۵                      ۱۰

حل:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$

$$\frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2}a_2t^2 + v_0t$$

توپ

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \rightarrow \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t = \frac{1}{2}a_2t^2 + v_0t$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}t^2 + 15t = \frac{1}{2}2t^2 + 0 \rightarrow t = 10$$

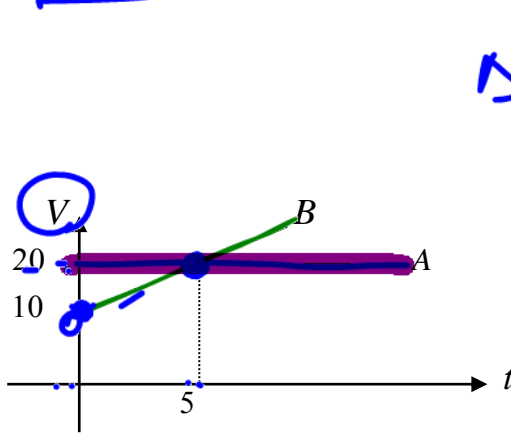
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = 100$$

$$2 \cdot \frac{1}{2}t^2 = 15t$$

$$t = 10$$



**تست:** اگر دو متحرک A, B از یک نقطه، در یک لحظه شروع به حرکت می کنند. در لحظه به هم رسیدن



دو متحرک سرعت A چند برابر B می شود؟  
 $\Delta x_A = \Delta x_B$   
 $v_0 t = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$   
 $2 \cdot t = \frac{1}{2} (2) t^2 + 10t$   
 $t = 10$   
 چون از یک جا راه افتاده اند و یک مقصد مشترک هم میرند پس از مدتی اول باید بریم

$\frac{V_A}{V_B} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

$\Delta x_1 = \Delta x_2$   
 $a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{5 - 0} = 2$

$V_B = at + v_0$   
 $2(10) + 10 = 30$

پس چون B حرکت شتاب ثابت هست پس از فرمول  $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2$  باید برویم، و چون A سرعت ثابت است باید از

برویم:  $\Delta x = Vt$

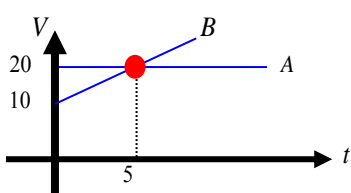
$20t = \frac{1}{2} 2 t^2 + v_0 t \rightarrow t = 10$

یعنی دو متحرک پس از ۱۰ ثانیه به هم میرسند!

حالا میخواهیم نسبت سرعت آنها را حساب کنیم. دقت کنید که متحرک A سرعت ثابت است یعنی همیشه سرعتش همان ۲۰ است، فقط سرعت متحرک B را باید از فرمول  $V=at+v$  محاسبه کنیم:

$\frac{V_A}{V_B} = \frac{20}{at + v} = \frac{20}{2 \times 10 + 10} = \frac{20}{30}$

راه تستی برای پیدا کردن زمان به هم رسیدن: کافیست t تقاطع دو نمودار را در عدد ۲ ضرب کنیم

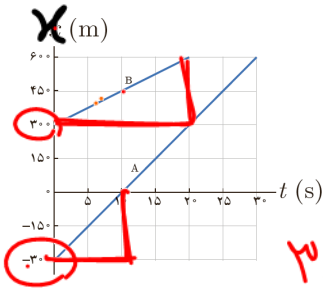


$2 \times 5 = 10$



2

**تست:** شکل زیر نمودار مکان زمان دو خودرو را نشان می دهد که روی خط راست حرکت می کنند. اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه زمان و مکانی به هم می رسند؟



Handwritten notes and calculations:

$$X_A = X_B \rightarrow V_B t + x_0 = V_A t + x_0$$

$$30t - 300 = 15t + 300 \rightarrow t = 40 \rightarrow x = 30(40) - 300 = 900$$

Options: ۶۵۰ و ۳۰, ۹۰۰ و ۳۰, ۸۰۰ و ۴۰, ۹۰۰ و ۴۰

Handwritten:  $t = 40$

**تست:** خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب  $2 \text{ m/s}^2$  بر مجذور ثانیه شروع به حرکت می کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت  $36 \text{ km/h}$  از آن سبقت می گیرد. در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می رسد؟

Handwritten notes:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \rightarrow \frac{1}{2} a t^2 = v t \rightarrow t^2 = 10t \rightarrow t = 10$$

Options: ۱۰۰ و ۵, ۵۰ و ۵, ۵۰ و ۱۰, ۱۰۰ و ۱۰

Handwritten:  $10 \times 10 = 100$

**تست:** دو شهر در فاصله ۷۵ کیلومتری از یکدیگر قرار دارند و دو اتومبیل A, B در مسیری مشابه فاصله این دو شهر را طی می کنند اگر اتومبیل A با تندی ثابت ۶۰ کیلومتر بر ساعت و ۱۵ دقیقه زودتر از اتومبیل B به حرکت درآمده باشد و ۱۵ دقیقه نیز دیرتر از اتومبیل B به مقصد برسد تندی متوسط اتومبیل B چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

- Options: ۱۲۰, ۱۰۰, ۹۰, ۸۰

اتومبیل A چون ۱۵ دقیقه زودتر راه افتاده و ۱۵ دقیقه دیرتر رسیده یعنی در مجموع نیم ساعت بیشتر از اتومبیل B در راه بوده است

$$\Delta x_A = V t \quad 75 = 60(t + 0.5) \rightarrow t_B = 0.75 \quad \Delta x_B = V_B t \quad 75 = V_B(0.75) \rightarrow V_B = 100$$

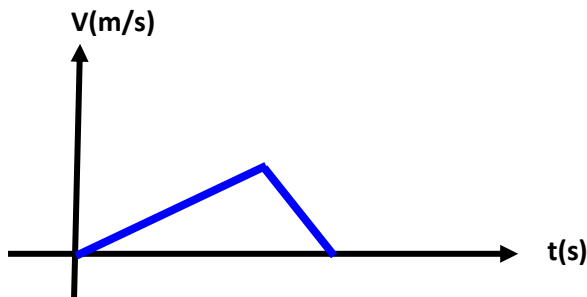


### حل سوالات حرکت شناسی به کمک رسم نمودار سرعت - زمان:

بچه حواستون باشه که بعضی وقت ها استفاده از فرمول های کلاسیک حرکت شناسی خیلی وقت گیر یا خیلی دشوار میشه! پس ما میتونیم کلک بزنییم و بار رسم نمودار سرعت زمان ، سوالات رو سریعتر حل کنیم.

تست: موتورسواری از حال سکون و با شتاب ثابت ۱ متر بر مجذور ثانیه در مسیری مستقیم شروع به حرکت میکند و پس از آنکه سرعتش به ۷ رسید ترمز میکند و با شتاب کندشونده ۴ متر بر مجذور ثانیه ترمز میکند تا پس از طی ۲۵۰ متر (از لحظه آغاز تا توقف کامل) می ایستد، در این صورت زمان کل حرکت چند ثانیه بوده است؟

پاسخ: ابتدا نمودار سرعت زمان آنرا رسم میکنیم:



چون شیب تکه دوم ۴ برابر تکه اول است پس نسبت مساحت دو تکه ۴ به ۱ است بنابراین در تکه اول ۲۰۰ متر و در تکه دوم ۵۰ متر رفته است و از رابطه مستقل از زمان مقدار ۷ برابر ۲۰ میشود و حالا کفایست مساحت کل شکل بالا را مساوی ۲۵۰ قرار دهیم تا زمان به دست آید

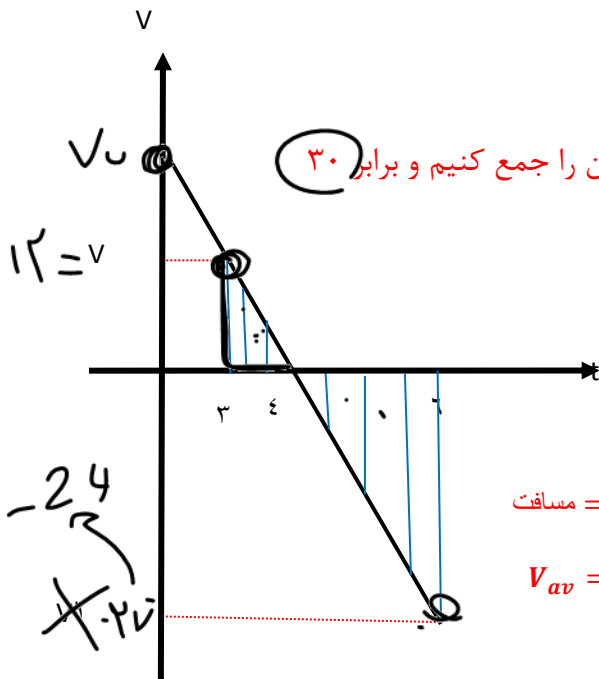
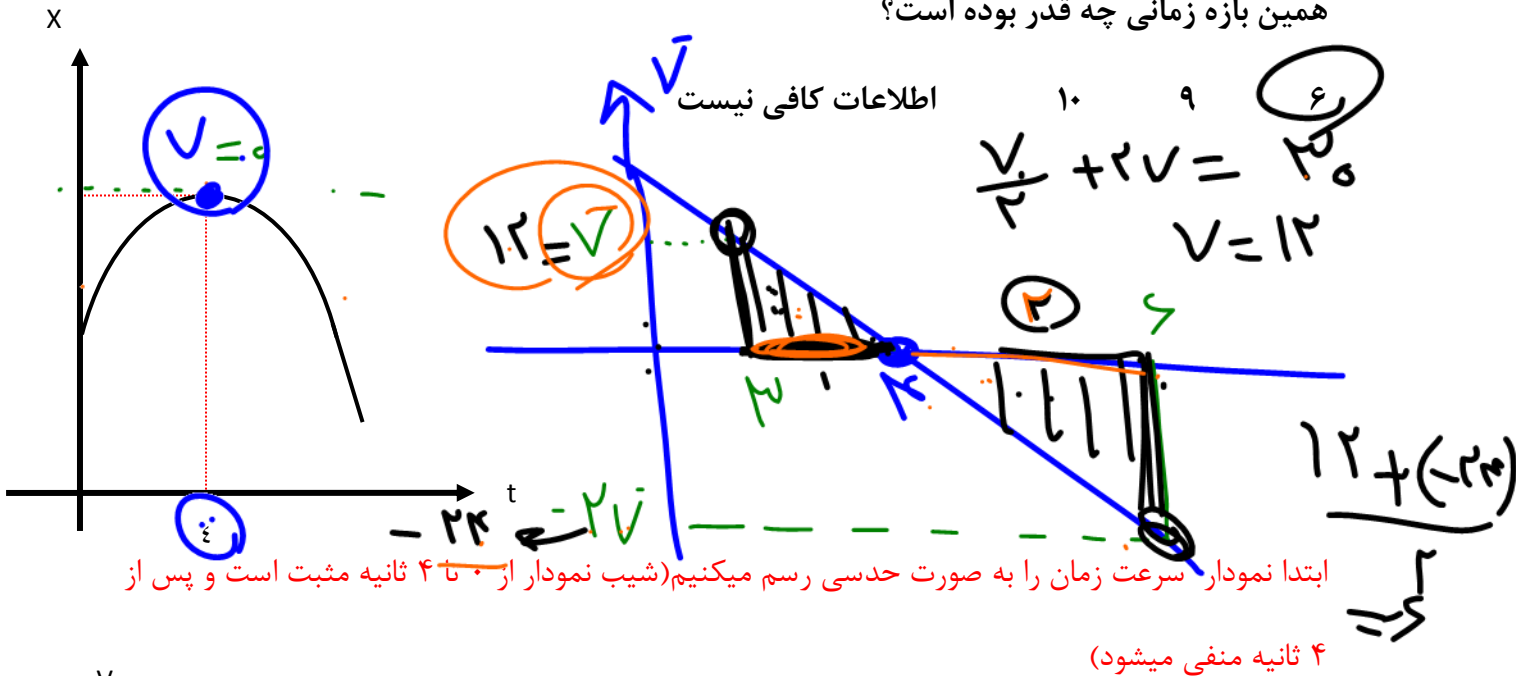
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \quad v_2^2 - 0 = 2(1)200 \quad v = 20$$

$$250 = \frac{20 \times t}{2} \quad t = 25$$



**تست:** نمودار مکان-زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور xها حرکت میکند، مطابق شکل روبروست، اگر مسافت طی شده در سه ثانیه دوم برابر ۳۰ متر باشد، اندازه سرعت متوسط در

همین بازه زمانی چه قدر بوده است؟



$$\text{مسافت} = \frac{1 \times v}{2} + \frac{2 \times 2v}{2} = 30 \quad v = 12$$

$$V_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{12 + (-24)}{2} = -6$$

چون اندازه را پرسیده جواب +۶ میشود



**نکته:** هرگاه حاصلضرب  $xv$  عددی مثبت شود یعنی متحرک از مبدا دور میشود و هرگاه هرگاه حاصلضرب  $xv$  عددی منفی شود یعنی متحرک به مبدا نزدیک میشود (بچه ها این نکته را با حاصلضرب  $av$  که نشان دهنده تندشونده و کندشونده بود اشتباه نگیرید!!!!)

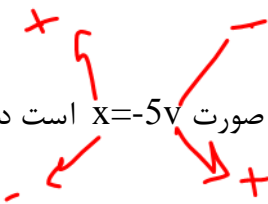
تندشونده  $av \rightarrow + \leftarrow$

کندشونده  $av \rightarrow - \leftarrow$

متحرک از مبدا دور میشود  $xv \rightarrow + \leftarrow$

متحرک به مبدا نزدیک میشود  $xv \rightarrow - \leftarrow$

**نکته:** رابطه سرعت-مکان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند به صورت  $x = -5v$  است در لحظه  $t$



متحرک چه وضعیتی دارد؟

به مبدا نزدیک میشود از مبدا دور میشود روی مبدا قرار دارد نمیتوان نظر قطعی داد

**جواب:** با توجه به معادله بالا اگر به  $v$  مقادیر  $+$  دهیم قطعاً  $x$  منفی میشود و بالعکس

بنابراین علامت  $x$  و  $v$  همواره خلاف هم میشود یعنی  $xv = -$  پس طبق نکته بالا متحرک به مبدا نزدیک

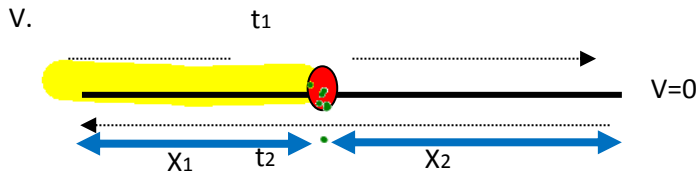
میشود

$$xv \rightarrow -$$



نکته درباره دو عبور متوالی از یک نقطه:

در حرکت روی خط راست اگر متحرک از یک نقطه دوبار در لحظات  $t_1$  و  $t_2$  عبور نماید، فرمول های تستی



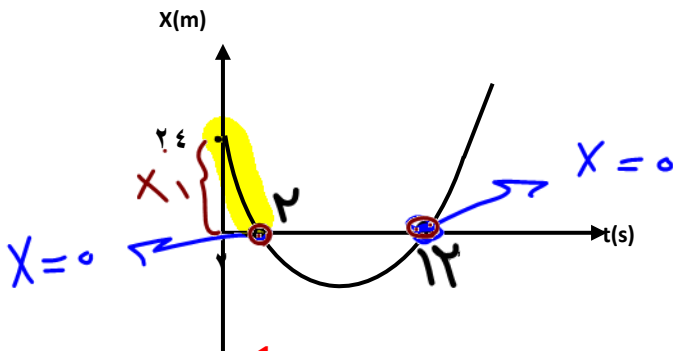
زیر برقرار است:

$$\left\{ \begin{aligned} V_{t_1, t_2} \text{ سرعت در } &= \frac{1}{2} a (t_2 - t_1) \\ V \text{ سرعت اولیه} &= \frac{1}{2} a (t_2 + t_1) = \frac{1}{2} (2)(2 + 12) \\ X_1 &= \frac{1}{2} a (t_2 \times t_1) \end{aligned} \right.$$

$\sqrt{v, v_0, a}$

تست: نمودار مکان زمان متحرکی مطابق زیر است، شتاب آن کدام گزینه است؟

-4      4      -2      2 ✓



$$X_1 = \frac{1}{2} a (t_2 \times t_1)$$

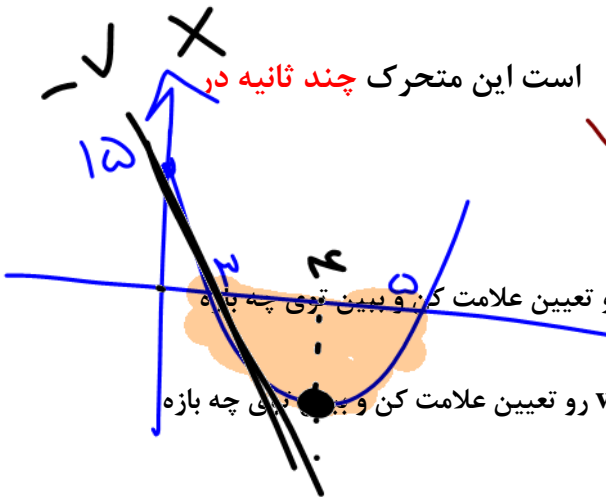
$$24 = \frac{1}{2} a (2 \times 12)$$

$$a = 2$$



بچه ها دوتا سوال خیلی قشنگ رو با هم بررسی کنیم، شما اول دوتا سوال رو با هم بخون و بگو فرقیشون چیه تا بعد جواب رو بگم بهتون؟؟؟

تست: معادله حرکت متحرکی به صورت  $x = t^2 - 8t + 15$  است این متحرک چند ثانیه در قسمت منفی محور Xها حرکت کرده است؟



تست: معادله حرکت متحرکی به صورت  $x = t^2 - 8t + 15$  است این متحرک چند ثانیه در جهت منفی محور Xها حرکت کرده است؟

بچه ها ما دوتا اصطلاح داریم که شبیه هم هستند دقت بکنید:

چند ثانیه در قسمت منفی محور Xها حرکت کرده یعنی: معادله X رو تعیین علامت کن و بین توی چه بازه زمانی X منفی بوده

چند ثانیه در جهت منفی محور Xها حرکت کرده است: یعنی معادله V رو تعیین علامت کن و بین توی چه بازه زمانی V منفی بوده

فهمیدی چی شد؟

حالا برای حل سوال اولی ریشه های معادله X را پیدا و تعیین علامت میکنیم

$$x = t^2 - 8t + 15 = 0 \quad x = 5, 3 = 5$$

t		3		5	
x		+		-	
					+

پس بین 3 تا 5 ثانیه X منفی بوده یعنی مجموعا به مدت 2 ثانیه

ولی برای حل سوال دومی اول مشتق میگیریم تا معادله سرعت به دست بیاد بعدش ریشه های معادله V را پیدا و تعیین علامت میکنیم

$$v = 2t - 8 = 0 \quad t = 4$$

t		4	
v		-	
			+

پس معادله سرعت از 0 تا 4 ثانیه منفی بوده پس 4 ثانیه منحرک

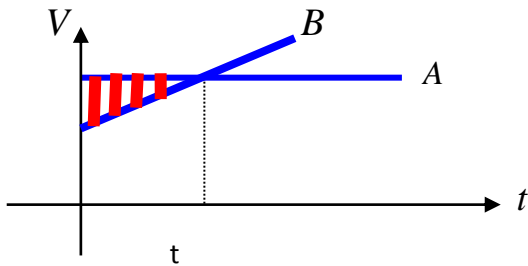
خلاف جهت محور X حرکت کرده





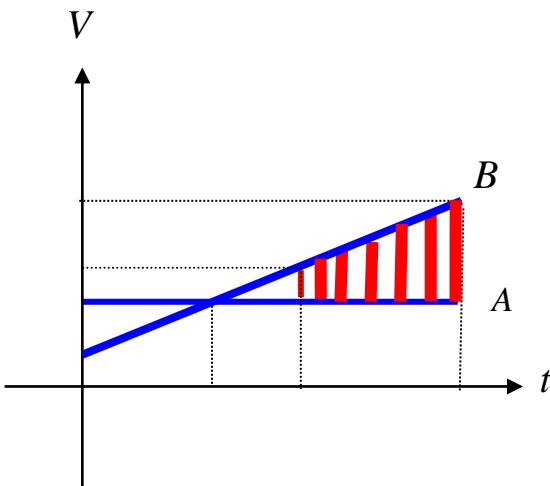
**نکته درباره بیشترین فاصله دو متحرک از هم که در تعقیب یکدیگر هستند**

اگر دو متحرک همزمان از یک نقطه روی خط راست و در یک جهت حرکت کنند بیشترین فاصله آنها از هم تا قبل از به هم رسیدن شان مربوط به زمان شروع تا لحظه ای است که سرعت ها در آن یکسان می شوند یعنی کافیست در شکل مقابل با رسم نمودار مساحت مثلثی را که با هاشور نشان داده شده محاسبه کنیم

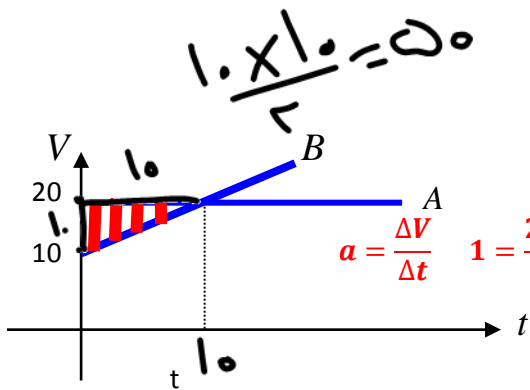


همچنین اگر در سوال از ما بپرسند بیشترین فاصله دو متحرک از لحظه آغاز تا پایان مسیر چقدر است باید مساحت ذوزنقه هاشور خورده شکل زیر را محاسبه کنیم و با مساحت مثلثی که در بالا توضیح دادیم مقایسه کنیم هر کدام که بزرگتر بود همان را در گزینه ها باید انتخاب کنیم

(برای درک بهتر به دو سوال بعدی خوب دقت کنید)



**تست:** اتومبیل A با سرعت ثابت ۲۰ متر بر ثانیه و اتومبیل B با سرعت اولیه ۱۰ متر بر ثانیه و با شتاب ۱ متر بر مجذور ثانیه در یک لحظه و از یک نقطه حرکت میکنند، بیشترین فاصله دو اتومبیل تا لحظه رسیدن به هم چند متر میشود؟



$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad 1 = \frac{20 - 10}{t} \quad t = 10 \quad \text{تفریق مساحت} = \frac{10 \times 10}{2} = 50$$

بینهایت      ۲۵۰      ۱۵۰      ۵۰ ✓

**تست:** اتومبیل A با سرعت ثابت ۲۰ متر بر ثانیه و اتومبیل B با سرعت اولیه ۱۰ متر بر ثانیه و با شتاب ۱ متر بر مجذور ثانیه در یک لحظه و از یک نقطه به سمت مقصد حرکت میکنند، بیشترین فاصله دو اتومبیل از هم چند متر می شود؟

بینهایت      ۷۵۰      ۱۵۰      ۵۰

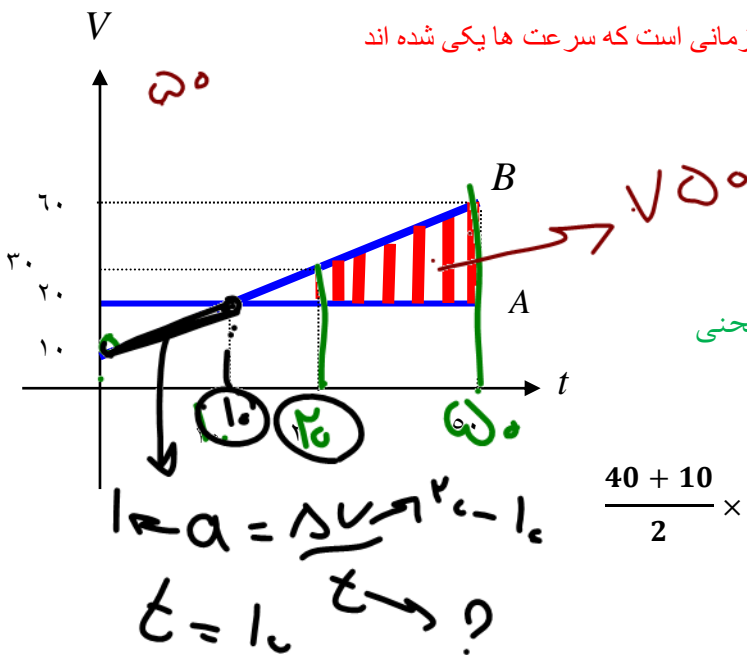
ابتدا زمانی را که طول میکشد تا متحرک B به انتهای مسیر خود برسد را محاسبه میکنیم و از روی آن سرعت را نیز در آن نقطه تعیین میکنیم:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \quad 1750 = \frac{1}{2}t^2 + 10t \quad t = 50$$

$$V = at + v_0 = 50 + 10 = 60$$

همچنین میدانیم که زمان به هم رسیدن دو متحرک دو برابر زمانی است که سرعت ها یکی شده اند پس زمان به هم رسیدن دو متحرک ۲۰ میشود پس داریم



حال بیشترین فاصله بین زمان است که

دو متحرک به هم رسیده اند تا لحظه پایانی مسیر

که از لحاظ نموداری میشود تفریق مساحت زیر دو منحنی

که همان مساحت دوزنقه قرمز است

$$\frac{40 + 10}{2} \times 30 = 750$$



$$v = at$$

بخش ۸: حرکت در راستای قائم (محور y)

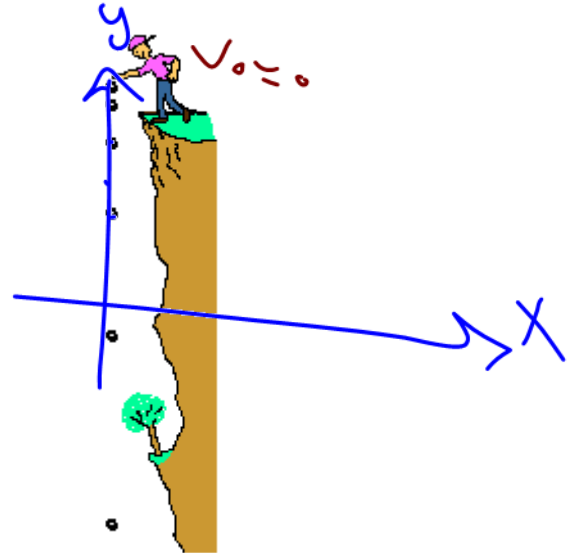


این بخش اگرچه در کتاب بچه های تجربی نیست ولی هم تجربی ها و هم ریاضی ها حتما بخونید

این قسمت رو، چون طراحان کنکور و امتحان نهایی میتونند به کمک قانون پایستگی انرژی از

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t^2$$

سوالات این بخش رو به تجربی ها هم بدهند.



در این بخش از کتاب می خواهیم به بررسی سقوط مواردی بپردازیم که مقاومت هوا در آنها وجود ندارد. به

این حالت بدون مقاومت هوا، حرکت سقوط آزاد گفته می شود. در این حالت نیرو گرانشی باعث می شود که

اجسام به سمت مرکز زمین با شتاب ثابت گرانشی سقوط کنند

در سقوط اجسام، اگر از مقاومت هوا صرف نظر کنیم، در تمامی نقاط کره زمین، سقوط همه اجسام به سمت

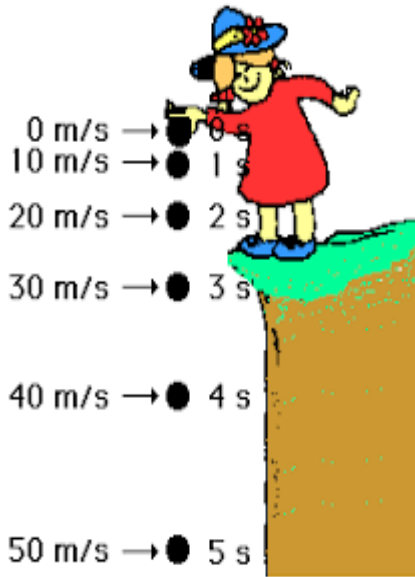
مرکز زمین و با شتابی ثابت صورت می گیرد (g) که این شتاب مستقل از جرم اجسام است. در واقع جسم

سنگین و سبک در سقوط آزاد به صورت یکسان و همزمان به سطح زمین رسند و در غیاب مقاومت هوا، هر

دو جسم به صورت همزمان به سطح زمین می رسند.



## فرمول های پرتاب در راستای قائم به پایین:



اگر گلوله در راستای قائم و در شرایط خلاء به پایین حرکت کند

کافیست همان فرمول های حرکت شتابدار را بنویسیم فقط به جای

$x$  باید  $y$  بنویسیم و به جای شتاب  $a$  مقدار  $g$  را بنویسیم!!!!

نقطه باید تعیین علامت هم انجام بدیم، برای این کار:

قانون ۱:  $g$  را در فرمول با علامت منفی می نویسیم

قانون ۲:  $\Delta Y$  را باید تعیین علامت کنیم: اگر عدد بود آنرا با علامت منفی می نویسیم. ولی اگر

مجهول بود آنرا + مینویسیم

قانون ۳:  $V$  نیز باید تعیین علامت شود: اگر عدد بود آنرا با علامت منفی می نویسیم. ولی اگر مجهول

بود آنرا + مینویسیم

مجهول  
عدد

$$\pm \Delta Y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$\pm V = -gt$$

$$V_2^2 = -2g(\pm \Delta Y)$$

در کتاب درسی نظام جدید با این فرض که سرعت اولیه در هنگام سقوط صفر است

سوالات را بررسی میکنیم!!!!!! (به جای  $V_0$  عدد صفر را جایگذاری کنید)



تذکر مهم: در حرکت ستون آزاد در راستای قائم و در شرایط خلا شتاب حرکت همواره برابر با شتاب جاذبه‌ی کره‌ی زمین است ( $g$ )، و در صورتی که

شرایط خلا نباشد شتاب برابر  $g$  نیست!!! و به جای آن باید  $a$  بنویسیم!!!!!!

تمرین: پلی در ارتفاع ۴۵ متری بالای سطح آب یک رودخانه قرار دارد، با صرف نظر از مقاومت

هوا سنگی از روی پل به پایین در راستای قائم رها میشود

الف: پس از چند ثانیه سنگ به سطح آب برخورد می کند

$$\pm \Delta Y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$-45 = -\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = 3$$

$$\pm \Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$-45 = -\frac{1}{2}(10)t^2$$

ب: سرعت سنگ در لحظه برخورد به سطح آب؟

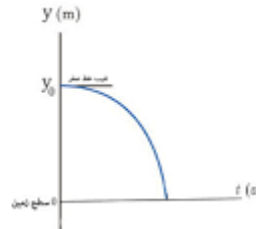
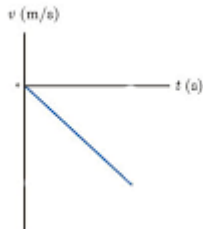
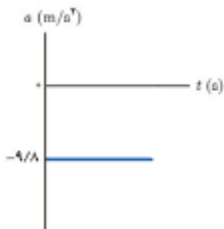
$$\pm V = -gt \rightarrow v = -10(3) = -30$$

$$tV = -10(3) = -30$$

ج: سرعت متوسط در کل مسیر؟

$$V = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{-45}{3} = -15$$

د: نمودارهای مکان زمان و سرعت زمان و شتاب زمان آن را رسم کنید.



**تست:** از بالای ساختمانی به ارتفاع ۱۷ متر، گلوله‌ای را رها میکنیم، اگر بالش‌ی به ارتفاع ۲ متر در پای



ساختمان قرار داشته باشد، پس از برخورد گلوله، حداکثر ضخامت بالش به ۰/۵ متر میرسد، با صرف نظر از

مقاومت هوا، اندازه شتاب گلوله از لحظه برخورد تا لحظه توقف چند  $g$  میشود؟  $v_1=0$

Handwritten notes and equations:

- $v_1 = 0$
- $v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y$
- $v_2^2 - 0 = 2(10)15 \rightarrow v_2^2 = 300$
- $v_2 = \sqrt{300} = 17.32$
- چون دوباره زمان صحبتی نشده بنابراین از فرمول مستقل از زمان میرویم
- ولی این کار را باید در دو مرحله انجام دهیم در مرحله اول چون مقاومت
- $v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y$  هوا ناچیز است بنابراین از
- ولی از زمانی که گلوله به بالش برخورد میکند اجازه نداریم  $g$  بنویسیم
- باید  $a$  بنویسیم یعنی:  $v_3^2 - v_2^2 = 2a\Delta y$
- $0 - 300 = 2(a)1.5 \rightarrow a = 100 \rightarrow a = 10g$

Handwritten notes and equations:

- $U_1 + K_1 = U_2 + K_2$
- $mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_2^2$
- $v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y \rightarrow v_2^2 - 0 = -2(10)(-15) \rightarrow v_2^2 = 300$
- $U_2 + K_2$
- $v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y$



**تست:** ارتفاع دوشی از سطح زمین ۱۸۰ سانتی متر است و قطرات آب با اختلاف زمانی ۰/۵ ثانیه می چکند. با صرف نظر از مقاومت هوا، بیشترین فاصله دو قطره متوالی چند سانتی متر میشود؟



۵

۱۸۰

۱۷۰

۱۷۵

بیشترین فاصله دو قطره زمانی است که قطره اول به مقصد رسیده باشد پس ابتدایید محاسبه کنیم که گلوله اول چه زمانی به زمین میرسد:

$$\pm \Delta Y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$-1/8 = -\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = 0/6$$

خوب همانطور که دیدیم گلوله اول پس از شش دهم ثانیه به زمین میرسد

حالاً که گنتی گلوله دوم کجاست؟ آفرین!! به اندازه پنج دهم ثانیه توی صاف بوده تا نوشتش بشه که حرکت کنه پس نقطه به اندازه یک دهم ثانیه سقوط کرده که از

محاط متری برابر میشو با:

$$0.6 - 0.5 = 0.1$$

$$\pm \Delta Y = -\frac{1}{2}gt^2 \quad \Delta Y = -\frac{1}{2}10(0.1)^2 = 0.05 = 5\text{cm}$$

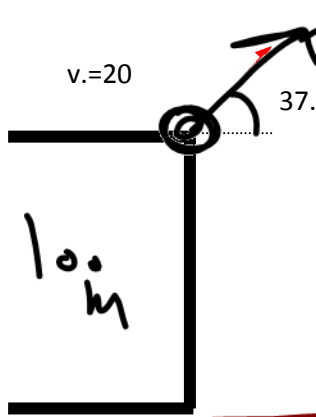
$$180 - 5 = 175\text{cm}$$

پس وقتی گلوله اول به زمین میرسد گلوله دوم فقط ۵ سانتیمتر پایین آمده و در نتیجه فاصله دو گلوله از هم ۱۷۵ سانتیمتر میشود



**تمرین:** از بالای ساختمانی به ارتفاع ۱۰۰ گلوله ای را تحت زاویه ۳۷ با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه به بالا پرتاب میکنیم

اگر ۳۰ درصد از انرژی اولیه در طول مسیر تلف شود، گلوله با چه سرعتی به زمین برخورد میکند؟



پس با دقت زیاد!!! حواستون باشه!

این سوال دیکه ربطی به سقوط آزاد نداره!!! چون هم پرتاب به بالاست و هم زاویه داره مست!!

این سوال رو باید از قانون پایستگی انرژی (از فیزیک) استفاده کنیم

$$\frac{70}{100} (mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2) = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\frac{70}{100} (10(100) + \frac{1}{2}20^2) = 0 + \frac{1}{2}v_2^2$$

$$v = \sqrt{2 \times 840}$$







۳۸ ال ۳۰

تست:

در شرایط خلا و از ارتفاع خیلی خیلی بلند، گلوله ای را با سرعت اولیه ۵۹ متر بر ثانیه و تحت زاویه ۲۳ درجه نسبت به راستای افقی به بالا پرتاب میکنیم در دو ثانیه ی بیستم حرکت، بزرگی

سرعت گلوله چند متر بر ثانیه تغییر میکند؟ (  $g=10$  و  $\sin 43=0,68$  )

۲۰                      ۴۰                      ۵۹                      ۱۰

$$g \leftarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

پسرای زرنک و دخترای باهوش من!!!!

$$10 = \frac{\Delta v}{2} \rightarrow \Delta v = 20$$

بازم حواستون باشه یه وقت فکر نکنید این سوال خارج از مباحث کتاب درسی هست!!!

این سوال هیچ ربطی به حرکت های پرتابی نداره و هم دانش آموزهای رشته ریاضی و هم دانش آموزهای رشته تجربی باید جواب بدن به اون..... پس برگرد و دوباره سوال رو بخون و سعی کن حلش کنی!

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow g = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow 10 = \frac{\Delta v}{40 - 38} \rightarrow \Delta v = 10 \times 2 = 20$$

ماتوی این سوال از فرمول شتاب استفاده کردیم فقط به جای شتاب مقدار  $g$  را نوشتیم و ضمناً دو ثانیه بیستم هم یعنی بین ۳۸ تا ۴۰ ثانیه بقیه اشتم که

جاگذاری ساده بود!!!

سرعت اولیه ۵۹ داده بودم و زاویه پرتاب که ۲۳ درجه داده بودم هم سرکاری بود! بلاخانی به خواست کول بزنه شمارو !!! امیدوارم کول

نخورده باشی!



**تست:** سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می شود. اگر سنگ در ۲ ثانیه ی آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، به ترتیب از راست به چپ ارتفاع ساختمان چند متر است و سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چقدر است؟ (ویژه دانش آموزان ریاضی)

۸۰ و ۳۰+                      ۱۰۰ و ۳۰-                      ۸۰ و ۲۰                      ۸۰ و ۳۰-

**حل:** یک بار فرمول را برای کل مسیر و یکبار برای ۲ ثانیه آخر مینویسیم:

$$h_{\text{کل}} = \frac{1}{2}gt_{\text{کل}}^2 \quad \text{و} \quad h_{\text{کل}} - 60 = \frac{1}{2}g(t_{\text{کل}} - 2)^2 \rightarrow h_{\text{کل}} \approx 80$$

اکنون فرمول مستقل از زمان را برای پیدا کردن سرعت می نویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \rightarrow v \approx -30$$

پسر و دختر! فصل اول تموم شد (تمامم تمامم!) حالا بریم برای جمع بندی



## جمع بندی فصل حرکت شناسی

**جابجایی:** برداری که از ابتدای مسیر حرکت به انتهای مسیر متصل می شود (نقطه ی شروع را باید به نقطه ی پایان وصل کنیم).

تفاوت مسافت  
با جابجایی

**مسافت:** طول کل مسیر طی شده توسط یک متحرک که ارتباطی به ابتدا و انتهای مسیر ندارد. (تکه تکه ی مسیر را باید در نظر بگیریم)

$$s = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$$

تندی متوسط

تفاوت سرعت متوسط  
با تندی متوسط

$$v = \frac{\text{جابجایی}}{\text{زمان}}$$

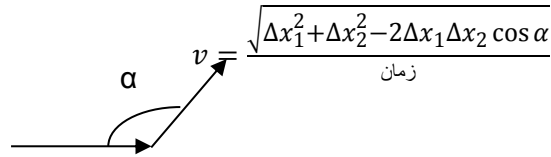
سرعت متوسط

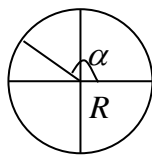
سرعت کمیتی برداری است ولی تندی کمیتی اسکالر است



$$\begin{array}{c} x_1 \qquad \qquad \qquad x_2 \\ | \qquad \qquad \qquad | \\ \hline t_1 \qquad \qquad \qquad t_2 \end{array} \Rightarrow \bar{V} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\begin{array}{c} x_1 \qquad \qquad \qquad x_2 \\ | \qquad \qquad \qquad | \\ \hline t_1 \qquad \qquad \qquad t_2 \end{array} \rightarrow \bar{V} = \frac{x_1 + x_2}{t_1 + t_2}$$

$$v = \frac{\sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 - 2\Delta x_1 \Delta x_2 \cos \alpha}}{\text{زمان}}$$




$$\bar{V} = \frac{v R \sin \frac{\alpha}{2}}{\Delta t}$$

معادله ای  $X = t^r + vt + \dots$

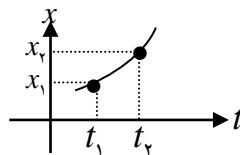
$$\begin{array}{l} t_1 = x_1 \dots \bar{V} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \\ t_2 = x_2 \dots \end{array}$$

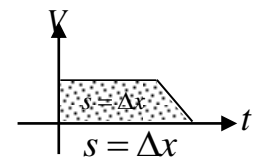
اگر  $X$  را به ما ندهند  $\begin{array}{c} V_1 \qquad \qquad \qquad V_2 \\ | \qquad \qquad \qquad | \\ \hline t_1 \qquad \qquad \qquad t_2 \end{array} \rightarrow \bar{V} = \frac{V_1 t_1 + V_2 t_2}{t_1 + t_2}$

مدلهای سرعت متوسط

اگر  $t$  را به ما ندهند  $\begin{array}{c} x_1 \qquad \qquad \qquad x_2 \\ | \qquad \qquad \qquad | \\ \hline v_1 \qquad \qquad \qquad v_2 \end{array} \rightarrow \bar{V} = \frac{x_1 + x_2}{\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2}}$

(حالات خاص)

نمودار  $x-t$    $\Rightarrow \bar{V} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

نمودار  $V-t$    $\Rightarrow \bar{V} = \frac{S_V}{\Delta t}$

(فقط در شتاب ثابت)  $V \Rightarrow \bar{V} = \frac{V_1 + V_2}{2}$  سرعت ابتدا و

انتهای را به ما بدهند

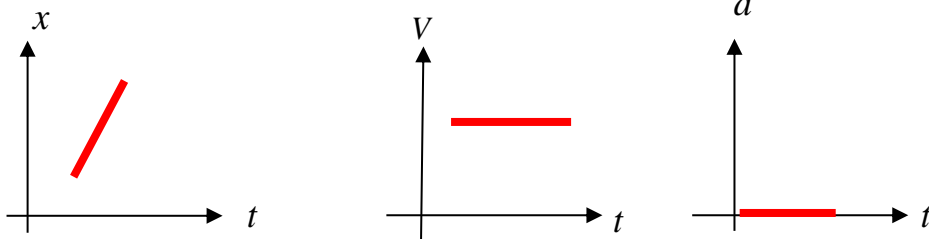




(  $a = 0$  )

حرکت با سرعت ثابت روی خط راست:

$\Delta X = Vt$  یا  $X = Vt + X_0$



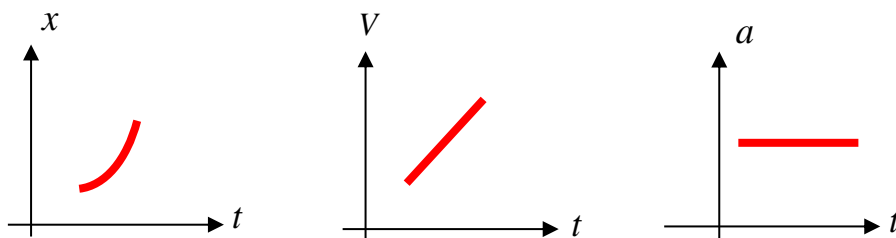
حرکت با شتاب ثابت روی خط راست:

$$X = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + X_0$$

$$V = at + V_0$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta X$$

$$\Delta X = \frac{V_1 + V_2}{2}t$$



حالات مختلف حرکت یک متحرک:

۱- تند شونده  $av \rightarrow + \leftarrow$

۲- سرعت ثابت روی خط راست (یکنواخت)  $a = 0$

۳- کندشونده  $av \rightarrow - \leftarrow$

شرط تغییر جهت } سرعت در آن نقطه صفر شود.  
روی خط راست } سرعت در آن نقطه تغییر علامت بدهد

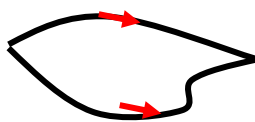
$\Delta X = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t$  در t ثانیه اول

$\Delta X = \frac{1}{2} a(2t - 1) + V_0$  در tام ثانیه

$\Delta X = \frac{1}{2} a(2n - 1)t^2 + V_0 t$  در nام ثانیه

$at^2 = \frac{\Delta x_n - \Delta x_m}{n - m}$

جابه جایی در n ثانیه های متوالی:



$\Delta x_1 = \Delta x_2$



حرکت دو متحرکه:  $d = \Delta x_1 + \Delta x_2$



$d = \Delta x_1 - \Delta x_2$

$\pm \Delta Y = -\frac{1}{2} gt^2 \pm V = -gtV_2^2 = -2g(\pm \Delta Y)$

سقوط آزاد:



## تست و تکالیف پایان فصل

**تست ۱:** چند مورد از گزینه‌های زیر کاملاً صحیح است؟ (تالیفی)

(۱) صفر مورد (۲) یک مورد (۳) دو مورد (۴) سه مورد

(الف) در حرکت‌های دایره‌ای مسافت پیموده شده کوچک‌تر از اندازه جابه‌جایی نیست ولی در حرکت روی خط راست همواره جابه‌جایی برابر مسافت است.

(ب) مسافت کمیتی نرده‌ای و جابه‌جایی کمیتی اسکالر است.

(ج) هیچگاه بردار جابه‌جایی، برداری نیست که مبدأ مکان را به محل نهایی جسم وصل می‌کند.

(د) اگر متحرکی روی خط راست  $X$  متر جلوبرود سپس در همان راستا و خلاف جهت روی خط راست، به نقطه آغازین حرکت خود بازگردد می‌توانیم ادعا کنیم اندازه مسافت به اندازه جابه‌جایی،  $100\%$  درصد، بیشتر از اندازه جابه‌جایی است.

**تست ۲:** متحرکی از نقطه  $y = +2$  شروع به حرکت نموده و با جابه‌جایی‌هایی متوالی  $\vec{d}_1 = 4\vec{j}$  و  $\vec{d}_2 = -14\vec{j}$  در مدت زمان کلی  $10$  ثانیه به نقطه  $A$  می‌رسد. بردار جابه‌جایی کل این متحرک و بردار مکان  $A$  و تندی متوسط در این ده ثانیه در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (تالیفی)

(۱)  $1.8, -8\vec{j}, -10\vec{j}$  (۲)  $1, -8\vec{j}, -10\vec{j}$

(۳)  $1.8, -18\vec{j}, -18\vec{j}$  (۴)  $1, -18\vec{j}, -18\vec{j}$

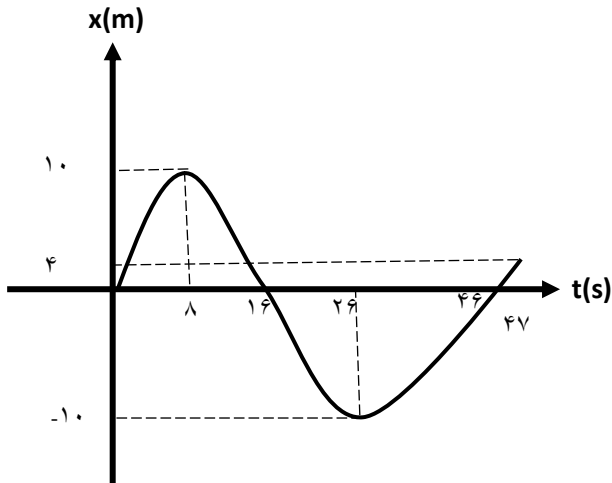
**تست ۳:** متحرکی  $\frac{1}{2}$  مسیر خود را با سرعت  $V$ ،  $\frac{1}{4}$  مسیر را با سرعت  $\frac{V}{2}$ ،  $\frac{1}{8}$  مسیر را با سرعت  $\frac{V}{4}$  و به همین صورت تا انتها طی می‌کند. سرعت متوسط این متحرک چه قدر است؟ (المپیاد فیزیک)

(۱)  $\frac{V}{2}$  (۲)  $\frac{V}{3}$  (۳)  $\frac{V}{4}$  (۴) صفر





**تست ۴:** نمودار مکان- زمان جسمی که روی خط راست در حرکت است مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در مدتی که بردار مکان آن در خلاف جهت محور  $x$  است، چند برابر بزرگی سرعت متوسط آن در مدتی است که متحرک در خلاف جهت محور  $x$  حرکت می کند؟  
(تالیفی)



۱ (۱)

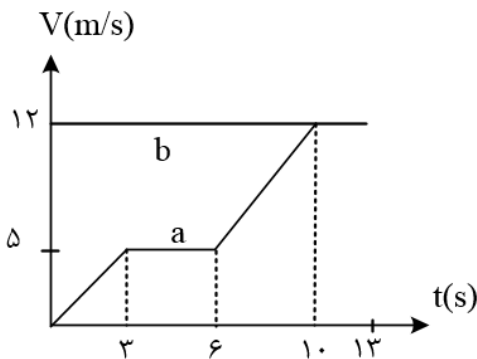
۲ (۲)

$\frac{3}{5}$  (۳)

$\frac{6}{5}$  (۴)

**تست ۵:** دو متحرک  $a$  و  $b$  روی یک خط راست و در یک جهت حرکت می کنند. نمودار سرعت - زمان این دو متحرک که در لحظه  $t = 0$  در یک مبدا بوده اند، مطابق شکل است. این دو متحرک:

(المپیاد فیزیک مرحله اول)



(۱) در ۱۵۶ متری مبدا به هم می رسند.

(۲) پس از ۱۰ ثانیه به هم می رسند.

(۳) پس از ۱۳ ثانیه به هم می رسند.

(۴) اصلا به هم نمی رسند.

**تست ۶:** اتومبیلی فاصله  $y$  بین دو شهر را با سرعت متوسط  $60 \frac{km}{h}$  در مسیر مستقیم طی کرده است. کدام یک از جمله های زیر قطعا درست است؟ (المپیاد فیزیک-مرحله اول)

(۱) اتومبیل در بین راه توقف نکرده است.

(۲) اتومبیل با سرعت  $60 \frac{km}{h}$  حرکت کرده است.

(۳) فاصله  $y$  دو شهر از  $60km$  بیشتر نیست.

(۴) سرعت اتومبیل حداقل یک بار  $60 \frac{km}{h}$  بوده است.



**تست ۷:** سه متحرک A، B و C بر روی محور xها در حال حرکت هستند. در جدول زیر بردار مکان و سرعت این سه متحرک در لحظه های  $t_1 = 1s$  و  $t_2 = 2s$  آورده شده است. تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط چند متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 2s$  قطعا با یکدیگر برابر نیست؟ (آزمون قلمچی)

۳ (۴)

۲ (۳)

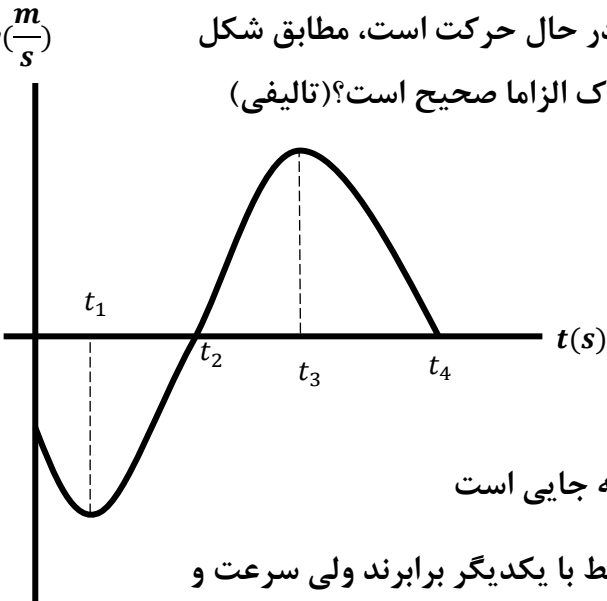
۱ (۲)

۰ (۱)

متحرک	$t(s)$	$\vec{d}(m)$	$\vec{v}(\frac{m}{s})$
A	1	$4\vec{i}$	$5\vec{i}$
	2	$2\vec{i}$	$10\vec{i}$
B	1	$-5\vec{i}$	$-4\vec{i}$
	2	$-3\vec{i}$	$-6\vec{i}$
C	1	$2\vec{i}$	$-4\vec{i}$
	2	$-3\vec{i}$	$-2\vec{i}$

**تست ۸:** نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور ایکس ها در حال حرکت است، مطابق شکل روبرو است. چند مورد از گزینه های زیر در مورد حرکت متحرک الزاما صحیح است؟ (تالیفی)

(۱) صفر مورد (۲) یک مورد (۳) سه مورد (۴) چهار مورد



الف: در بازه زمانی  $t_0$  تا  $t_2$  مسافت طی شده برابر با بزرگی جابه جایی است

ب: در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_3$  تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابرند ولی سرعت و تندی لحظه ای ها یکسان نیست

ج: در بازه زمانی  $0$  تا  $t_2$  جهت بردار مکان و جهت حرکت خود متحرک تغییر نمی کند

د: در لحظات  $t_1$  و  $t_3$  جهت حرکت متحرک تغییر کرده است ولی تغییر جهت بردار مکان قابل حدس نیست



تست ۹: معادله مکان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می کند، در SI به صورت  $x = t^2 - 4t + 3$  است چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

- (۱) ۵      (۲) ۴      (۳) ۳      (۴) ۲

الف: سرعت متوسط بین لحظات ۱۲ ثانیه تا ۳۸ با سرعت لحظه‌ای در لحظه ۲۵ برابر است

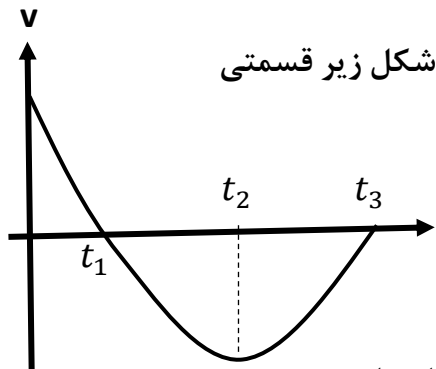
ب: متحرک در لحظه ۲ ثانیه تغییر جهت میدهد

ج: بردار مکان در لحظات ۱ ثانیه و ۳ ثانیه تغییر جهت میدهد

د: در ۵ ثانیه اول، سرعت متوسط ۱ متر بر ثانیه و تندی متوسط  $2/6$  متر بر ثانیه است

ج: در لحظه ۵ ثانیه، سرعت و تندی متوسط هردو برابرند با ۶ متر بر ثانیه

تست ۱۰: نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می کند، مطابق شکل زیر قسمتی از یک سهمی است. کدام یک از موارد زیر درست است؟ (تالیفی)



الف) در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_3$  شتاب متحرک مثبت و سرعت منفی است.

ب) در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  بزرگی سرعت متحرک پیوسته در حال کاهش است

پ) شتاب متوسط در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  برابر شتاب متوسط در بازه زمانی  $t_2$  تا  $t_3$  است

ت) در بازه زمانی  $t_2$  تا  $t_3$  بردار سرعت و بردار شتاب همجهت هستند

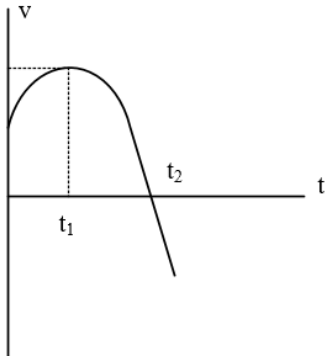
و) اگر نمودار بالا یک نمودار مکان زمان میبود، از  $t_1$  تا  $t_2$  سرعت منفی و شتاب مثبت میگردید

ه) اگر نمودار بالا یک نمودار مکان زمان میبود، از  $t_2$  تا  $t_3$  سرعت و شتاب هردو مثبت بودند

- (۱) و ه      (۲) الف و ه      (۳) الف ب پ ت      (۴) پ و ت ه



**تست ۱۱:** نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می کند، مطابق شکل زیر قسمتی از یک سهمی است. کدام مورد درست است؟ (کنکور سراسری)

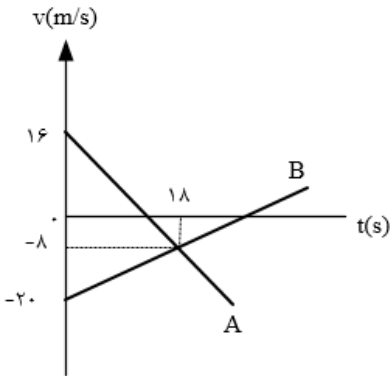


- (۱) در بازه صفر تا  $t_1$  تندی در حال کاهش است.
- (۲) بزرگی شتاب در لحظه ی صفر و  $t_2$  برابر است.
- (۳) در بازه ی صفر تا  $t_2$  شتاب خلاف جهت محور  $x$  است.
- (۴) بزرگی شتاب متوسط در بازه ی  $t_1$  تا  $t_2$  بیشتر از بزرگی شتاب متوسط در بازه ی صفر تا  $t_2$  است.

**تست ۱۲:** متحرکی فاصله  $A$  تا  $B$  را روی مسیر مستقیم در مدت زمان ۳ ثانیه بدون تغییر جهت طی می کند. تندی متوسط این متحرک در ثانیه دوم ۲۰ درصد بیشتر از تندی متوسط در ثانیه اول و تندی متوسط در ثانیه سوم ۲۵ درصد بیشتر از تندی متوسط متحرک در ثانیه دوم است. اگر تندی متوسط متحرک در ۲ ثانیه اول حرکت  $24/2$  متر بر ثانیه باشد، فاصله  $A$  تا  $B$  چند متر است؟ (آزمون قلمچی)

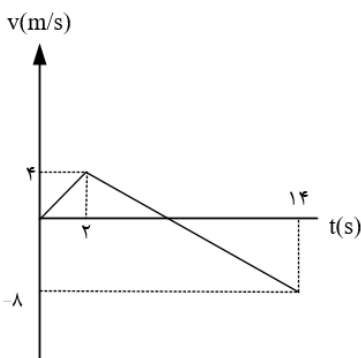
- (۱)  $78/45$       (۲)  $96/4$       (۳)  $81/4$       (۴)  $48/2$

**تست ۱۳:** نمودار سرعت - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  که روی محور  $x$  حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. در مدتی که متحرک  $A$  در جهت محور  $x$  حرکت کرده است، بزرگی جابه جایی متحرک  $B$ ، چند متر است؟ (کنکور سراسری)



- (۱)  $186$       (۲)  $192$       (۳)  $200$       (۴)  $228$

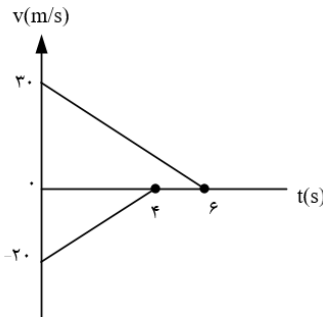
**تست ۱۴:** متحرکی روی محور  $x$  حرکت می کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل روبه رو است. متحرک در ۱۴ ثانیه ی اول، چند ثانیه در سوی مخالف محور  $x$  حرکت کرده است؟ (کنکور سراسری)



- (۱)  $4$       (۲)  $6$       (۳)  $8$       (۴)  $12$



**تست ۱۵:** دو قطار در امتداد یک خط راست به طرف یک دیگر حرکت می کنند. نمودار تغییرات سرعت بر حسب زمان دو قطار مطابق شکل است. اگر در لحظه  $t = 0$  فاصله ی دو قطار از هم ۲۰۰ متر باشد، وقتی دو قطار متوقف می شوند، چند متر از هم فاصله دارند؟



۷۰ (۲)

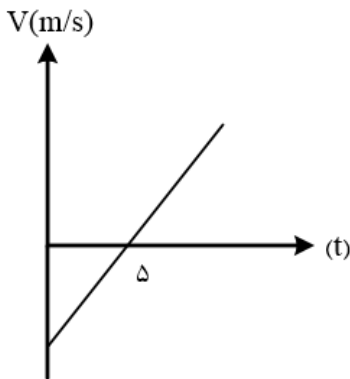
۲۰ (۱)

۱۵۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

**تست ۱۶:**

شکل زیر نمودار سرعت - زمان متحرکی را در حرکت روی خط راست نشان می دهد. اگر تندی متوسط در ۴ ثانیه دوم  $15 \frac{m}{s}$  باشد، اندازه سرعت متوسط در ۶ ثانیه اول چند  $\frac{m}{s}$  است؟



۲۶ (۴)

۲۴ (۳)

۲۳ (۲)

۱۴ (۱)

**تست ۱۷:**

یک متحرک روی یک مسیر مربعی شکل با تندی ثابت  $5 \frac{cm}{s}$  بدون تغییر جهت حرکت خود، در حال حرکت است. اگر طول هر ضلع مربع ۱۵ سانتی متر باشد. پس از ۹ ثانیه، کدام یک از اعداد زیر می تواند سرعت متوسط حرکت این متحرک بر حسب سانتی متر بر ثانیه باشد؟ ( $\sqrt{2} \approx 1/5$ )

$\frac{3}{2}$  (۴)

۲ (۳)

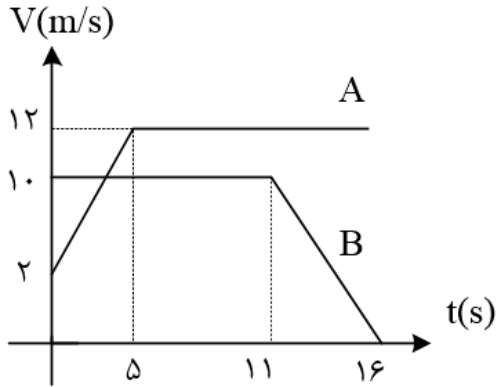
$\frac{1}{2}$  (۲)

۱ (۱)



تست ۱۸:

نمودار سرعت زمان دو متحرک A و B، که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل مقابل است. اگر در لحظه ی  $t = 0$ ، هر دو در مکان  $x = 0$  قرار داشته باشند، چند ثانیه پس از آن، دو متحرک به هم می رسند؟ (کنکور سراسری)



۱۲ (۳)

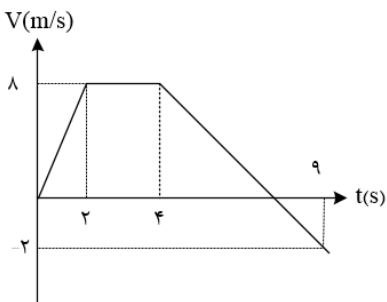
۸ (۲)

۷/۵ (۱)

۱۴ (۴)

تست ۱۹:

نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور x از مکان  $x_0 = -36m$  شروع به حرکت می کند، مطابق شکل روبه رو است. پس از چند ثانیه متحرک برای اولین بار از مبدا مکان می گذرد؟



۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)



**تست ۲۰:** متحرکی با سرعت ثابت روی محور  $x$  در حال حرکت است و در لحظه  $t = 2s$  به مبدأ مکان می‌رسد. اگر متحرک  $2s$  بعد از این لحظه به نقطه  $x = -6m$  برسد، معادله مکان - زمان متحرک در  $S/m$  کدام است؟

$$x = -3t + 6 \quad (۲)$$

$$x = -3t - 6 \quad (۱)$$

$$x = 3t + 6 \quad (۴)$$

$$x = 3t - 6 \quad (۳)$$

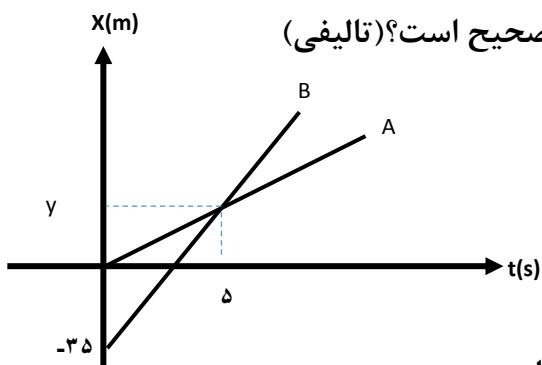
**تست ۲۱:** قطاری به طول  $300m$  با سرعت ثابت  $20$  متر بر ثانیه به پلی به طول  $500m$  می‌رسد. اگر مدت زمانی که طول می‌کشد تا قطار به طور کامل از روی پل بگذرد را با  $t_1$  و همچنین مدت زمانی که قطار به طور کامل روی پل بوده است را با  $t_2$  نشان دهیم، نسبت  $\frac{t_1}{t_2}$  کدام است؟ (تالیفی)

۴(۱)

۵(۲)

۲(۳)

۱/۵(۴)



**تست ۲۲:** با توجه به نمودارهای مکان - زمان روبه‌رو، کدام موارد صحیح است؟ (تالیفی)

الف: هر دو متحرک دارای سرعت ثابت هستند

ب: هر دو متحرک دارای سرعت یکسان هستند

د: در  $5$  ثانیه اول حرکت، جابه‌جایی  $A$  بیشتر از  $B$  است

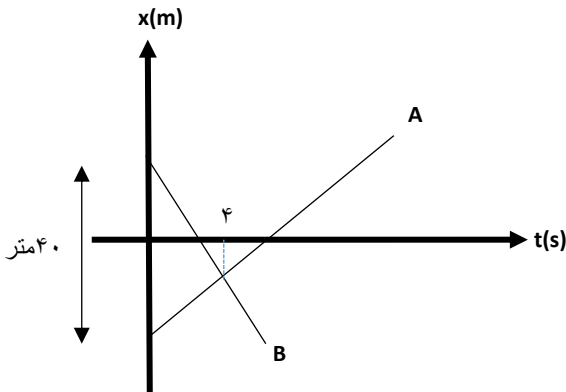
ج: سرعت متحرک  $B$   $15$  متر بر ثانیه از سرعت متحرک  $A$  بیشتر است

(۱) فقط الف د (۲) فقط الف د ج (۳) فقط الف (۴) هر ۴ مورد صحیح است



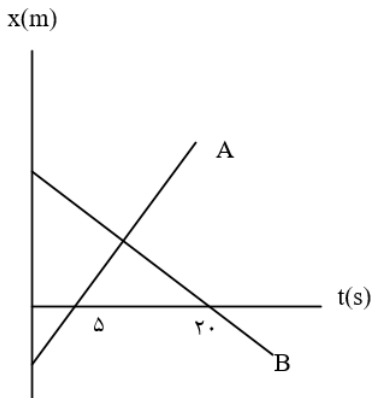
**تست ۲۳:** اگر بردار جابه‌جایی  $B$  در سه ثانیه یکصد و بیست و ششم حرکت به صورت  $18i$  - باشد تندی متحرک  $B$  چند درصد بیشتر از تندی متحرک  $A$  است؟ (تالیفی)

(۱) ۲۵ درصد (۲) ۳۰ درصد (۳) ۵۰ درصد (۴) ۷۵ درصد



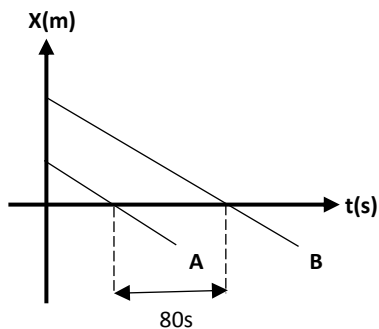
**تست ۲۴:**

نمودار مکان - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  مطابق شکل زیر است اگر در لحظه  $t = 0$  فاصله ی دو متحرک ۱۵۰ متر باشد. و تندی متحرک  $A$ ، ۲ برابر تندی متحرک  $B$  باشد، فاصله ی دو متحرک در لحظه  $t = 20s$  چند متر است؟ (کنکور سراسری)



(۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۰۰

**تست ۲۵:** با توجه به شکل زیر که خطوط موازی مربوط به نمودارهای مکان - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  است، اگر تندی  $A$  برابر ۵ متر برثانیه باشد. فاصله دو متحرک از یکدیگر در مبدأ زمان چند متر بوده است؟ (تالیفی)



(۱) ۴۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) اطلاعات کافی نیست





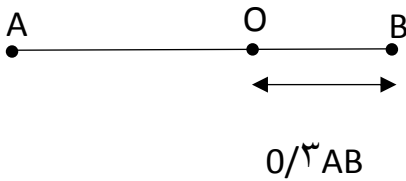
**تست ۲۶:** دو متحرک از نقطه های A و B با سرعت های ثابت، به طرف یکدیگر شروع به حرکت می کنند و در نقطه O به یکدیگر می رسند. اگر مدت زمانی که متحرک سریع تر، از نقطه O به نقطه مقابل خود (A یا B) می رسد برابر ۱۵s باشد، مدت زمان رسیدن متحرک دیگر از نقطه O به نقطه مقابلش، تقریباً چند ثانیه است؟ (تالیفی مشابه کنکور سراسری)

۹۰ (۴)

۱۸/۵ (۳)

۸۲ (۲)

۳۵ (۱)



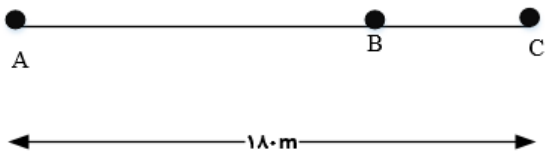
**تست ۲۷:** دو متحرک هم زمان از نقطه های A و C با سرعت های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می کنند و در نقطه B از کنار هم می گذرند و در ادامه، ۱۶s طول می کشد تا متحرک اول از B به C برسد و ۲۵s طول می کشد تا دومی از B به A برسد. سرعت متحرک اول و فاصله دقیق BC در SI به ترتیب عبارت است از.....؟ (کنکور سراسری با اندکی تغییر و سخت تر کردن)

۳۰-۴ (۴)

۳۰-۵ (۳)

۸۰-۵ (۲)

۸۰-۴ (۱)



**تست ۲۸:** گیرنده ای روی محور x و به فاصله ی x از مبدا قرار دارد. دو فرستنده یکی در مبدا و دیگری روی محور y و به فاصله ی ۵۰km از مبدا، همزمان دو علامت رادیویی می فرستند و گیرنده این دو علامت را به فاصله ی زمانی  $10^{-4}s$  از هم دریافت می کند. (سرعت انتشار امواج رادیویی  $3 \times 10^5 \frac{km}{s}$  را بگیرد.) x تقریباً چند کیلومتر است؟ (المپاد فیزیک)

۳۳ (۴)

۲۵ (۳)

۲۹ (۲)

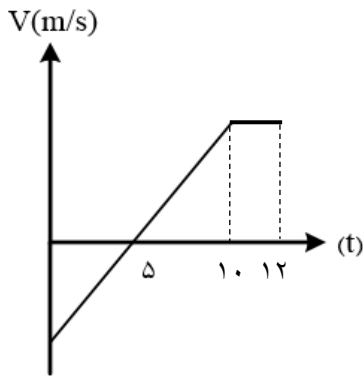
۲۷ (۱)



**تست ۲۹:** دو توپخانه به فاصله ی 30Km از هم شلیک می کنند. هر توپخانه اختلاف زمان بین مشاهده ی نور و شنیدن صدای شلیک توپخانه ی دیگر را می سنجد. این زمان برای یکی از آنها ۹۲ ثانیه و برای دیگری ۸۸ ثانیه است. فرض کنید راستای وزش باد در راستای خط واصل توپخانه هاست. سرعت باد تقریبا چند کیلومتر بر ساعت است؟ (المپاد فیزیک)

- ۲۷ (۱)      ۳۰ (۲)      ۲۵ (۳)      ۳۴۰ (۴)

**تست ۳۰:** نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور Xها حرکت می کند، مطابق شکل روبرو است اگر جابه جایی در ثانیه یازدهم حرکت ۲۰ متر باشد بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی  $3/5s \leq t \leq 8/3s$  و اندازه سرعت اولیه متحرک به ترتیب از راست به چپ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



- ۱۰-۲ (۱)      ۲۰-۲ (۲)      ۲۰-۴ (۳)      ۱۰-۴ (۴)

**تست ۳۱:** تغییرات سرعت متحرکی نسبت به زمان مقدار ثابت ۲ واحد SI است و در مبدا زمان تندی اولیه +۱ واحد SI خلاف جهت محور Xها از مکان  $x = -12m$  عبور نموده است. به ترتیب از راست به چپ، جهت بردار مکان و جهت بردار سرعت متحرک در چه لحظاتی بر حسب ثانیه تغییر می کند؟

- ۰/۵ و ۴ (۱)      ۰/۵ و ۰/۵ (۲)      ۴ و -۳ (۳)      ۲ و ۳ (۴)



### تست ۳۲:

معادله سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می کند، در SI به صورت  $v = 100 - 4t^2$  است. چند مورد از موارد زیر درست است؟

(۱) ۵ مورد (۲) ۴ مورد (۳) ۲ مورد (۴) ۳ مورد

الف: از  $t = 0$  تا  $5s$  حرکت کند شوند و پس از آن تندشونده است.

ب: حرکت متحرک ابتدا در جهت محور  $x$  سپس خلاف جهت محور  $x$  است.

ج: حرکت متحرک، شتابدار با شتاب متغیر است

و: در لحظه  $t = 5s$  جهت سرعت و شتاب تغییر می کند

ی: اندازه شتاب همواره در حال افزایش است.

### تست ۳۳:

متحرکی روی محور  $x$  با شتاب ثابت در حرکت است و در مبدأ زمان با سرعت  $v = +3 \frac{m}{s}$  از مکان  $x = +4m$  می گذرد. اگر متحرک در لحظه  $t = 4s$  در جهت مثبت محور  $x$  در بیشترین فاصله  $y$  خود از مبدا باشد، در لحظه  $t = 8s$  در چند متری مبدا خواهد بود؟ (کنکور سراسری)

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

### تست ۳۴:

متحرکی با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه از نقطه  $A$  به حرکت در می آید و در ادامه  $y$  مسیر به نقطه  $B$  و سپس  $C$  می رسد و فاصله  $BC$  ۱۲۰ متری را در مدت ۱۰ ثانیه طی می کند. اگر سرعت متحرک در نقطه  $C$ ،  $20 \frac{m}{s}$  باشد، فاصله  $y$  بین  $A$  و  $B$  چند متر است؟ (کنکور سراسری)

(۱) ۲/۵ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۲/۵



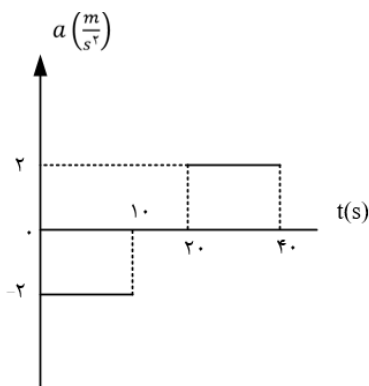
تست ۳۵:

اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت  $108 \frac{km}{h}$  در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله  $165m$ ، با شتاب ثابت  $3 \frac{m}{s^2}$  ترمز می کند و درست جلو مانع می ایستد. اگر زمان واکنش راننده  $t_1$  و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده،  $t_2$  باشد،  $\frac{t_2}{t_1}$  کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۵      (۲) ۱۰      (۳) ۱۵      (۴) ۲۰

تست ۳۶:

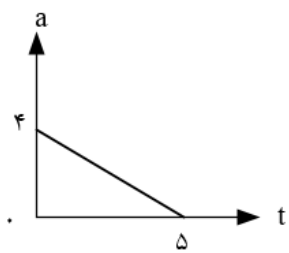
نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون روی محور  $x$  حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در بازه ی زمانی  $t_1 = 20s$  تا  $t_2 = 35s$  کدام مورد درست است؟



- (۱) حرکت تندشونده است.  
 (۲) حرکت کندشونده است.  
 (۳) جهت حرکت یک بار تغییر می کند.  
 (۴) متحرک در جهت محور  $x$  حرکت می کند.

تست ۳۷:

متحرکی با سرعت اولیه ی  $-6 \frac{m}{s}$  در مسیر مستقیم به حرکت در می آید و نمودار شتاب - زمان آن به صورت مقابل است. حرکت این متحرک در فاصله ی زمانی نشان داده شده چگونه است؟

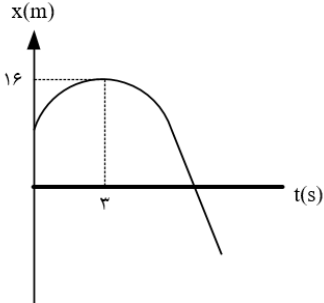


- (۱) پیوسته کنده شونده      (۲) پیوسته تند شونده  
 (۳) تندشونده و سپس کندشونده      (۴) کندشونده و سپس تندشونده



تست ۳۸:

نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر در بازه زمانی  $t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 6s$  تندی متوسط متحرک برابر  $3 \frac{m}{s}$  باشد، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است؟



۱۲ (۴)

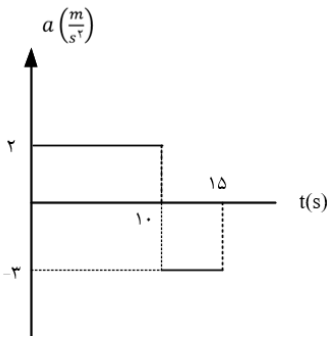
۷ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

تست ۳۹:

نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه  $t = 3s$  سرعت متحرک،  $\vec{v} = \left(1 \frac{m}{s}\right) \vec{i}$  باشد، سرعت متوسط در بازه ی زمانی  $t_1 = 7s$  تا  $t_2 = 12s$  چند متر بر ثانیه است؟



۱۵ (۴)

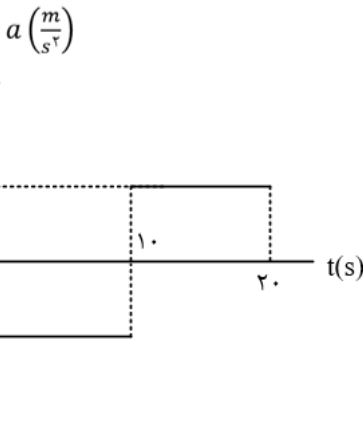
۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

تست ۴۰:

نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند و در لحظه  $t = 0$  با سرعت اولیه ی  $\vec{v}_0 = \left(10 \frac{m}{s}\right) \vec{i}$  برای اولین بار از مبدا مکان عبور می کند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه ای بر حسب ثانیه، متحرک برای سومین بار از مبدا عبور می کند؟



$\frac{50}{3}$  (۴)

۱۵ (۳)

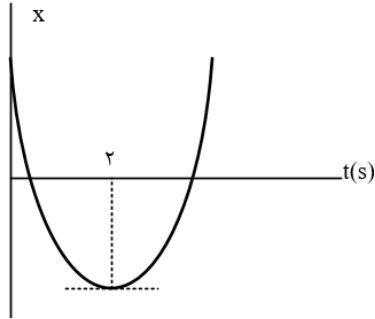
$\frac{40}{3}$  (۲)

۱۰ (۱)



تست ۴۱:

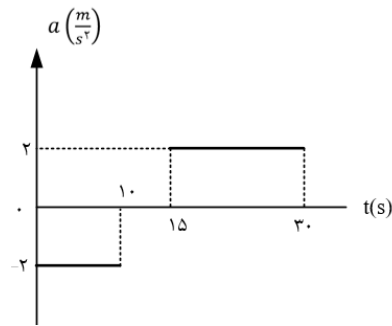
نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازه ی زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 6s$  برابر  $3 \frac{m}{s}$  باشد، مسافتی که متحرک در این بازه ی زمانی طی می کند، چند متر است؟



- ۱۸ (۱)      ۱۵ (۲)      ۱۷ (۳)      ۱۹ (۴)

تست ۴۲:

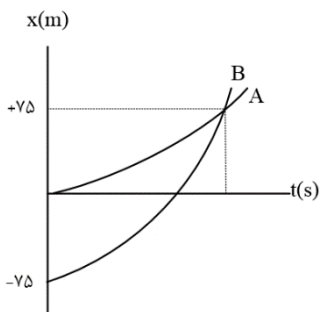
نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیه ی  $30 \frac{m}{s}$  در جهت محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازه ی زمانی  $t_1 = 10s$  تا  $t_2 = 30s$ ، چند متر بر ثانیه است؟



- ۱۵ (۱)      ۲۰ (۲)      ۲۱/۲۵ (۳)      ۴۲/۵ (۴)

تست ۴۳:

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که هم زمان از حال سکون به حرکت در آمده اند، به صورت دو سهمی شکل زیر است. اگر شتاب متحرک A برابر  $1/5 \frac{m}{s^2}$  باشد، نسبت سرعت متحرک B به سرعت متحرک A در لحظه ای که از A سبقت می گیرد، کدام است؟



- $\frac{1}{2}$  (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)       $\frac{10}{3}$  (۴)



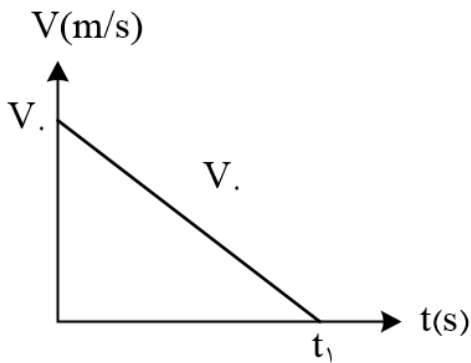
تست ۴۴:

متحرکی در امتداد محور  $x$  حرکت می کند و معادله ی سرعت - زمان آن در SI به صورت  $v = 4t + v_0$  و حرکت آن تندشونده است. اگر مسافت طی شده توسط این متحرک در ۴ ثانیه ی سوم حرکتش،  $\frac{39}{32}$  برابر مسافت طی شده آن در ۴ ثانیه ی اول باشد، سرعت متحرک در لحظه ی  $t = 4/5s$  چند متر بر ثانیه است؟ (تالیفی)

- (۱) ۵۶      (۲) ۲۸      (۳) ۳۲      (۴) ۲۴

تست ۴۵:

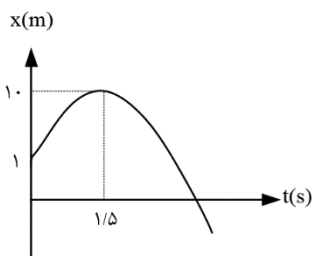
- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در ۲ ثانیه ی اول ۳۶ متر و در ۲ ثانیه ی آخر ۴ متر جابه جا شده است،  $t_1$  چند ثانیه است؟ (تالیفی)



- (۱) ۸      (۲) ۱۰      (۳) ۱۲      (۴) ۱۵

تست ۴۶:

نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. مسافت طی شده توسط متحرک در بازه ی زمانی  $0/5s < t < 4/5s$  چند متر است؟



- (۱) ۳۲      (۲) ۳۰      (۳) ۳۶      (۴) ۴۰



تست ۴۷:

اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت  $10 \frac{m}{s}$  در لحظه  $t = 0$  از مبدا محور عبور می کند و پس از 11s حرکتش با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  کند می شود. اتومبیل B نیز در جهت x در لحظه  $t = 0$  با تندی اولیه  $2 \frac{m}{s}$  از مبدا محور عبور می کند و حرکتش با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  تند می شود و پس از ۵ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می دهد. لحظه ای که دو اتومبیل به هم می رسند، تندی اتومبیل B چند متر بر ثانیه از تندی اتومبیل A بیش تر است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

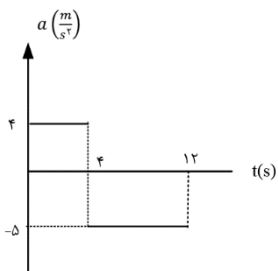
تست ۴۹:

گلوله ای را در شرایط خط از ارتفاع ۸۰ متری بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می کنیم. چند ثانیه ی بعد، گلوله ی B را از همان ارتفاع رها کنیم تا حداکثر فاصله ی آنها از یکدیگر به ۳۵ متر برسد؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ) (کنکور سراسری)

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴)  $\sqrt{2}$

تست ۵۰:

نمودار شتاب - زمان متحرکی که در مبدأ زمان با سرعت  $4 \frac{m}{s}$  از مبدأ مکان می گذرد، مطابق شکل است. مسافت طی شده در بازه ی زمانی صفر تا ۱۲ ثانیه، چند متر است؟ (کنکور سراسری)



- (۱) ۴۸      (۲) ۹۶      (۳) ۱۲۸      (۴) ۱۶۰

تست ۵۱:

یک قطار می تواند حداکثر با شتاب  $0/2 m/s^2$  بر سرعت خود بیفزاید و بیشترین شتاب ترمز آن برابر  $0/8 m/s^2$  است. کمترین زمان ممکن که این قطار می تواند فاصله  $3/2 Km$  میان دو ایستگاه را بپیماید چه قدر است؟ (المپیاد فیزیک)

- (۱) ۲۰۰      (۲) ۵۰      (۳) ۱۰۰      (۴) ۳۶۰





### تست ۵۲:

اتومبیلی روی جاده ای افقی مستقیم حرکت می کند. در هر یک از زمان های  $t = 3s$  و  $t = 2s$ ،  $t = 1s$ ، یک کیسه از اتومبیل روی جاده می افتد. فاصله ی کیسه ی اول تا کیسه ی دوم  $20m$  و فاصله ی کیسه ی دوم تا کیسه ی سوم  $30m$  است. جهت مثبت را جهت حرکت اتومبیل بگیرید. کدام گزینه درست است؟ المپاد فیزیک

(۱) حتما سرعت اتومبیل در  $t = 2s$  و از سرعت متوسط اتومبیل در  $t = 1s$  و  $t = 2s$  بیش تر است.

(۲) حتما سرعت اتومبیل در  $t = 2s$ ، از سرعت اتومبیل در  $t = 3s$  بیش تر است.

(۳) حتما شتاب اتومبیل در  $t = 2s$  مثبت است.

(۴) حتما شتاب متوسط اتومبیل بین  $t = 1s$  و  $t = 3s$  مثبت است.

### تست ۵۳:

اتوبوسی در یک ایستگاه ایستاده است. شخصی با سرعت ثابت  $v$  می دود تا به اتوبوس برسد. وقتی فاصله ی این شخص تا اتوبوس  $8m$  است، اتوبوس با شتاب  $1 \frac{m}{s^2}$  شروع به حرکت می کند. اگر سرعت شخص تغییر نکند، سرعتش حداقل چند متر بر ثانیه باشد تا به اتوبوس برسد؟ (المپیاد فیزیک)

۸ (۴)

۲ (۳)

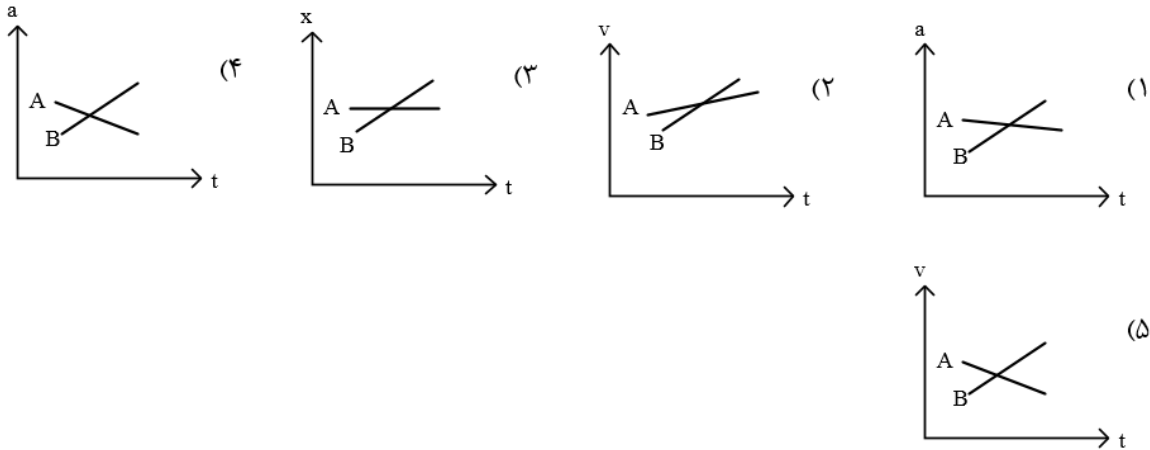
۵ (۲)

۴ (۱)



تست ۵۴:

دو خودروی A و B در جاده ای در حرکت اند. اگر متغیرهای حرکت آنها یکی نمودارهای زیر باشد، کدام یک از این نمودارها حتما یک تصادف را نشان می دهد؟ (المپیاد فیزیک)



۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

تست ۵۵:

خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. در  $t = 0$  چراغ سبز می شود و خودرو با شتاب ثابت  $1 \frac{m}{s^2}$  راه می افتد. خودرو به مدت T با همین شتاب حرکت می کند و پس از آن با سرعت ثابت به راه خودش ادامه می دهد. فاصله‌ی چهارراه بعدی تا این چراغ 450m است. چراغ چهارراه بعدی در  $t = 50s$  سبز می شود. بیشینه‌ی T برای این که وقتی خودرو به چهارراه بعدی می رسد چراغ سبز باشد چند ثانیه است؟ (المپیاد فیزیک)

۲۳(۴)

۹(۳)

۱۲(۲)

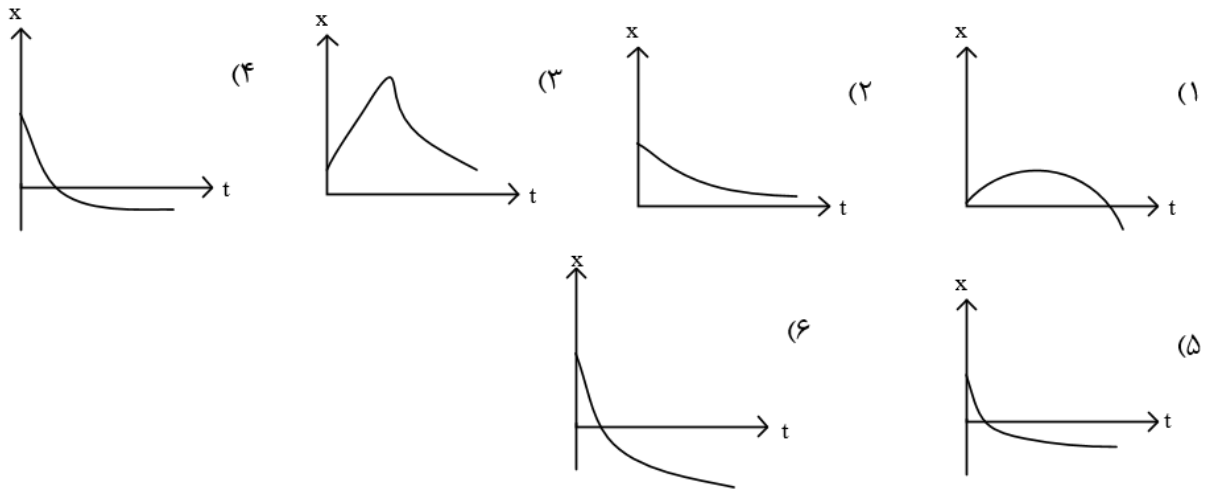
۱۰(۱)



تست ۵۷:

سرعت جریان یک رود  $V_1$  است. رود به طرف شرق جریان دارد. روی این رود قایقی با سرعت ثابت  $V_2$  نسبت به آب به طرف شرق حرکت می کند. در  $t = 0$  تکه چوبی از قایق با سرعت  $V_2$  به طرف شرق، نسبت به قایق، به رود پرتاب می شود. جهت مثبت را رو به شرق بگیرید. نمودار مکان این تکه چوب نسبت به قایق  $x$  بر حسب زمان کدام گزینه یا گزینه ها می تواند باشد؟

- (۱) فقط مورد ۱ (۲) مورد ۱ یا ۳ (۳) مورد ۴ یا ۵ یا ۶ (۴) فقط مورد ۲



تست ۵۸:

دو خودروی A و B به ترتیب با سرعت های  $16 \frac{m}{s}$  و  $8 \frac{m}{s}$  روی یک خط راست به سمت یکدیگر در حرکت اند. هنگامی که فاصله ی دو خودرو از هم 45m است، خودروی A با شتاب  $2 \frac{m}{s^2}$  و خودروی B با شتاب  $4 \frac{m}{s^2}$  ترمز می کند. چند ثانیه پس از شروع ترمز، دو خودرو به هم می خورند و سرعت خودروی B در لحظه ی برخورد چه قدر است؟ (المپیاد فیزیک)

- (۱) 2/8s و صفر (۲) 13/2s و صفر

- (۳) 3s و  $4 \frac{m}{s}$  (۴) 5s و  $12 \frac{m}{s}$

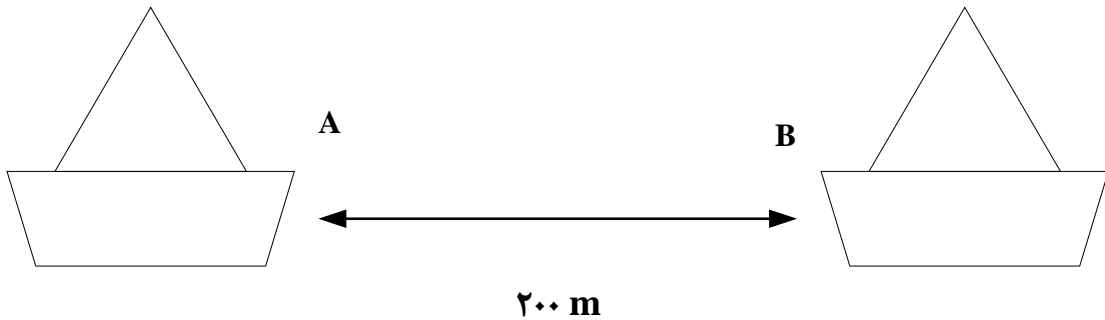


تست ۵۹:

مطابق شکل زیر در رودخانه‌ای آب با تندی ثابت  $5 \text{ m/s}$  در حرکت است و دو قایق تندروی مشابه در لحظه  $t_0 = 0$  از نقاط  $A$  و  $B$  که در فاصله  $200 \text{ m}$  یکدیگر قرار دارند با تندی ثابت به سمت دیگر حرکت می‌کنند اگر تندی حرکت این قایق‌ها در آب ساکن  $10 \text{ m/s}$  باشد در چه لحظه‌ای بر جساب ثانیه دو قایق به هم می‌رسند؟

۱۰ (۱)      ۸ (۲)

۱۵ (۳)      ۱۲ (۴)



تست ۶۰:

دو قطار یکی به طول  $100 \text{ m}$  و با تندی  $10 \text{ m/s}$  و دیگری به طول  $150 \text{ m}$  و با تندی  $8 \text{ m/s}$  روی دو ریل موازی و مجاور هم در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند. مسافر قطار اول، قطار دوم را در چه زمانی مقابل کوبه خود می‌بیند؟

۹,۴ (۱)      ۸,۳۳ (۲)      ۶,۴ (۳)      ۳,۲ (۴)



پاسخنامه تشریحی سوالات و تکالیف پایان فصل حرکت

تست ۱:

الف غلط هست - بخش اولش درسته ولی بخش دومش غلطه یعنی در حرکت روی خط راست اگر تغییر جهت داشته باشیم باز هم مسافت بزرگتر از جابه جایی میشود

ب: غلط هست دقت کنید که اسکالر و نرده ای یکی هستند! و مسافت کمیتی نرده ای (اسکالر) و جابه جایی کمیتی برداری است

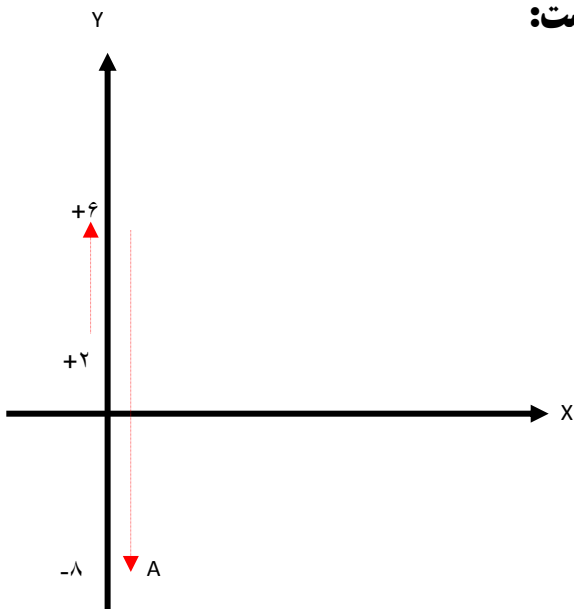
ج: هیچگاه!!! چرا؟ اگه تصادفا نقطه شروع حرکت مبدا مکان باشد، در اینصورت بردار مکان و بردار جابه جایی میتوانند یکی شوند پس این گزینه هم غلطه

و: وقتی یک نفر از نقطه آغاز حرکت کند و مجدد به جای اولیه خود بازگردد جابه جایی صفر است و مسافت رو به جابه جایی تقسیم کنیم تعریف نشده میشه و این گزینه هم غلط است

جواب گزینه ۱

تست ۲:

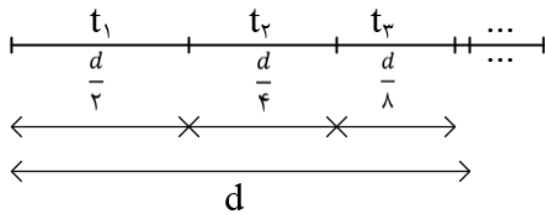
حرکت متحرک روی محور Y ها به صورت زیر بوده است:



پاسخ: گزینه ۱



**تست ۳:** گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. شکل زیر مسیر حرکت متحرک روی خط راست را نشان می‌دهد، جابه‌جایی‌های  $\frac{1}{2}$  میسر،  $\frac{1}{4}$  میسر و  $\frac{1}{8}$  میسر و ... نیز روی آن مشخص شده است.



متحرک فاصله‌ی  $\frac{d}{2}$  را با سرعت  $V$  و در نتیجه در زمان،

$t_1 = \frac{\frac{d}{2}}{V} = \frac{d}{2V}$ ، فاصله‌ی  $\frac{d}{4}$  را با سرعت  $\frac{V}{2}$  و در نتیجه در زمان  $t_2 = \frac{\frac{d}{4}}{\frac{V}{2}} = \frac{d}{2V}$ ، فاصله‌ی  $\frac{d}{8}$  را با سرعت

$\frac{V}{4}$  و در نتیجه در زمان  $t_3 = \frac{\frac{d}{8}}{\frac{V}{4}} = \frac{d}{2V}$  می‌خواهد کرد. بنا به تعریف سرعت متوسط متحرک

در کل حرکت، برابر

(یک تصاعد هندسی دارای حد مجموع)  $\frac{d}{2} + \frac{d}{4} + \frac{d}{8} + \dots = d$  کل جابه‌جایی متحرک

کل زمان حرکت  $t_{\text{کل}} = \frac{d}{2V} + \frac{d}{2V} + \frac{d}{2V} + \dots$   $t_1 + t_2 + t_3 + \dots =$

$$\bar{V} = \frac{d}{t_{\text{کل}}} = \frac{d}{\frac{d}{2V} + \frac{d}{2V} + \frac{d}{2V} + \dots} = \frac{d}{\frac{d}{2V}(1 + 1 + 1 + \dots)} = \frac{2V}{\underbrace{1 + 1 + 1 + \dots}_{\text{تا } n}} = \frac{\text{عدد}}{\text{بینهایت}} = 0$$

### تست ۴:

بردار مکان خلاف جهت محور ایکس‌ها یعنی جاهایی که ایکس منفی هست یعنی زیر نمودار یعنی از ۱۶ تا ۴۶ ثانیه

$$S_{av} = \frac{10 + 10}{46 - 16} = \frac{2}{3}$$

سرعت خلاف جهت محور ایکس‌ها یعنی جاهایی که سرعت منفی هست یعنی جاهایی که شیب منفی هست یعنی از ۸ تا ۲۶ ثانیه

$$|V_{av}| = \left| \frac{-10 - 10}{26 - 8} \right| = \frac{20}{18} = \frac{10}{9} \qquad \frac{S_{av}}{|V_{av}|} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{10}{9}} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

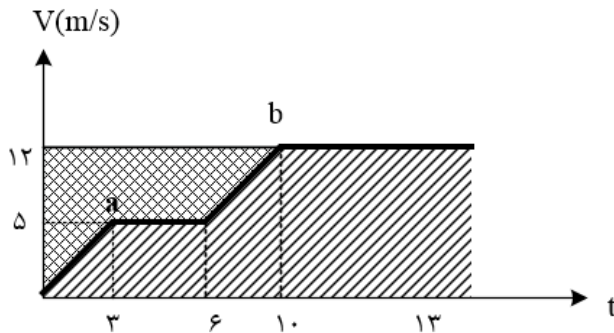
پاسخ گزینه ۳ می‌باشد



تست ۵:

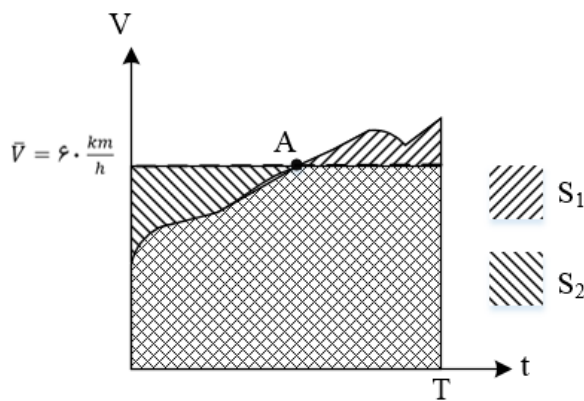
گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در لحظه‌ی  $t = 0$ ، دو متحرک  $a$  و  $b$  در یک مکان بوده اند، لذا اگر قرار باشد دوباره به یکدیگر برسند، باید دارای جابه‌جایی‌های برابر شوند. از طرف دیگر می‌دانیم جابه‌جایی در یک بازه‌ی زمانی برابر سطح زیر نمودار سرعت - زمان متحرک در آن بازه‌ی زمانی می‌باشد، اما همان‌گونه که در شکل روبه‌رو ملاحظه می‌شود سطح زیر (نمودار دو متحرک  $a$  و  $b$  هیچ‌گاه نمی‌تواند با هم برابر شود. در این شکل سطح زیر نمودار سرعت - زمان متحرک  $a$  با هاشور مشخص شده است و مشاهده می‌شود که این سطح همواره از سطح زیر نمودار سرعت - زمان متحرک  $b$  کمتر است، لذا متحرک  $a$  همواره از متحرک  $b$  عقب‌تر خواهد بود. در ضمن می‌بینیم که در ۱۰ ثانیه‌ی اول سرعت متحرک  $a$  همواره از سرعت متحرک  $b$  کم‌تر است، پس متحرک  $a$  کم‌تر جابه‌جا می‌شود.

در واقع پس از لحظه‌ی  $t = 0$  متحرک  $b$  از متحرک  $a$  جلو می‌زند و تا زمان  $t = 10s$  متحرک  $b$  به اندازه‌ی مساحت سطح ضربدری مشخص شده در شکل، یعنی  $\frac{1}{2} \times 5 \times 3 + \frac{1}{2} \times (6 + 10) \times 7 = 63/5m$  از متحرک  $a$  جلوتر خواهد بود، از لحظه‌ی  $t = 10s$  به بعد سرعت هر دو متحرک ثابت و یکسان و برابر  $12 \frac{m}{s}$  خواهد بود لذا فاصله‌ی اولیه‌ی  $5/63$  متر را نسبت به هم حفظ می‌کنند و هیچ‌گاه به یکدیگر نخواهند رسید.



### تست ۶:

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. همان طور که می دانیم مفهوم سرعت متوسط  $60 \frac{km}{h}$  این نیست که سرعت متحرک در طی مسیر همواره ثابت و برابر  $60 \frac{km}{h}$  بوده است، بلکه مفهوم آن این است که به طور متوسط این متحرک در هر ساعت  $60km, 1h$  جابه جا می شود. برای پاسخ گویی به این مسئله می توان از نمودار  $v-t$  نیز استفاده نمود. سطح زیر نمودار منحنی  $v-t$  معرف جابه جایی متحرک در یک بازه زمانی است، که این منحنی می تواند هر شکل دلخواهی داشته باشد. اما هنگامی که صحبت از سرعت متوسط در آن حرکت می شود، منظور سرعت ثابتی است که اگر متحرک با آن سرعت حرکت کند، می تواند آن جابه جایی را در همان بازه ی زمانی انجام دهد. سرعت متوسط که مقداری ثابت است به صورت خطی افقی در نمودار  $v-t$  رسم می شود. با رسم منحنی سرعت لحظه ای و خط افقی سرعت متوسط در یک نمودار  $v-t$  و با توجه به این که سطح زیر نمودار این دو باید با هم برابر باشند، شکل مقابل قابل رسم است. در این نمودار  $S_1$  سطح زیر نمودار منحنی سرعت لحظه ای و  $S_2$  سطح زیر نمودار خط افقی سرعت متوسط یکسان است. همان طور که از شکل پیداست در بازه ی زمانی  $0$  تا  $T$  که مساحت های  $S_1$  و  $S_2$  با هم برابرند، منحنی سرعت لحظه ای و خط افقی سرعت متوسط در نقطه ی  $A$  با هم تلاقی داشته اند. به هر ترتیب اگر منحنی دلخواهی برای سرعت لحظه ای رسم شود تا شرط،  $S_1 = S_2$  برقرار شود، باید حداقل یک بار خط افقی سرعت متوسط  $60 \frac{km}{h}$  را قطع کند و این به معنای آن است که سرعت اتومبیل حداقل یک بار  $60 \frac{km}{h}$  بوده است.

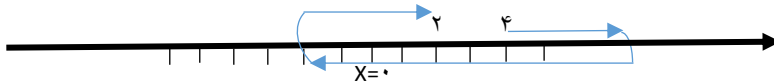




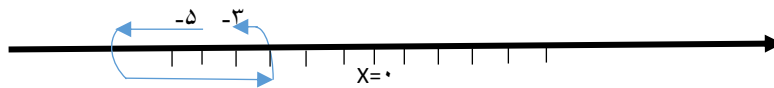
تست ۷:

قبلا هم گفته بودم، هر کدوم که تغییر جهت داشته باشه، سرعت و تندی متوسطش یکی نیست، پس باید مسیر حرکت هر کدوم رو به صورت تقریبی حدس بزنیم و ببینیم کدومش تغییر جهت داره

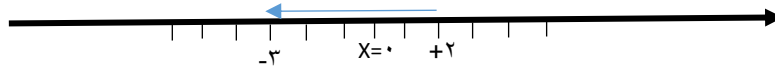
مسیر حرکت A



مسیر حرکت B



مسیر حرکت C



در حالت A و B قطعا تغییر جهت داریم ولی در حالت C ممکن است داشته باشیم و ممکن است نداشته باشیم

جواب گزینه ۳ می باشد

تست ۸:

الف درسته چون بین بازه گفته شده تغییر جهت نداریم

ب: غلط هست چون توی این بازه تغییر جهت داریم پس سرعت و تندی متوسط همیشه مساوی باشند

ج: غلط هست توی این بازه متحرک تغییر جهت داده ولی در مورد بردار مکانش نمیتونیم نظر بدیم

د غلط هست در لحظات  $t_1$  و  $t_3$  جهت حرکت متحرک تغییر نمیکند



پاسخ گزینه ۲ می باشد

تست ۹:

الف: اگر معادله مکان زمان درجه دو باشد، سرعت متوسط با سرعت لحظه ای در نقطه وسط زمانی برابر است و چون ۲۵ ثانیه وسط لحظات ۱۲ ثانیه تا ۳۸ است پس این گزینه صحیح است

ب: از معادله مکان باید مشتق بگیریم و مساوی صفر قرار دهیم

میشود  $t = 2$   $v = 2t - 4 = 0$  بنابراین متحرک در لحظه ۲ ثانیه تغییر جهت میدهد

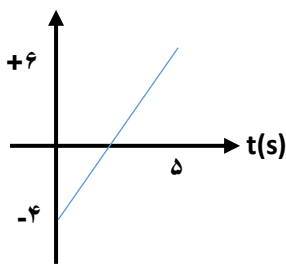
ج: از معادله مکان را باید مساوی صفر قرار دهیم  $t = 1, t = 3$   $t^2 - 4t + 3 = 0$

بنابراین بردار مکان در لحظات ۱ ثانیه و ۳ ثانیه تغییر جهت میدهد

د: برای پیدا کردن سرعت و تندی متوسط در این سوال کافیست نمودار سرعت زمان را در ۵ ثانیه

اول رسم کنید

v(m/s)



$$V_{\text{سرعت متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| - |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}} = \frac{9 - 4}{5} = 1$$

$$S_{\text{تندی متوسط}} = \frac{|\text{مساحت بالا}| + |\text{مساحت پائین}|}{\text{زمان}} = \frac{9 + 4}{5} = 2.6$$

همانطور که دیدیم در ۵ ثانیه اول، سرعت متوسط ۱ متر برثانیه و تندی متوسط ۲/۶ متر برثانیه است پس این گزینه هم درست است

ج: برای محاسبه سرعت و تندی لحظه ای داریم:

$$V_{\text{لحظه ای}} = \text{مشتق از } x = 2t - 4 = +6$$

$$S_{\text{لحظه ای}} = |\text{مشتق از } x| = 2t - 4 = +6$$

پس این گزینه هم درسته



پس جواب گزینه ۱ می باشد

### تست ۱۰:

الف: غلط است زیرا از  $t_1$  تا  $t_2$  شتاب منفی و از  $t_2$  تا  $t_3$  شتاب مثبت است

ب: غلط است زیرا از  $t_1$  تا  $t_2$  سرعت در حال زیاد شدن است (به شیب نگاه نکنی ها !! اون مال نمودار ایکس هست!)

پ: غلط است، اگر میگفت اندازه شتاب، درست میبود!!

ت: غلط است زیرا در بازه زمانی  $t_2$  تا  $t_3$  سرعت منفی ولی شتاب مثبت است

و: صحیح است

ه: صحیح است

پس گزینه ۱ جواب است

تست ۱۱: گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱:  $V_1 > V$  غلط

گزینه ۲: غلط

گزینه ۳: در بازه  $t_1 - 0$  در جهت xها و در بازه  $t_2 - t_1$  در خلاف جهت xها است.

$$\text{گزینه ۴: } \bar{a}_{1-2} = \frac{v_1^0 - v_1}{t_2 - t_1}, \bar{a}_{0-1} = \frac{v_1 - v_0}{t}$$

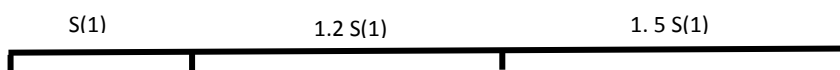
همان طور که از شکل مشخص است، شیب  $\bar{a}_{1-2}$  بیشتر است

### تست ۱۲:

$$S_2 = S_1 + \frac{20}{100} S_1 \quad S_2 = 1.2 S_1$$

$$S_3 = 1.25 S_2 \quad S_3 = 1.5 S_1$$

و چون بازه زمانی ها یک ثانیه است بنابراین، مسافت با تندی ها یکسان است:



حالا تست گفته که تندی متوسط در دو ثانیه اول  $24/2$  هست پس رابطه تندی رو براش مینویسم

$$S_{0-2} = \frac{S_1 + 1.2S_1}{2 - 0} = 24.2 \quad S_1 = 22$$

حالا فاصله A از B یعنی جمع تکه تکه مسیر یعنی:

$$AB = S_1 + 1.2S_1 + 1.5S_1 = 3.7S_1 = 3.7 \times 22 = 81.4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

تست ۱۳: گزینه ۲ پاسخ صحیح است

$$tg \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \rightarrow \frac{18 - x}{x} = \frac{16}{8} \rightarrow x = 12$$

$$tg \beta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \rightarrow \frac{y}{12} = \frac{12}{18} \rightarrow y = 6$$

بزرگی جابه جایی متحرک B برابر مساحت ذوزنقه ABCD

$$|\Delta x_B| = S_{ABCD} = \left( \frac{12 + 20}{2} \right) \times 12 = 192m$$

تست ۱۴:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کافی است لحظه ای را که سرعت صفر می شود به دست آوریم.

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{-8 - 4}{14 - 2} = \frac{-12}{12} = -1 \frac{m}{s^2}$$

$$V = a\Delta t + V_0 \rightarrow -\Delta t + 4 = 0 \rightarrow \Delta t = 4s$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t = 2 + 4 = 6$$

متحرک از ثانیه ۶ تا ۱۴ خلاف جهت محور x حرکت کرده است، یعنی ۸ ثانیه.



### تست ۱۵:

گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است

$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{30 \times 6}{2} = 90m$$

$$\Delta x_2 = S_2 = \frac{-20 \times 4}{2} = -40m \rightarrow |\Delta x_2| = 40m$$

$$d = 200 - (90 + 40) = 70m$$

### تست ۱۶:

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر سرعت در  $t = 4s$  برابر  $-V_1$  باشد، سرعت در  $t = 8s$  برابر  $3V_1$  است.

$$S_1 = \frac{V_1}{2}$$

$$\rightarrow |S_1| + |S_2| = \frac{10V_1}{2} = 5V_1$$

$$S_2 = \frac{9V_1}{2}$$

$$L = |S_1| + |S_2| = 5V_1$$

$$\bar{S} = \frac{L}{\Delta t} \rightarrow 15 = \frac{|5V_1|}{4} \rightarrow |V_1| = 12 \frac{m}{s} \rightarrow V_1 = -12 \frac{m}{s}$$

$$\frac{|V_1|}{|V_0|} = \frac{1}{5} \rightarrow |V_0| = 5 \times 12 = 60 \frac{m}{s} \rightarrow V_0 = -60 \frac{m}{s}$$

$$0 < t < 5 \rightarrow S_1 = -\frac{5 \times 60}{2} = -150m$$

$$\bar{V} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{-150 + 6}{6} \rightarrow \bar{V} = -\frac{144}{6} = -24 \frac{m}{s} \rightarrow |\bar{V}| = 24 \frac{m}{s}$$

### تست ۱۷:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مسافتی که متحرک در مدت ۹ ثانیه روی محیط این مربع طی می کند:

$$I = st \xrightarrow{s=5 \frac{cm}{s}} I = 5 \times 9 = 45cm$$

محیط این مسیر مربع شکل، ۶۰ سانتی متر است، بنابراین می توان نتیجه گرفت که این متحرک  $\frac{3}{4}$  مسیر مربع شکل را طی می کند. اگر حرکت متحرک از یکی از رئوس شروع شود، پس از طی کردن



۳ ضلع، روی رأس مجاور توقف می کند و اگر متحرک از وسط یکی از اضلاع شروع به حرکت کند، پس از طی  $\frac{3}{4}$  محیط روی وسط ضلع مجاور قرار می گیرد:

با روابط ریاضی می توان اثبات کرد که کمترین میزان جابه جایی هنگامی است که متحرک از مرکز ضلع شروع کند و بیشترین میزان جابه جایی هنگامی است که متحرک از یکی از رئوس شروع به حرکت کند، بنابراین:

$$\Delta x_{min} \leq \Delta x \leq \Delta x_{max} \rightarrow \frac{15\sqrt{2}}{2} \leq \Delta x \leq 15$$

$$\xrightarrow[\Delta t=9s]{\text{طرفین تقسیم}} \frac{15\sqrt{2}}{9} \leq v_{av} \leq \frac{15}{9} \rightarrow \frac{5}{6}\sqrt{2} \leq v_{av} \leq \frac{5}{3} \xrightarrow{5\sqrt{2}=1/5} \frac{5}{4} \leq v_{av} \leq \frac{5}{3}$$

فقط گزینه ۴ در این بازه قرار دارد.

### تست ۱۸:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است

اگر بنا بر فرض بعد از  $t$  ثانیه به یک دیگر برسند و حرکت متحرک B فقط با سرعت ثابت باشد.

$$S_A = S_B$$

$$(2 + 12)\frac{5}{2} + (t - 5)12 = 10t$$

$$35 + 12t - 60 = 10t$$

$$2t = 25 \rightarrow t = 12/5$$

چون در لحظه  $t = 11$  ثانیه حرکت کندشونده B آغاز شده است یعنی سرعت کم شده و B جلوتر است، بنابراین جواب از  $12/5$  کمتر و از ۱۱ بیش تر یعنی  $t = 12$  ثانیه است



### تست ۱۹:

گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\Delta}{t'DC} \text{ و } \frac{\Delta}{ABt'} \text{ با استفاده از تشابه دو مثلث: } \frac{8}{2} = \frac{t' - 4}{9 - t'} \rightarrow 36 - 4t' = t' - 4 \rightarrow t' = 8s$$

برای آن که از مبدا عبور کند، باید 36m جابه جا شود که ملاحظه می کنید متحرک تا لحظه ی  $t = 8s$  به اندازه ی سطح زیر نمودار یعنی  $\frac{(8+2) \times 8}{2} = 40m$  و جابه جا می شود، پس زمان مورد نظر قبل از  $8s$  است که با توجه به گزینه ها جواب ۶ ثانیه است.

(زیرا تا لحظه ی  $t = 2s$  به اندازه ی  $\frac{2 \times 8}{2} = 8m$  جابه جا می شود.)

### تست ۲۰:

جواب گزینه ۲ است

در حرکت با سرعت ثابت معادله به صورت  $x = vt + x_0$  است

و وقتی میگه در مبدا بوده و ۲ ثانیه بعد به ۶- رسیده یعنی برخلاف محور ایکسها حرکت میکرده و سرعتش منفی بوده (گزینه ۳ و ۴ بچ!) خب چون توی حرکت سرعت ثابت اجازه داریم تناسب ببندیم پس ۲ ثانیه قبل از رسیدن به مبدا هم در تقظه ۶+ بوده پس جواب همیشه

$$x = -3t + 6$$

### تست ۲۱:

جواب گزینه ۱ می باشد

$t_1$  شامل زمانی است ابتدای قطار وارد پل شده تا زمانی که ته قطار از روی پل خارج میشود . که کلا از لجاظ متر میشود

$$500 + 300$$

$$t_1 = \frac{\Delta x}{v} = \frac{800}{20} = 40s$$

و  $t_2$  از لحظه ای است که قطار کاملا وارد پل شده تا زمانی که نوک آن میخواهد خارج شود که از لجاظ متر میشود



500 – 300

$$t_2 = \frac{\Delta x}{v} = \frac{200}{20} = 10s \quad \frac{t_1}{t_2} = 4$$

### تست ۲۲:

- الف: صحیح است زیرا اگر نمودار مکان-زمان درجه یک باشد، حرکت سرعت ثابت است
- ب: غلط است، سرعت ثابت به معنای سرعت یکسان نیست و چون شیبهایشان فرق دارد پس سرعت ها یکسان نیستند
- د: غلط است، امیدوارم مساحت زیر نمودار ها را مقایسه نکرده باشی!! چون این نمودار مکان زمان است و نه سرعت زمان!
- ج: غلط است، کافیست سرعت هر دو نمودار را حساب کنیم سپس از هم تفریق کنیم که عدد همان ۷ میشود

$$V_B - V_A = \frac{Y - (-35)}{5} - \frac{Y}{5} = 7$$

جواب گزینه ۳ می باشد

### تست ۲۳:

جواب گزینه ۳ است

بردار جابه جایی  $B$  در سه ثانیه یکصد و بیست و ششم حرکت به صورت  $18i$  - باشد یعنی:

$$\Delta x = vt_2 - vt_1 \quad -18 = V_B (126 - 123) \quad V_B = -6$$

حالا چون در لحظه ۴ ثانیه، مکان یکسان هست میتوانیم بنویسیم:

$$X_A = X_B \quad V_A t + X_{0A} = V_B t + X_{0B} \quad V_A t + 6t = 40 \quad V_A = 4$$

$$\text{درصد} = \frac{6 - 4}{4} \times 100 = 50$$

### تست ۲۴:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: زمان تلاقی دو جسم را حساب کنیم:

$$V_A = 2V_B$$





$$\frac{x}{t-5} = 2 \frac{x}{20-t} \rightarrow 20-t = 2(t-5)$$

$$\rightarrow 30 = 3t \rightarrow t = 10s$$

به دلیل تشابه مثلث‌ها فاصله دو متحرک در زمان  $t = 20s$ ،  $150m$  می‌شود

### تست ۲۵:

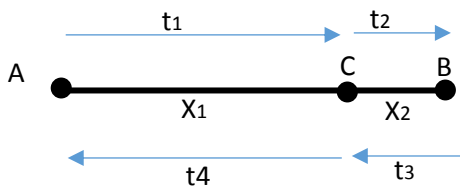
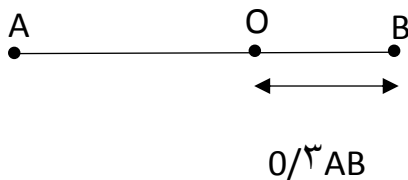
پاسخ گزینه ۱ است

خطوط موازی یعنی نمودارها سرعتشان باهم برابرست و چون سرعتشان برابر است بنابراین فاصله شان از هم در تمام لحظات ثابت میماند و چون حرکت سرعت ثابت است داریم:

$$\Delta X = V\Delta t \quad \Delta X = 5 \times 80 = 400$$

**تست ۲۶:** اگر یادتون باشه توی متن درس بهتون یاد دادم که در حرکت با سرعت ثابت اجازه

داریم تناسب ببندیم



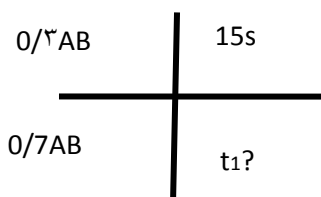
راه اول راه تستی:

$$t_4 = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 \times t_2$$

$$t_4 = \left(\frac{0.7}{0.3}\right)^2 \times 15 = 81.6s$$

راه دوم استفاده از روش تناسب:

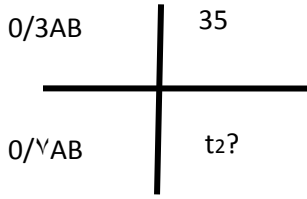
متحرک اول وقتی  $0/3$  مسیر رو در  $15$  ثانیه میره پس  $0/7$  مسیر رو در  $35$  میره



$$t_1 = 35$$

اما متحرک دوم چون  $0/3$  مسیر رو در  $35$  ثانیه میره پس  $0/7$  مسیر رو در  $81/7$  ثانیه میره

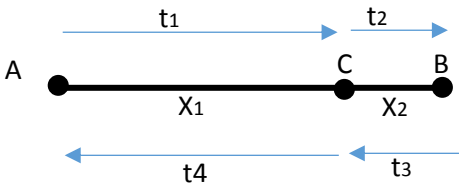




گزینه ۲ چون تقریبی پرسیده!

تست ۲۷: گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

از راه تستی بریم این سوال رو:



$$t_4 = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 \times t_2$$

$$25 = \left(\frac{180 - x}{x}\right)^2 \times 16 \rightarrow x = 80$$

$$\Delta x = vt \quad 80 = v \times 16 \quad v = 5$$

تست ۲۸:

امواج رادیویی با سرعت ثابت منتشر میشوند پس فرمول  $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$  برای آنها صادق است و برای

محاسبه اختلاف زمان بین دو موج از رابطه روبرو استفاده میکنیم

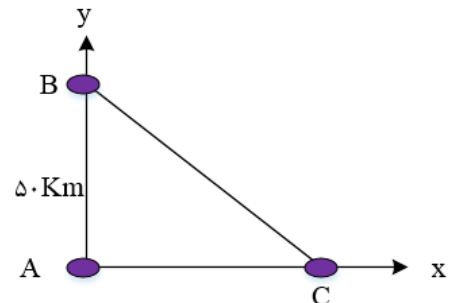
$$\Delta t = \frac{x_1}{v} - \frac{x_2}{v} \quad \Delta t = \frac{x_1 - x_2}{v} \quad \Delta t = \frac{\sqrt{x^2 + 50^2} - x}{3 \times 10^5}$$

$$10^{-4} = \frac{\sqrt{x^2 + 50^2} - x}{3 \times 10^5}$$

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + 2500} - x = 30 \rightarrow \sqrt{x^2 + 2500} = x + 30$$

$$\rightarrow x^2 + 2500 = (x + 30)^2 = x^2 + 60x + 900$$

$$\rightarrow 60x = 2500 - 900 = 1600 \rightarrow x = \frac{1600}{60} = 26\frac{2}{3} \text{ Km}$$



پاسخ گزینه ۱ است

### تست ۲۹:

امواج صوتی با سرعت ثابت منتشر می شوند پس فرمول  $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$  برای آنها هم صادق است و برای هر کدام رابطه را جدا مینویسیم:

دقت کنید که فاصله ها یکسان است اما چیزی که باعث اختلاف زمانی شده آنست که وزش باد تاثیر داشته پس برای یکی سرعت صوت را با باد جمع میکنیم و برای دیگری تفریق میکنیم

$$\begin{cases} 88 = \frac{30}{C+V} \rightarrow C+V = \frac{30}{88} \\ 92 = \frac{30}{C-V} \rightarrow C-V = \frac{30}{92} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C+V = \frac{30}{88} \\ (-1) \times C - V = \frac{30}{92} \end{cases} \rightarrow 2V = \frac{30}{88} - \frac{30}{92}$$

$$\rightarrow V = 15 \left( \frac{1}{88} - \frac{1}{92} \right) \rightarrow V = \frac{60}{88 \times 92} \frac{Km}{s} \rightarrow V = \frac{60}{88 \times 92} \times 3600 = 26/67 \frac{Km}{h}$$

$$\approx 27 \frac{Km}{h}$$

پاسخ گزینه ۱ است

**تست ۳۰:** اگر جابه جایی در ثانیه یازدهم حرکت ۲۰ متر باشد است یعنی مساحت زیر نمودار از ۱۰ تا ۱۱ ثانیه برابر ۲۰ است پس یعنی ماکزیمم تابع ۲۰ میشود و کلیه نقاطی که روی یک خط قرار دارند شیبشان یکسان است، بنابراین اگر شیب بین ۵ تا ۱۰ ثانیه را پیدا کنیم سایر نقاط روی این خط نیز همان شیب را دارند پس شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی  $3/5s \leq t \leq 8/3s$  همان شتاب بین ۵ تا ۱۰ است



که این شیب  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-0}{10-5} = 4$  است و سرعت اولیه هم باید  $-20$  باشد تا شیب  $4$  شود  
بنابراین گزینه  $4$  درست است

### تست ۳۱:

از اطلاعات سوال متوجه میشویم که شتاب  $2$  است و سرعت اولیه  $-1$  و مکان اولیه  $-12$  -  
حال باید معادلات مکان-زمان و سرعت-زمان را تشکیل دهیم

$$X = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad X = t^2 - t - 12 \quad v = 2t - 1$$

حالا این دو را مساوی صفر قرار میدهیم تا ببینیم کجا صفر میشوند

$$X = t^2 - t - 12 = 0 \quad t = 4s \quad v = 2t - 1 = 0 \quad t = 0.5$$

### پاسخ گزینه ۱ است

### تست ۳۲:

پاسخ گزینه ۲

به جز مورد (و) همه موارد صحیح است

(و) چرا غلط است؟ زیرا در لحظه  $t = 5s$  جهت سرعت عوض میشود اما جهت و شتاب تغییر نمی کند (شتاب میشود  $a = -8t$ ) علامت شتاب همواره منفی است و عوض نمیشود

### تست ۳۳:

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در این سوال یک نمودار تقریبی بکشیم میبینیم نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم، به صورت یک سهمی است که نسبت به نقطه ی اوج (نقطه ای که سرعت صفر می شود و متحرک تغییر جهت می دهد) متقارن است. در این مسئله، متحرک در لحظه ی  $t = 4s$  در جهت مثبت محور  $x$ ها در بیش ترین فاصله ی خود از مبدا قرار دارد، بنابراین در این نقطه سرعت صفر می شود و متحرک تغییر جهت خواهد داد، در نتیجه متحرک در لحظه های  $t = 0$  و  $t = 8s$  در یک مکان خواهد بود و ایکس برای هردوشون عدد  $4$  میشود

### تست ۳۴:



۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$C \text{ تا } B \text{ برای حرکت از } \Delta x = \frac{V_B + V_C}{2} t \Rightarrow 120 = \frac{V_B + 20}{2} \times 10 \Rightarrow V_B = 4 \frac{m}{s}$$

$$V_C = at + V_B \Rightarrow 20 = a \times 10 + 4 \Rightarrow a = \frac{1}{6} \frac{m}{s^2}$$

$$V_B^2 - V_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16 - 0 = 2 \times \frac{1}{6} \times AB \Rightarrow AB = 5m$$

### تست ۳۵:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{طول خط ترمز} = \frac{-V_0^2}{2a} = \frac{-900}{-6} = 150m$$

$$(108 \frac{km}{h} = 30 \frac{m}{s} \text{ است: } \frac{108}{3.6} = 30)$$

مسافتی که اتومبیل از لحظه رویت مانع تا لحظه ی ترمز جابه جا شده است.

$$165 - 150 = 15m \rightarrow$$

در این فاصله، با همان سرعت و  $30 \frac{m}{s}$  حرکت کرده پس:

$$\Delta x = v\Delta t \rightarrow 15 = 30t_1 \rightarrow t_1 = \frac{1}{2} s$$

$$\text{پس از ترمز داریم} \rightarrow V = at + V_0 \rightarrow 0 = -3t + 30 \rightarrow t_2 = 10s$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 20$$

### تست ۳۶:



گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. با رسم نمودار سرعت - زمان به راحتی می توان گزینه ی درست را انتخاب کرد. ابتدا سرعت در لحظه های مختلف را به دست می آوریم:

$$\xrightarrow{t=10s} V = at + V_0 = -2 \times 10 = -20 \frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{t=35s} V = at + V_0 = 2 \times 15 - 20 = 10 \frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{t=40s} V = at + V_0 = 2 \times 20 - 20 = 20 \frac{m}{s}$$

در بازه ی ۲۰ تا ۳۵ ثانیه حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده و متحرک ابتدا خلاف محور x و سپس در جهت محور x حرکت کرده است و در لحظه ی برخورد نمودار با محور زمان، جهت حرکت تغییر کرده است.

### تست ۳۷:

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار ارایه شده در متن سوال، مشخص است که شتاب متحرک در بازه ی زمانی نشان داده شده همواره مثبت است. برای به دست آوردن علامت سرعت سطح زیر منحنی را در فاصله ی زمانی نشان داده شده به دست می آوریم.

$$S = \Delta V_x = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \text{ m/s}$$

$$\Delta V_x = 10 \frac{m}{s} \rightarrow V_x - V_{0x} = 10 \frac{m}{s} \rightarrow V_x - (-6) = 10 \frac{m}{s} \rightarrow V_x = 4 \text{ m/s}$$

بنابراین سرعت متحرک در لحظه ی  $t = 0$  برابر  $-6 \text{ m/s}$  است و در لحظه ی  $t = 5 \text{ s}$  برابر  $4 \text{ m/s}$  است. در نتیجه سرعت متحرک ابتدا منفی و سپس مثبت شده است در حالی که شتاب همواره مثبت است. بنابراین در می یابیم که حرکت متحرک ابتدا کندشونده ( $a_x V_x < 0$ ) و سپس تندشونده ( $a_x V_x > 0$ ) است.

### تست ۳۸:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$d = S_{av} \Delta t = 3 \times 6 = 18 \text{ m} \rightarrow d_{0-3} = 18 \div 2 = 9 \text{ m} \rightarrow x_0 = 16 - 9 = 7 \text{ m}$$



$$\Delta x = \frac{V_0 + V}{2} \Delta t \rightarrow 9 = \frac{V_0}{2} \times 3 \rightarrow V_0 = 6 \rightarrow a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{-6}{3} = -2 \frac{m}{s^2}$$

دقت کنید در بازهی زمانی (۰،۷) بر دار مکان در جهت محور xها و از ۷ به بعد، خلاف جهت محور xها است.

$$x = -t^2 + 6t + 7 = 0 \begin{cases} t = -1 \text{ ✗} \\ t = 7 \text{ s } \checkmark \end{cases}$$

### تست ۳۹:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$V = at + V_0 \rightarrow 1 = 2 \times 3 + V_0 \rightarrow V_0 = -5 \frac{m}{s}$$

$$\frac{15}{5} = \frac{10 - t'}{t'} \rightarrow t' = 2/5s$$

تشابه مثلث ها

$$V = 2t - 5 \xrightarrow{t=7} V = 9 \quad V = -3t + 45 \xrightarrow{t=12} V = 9$$

$$V_{av} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{\frac{24 \times 3}{2} + \frac{24 \times 2}{2}}{5} = 12 \frac{m}{s}$$

### تست ۴۰:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. رسم نمودار  $V - t$

$$\frac{(t - 10)}{2} \times 10 = \frac{(20 - t) \times 20}{2} \rightarrow t = \frac{50}{3} s$$

### تست ۴۱:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$V_{av} = \frac{3x + 5x + 7x}{5} = 3 \rightarrow x = 1$$

$$\text{مسافت طی شده} = 2x + 3x + 5x + 7x = 17x = 17$$

### تست ۴۲:

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که می دانیم سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه جایی می باشد داریم:

$$t = 0 \rightarrow V = 30 \frac{m}{s}$$



$$t = 0 - 10 \rightarrow \Delta V = -20 = V_2 - 30 \rightarrow t = 10$$

$$\rightarrow V = 10 \frac{m}{s}$$

$$t = 10 - 15 \rightarrow V = const = 10 \frac{m}{s}$$

$$t = 15 - 30 \rightarrow \Delta V = 30 = V_2 - 10$$

$$\rightarrow t = 30 \rightarrow V = 40 \frac{m}{s}$$

با مساحت گیری زیر نمودار سرعت زمان و رابطه سرعت متوسط داریم:

$$\bar{v} = \frac{(5 \times 10) + \left(\frac{10 + 40}{2}\right) \times 15}{30 - 10} = 21/25 \text{ m/s}$$

### تست ۴۳:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در لحظه رسیدن دو متحرک به یک دیگر، مکان هایشان با هم برابر است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)t^2 = \frac{3}{4}t^2 \\ x_B = \frac{1}{2}a_Bt^2 - 75 \end{cases} \rightarrow x_A = x_B = +75$$

$$\rightarrow \frac{3}{4}t^2 = 75 \rightarrow t = 10s$$

با جایگزینی زمان در رابطه مکان متحرک B شتاب متحرک به دست می آید:

$$\frac{1}{2}(a_B)(100) - 75 = 75 \rightarrow a_B = 3$$

$$V = at + V_0 \rightarrow \begin{cases} V_B = 3 \times 10 = 30 \\ V_A = 1.5 \times 10 = 15 \end{cases} \rightarrow \frac{V_B}{V_A} = 2$$

### تست ۴۴:





گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای این که حرکت تندشونده باشد، شتاب و سرعت متحرک باید هم علامت باشند. در این تست شتاب مثبت است ( $a = 4 > 0$ )، پس سرعت اولیه ی آن هم باید مثبت باشد ( $v_0 \geq 0$ ) تا حرکت تندشونده باشد. از تندشونده بودن حرکت پیدا است که متحرک تغییر جهت نمی دهد، بنابراین مسافت طی شده با جابه جایی برابر است. حال سرعت ها را در لحظه های  $t = 12s$  و  $t = 4s$  محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} t = 4s \rightarrow v = 16 + v_0 \\ t = 8s \rightarrow v = 32 + v_0 \\ t = 12s \rightarrow v = 48 + v_0 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times t$$

$$(4 \text{ ثانیه ی اول}) \Delta x = \frac{16 + v_0 + v_0}{2} \times 4 = 32 + 4v_0$$

$$(t = 12s \text{ تا } t = 8s) \Delta x = \frac{48 + v_0 + 32 + v_0}{2} \times 4 = 160 + 4v_0$$

$$\frac{\Delta x_{8-12}}{\Delta x_{0-4}} = \frac{39}{23} \rightarrow \frac{160 + 4v_0}{32 + 4v_0} = \frac{39}{23} \rightarrow \frac{40 + v_0}{8 + v_0} = \frac{39}{23} \rightarrow 23 \times 40 + 23v_0 = 39 \times 8 + 39v_0$$

$$\rightarrow v_0 = 38 \frac{m}{s}$$

$$v = 4t + 38 \rightarrow v = 4 \times 4/5 + 38 = 56 \text{ m/s}$$

حال سرعت در لحظه ی  $t = 4/5s$  را محاسبه می کنیم:

**تست ۴۵:**

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a = \frac{0 - v_0}{t_1}$$

$$v = at + v_0 \rightarrow v_{t=2} = \left(\frac{-v_0}{t_1}\right)(2) + v_0$$

$$v_{t_1-2} = \frac{-v_0}{t_1}(t_1 - 2) + v_0$$

$$\Delta x = \bar{v}_0 t$$

$$\Delta x = \frac{v_0 + \left(v_0 - \frac{2v_0}{t_1}\right)}{2} \times 2 = 36$$

دو ثانیه اول

$$\Delta x = \frac{\left[\left(-v_0 + \frac{2v_0}{t_1}\right) + 0\right]}{2} \times 2 = 4$$

دو ثانیه آخر

$$\rightarrow 2v_0 - \frac{2v_0}{t_1} = 36, \quad \frac{2v_0}{t_1} - v_0 = 4 \rightarrow v_0 = 20 \rightarrow t_1 = 10s$$



### تست ۴۶:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با بررسی جابه جایی بین  $t_1 = 0$  و  $t_2 = 1/5s$  با کمک معادله ی مستقل از شتاب،  $V_0$  را محاسبه می کنیم:

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2} \Delta t$$

$$\begin{cases} t_1 = 0s \rightarrow V_1 = V_0 \\ t_2 = 1/5s \rightarrow V_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{مماس ترسیمی بر نمودار مکان - زمان افقی است.})$$

$$(10 - 1) = \frac{V_0 + 0}{2} \times (1/5 - 0) \rightarrow V_0 = 12 \text{ m/s}$$

در ادامه با توجه به معادله ی سرعت-زمان مقدار شتاب را محاسبه می کنیم:

$$V = at + V_0$$

$$\begin{cases} t = 1/5s \\ V = 0 \end{cases}, 0 = 1/5a + 12 \rightarrow a = -8 \frac{m}{s^2}$$

در نهایت با رسم نمودار سرعت-زمان مسافت طی شده از  $t_1 = 0/5s$  تا  $t_2 = 4/5s$  را محاسبه می کنیم:

$$V = -8t + 12 \rightarrow \begin{cases} t = 0/5s \rightarrow V = 8 \frac{m}{s} \\ t = 4/5s \rightarrow V = -24 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\text{مسافت طی شده} = |S_1| + |S_2| = \frac{8 \times 1}{2} + \frac{3 \times 24}{2} = 40m$$

### تست ۴۷:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$v = at + v_0 = 2 \times 5 + 2 = 12 \frac{m}{s}$$

باید سطح زیر نمودار را در قسمت هایی که با هم اشتراک ندارند به دست آورد.

$$t = 14 \text{ در } \begin{cases} V_A = 8 \\ V_B = 12 \end{cases} \rightarrow V_B - V_A = 4$$

### تست ۴۹:

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.



$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + V_{0y}t \rightarrow \begin{cases} 80 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \rightarrow t = 4s \\ 80 - 35 = \frac{1}{2} \times 10 \times t'^2 \rightarrow t' = 3s \end{cases} \rightarrow \Delta t = 1s$$

### تست ۵۰:

گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم مسافت طی شده در هر بازه ی زمانی، برابر است با مجموع قدر مطلق مساحت های زیر نمودار سرعت - زمان در آن بازه زمانی. بنابراین ابتدا باید نمودار سرعت - زمان متحرک را با توجه به نمودار شتاب - زمان آن رسم کنیم:

می دانیم در نمودار شتاب - زمان، مساحت زیر نمودار برابر است با تغییرات سرعت لذا داریم:

$$S_1 = V_4 - V_0 \rightarrow 16 = V_4 - 4 \rightarrow V_4 = 20 \frac{m}{s}$$

$$S_2 = V_{12} - V_4 \rightarrow -40 = V_{12} - 20 \rightarrow V_{12} = -20 \frac{m}{s}$$

همچنین با نوشتن معادله سرعت متحرک در بازه زمانی  $4 < t < 12$ ، می توانیم زمانی را که سرعت متحرک صفر می شود (متحرک تغییر جهت می دهد.) را بدست آوریم:

$$V = -5t + V_4 \rightarrow V_t = -5t + 20$$

$$V_t = 0 \rightarrow t = 4$$

یعنی ۴ ثانیه پس از  $t = 4$  سرعت متحرک صفر می شود به عبارت دیگر در لحظه ی  $t = 8s$  سرعت متحرک صفر است. حال با محاسبه ی مساحت زیر نمودار سرعت - زمان، مسافت طی شده متحرک را بدست می آوریم:

$$d = |S_1| + |S_2| + |S_3|$$

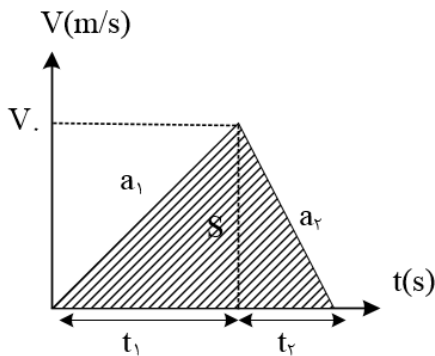
$$\rightarrow d = \frac{(4 + 20) \times 4}{2} + \frac{20 \times 4}{2} + \frac{4 \times 20}{2}$$

$$d = 48 + 40 + 40 = 128m$$



تست ۵۱:

برای حل مسئله از نمودار سرعت - زمان قطار استفاده می کنیم. می دانیم که مساحت زیر نمودار سرعت - زمان در یک بازه ی زمانی برابر جابه جایی متحرک در آن بازه ی زمانی است. برای آن که قطار کمترین زمان ممکن را در پیمایش مسافت بین دو ایستگاه داشته باشد باید از شتاب تند شونده ی خود حداکثر بهره را ببرد و به بیشترین سرعت ممکن دست پیدا کند و پس از آن نیز با استفاده از شتاب کندشونده ی خود ترمز کرده تا در ایستگاه دوم متوقف شود. مطابق شکل زیر:



$$a_1 = +0/2 \frac{m}{s^2}, \quad a_2 = -0/8 \frac{m}{s^2}$$

$$\begin{cases} V_0 = a_1 t_1 \rightarrow V_0 = 0/2 \times t_1 \rightarrow t_1 = \frac{0/8}{0/2} = 4 \rightarrow t_2 = \frac{t_1}{4} \\ -V_0 = a_2 t_2 \rightarrow V_0 = 0/8 \times t_2 \end{cases}$$

$$S = \frac{1}{2} V_0 \times (t_1 + t_2) = 3200 \rightarrow \frac{1}{2} \times 0.2 \times t_1 \times \left( t_1 + \frac{t_1}{4} \right) = 3200$$

$$\rightarrow 0/125 t_1^2 = 3200 \rightarrow t_1 = 160s \rightarrow t_2 = \frac{160}{4} = 40s$$

$$t = t_1 + t_2 \rightarrow t = 160 + 40 = 200s$$

تست ۵۲:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به این که فاصله ی کیسه ی دوم تا کیسه ی سوم ۳۰ متر و فاصله ی کیسه ی اول تا کیسه ی دوم ۲۰ متر است، نتیجه می گیریم که مسافت پیموده شده توسط اتومبیل، در بازه ی زمانی  $t = 2s$  و  $t = 3s$  بیشتر از مسافت پیموده شده توسط اتومبیل در بازه زمانی  $t = 1s$  و  $t = 2s$  بوده است. و از آن جایی که  $\Delta t_1 = \Delta t_2 = 1s$  از است، می توان گفت حتما سرعت متوسط اتومبیل بین  $t = 2s$  و  $t = 3s$  از سرعت متوسط اتومبیل بین  $t = 1s$  و  $t = 2s$  بیشتر است.

$$\bar{v} = \frac{d}{\Delta t}$$



$$\begin{cases} \bar{v}_1 = \frac{d_1}{\Delta t_1} = \frac{d_1}{1s} = d_1 \\ \bar{v}_2 = \frac{d_2}{\Delta t_2} = \frac{d_2}{1s} = d_2 \rightarrow \bar{v}_2 > \bar{v}_1 \\ \text{و } d_2 > d_1 \end{cases}$$

### تست ۵۳:

روش اول: با استفاده از مفهوم حرکت نسبی، معادله حرکت شخص را نسبت به اتوبوس مینویسیم:  
 $d = 8m$  فاصله ی اولیه ی شخص نسبت به اتوبوس و  $v' = v - 0 = v$  سرعت اولیه ی شخص نسبت به اتوبوس

$$a' = 0 - a = -a = -1 \frac{m}{s^2}$$

شتاب شخص نسبت به اتوبوس

در این حرکت نسبی فرض بر آن است که اتوبوس ساکن است و شخص با سرعت  $v$  و شتاب کند شونده ی  $-1 \frac{m}{s^2}$  در حال نزدیک شدن به آن است و می خواهیم شرط برخورد و به هم رسیدن آنها را بررسی کنیم.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a' \Delta x, \quad \Delta x > d = 8m$$

$$0^2 - v^2 = 2 \times (-1) \times \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{v^2}{2}, \quad \Delta x > 8$$

$$\rightarrow \frac{v^2}{2} > 8 \rightarrow v^2 > 16 \rightarrow v > 4 \frac{m}{s}$$

$$d = \frac{1}{2} a' t^2 + v' t \rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times (-1) t^2 + v \times t$$

با استفاده از رابطه ی جابه جایی - زمان

برای رسیدن شخص به اتوبوس این معادله باید جواب داشته باشد و  $\Delta$  معادله ی درجه ی ۲ منفی نباشد.

$$\rightarrow t^2 - 2vt + 16 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-2v)^2 - 4 \times (1) \times (16) = 4v^2 - 64$$

$$4v^2 - 64 > 0 \rightarrow v^2 > 16 \rightarrow v > 4 \frac{m}{s}$$

پاسخ گزینه ۱ است



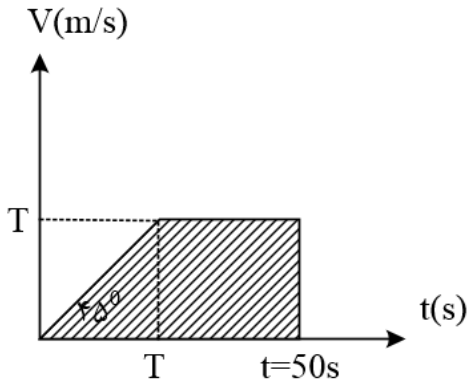
## تست ۵۴:

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر در خودرو، یکی در پشت دیگری باشد و سرعت خودرو پشتی از خودرو جلویی زیادتر باشد، به تدریج فاصله‌ی آنها کم می‌شود و در نقطه‌ای به هم برخورد می‌کنند و به علت سرعت بیشتری که دارد با آن تصادف می‌کند. اگر در خودرو به طرف هم حرکت کنند، با هر سرعتی که به سمت هم بیایند، به تدریج فاصله‌ی آنها کم می‌شود و از رو به رو با هم تصادف می‌کنند با توجه به دو حالت برخورد و تصادف دو خودرو که بررسی شد، شرط قطعی برای تصادف آن است که دو خودرو در یک لحظه، در یک محل و مکان از جاده قرار داشته باشند. بنابراین این گزینه‌ی ۳ بیانگر لحظه‌ای است که در آن دو خودرو در مکانی یکسان قرار دارند. نقطه‌ی تلاقی این دو خط بیانگر تصادف دو خودرو می‌باشد. نقطه‌ی تلاقی دو خط در نمودار (۱) زمانی را نشان می‌دهد که شتاب دو خودرو یکسان است، اما مکان و سرعت دو خودرو معلوم نمی‌باشد، پس تصادف قطعی نیست. نقطه‌ی تلاقی دو خط در نمودار (۲) زمانی را نشان می‌دهد که سرعت دو خودرو یکسان است. با گذشت زمان، سرعت خودروی B افزایش می‌یابد تا با سرعت خودروی A برابر می‌شود. اما در این لحظه معلوم نیست که دو خودرو در کجا هستند و ممکن است در دو نقطه‌ی مختلف از جاده باشند پس تصادف قطعی نیست. نقطه‌ی تلاقی دو خط در نمودارهای (۴) و (۵) نشان می‌دهد که در یک محل از جاده شتاب با سرعت دو خودرو با هم برابر است، اما زمان این برابری معلوم نمی‌باشد، چون ممکن است برای شتاب با سرعت در یک محل از جاده که نقطه‌ی تلاقی دو خط است، در زمان‌های متفاوت اتفاق افتاده باشد، پس تصادف قطعی نیست.

## تست ۵۵:

نمودار سرعت - زمان این خودرو به صورت زیر می‌باشد. برای این که وقتی خودرو به چهارراه بعدی می‌رسد، چراغ سبز باشد، مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان که بیان گر جابه‌جایی خودرو است، حداقل باید برابر 450m باشد. به ازای این جابه‌جایی حداقل مقدار T را محاسبه می‌کنیم.





چون شتاب خودرو برابر  $1 \frac{m}{s^2}$  است  $\rightarrow V = aT = 1 \times T = T$

$$S = \frac{1}{2} \times (50 + (50 - T)) \times T = \frac{-1}{2} T^2 + 50T$$

$$S > 450 \rightarrow \frac{-1}{2} T^2 + 50T > 450 \rightarrow \frac{-1}{2} T^2 + 50T - 450 > 0$$

$$\frac{-1}{2} T^2 + 50T - 450 = 0 \rightarrow T = \frac{-50 \pm \sqrt{50^2 - 4 \times (-\frac{1}{2}) \times (-450)}}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 50 \pm \sqrt{1600} \begin{cases} T_1 = 10s \\ T_2 = 90s \end{cases}$$

می دانیم که مقدار تابع مورد نظر بین  $T_1 = 10s$  و  $T_2 = 90s$  (مخالف علامت  $a$ ) مثبت است که مورد نظر ما می باشد. صورت سؤال باید کمینه ی  $T$  را مورد پرسش قرار دهد نه بیشینه ی آن را، پس حداقل مقدار  $T$  که از  $t = 50s$  نیز کوچک تر است  $T = 10s$  است.

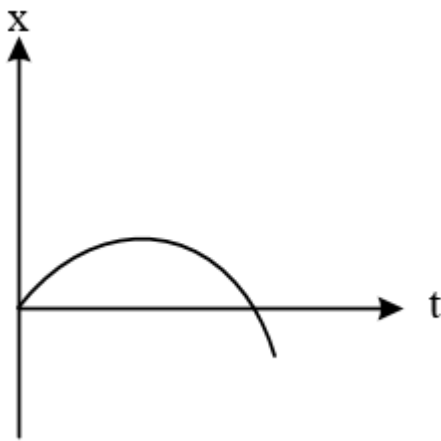
پاسخ گزینه ۱ است

### تست ۵۷:

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در لحظه ی  $t = 0$  تکه چوب پرتاب می شود. در لحظه ی پرتاب، چوب در قایق قرار دارد پس در  $t = 0$  مکان چوب نسبت به قایق صفر است و از آنجایی که چوب با سرعت مثبت نسبت به قایق پرتاب شده است، در نمودار مکان چوب نسبت به قایق بر حسب زمان، شیب نمودار در  $t = 0$  باید مثبت باشد. پس تا این جا می دانیم منحنی مورد سؤال از نقطه ی  $(0,0)$  و با شیب مثبت شروع می شود. بعد از این که تکه چوب از قایق پرتاب می شود، از قایق جلو می زند و پس از مدتی به سطح آب فرود می آید و سپس اندکی روی آب سر می خورد. در این فاصله



ی زمانی، مکان چوب نسبت به قایق در حال افزایش است. در نهایت سرعت چوب با سرعت آب رودخانه برابر خواهد شد، اما سرعت قایق از سرعت آب رودخانه بیشتر است چون قایق با سرعت  $V_2$  نسبت به آب رودخانه حرکت می کند. در نتیجه پس از مدتی به تکه چوب می رسد. تا این لحظه مکان چوب نسبت به قایق در حال کاهش است و در این لحظه به صفر می رسد. در ادامه قایق از چوب جلو می زند و فاصله ی آن با گذشت زمان بیشتر می شود. یعنی مکان چوب نسبت به قایق منفی خواهد بود و با گذشت زمان اندازه ی آن افزایش می یابد. در واقع شیب این منحنی، سرعت نسبی چوب به قایق را نشان می دهد. با توجه به توضیحات فوق، این سرعت در لحظه  $t = 0$  مثبت است، سپس کاهش می یابد تا مقدار آن به صفر می رسد و در ادامه منفی خواهد بود در حالی که اندازه ی آن در حال افزایش است.



### تست ۵۸:

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر لحظه ای که فاصله ی دو خودرو از هم ۴۵ متر است را مبدأ زمانی در نظر بگیریم، خودروی B پس از ۲ ثانیه متوقف می شود. در این مدت جابه جایی دو خودرو به صورت زیر است:

$$\Delta x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + V_{0A} t = \frac{1}{2} (-2)(2^2) + 16 \times 2 = 28m$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + V_{0B} t = \frac{1}{2} (+4)(2^2) - 8 \times 2 = -8m$$





فاصله ی دو خودرو در لحظه ی توقف خودروی  $B$  ( $t = 2s$ ) برابر خواهد بود با :

$$d = 45 - (|\Delta x_A| + |\Delta x_B|) = 45 - (28 + 8) = 9m$$

از این لحظه به بعد خودروی  $B$  متوقف است و خودروی  $A$  با سرعت اولیه ی  $V'_A$  و شتاب ثابت  $a$  به خودروی  $B$  نزدیک می شود. اگر مدت زمان  $T$  طول بکشد تا از لحظه ی  $t = 2s$  خودروی  $A$  به خودروی  $B$  برخورد کند، خواهیم داشت:

$$V'_A = V_{0A} + a_A t = 16 + (-2) \times 2 = 12 \frac{m}{s}$$

$$d = \frac{1}{2} a_A T^2 + V'_A T \rightarrow 9 = -T^2 + 12T \rightarrow T^2 - 12T + 9 = 0 \rightarrow T = 0/8s$$

زمان برخورد برابر  $2 + T = 2/8s$  می باشد. و همان طور که بررسی شد سرعت خودروی  $B$  در این لحظه صفر است.

### تست ۵۹:

بچه ها اگر جهت حرکت آب را از سمت قایق  $A$  به سمت قایق  $B$  بگیریم، تندی قایق  $A$   $10 + 5 = 15$   $m/s$  و تندی قایق  $B$   $10 - 5 = 5$   $m/s$  می شود؛ چون ۲ قایق به سمت هم حرکت می کنند می توان یکی را ساکن گرفت و دیگری را با تندی  $V_A + V_B$  مسافت  $200$   $m$  را طی کند.  
 $\Delta x = V \Delta t \rightarrow 200 = (15 + 5) \Delta t \rightarrow \Delta t = 10s$   
 گزینه ۱ صحیح است.

### تست ۶۰:

با توجه به صورت سؤال قطار اول مهم نیست و سرعت نسبی قطارها  $10 + 8 = 18$   $m/s$  می باشد.  
 $\Delta x = 7 \Delta t$   
 $150 = 18 \Delta t \rightarrow \Delta t = 8.33$   $s$   
 (گزینه ۲ صحیح است)





## فصل ۲ دینامیک

در بخش مربوط به سینماتیک به چگونگی حرکت اجسام می‌پردازیم ولی این موضوع که "اصولاً چرا و چگونه اجسام حرکت می‌کنند" موضوع بحث دینامیک است. دینامیک نیز همچون حرکت شناسی از پر سوال ترین و مفهومی ترین مباحث سال دوازدهم است. دینامیک را به هیچ عنوان با فرمول های تستی فرا نگیرید و تلاش کنید سوالات را با مفاهیم (خصوصاً قانون دوم نیوتن) فرا گیرید. شناس های اصلی طراحی سوال در این فصل به ترتیب محاسبه اصطکاک نکات آسانسور و روابط تکانه می‌باشند. در این فصل همانند حرکت شناسی باید فراوان تست و تمرین حل نمایید.



**نیرو:** وقتی جسمی را می کشیم یا آن را هل می دهیم، به آن نیرو وارد می کنیم. نیرو، حاصل برهم کنش یا اثر متقابل دو جسم بر یکدیگر است. نیرو کمیتی برداری است که علاوه بر اندازه، جهت نیز دارد در رسم نیرو از یک پاره خط جهت دار با مقیاس مناسب استفاده می کنیم (یعنی نیروی بزرگتر را با فلش و بردار بلندتر نشان می دهیم و نیروی ضعیف تر را با فلش و بردار کوتاه تر نشان می دهیم)، همچنین نیرو را به کمک نیرو سنج اندازه گیری می کنیم و یکای آن، نیوتون است. اثر نیرو بر یک جسم به شکلهای مختلف مانند شروع به حرکت کردن، توقف، کم و زیاد شدن اندازه ی سرعت (تندی)، تغییر جهت سرعت و تغییر شکل آن جسم، خود را نشان می دهد به طور خلاصه نشان داد که نیروی وارد بر یک جسم می تواند سبب تغییر سرعت جسم یا تغییر شکل آن شود. ایزاک نیوتون نخستین کسی بود که به رابطه میان نیرو و شتاب پی برد.

دختر او پسرها که نیوتن بود الان این فصل هم نبود!! در واقع دینامیک روشخ قوانین نیوتن پمپرخه! (به نیوتن پمپاره فمخ نندیا کلی خدمت

کرده به بشریت!) اگر دانشمندان پمخون نیوتن وادیسون و فارادی... بودند الان باید بایه **الغ** صبح ما میویدیم مدرسه! شب ما هم باید مثل

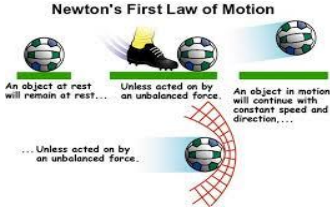
**مرغ** ساهت ۷ شب میخوایدیم!). خلاصه اینکه از قانون یک و سه مکنه سوالات مفهومی طرح شه. ولی از قانون دوم حتا دگنکور مساله

خوایم داشت. اول یہ تعریف کلی از سه تا قانون براتون بکم بعدش بریم برای تست و مسایل....



**قانون اول ( اینرسی یا لختی ) : یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ**

میکند مگر آنکه نیروی خالص غیر صفری به آن وارد شود



به زبون خودمونی یعنی اگر یه جسم ساکن داشته باشیم و شام هم انگولک نکنی بد نختوا اون دوست داره همون حالت سکون خودشو حفظ کنه! اگر هم جسمی

با سرعت ثابت داره میره اگر انگولکش نکنی! دوست داره با همون سرعت ثابت به سیر خودش ادامه بده!!

**تست:**

اتومبیلی در یک جاده افقی رو به جلو ~~به سمت راست~~ در حال حرکت است، شیشه‌ها بالا و کولر و بخاری خاموش است. مگسی در هوای داخل کابین قرار دارد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) مگس ناچاراً به طرف شیشه جلو میرود.
- (۲) مگس ناچاراً به طرف شیشه عقب میرود.
- (۳) مگس همانند زمانی که اتومبیل ایستاده است، آزادانه در هوای ماشین پرواز می‌کند.
- (۴) بسته به شرایط هر سه گزینه می‌تواند صحیح باشد.

جواب گزینه ۳

**پاسخ سوال قبل :** بچه دقت کنید که سیستم‌هایی که با سرعت ثابت حرکت میکنند دقیقاً همانند

سیستم‌هایی هستند که ایستاده اند، پس در این تست مگس همانند زمانی که اتومبیل ایستاده است، آزادانه

در هوای ماشین پرواز می‌کند.



**تست:** کدام یک از مثال های زیر را نمی توانیم با قانون اول نیوتون توجیه کنیم؟

- (۱) گلوله ای که با سرعت ثابت سقوط می کند.
- (۲) اتومبیلی که از حالت سکون شروع به حرکت کرده است.
- (۳) یک سفینه فضایی (در جایی که از تمام سیارات و ستاره ها خیلی دور است) و موتور آن خاموش است.
- (۴) کامیونی که روی یک جاده شیب دار در آستانه حرکت قرار دارد

پاسخ: مطابق قانون اول اگر برآیند نیروها صفر باشد، جسم حالت سکون یا حالت حرکت با تندی ثابت خود را حفظ میکند، در گزینه ۲ چون از حال سکون حرکت کرده یعنی سرعت از صفر به یک عدد جدید میرسد بنابراین شتاب و نیرو صفر نیستند و قابل توجیه با قانون اول نمیباشد (تو بقیه گزینه ها شتاب و نیرو صفر هست!)

**تست:** چند مورد از موارد زیر غلط است؟

- (الف) اتومبیلی که روی مسیر افقی، مستقیم جلو میرود، در هنگام ترمز، سر نشینان و اشیای داخل به سمت جلو پرتاب می شوند.
- (ب) اتومبیلی که روی سطح افقی اصطکاک دار، با سرعت ثابت حرکت می کند، از قانون اول نیوتون پیروی می کند.

(ج) اگر نیروی خالص وارد بر جسمی صفر باشد، قطعاً جسم با سرعت ثابت حرکت می کند.

(د) نیروی خالص وارد بر جسمی که در راستای قائم و شرایط خلا به طرف بالا پرتاب شده و در نقطه اوج خود است، مخالف صفر است.

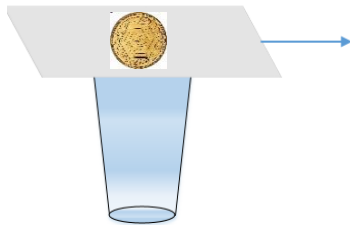
$$g \rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۱ مورد ۲ مورد ۳ مورد صفر مورد

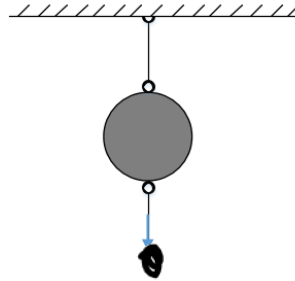
گزینه ج غلط است، اگر نیروی خالص وارد بر جسمی صفر باشد، جسم ساکن، ساکن میماند و جسم در حال حرکت با سرعت ثابت به مسیر خود ادامه می دهد



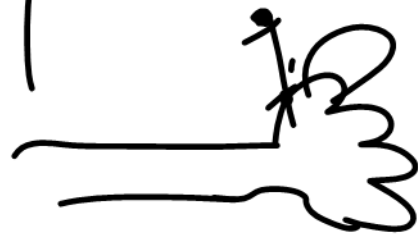
**تست:** در مورد دو آزمایش روبه‌رو در شکل ۱ سکه ای روی مقوای بالای لیوان قرار دارد و در شکل ۲ گلوله ای از دو طرف به نخ متصل است چند مورد از موارد زیر درست هستند؟



شکل (۱)



شکل (۲)



الف) در شکل ۱ اگر خیلی سریع کاغذ را بکشیم، سکه داخل لیوان می‌افتد. و اگر آرام بکشیم سکه با مقوا حرکت می‌کند

ب) در شکل ۱ اگر خیلی سریع کاغذ را بکشیم، سکه داخل لیوان می‌افتد و این آزمایش بیانگر این است که اجسام طبق قانون لختی تمایل به حفظ وضعیت اولیه خود دارند.

پ) در شکل ۲ اگر به آرامی نیروی وارد بر نخ را افزایش دهیم، نخ بالایی پاره می‌شود چون نیرو فرصت انتقال یافتن پیدا می‌کند و اگر نخ را سریع بکشیم از پایین پاره می‌شود زیرا نیرو فرصت انتقال یافتن را نخواهد یافت

یک مورد دو مورد سه مورد صفر مورد

هر سه مورد صحیح است

**تست:** در یک تصادف، به یک خودرو از پشت ضربه شدیدی وارد می‌شود. در این حالت به دلیل تفاوت در حرکت تنه و سر راننده به گردن راننده آسیبی جدی وارد می‌شود که به آن آسیب ..... گفته می‌شود و می‌توان این موضوع را با استفاده از قانون ..... نیوتون توجیه کرد. (متن کتاب درسی)

۱) تازیانه ای - اول

۲) متازفامی - دوم

۳) تازیانه ای - دوم

۴) متازفامی - اول

گزینه ۱



**قانون دوم نیوتن:** قانون اول نیوتون به بررسی حرکت جسمی می پردازد که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است حال اگر نیروهای وارد بر جسم صفر نباشد چه اتفاقی می افتد قانون دوم نیوتون به این سوال پاسخ می دهد:

وقتی برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نباشد، سرعت آن تغییر می کند و جسم تحت تأثیر آن نیرو،

$$\vec{a} \propto \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F_{net} = m\vec{a} \quad \text{یعنی: در جهت نیروی خالص پیدا می کند}$$

آقا، خانم خلاصه بگم: هر وقت برآیند نیروها صفر نباشد جسم شتاب میگیره! و شتابش از این فرمول محاسبه میشه  $F=ma$  خالص



به این میگیم قانون دوم نیوتن!



**تست:** قایقی با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت میکند جرم قایقی ۳۴۰ کیلوگرم

است و فردی به جرم ۶۰ کیلو در آن قرار دارد. اگر به صورت فرضی! نیروی پیشران قایق ۲۵۰۰

نیوتن و نیروی اصطکاک و مخالف حرکت ۵۰۰ نیوتن باشد پس از ۲۰ ثانیه سرعت قایق به چه

عددی می رسد؟

۱۰                      ۱۰۰                      ۲۰                      ۵۰

$$F_{\text{خالص}} = ma \rightarrow 2500 - 500 = 400a \rightarrow a = 5 \rightarrow v = at + v_0 \rightarrow v = 5 \times 20 = 100$$

توی این سوال در قدم اول، قانون دوم نیوتن رو مینویسیم ( برای اینکار نیروهای موافق با حرکت

رو اول بنویسید سپس اونها را از نیروهای مخالف کم کنید و جواب رو برابر  $ma$  قرار بدید:

بهنگام نوشتن  $F$  خالص، نیروهای موافق رو از نیروهای مخالف کم می کنیم! بعدش مساوی با  $ma$  مینویسیم!





**تست:** به یک جسم ۲ کیلوگرمی، همزمان چهار نیروی ۲۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۸ نیوتنی وارد می‌شوند و

جسم در حالت تعادل قرار دارد، اگر فقط نیروی ۱۵ نیوتنی را حذف کنیم، و بقیه نیروها با همان

اندازه و جهت قبلی شان، اثرگذار باشند، تغییر سرعت جسم پس از ۲ ثانیه چندمتر برتائیه خواهد

شد

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow 2 \quad \Delta v = 15 \quad 10$$

$$F = ma \rightarrow 15 = 2a \rightarrow a = 7.5$$

پاسخ: هر وقت چندتا نیرو در حالت تعادل باشند، اگر یکی از نیروها حذف شود، برابند نیروهای

باقی مانده برابر با همان نیروی حذف شده میشود پس در سوال بالا وقتی نیروی ۱۵ نیوتنی را

حذف میکنیم برابند نیروهای باقی مانده همان ۱۵ میشود بنابراین داریم:

$$F_{\text{خالص}} = ma \quad 15 = 2a \quad a = 7.5 \quad v = at + v_0 = 15 \quad \Delta v = 15 - 0 = 15$$

**تست:** اگر نیروی خالصی به بزرگی F به جسمی به جرم  $m_1$  شتاب  $3 \frac{m}{s^2}$  شتابی به بزرگی  $6 \frac{m}{s^2}$  بدهد، نیروی

خالصی به بزرگی ۳F به جسمی  $m_1 + m_2$  شتابی به بزرگی چند متر بر مجذور ثانیه خواهد داد؟

- ۱ (۴)                      ۹ (۳)                      ۶ (۲)                      ۳ (۱)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. قانون دوم نیوتون را در دو حالت اولیه نوشته و مقادیر  $m_1$  و  $m_2$  را بر حسب F

به دست می آوریم:

$$F = ma \rightarrow \begin{cases} F = m_1(3) \rightarrow m_1 = \frac{F}{3} \\ F = m_2(6) \rightarrow m_2 = \frac{F}{6} \end{cases}$$

در ادامه قانون دوم نیوتون را برای حالتی می نویسیم که نیروی خالص ۳F به جسمی به جرم  $m_1 + m_2$  وارد شود.

$$F = ma \rightarrow 3F = (m_1 + m_2)a \quad \frac{m_1 = \frac{F}{3}}{m_2 = \frac{F}{6}} \rightarrow 3F = \left(\frac{F}{3} + \frac{F}{6}\right)a$$

$$\rightarrow 3 = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)a \rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}$$



**تست:** نمودار سرعت - زمان به جرم  $m$  به صورت زیر است، در  $t_1$  ثانیه اول حرکت کدام گزینه تمام موارد همواره و قطعاً صحیح را نشان می‌دهد؟

الف: حرکت ابتدا کند شونده سپس تند شونده است

ب: برایند نیروهای وارد بر آن جسم پیوسته مقداری ثابت است

ج: جابه‌جایی صفر و مسافت مخالف صفر است

د: مسافت صفر و جابه‌جایی مخالف صفر است

ه: شتاب همواره در خلاف جهت محور  $x$  ها است

- (۱) الف - ب - ه (۲) الف - ج - ه (۳) الف - ج (۴) الف - ب - ج - ه

گزینه اول صحیح است

بررسی موارد:

الف صحیح است زیرا با توجه به نمودار ابتدا سرعت کم شده و صفر شده ولی مجدد افزایش یافته

ب: صحیح است، زیرا وقتی نمودار سرعت زمان درجه یک است یعنی حرکت شتاب ثابت است پس طبق قانون دوم نیوتن  $F=ma$  مقدار  $F$  نیز ثابت است

ج و د: غلط است زیرا در نمودار سرعت زمان برای محاسبه جابه‌جایی باید مساحت بالا را از مساحت پایین کم کنیم و چون اعداد دقیقی روی نمودار نداریم نمیتوانیم قضاوت کنیم پس این دو گزینه غلط هستند

ه: صحیح است چون شیب نمودار سرعت زمان منفی است بنابراین شتاب منفی است (خلاف جهت محور  $x$  ها)

**تست:** جرم  $m$  تحت تأثیر نیروی  $\vec{F}_1$  با شتاب ثابت  $\vec{a}$  شروع به حرکت می‌کند. اگر نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به جسمی به جرم  $2m$  وارد شوند، جسم با شتاب  $-2\vec{a}$  شروع به حرکت می‌کند. کدام رابطه بین  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_1$  برقرار است؟ (آزمون کانون)

- (۱)  $\vec{F}_2 = 3\vec{F}_1$  (۲)  $\vec{F}_2 = -5\vec{F}_1$  (۳)  $\vec{F}_2 = -3\vec{F}_1$  (۴)  $\vec{F}_2 = 5\vec{F}_1$

$$F_1 = ma \rightarrow F_1 + F_2 = 2m(-2a) \rightarrow F_2 = -5ma \quad F_2 = 5F_1$$



## قانون سوم نیوتن: (کنش و واکنش) :

برای هر عملی عکس العملی است. هم راستا و هم اندازه و مختلف جهت. مفهوم اساس قانون سوم نیوتن آن است که تک نیرو در طبیعت وجود ندارد یعنی نیروهای موجود در طبیعت

همواره دوتایی هستند، به صورت عمل و عکس العمل.



### مغلطه‌ای از قانون سوم نیوتن

به یه اسب میگن کالسکه‌ای رو بکشه! اسب میشینه کف زمین و میگه طبق قانون سوم نیوتن اگر به کالسکه نیرو وارد کنم، کالسکه نیز طبق قانون سوم نیوتن نیز با همان نیرو اسب را در جهت مخالف می‌کشد، و این نیروها چون مساوی و خلاف هم هستند پس همدیگر رو خنثی می‌کنند پس من نمی‌تونم کالسکه را به حرکت درآورم!!!!



### آیا اسب درست میگه؟

قطعا نه!!! چون اگه درست بگه، تو دنیا هیچکس دیگه هیچ کاری انجام نمیده!!!!

اما داستان این مغلطه چیه؟

حواستون باشه که در قانون سوم، نیروهای عمل و عکس العمل به یک جسم اثر نمی‌کند و به دو جسم مختلف اثر میکنه یعنی نیروی عمل به یک جسم و عکس العمل به جسم دیگر اثر می‌کند پس این دو تا نیرو همدیگه رو خنثی نمیکنند ( یعنی عمل و عکس العمل برآیند پذیر نیستند)

اینها رو به اسب بگید! اگر قانع شد که هیچی! ولی اگر اصرار کرد روی حرفش! با مشت بکوبید پای چشمه‌اش! اگه اعتراض کرد بهش بگید عمل و عکس العمل همدیگرو خنثی میکنن! و تو نباید دردت بیاد!!!!!!



**تست:** چند مورد از موارد زیر صحیح است؟



یک دو سه چهار

**الف:** ماه و زمین برهم نیروی جاذبه وارد میکنند اما علت عدم سقوط ماه روی زمین آنست که

نیروهای عمل و عکس العمل همدیگر را خنثی میکنند

**ب:** اگر نمودار مکان زمان یک متحرک منحنی شکل باشد، الزاما حرکت شتاب ثابت است

**ج:** اگر در فضای خارج از سطح زمین، موتور یک سفینه فضایی خاموش شود، پس از مدتی متوقف میشود.

**د:** مطابق قانون اول نیوتن، پس از آنکه یک ماشین به صورت ناگهانی ترمز میکند اجسام و افراد

به سمت جلو پرتاب میشوند که کمربند ایمنی از پرتاب و شلیک شدن افراد به بیرون ماشین جلوگیری میکند

بچه ها بیایید تک تک گزینه ها رو بررسی کنیم:

گزینه الف که چرت میگه! نیروهای عمل و عکس العمل (در قانون سوم) چون به یک جسم وارد نمیشوند و به دو جسم متفاوت وارد می شوند بنابراین هیچگاه همدیگر را خنثی نمیکنند

اما گزینه ب یه اشکال کوچولو داره! نمودار مکان زمان در حرکت های شتاب ثابت منحنی درجه دو است!! و نه هر منحنی دلخواهی، پس گزینه ۲ هم غلطه

گزینه ج هم غلطه! چرا؟ چون طبق قانون اول اگر در فضای خارج از سطح زمین، موتور یک سفینه فضایی خاموش شود، سفینه تمایل داره با همون سرعت ثابت به مسیرش ادامه بده

و نهایتا رسیدیم به گزینه د که کاملا درسته ما میدونیم که : مطابق قانون اول نیوتن، پس از آنکه یک ماشین به صورت ناگهانی ترمز میکند اجسام و افراد به سمت جلو پرتاب میشوند که کمربند ایمنی از پرتاب و شلیک شدن افراد به بیرون ماشین جلوگیری میکند پس کلا یک مورد درست بود و جواب گزینه ۱ میشه.



**تست:** مطابق شکل زیر اگر جرم فرد B دو برابر فرد A باشد و همزمان طناب را به سمت هم بکشند، و

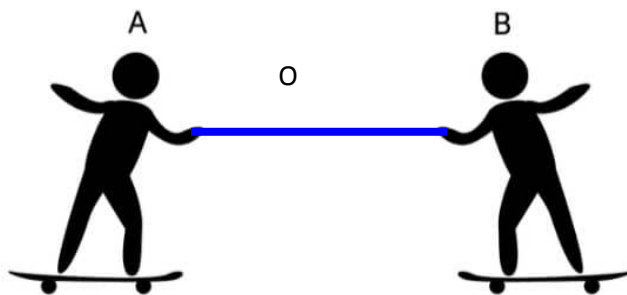
نقطه O دقیقاً در وسط فاصله دو فرد باشد، کدام گزینه صحیح است؟ (اصطکاک با زمین ناچیز)

این دو فرد جایی بین O و B به هم می‌رسند و شتاب و تندی فرد A بیشتر است

این دو فرد جایی بین O و B به هم می‌رسند و شتاب و تندی فرد B بیشتر است

این دو فرد جایی بین O و A به هم می‌رسند و شتاب و تندی فرد A بیشتر است

این دو فرد در O به هم می‌رسند و شتاب و تندی شان با هم برابر است



طبق قانون سوم نیوتن، نیروهای عمل و عکس العمل با هم برابرند  $M_a = M_b$  بنابراین اونی

که جرمش کمتره باید شتابش بیشتر باشه تا تساوی بالا برقرار بمونه، پس فرد A شتابش بیشتر

میشه و طبق رابطه  $V = at + v_0$  سرعتش هم بیشتر میشه و طبق رابطه  $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$  مقدار

جابه جایی هم بیشتر میشه پس این دو فرد جایی بین O و B به هم می‌رسند و شتاب و تندی فرد

A بیشتر است



## چند نکته مفهومی و مهم از قوانین نیوتن

- ۱- طبق قانون اول نیوتن به مایل اجسام به حفظ وضعیت حرکتشان، اینرسی یا لختی میگوییم و هرچه جرم جسم بیشتر باشد لختی نیز بیشتر است یعنی اجسام با جرم بزرگتر، بیشتر دوست دارند که حالت قبلی خود را حفظ کنند.
- ۲- اگر جسمی روی مسیری غیرمستقیم حرکت کند، الزماً نیروی خالص وارد بر صفر است
- ۳- هرگاه در یک سوال به ما بگویند که نیروهای وارد بر یک جسم متوازن هستند، نیروی خالص (برایند نیدوها) صفر است و شتاب نیز صفر میباشد
- ۴- اگر در یک سوال به ما بگویند جسم در حالت تعادل است، نیز یعنی برایند نیروها صفر است و این شرایط در دو حالت رخ میدهد: یا جسم ساکن است و یا اگر حرکت کند با سرعت ثابت در مسیر مستقیم می‌رود
- ۴- اگر به یک جسم ساکن چند نیرو وارد شود ( $F_{net} \neq 0$ )، جسم الزماً در جهت نیروی خالص شروع به حرکت می‌کند.
- ۵- در مسیری مستقیم، در صورتی که نیروی خالصی در خلاف جهت سرعت جسم به جسم اعمال شود، حرکت جسم شتابدار کند شوند خواهد بود.
- ۶- به جسمی به جرم  $m$  نیروی خالص و ثابت  $F_{net}$  در راستای حرکت آن وارد می‌شود. اگر بردار سرعت اولیه جسم  $\vec{v}_0$  باشد، اگر در لحظه  $t \neq 0$  بردار سرعت جسم  $\vec{v} = -\vec{v}_0$  باشد، در این لحظه بردار نیروی خالص و بردار سرعت جسم هم‌جهت هستند. همچنین بردار شتاب جسم و  $\vec{F}_{net}$  همواره هم‌جهت هم هستند. همچنین اگر بردار سرعت اولیه جسم و بردار نیروی خالص هم‌جهت باشند، حرکت جسم پیوسته تندشونده است. همچنین اگر جهت حرکت جسم عوض شود،  $\vec{v}_0$  و  $\vec{F}_{net}$  در خلاف جهت هم هستند.
- ۷- مطابق قانون اول اگر برایند نیروها صفر باشد، جسم حالت سکون خود را حفظ می‌کند و اگر در حال حرکت باشد حرکت با تندی ثابت خود را حفظ میکند
- ۸- اگر به جسم ساکن فقط یک نیرو اثر کند، الزماً در جهت آن نیرو شروع به حرکت می‌کند
- ۹- هرگاه نیروی خالص وارد بر جسمی صفر نباشد، حرکت جسم شتابدار می‌شود



- ۱۰- هرگاه بردار برابند نیروها (نیروی خالص) با بردار سرعت هم راستا باشد، راستای حرکت ثابت میماند و فقط اندازه سرعت کم یا زیاد میشود
- ۱۱- هرگاه بردار برابند نیروها (نیروی خالص) با بردار سرعت عمود باشد، جهت حرکت تغییر می کند و مسیر حرکت منحنی شکل میشود
- ۱۲- نیروی خالص ثابت با تغییرات سرعت و با بردار شتاب هم جهت است
- ۱۳- نیروهای کنش و واکنش همواره از یک نوع هستند یعنی یا هردو الکتریکی هستند یا هردو گرانشی یا....
- ۱۴- نیروهای کنش و واکنش تقدم و تاخر زمانی ندارند یعنی همزمان بر اجسام اثر میکنند
- ۱۵- نیروهای عمل و عکس العمل هیچگاه همدیگر را خنثی نمی کنند زیرا بر دو جسم مختلف وارد می شوند
- ۱۶- نیروهای کنش و واکنش دقیقا هم اندازه هستند مثلا اگر با مشت به چشم یک نفر بزنید، نیروی وارد بر چشم و نیروی وارد بر دست یک اندازه است! فقط چون چشم عضو حساس تری است ممکن است بیشتر صدمه ببیند



## بخش ۲: بررسی برخی نیروهای خاص



**الف نیروی وزن:** وزن یک جسم روی زمین، نیروی گرانشی است که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود جهت وزن و در نتیجه شتاب گرانشی همواره به طرف زمین است. البته حتماً به یاد دارید که جرم با وزن فرق دارد ما به  $m$  جرم می‌گوییم و به  $mg$  وزن می‌گوییم. مثلاً جرم من  $70$  کیلوگرم است ولی وزن من روی کره زمین تقریباً  $700$  نیوتن است!

**ب نیروی مقاومت شاره:** وقتی جسمی مانند یک توپ را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم، علاوه بر وزن جسم، نیروی دیگری از طرف هوا به جسم در خلاف جهت حرکت وارد می‌شود. به طور کلی وقتی جسمی در یک شاره (مایع یا گاز) قرار دارد و نسبت به آن حرکت می‌کند از طرف شاره نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم، به آن وارد می‌شود که به آن نیروی مقاومت شاره می‌گویند. نیروی مقاومت شاره به بزرگی جسم، تندی آن و ... بستگی دارد. هر چه تندی جسم بیشتر باشد، نیروی مقاومت شاره بیشتر خواهد شد. نیروی مقاومت هوا بر یک گلوله با مجذور شعاع آن و مجذور سرعت آن متناسب است، یعنی  $f \propto R^2 V^2$  می‌توان اندازه این نیرو را به صورت  $f = kR^2 V^2$  نشان داد که در آن  $k$  یک ضریب ثابت است.

**تست:** هنگامی که جسمی در هوا در حال سقوط است، واکنش نیروهای وارد بر جسم .....

(۱) ناچیز است (۲) بر خود جسم و بر هوا وارد می‌شود..

(۳) بر مرکز زمین و بر هوا وارد می‌شود. (۴) بر مولکولهای هوا وارد می‌شود

بچه‌ها میدانیم که وزن از زمین به اجسام وارد میشه پس عکس العملش از جسم به زمین هست در مورد مقاومت هم به طریق مشابه پس گزینه ۳ درست هست

**تست:** چتربازی به جرم  $50$  کیلوگرم بعد از مدتی سقوط آزاد، چتر خود را باز می‌کند و در این لحظه نیرویی که از طرف چتر و هوا به شخص وارد می‌شود به  $1000$  نیوتون میرسد. اندازه شتاب حرکت شخص در این لحظه چند متر بر مجذور ثانیه و جهت شتاب به کدام سمت است؟

(۱)  $10$ ، بالا (۲)  $10$ ، پایین (۳)  $8$ ، بالا (۴)  $8$ ، پایین

$$mg - f_D = ma \quad 500 - 1500 = 50a \quad a = -10$$

منفی شدن علامت شتاب یعنی آنکه جهت شتاب برعکس جهت حرکت بوده است گزینه ۱





**تست:** سه گوی فلزی به جرم های  $m_1, m_2, m_3$  که دومی بیست درصد بزرگتر از اولی و سومی ۵۰ درصد بزرگتر از دومی است به طور همزمان از ارتفاع ۸۰ متری از سطح زمین رها می شوند. اگر نیروی مقاومت شاره (هوا) وارد بر هر کدام از گوی ها از لحظه رهاشدن تا لحظه رسیدن به زمین ثابت و برابر  $\frac{1}{10}$  نیروی وزن همان گوی باشد. کدام گزینه در مورد مقایسه تندی گوی ها در لحظه رسیدن به زمین (V) و مدت زمان سقوط آنها (t) صحیح است؟

$$(1) \quad t_1 > t_2 > t_3, v_1 > v_2 > v_3 \quad (2) \quad t_1 < t_2 < t_3, v_1 > v_2 > v_3$$

$$(3) \quad t_1 = t_2 = t_3, v_1 = v_2 = v_3 \quad (4) \quad \text{اطلاعات کافی نیست و نمیتوان قضاوت کرد}$$

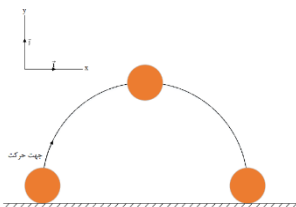
$$mg - f_D = ma \quad mg - \frac{1}{10}mg = ma$$

قانون دوم

خب خیلی واضحه که جرمها از طرفین حذف میشوند و این یعنی شتاب مستقل از جرم است پس

شتابها نیز باهم برابرند و طبق روابط حرکت شناسی زمانها و سرعت ها هم یکسان میشوند

**تست:** در شکل روبه‌رو توپی به جرم ۴۰۰g را در بالاترین نقطه مسیرش می‌بینید. در این نقطه شتاب توپ ۱۲/۵ واحد SI و نیروی مقاومت هوا افقی باشد. در این لحظه نیروی مقاومت هوا بر حسب نیوتون کدام است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ) (مشابه مثال کتاب درسی)



$$(1) \quad -3\vec{i} \quad (2) \quad -6\vec{i}$$

$$(3) \quad \text{صفر} \quad (4) \quad +6\vec{i}$$

نیروی خالص مطابق  $F=ma$  برابر میشود با ۵ نیوتن اما در نقطه اوج ما دوتا نیرو داریم : یکی وزن  $mg$  و یکی هم مقاومت هوا که براینده این دوتا نیرو باید با همون نیروی خالص برابر بشه:

$$F_{\text{خالص}} = \sqrt{mg^2 + f_{\text{مقاومت}}^2} \quad 5 = \sqrt{4^2 + f_{\text{مقاومت}}^2} \quad f_{\text{مقاومت}} = -3$$

چون مقاومت برعکس جهت محور xها هست پس منفی گذاشتیم یعنی  $-3\vec{i}$

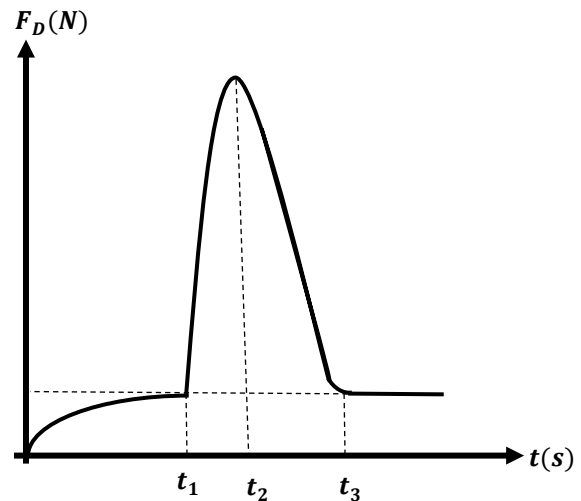
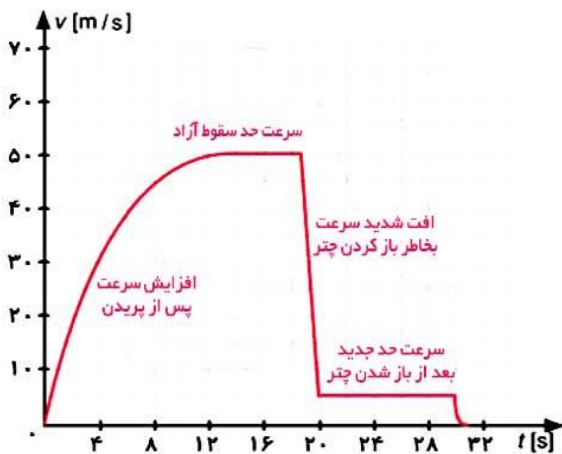


**تندی حدی:** هنگام پایین آمدن یک جسم حجیم در هوا در لحظاتی از مسیر حرکت وجود دارد، که نیروی مقاومت هوا و وزن جسم، هم اندازه شده و نیروهای وارد بر جسم متوازن می‌شوند پس از آن جسم با تندی ثابتی، به طرف پایین حرکت می‌کند که به آن تندی حدی می‌گویند.

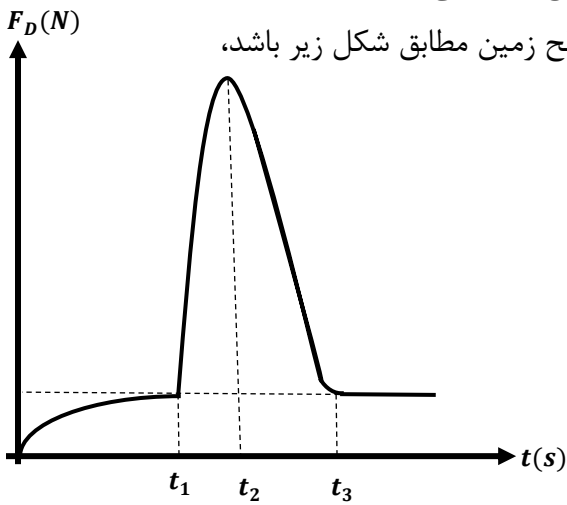
**تندی حدی چترباز:** هنگام پایین پریدن یک چترباز بدون سرعت اولیه در هوا، ابتدا سرعت آن افزایش می‌یابد و مقاومت هوا نیز زیاد می‌شود و در جایی از مسیر وزن و مقاومت هوا یکی میشوند و از آنجا چترباز با تندی ثابت (حدی) حرکت میکند، اما پس از آنکه دکمه چتر خود را میزند و چتر باز میشود، ابتدا مقاومت هوا زیاد شده به تدریج تندی آن کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز مجدد کم می‌شود تا اینکه نیروی مقاومت هوا و وزن مجدداً برای بار دوم با هم اندازه شده و نیروهای وارد بر جسم متوازن شوند. پس از این جسم با تندی ثابتی، به طرف پایین حرکت می‌کند که به آن تندی حدی بار دوم می‌گویند.

در واقع این چترباز دوبار به تندی حدی میرسد ولی دقت کنید که تندی حدی‌ها با هم برابر نیستند و تندی حدی در حالت اول (قبل از باز کردن چتر) بیشترین مقدار سرعت چترباز در طول مسیرش است

در شکل زیر نمودارهای تندی برحسب زمان و مقاومت شاره برحسب زمان را مشاهده نمایید



**تست:** چتربازی از یک بالن ساکن به پایین می پرد و با تندی حدى به سطح زمین می رسد. اگر نمودار نیروی مقاومت هوای وارد بر چترباز از لحظه پریدن تا لحظه رسیدن به سطح زمین مطابق شکل زیر باشد، کدام یک از گزاره های زیر در مورد حرکت چترباز صحیح است؟



الف) در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  نوع حرکت تندشونده است.

ب) نیروهای وارد بر چترباز در لحظه  $t_1$  متوازن است.

پ) تندی چترباز در لحظات  $t_1$  و  $t_3$  با یکدیگر برابر است.

ت) تندی چترباز در لحظه  $t_2$  بیشینه است.

۱) الف و ب    ۲) ب و پ    ۳) پ و ت    ۴) الف، ب و ت

### گزینه ۱

**تست:** چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

۵ مورد    ۴ مورد    ۳ مورد    دو مورد

الف) نیروی مقاومت هوای وارد بر یک جسم به ابعاد آن بستگی دارد.

ب) هنگام پایین آمدن یک جسم حجیم در هوا در لحظاتی از مسیر حرکت وجود دارد، که نیروی مقاومت هوا و وزن جسم، هم اندازه شده و نیروهای وارد بر جسم متوازن می شوند پس از آن جسم با تندی ثابتی، به طرف پایین حرکت می کند که به آن تندی حدى می گویند.

ج) هر چه قدر تندی جسم بیشتر باشد، نیروی مقاومتی که شاره به جسم وارد می کند، بیشتر است.

و) اگر جسمی داخل یک شاره فرورفته باشد، نیروی رو به بالا به آن وارد می شود که به آن نیروی ارشمیدسی می گوئیم

ه) به هر جسمی در شاره نیروی مقاومتی به نام مقاومت شاره وارد می شود.

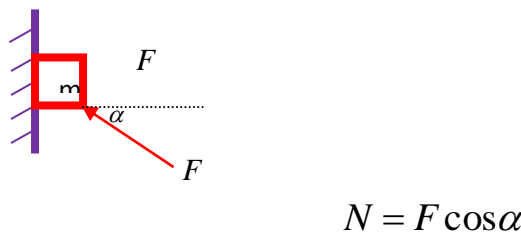
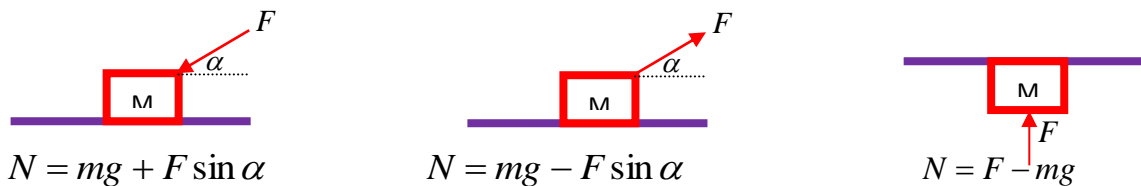
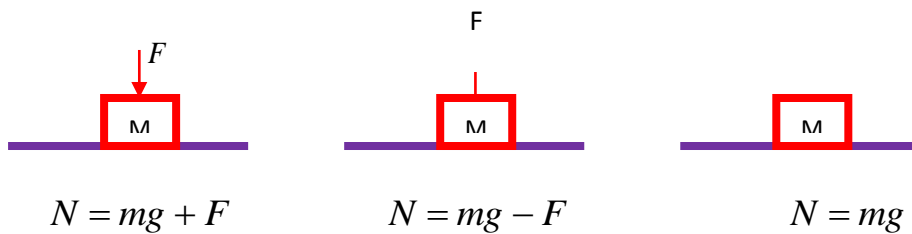
ی) نیروی مقاومت شاره در خلاف جهت حرکت است.

همه درست هست به جز مورد یکی مانده به آخر! آخه نیروی مقاومت شاره فقط به اجسامی که در شاره حرکت کنند وارد میشه و نه همه اجسام!



ج نکات مربوط به نیروی عمود بر سطح (N) یا  $F_N$

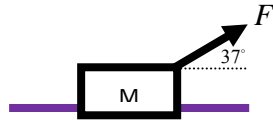
نیروی عمودی تکیه‌گاه از طرف سطح به جسمی که روی آن قرار دارد وارد می‌شود، بنابراین واکنش این نیرو به صورت عمودی و در خلاف جهت از طرف جسم به سطح وارد می‌شود. قدر مطلق این دو نیرو باهم برابرست و آن را با  $F_N$  یا N نشان می‌دهیم. شکل‌های زیر حالت‌های معروف نیروی عمود بر سطح را نشان می‌دهد، برای بالا رفتن سرعت عمل، شکل‌های زیر را حفظ کنید:



**تست:** در شکل زیر اصطکاک ناچیز و شتاب حرکت وزنه ی ۶۰ کیلوگرمی  $\frac{m}{s^2}$  می باشد.



نیروی که از طرف سطح در راستای قائم بر جسم وارد می شود، برابر چند نیوتن است؟



$$(g = 10 \text{ N/kg}, \sin 37^\circ = 0.6)$$

۴۴۰ - ۱      ۵۱۰ - ۲

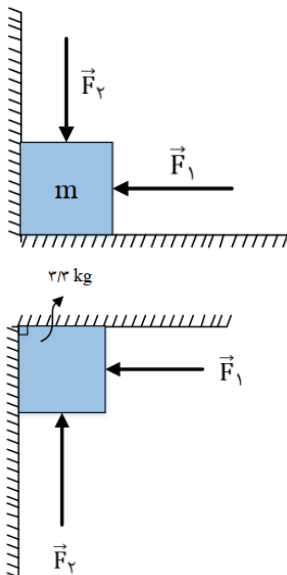
۶۹۰ - ۳      ۵۲۸ - ۴

### اول قانون دوم نیوتن روی میزیم تا $F$ به دست بیاد، بعدش فرمول نیروی عمود برش میزنیم

$$F \cos 37 - FK = Ma \rightarrow F = 150$$

$$F_{\text{عمود}} = Mg - F \sin 37 = 600 - 90 = 510$$

**تست:** مطابق شکل روبه‌رو، دو نیروی  $F_1 = 20\text{N}$  و  $F_2 = 48\text{N}$  به جسمی به وزن ۳۳ نیوتن در دو حالت وارد می‌شوند. نیروی عمود بر سطح زمین در شکل بالایی چند برابر اندازهٔ برآیند نیروهای عمودی سطحی است که به جسم در شکل پایینی وارد می‌شود، ؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



۳/۲۴ (۱)      ۵/۲۴ (۲)

۲ (۳)      ۹/۲۴ (۴)

در شکل اول نیروی عمودی وارد بر زمین ۳۳+۴۸ میشود اما در شکل دوم هم

نیروی عمود بر زمین و هم نیروی عمود بر دیوار را باید محاسبه کنیم و برآیند گیری کنیم که جواب آن ۲۵ میشود



**تست:** جسمی ۴ کیلوگرمی روی یک سطح افقی با اعمال نیروی افقی  $F$  با سرعت ثابت حرکت میکند و نیروی اصطکاک ۳۰ نیوتن است، نیرویی که از طرف سطح بر جسم وارد میشود چند نیوتن است؟

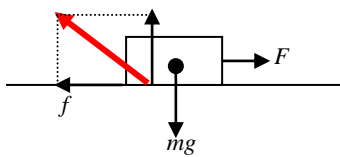
- ۷۰                      ۵۰                      ۳۰                      ۴۰

$$R = \sqrt{N^2 + f^2}$$

$$\sqrt{40^2 + 30^2} = 50$$

**نکته مهم:**

نیرویی که سطح به یک جسم وارد می کند ( واکنش سطح ) ، برآیند دو نیروی عمودی تکیه گاه (N) و نیروی اصطکاک ( f ) باشد و آنرا با R نشان می دهیم.



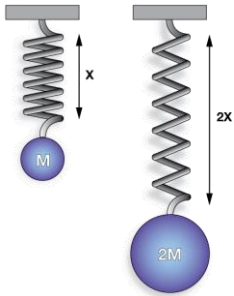
$$R = \sqrt{N^2 + f^2}$$



### د بررسی نکات مربوط به نیروی فنر و انرژی فنر:

اگر فنر را به اندازه  $\Delta x$  بکشیم یا فشرده کنیم فنر نیرویی به طرف نقطه تعادل به جسم وارد می کند همچنین مقداری انرژی در آن ذخیره می شود. به کمک فرمول های زیر نیروی

کشسانی  $F$  انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر  $U$  را میتوانیم محاسبه کنیم:



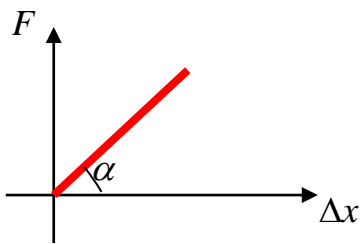
فنر

$$F = k \Delta x \quad \text{نیروی فنر}$$

$$u = \frac{1}{2} k \Delta x^2 \quad \text{انرژی فنر}$$

در فرمول بالا  $k$  ضریب سختی فنر (ثابت فنر) نام دارد، ثابت فنر از مشخصات فنر است و به اندازه شکل و ساختار ماده ای که فنر از آن ساخته شده بستگی دارد.

همچنین اگر نیرو و  $x$  در یک دستگاه رسم کنیم، تانژانت نمودار مقدار ضریب سختی فنر را نشان



می دهد

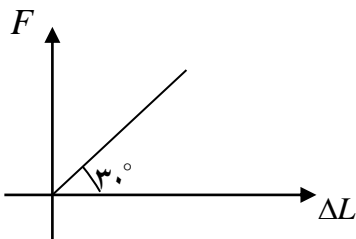
$$\Rightarrow \tan \alpha = k$$

$k$ : ضریب سختی فنر

$\Delta x$  یا  $\Delta L$ : تغییر طول فنر

**مثال:** فنی را با نیروی  $F$  می کشیم تا به اندازه  $\Delta L$  افزایش طول داشته باشد. اگر نمودار  $F - \Delta L$

بر آن به صورت روبرو باشد. ضریب سختی این متر را محاسبه نمائید.

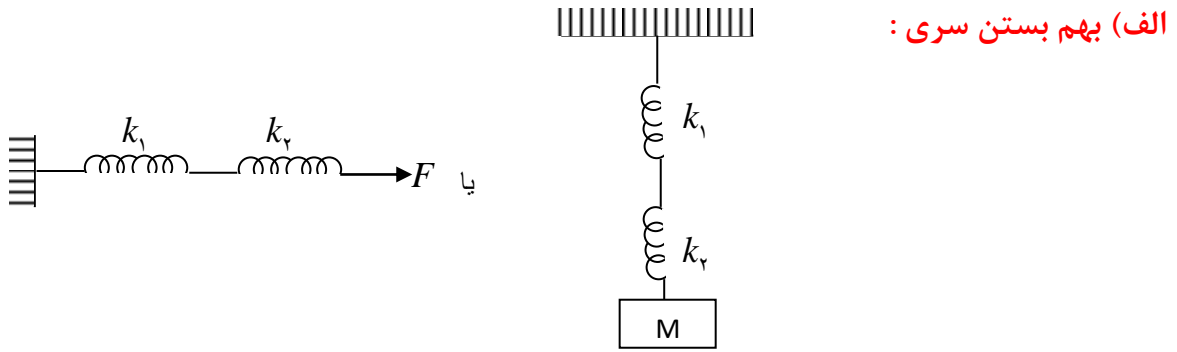


$$\tan g \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{F}{\Delta L} = k = \text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



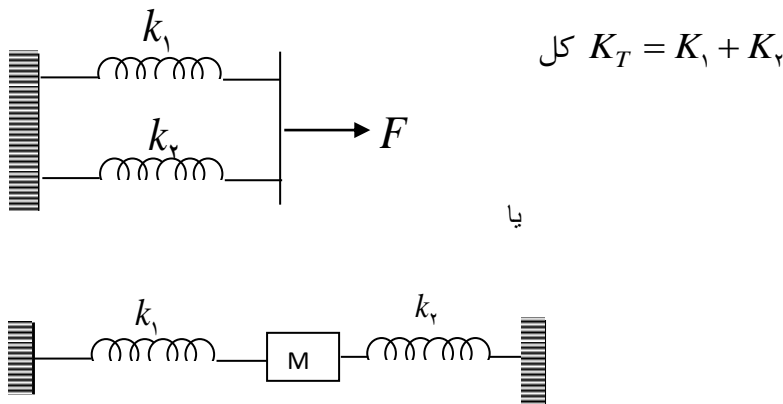
به هم بستن فنرها:

گاهی اوقات چند فنر را به هم میبندیم حال برای محاسبه ضریب سختی کل از دستورات زیر میرویم (به هم بستن فنرها برعکس به هم بستن مقاومت ها است!!)



$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$$

ب) بهم بستن موازی:



تو موازی با مستقیم  $k$  با را بهم وصل میکنیم ولی در سری باید آنها را معکوس جمع کنیم



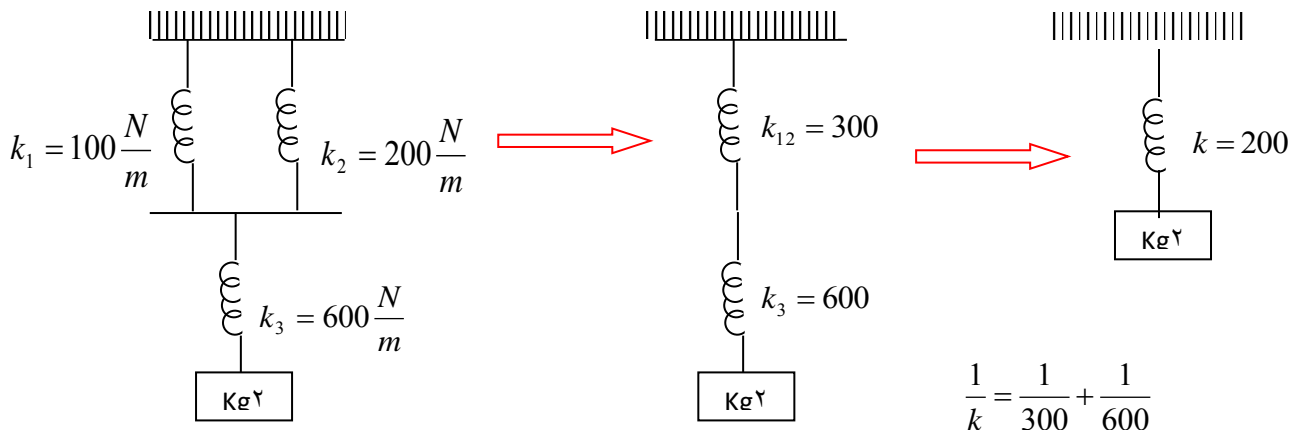


**تست:** در شکل مقابل پس از اتصال جعبه، جعبه چند cm پائین می آید تا به تعادل برسد؟



۰/۱      ۱۰      ۲۰      ۶

ابتدا فنر معادل را پیدا میکنیم سپس در فرمول  $F=Kx$  قرار میدهیم :



$$\frac{1}{k} = \frac{1}{300} + \frac{1}{600}$$

$$K=200$$

$$F=Kx \quad mg=kx \quad \rightarrow \rightarrow$$

$$20=200x \quad x=0/1m = 10cm$$

**تست:** فنری سبک به طول ۳۰ سانتیمتر را از سقفی آویزان کرده و یک کفه در انتهای آن می-

بندیم، اگر وزنه ۱۰۰ گرمی در کفه قرار دهیم، طول فنر به ۳۶ سانتیمتر و اگر وزنه ۲۰۰ گرمی قرار

دهیم طول فنر به ۴۰ سانتیمتر میرسد، جرم کفه ترازو چند گرم است؟

۲۰۰      ۱۰۰      ۱۵۰      ۵۰

فرمول  $F=Kx$  رو دوبار باید بنویسیم. یکبار برای حالت اول که طول فنر از ۳۰ به ۳۶

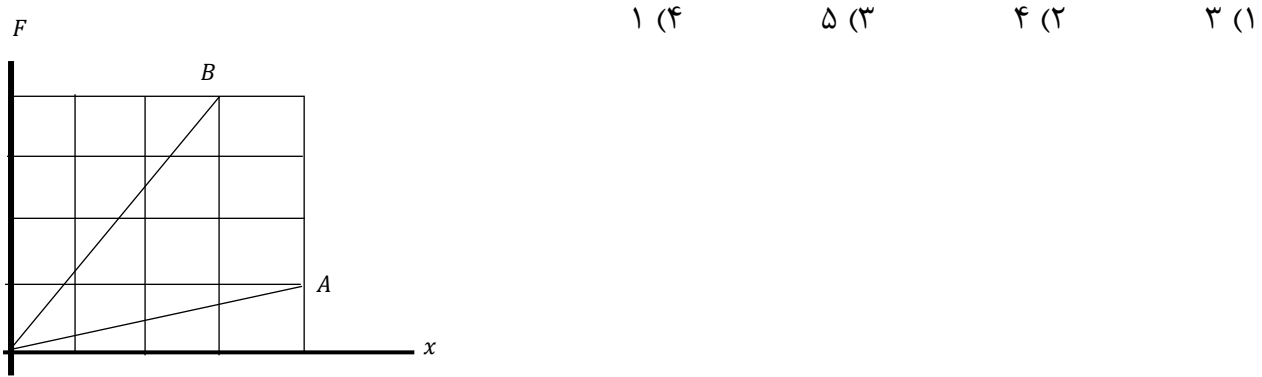
رسیده و یکبار برای حالت دوم که طول فنر از ۳۰ به ۴۰ رسیده، بعدش باید دو تا حالت رو به

هم تقسیم کنیم تا  $k$  فنر خط بخوره بره پی کارش!

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{K\Delta X_1}{K\Delta X_2} \rightarrow \frac{(m_{\text{کفه}} + 100)g}{(m_{\text{کفه}} + 200)g} = \frac{k(36 - 30)}{k(40 - 30)} \rightarrow m_{\text{کفه}} = 50$$



**تست:** نمودار نیروی کشسانی بر حسب تغییر طول برای دو فنر A و B که طول های عادی آنها یکسان است، مطابق شکل روبه رواست. اگر طول فنر A تحت تأثیر نیروی کشسانی F، ۶۴ درصد افزایش یابد، طول فنر B تحت تأثیر نیروی کشسانی  $\frac{F}{4}$  چند درصد افزایش خواهد یافت؟



در نمودار F-t شیب نمودار همان k است

پس ابتدا با تقسیم ضریب شیبها برهم نسبت kها را باید بدست آوریم  $\frac{K_A}{K_B} = \frac{3}{16} =$

سپس فرمول  $F = K\Delta x$  را دوبار برای دو نمودار بنویسیم

$$\frac{F}{\frac{F}{4}} = \frac{K\Delta x}{K\Delta x} \quad 4 = \frac{3}{16} \times \frac{0.64}{\Delta X} \quad \Delta X = 3$$



### بخش ۳: نکات مربوط به آسانسور

وقتی داخل یک آسانسور به سمت بالا یا پایین حرکت می‌کنیم گاهی احساس می‌کنیم که وزن



ما کمتر می‌شود و گاهی احساس افزایش می‌کنیم

اگر تندشونده بالا برویم احساس سنگینی می‌کنیم

اگر کندشونده بالا برویم احساس سبکی می‌کنیم

اگر تندشونده پایین برویم احساس سبکی می‌کنیم

اگر کندشونده پایین برویم احساس سنگینی می‌کنیم

بچه‌ها در تمام حالت‌ها به کمک فرمول‌های زیر میتونیم تمام سوالات آسانسور رو مثل آب

خوردن حل کنیم!! (بین توی تست از شما چی پرسیده بعد یکی از فرمول‌های زیرو برو!)

### فرمول‌های تستی آسانسور

(نیروی عمود فرد برکف- وزن ظاهری- نیروی کف

$$N = M(g \pm \pm a)$$

(آسانسور بر فرد)

(کشش طناب آسانسور)

$$T = \Sigma M(g \pm \pm a)$$

(فتر و وزنه آویزان از سقف آسانسور)

$$K\Delta x = M \text{وزنه}(g \pm \pm a)$$

(برایند نیروهای وارد بر فرد)

$$F=ma$$

فقط دختر پسرای گلم حواستون باشه فرمول‌های بالا را باید تعیین علامت کنیم. برای این کار:

اگر آسانسور بالا میره علامت + و اگر پایین میره علامت - را انتخاب می‌کنیم، همینطور اگر

حرکت تند شونده باشه علامت + و اگر حرکت کند شونده بشه علامت - را قبول میکنیم به

تند شونده  
بالا رود

عنوان نمونه:

$$N = M(g \pm \pm a)$$

پایین آید

کند شونده



مثال مهم :

فردی به جرم ۵۰ کیلوگرم بر روی نیروسنج سبکی قرار دارد و سوار بر آسانسوری به جرم ۲۴۸ کیلوگرم است و فنری سبک به ضریب سختی ۱۰۰ نیوتن بر متر از سقف آسانسور آویزان است و وزنه‌ای ۲ کیلوگرمی به انتهای آن آویزان است. اگر آسانسور با شتاب کند شونده ۲ پایین آید ، محاسبه کنید:

الف: برابند نیروهای وارد بر فرد

$$F=ma \quad F=50(2)= 100$$

ب: وزن ظاهری فرد  $N = M(g \pm \pm a)$

$$N= 50(10+2)= 600$$

پ: نیروی عمود بر کف آسانسور

ج: عددی که نیروسنج نشان می‌دهد

$$T=m(g- - a)= 300(10+2) = 3600$$

د: کشش کابل آسانسور

ر: افزایش طول فنر

$$K\Delta x = M_{\text{وزنه}}(g \pm \pm a)$$

$$100 \Delta X=2(10+2) \quad \Delta X=0/24$$



**تست:** جسمی به جرم ۲۵۰۰ گرم داخل یک آسانسور روی یک نیروسنج قرار دارد. اگر آسانسور با شتاب ۰/۴ به بالا شروع به حرکت کند، وزن ظاهری  $N_1$  و اگر آسانسور با سرعت ثابت ۶ متر بر ثانیه پایین آید، وزن ظاهری  $N_2$  است، اختلاف وزن ظاهری در این دو حالت چند نیوتن است؟

۱                      ۲                      ۳                      ۴

فرمول آسانسور را یکبار برای حالت اول و یک بار برای حالت دوم مینویسیم سپس اعداد را از هم

$$N_1 = m(g \pm \pm a) = 2.5(10 + 0.4) = 26 \text{ کم میکنیم:}$$

$$N_2 = m(g \pm \pm a) = 2.5(10 + 0) = 25 \quad N_2 - N_1 = 1$$

**تست:** شخصی به جرم ۶۰ کیلوگرم درون آسانسوری به جرم ۸۰۰ کیلوگرم ایستاده است و



آسانسور با شتاب رو به پایین و کند شونده ۱ متر بر مجذور ثانیه حرکت میکند، کشش کابل این

آسانسور چند نیوتن است؟

۵۴۰                      ۷۷۴۰                      ۸۶۰۰                      ۹۴۶۰

$$T = m(g - a) = 860(10 - 1) = 7740$$

مواظب باشید که گول نخورید!! طراح سوال نگفته که آسانسور پایین میره!!! بلکه گفته شتاب رو به پایین!!

و شتاب رو به پایین یعنی در فرمول تستی کلا  $a$  رو منفی بزارید

**تست:** طول فنری ۲۰cm و ثابت آن  $200 \frac{N}{m}$  است. اگر وزنه ای به جرم  $m$  را به انتهای این فنر ببندیم و از سقف یک آسانسور که با سرعت ثابت به سمت بالا در حرکت است، آویزان کنیم، طول فنر به ۳۲cm می رسد. آسانسور با چه شتابی (بر حسب یکای SI) حرکت کند تا طول فنر نسبت به حالت قبل ۳cm کمتر شود؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و جهت بالا را مثبت در نظر بگیرید.) (آزمون قلمچی)

۱)  $2/5 \vec{j}$                       ۲)  $-2/5 \vec{j}$                       ۳)  $7/5 \vec{j}$                       ۴)  $-7/5 \vec{j}$

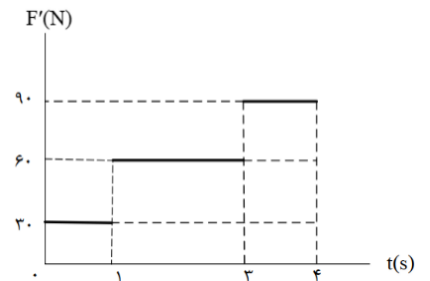
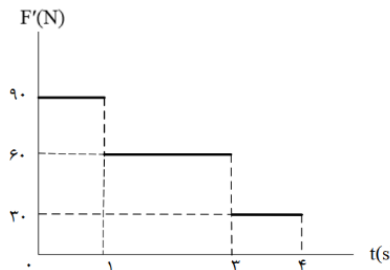
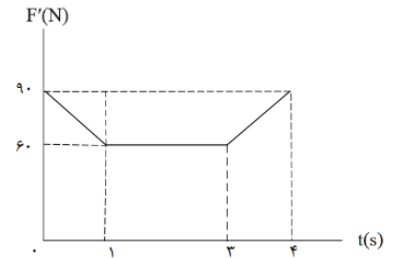
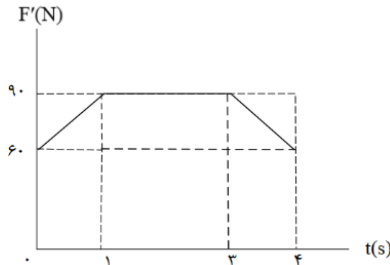
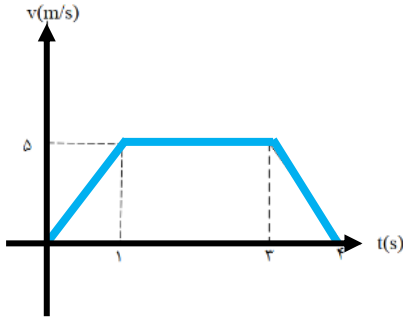
$$mg = k\Delta x \quad 10m = 200(0.12) \quad m = 2.4 \quad \text{حالت سرعت ثابت}$$

حالا در قسمت دوم وقتی میگه ۳ سانتیمتر کمتر، یعنی ۹ سانتی متر

$$k\Delta x = m(g \pm \pm a) \quad 200(0.09) = 2.4(10 + a) \quad a = -2.5$$



**تست:** نمودار سرعت - زمان یک آسانسور به صورت روبه‌رو است. اگر جسمی به جرم  $6\text{ kg}$  روی ترازویی داخل این آسانسور قرار داشته باشد، نمودار مقدار نیرویی که ترازو نشان می‌دهد بر حسب زمان در SI کدام است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ) (آزمون سنجش)



در یک ثانیه اول شتاب از روی شیب برابر ۵ میشود و چون سرعت + (بالای محور  $t$  و شتاب + (شیب) بنابراین آسانسور تند شوند بالا میرفته است و وزن ظاهری برابرست با:  $N_1 = m(g \pm \pm a) = 6(10 + 5) = 90$  اما در بخش دوم شیب و شتاب صفر است:

$$N_2 = m(g \pm \pm 0) = 6(10) = 60$$

و در بخش سوم سرعت + و شتاب منفی است و یعنی متحرک کندشونده بالا میرفته است:

$$N_3 = m(g \pm \pm a) = 6(10 - 5) = 30$$

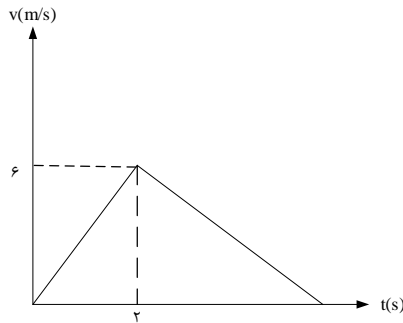
بنابراین گزینه ۴ صحیح است



**تست:** شخصی به جرم  $70 \text{ kg}$  رو یک ترازو فنری که در کف یک آسانسور قرار دارد ایستاده است و آسانسور در حال پایین رفتن است، نمودار  $v-t$  حرکت آسانسور مطابق شکل است. اختلاف عددی که ترازو در لحظه  $t_1=1\text{s}$  و  $t_3=3\text{s}$  نشان می‌دهد چند نیوتون است؟  
(فرض کنید مقدار طی شده توسط آسانسور  $13/5$  متر باشد)

۴۰۰ (۱)      ۳۷۸ (۲)

۴۴۳ (۳)      ۳۸۷ (۴)



پاسخ: مساحت طی شده همان مساحت زیر نمودار است:

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times t$$

$$3t = 13.5 \rightarrow t = 4.5 \text{ s}$$

و شیب نمودار  $v-t$  برابر شیب آسانسور است.

$$a_1 = \frac{6}{4.5} = 3 \frac{m}{s^2}$$

$$a_2 = \frac{-6}{2.5} = -2.4 \frac{m}{s^2}$$

$$t = 1\text{s} \text{ عددی } F_N = 70(10 - 3) = 490\text{N}$$

$$t = 3\text{s} \text{ عددی } F_N = 70(10 + 2.4) = 868$$

$$F_N - F_N = 378$$

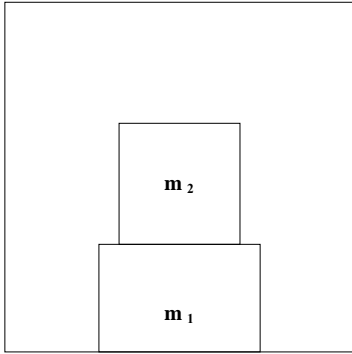
(گزینه ۲ صحیح است)



**تست:** در شکل مقابل آسانسور ابتدا به مدت ۴ ثانیه با تندی ثابت  $18 \text{ m/s}$  بالا می‌رود. سپس سرعت خود را با آهنگ ثابت کاهش می‌دهد تا متوقف شود. اگر کل مسافت طی شده  $126 \text{ m}$  باشد. اندازه نیرویی که  $m_2$  به  $m_1$  و هم چنین  $m_1$  و بر کف آسانسور وارد می‌کند در لحظه  $t = 6 \text{ s}$  چند نیوتون است؟

۱)  $5 - 15$       ۲)  $15 - 5$

۳)  $15 - 20$       ۴)  $20 - 15$



$m_1 = 10 \text{ kg}$

$m_2 = 5 \text{ kg}$

پاسخ: در مدت ۴ ثانیه اول مسافت  $72 \text{ m}$  را طی می‌کند و قسمت شتاب دار مسافت  $54 \text{ m}$  را می‌پیماید.

$\Delta x = V\Delta t$

$\Delta x = 4 \times 18$

$\Delta x = 72 \text{ m}$

حال می‌توان شتاب را محاسبه کرد

$V = at + V_0$

$0 = a \times 2 + 18 \rightarrow a = -9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$F_{N_1} = m_2(g - a) = 5(10 - 9) = 5 \text{ N}$

$F_{N_2} = (m_1 + m_2)(g - a) = 15 \times 1 = 15 \text{ N}$

(گزینه ۲ صحیح است)

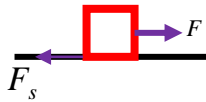




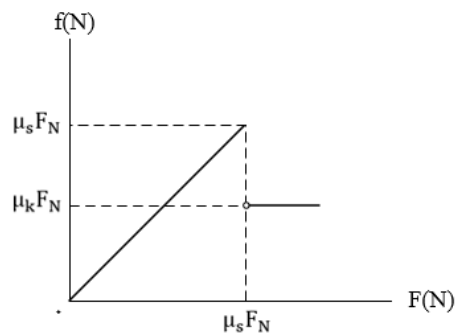
بخش ۴: نیروی اصطکاک



هرگاه دو جسم با هم تماس داشته باشند و یکی روی دیگری حرکت کند و یا تمایل به حرکت داشته باشد در سطح تماس، هر جسم به جسم دیگری نیرویی موازی سطح تماس وارد می کند که می خواهد از حرکت آنها نسبت به هم جلوگیری کند، به این نیروها، نیروی اصطکاک گفته می شود.



نیروی اصطکاک را در سه حالت بررسی می کنیم:



دستور العمل محاسبه نیروی اصطکاک در حالت کلی

اگر جسم حرکت نکند  $F_s = F$  حرکت ←

اگر جسم در آستانه حرکت باشد  $F_s = \mu_s N = F$  حرکت ←

اگر جسم حرکت کند  $F_k = \mu_k N$  ←

اصطکاک



**تست:** کدام گزینه یا گزینه ها در مورد اصطکاک بین دو جسم درست است؟

الف) ضریب اصطکاک ایستایی به عامل‌هایی مثل جنس سطح تماس دو جسم و میزان زبری و صافی آن‌ها بستگی دارد..

ب) نیروی اصطکاک جنبشی معمولاً از بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی کم‌تر است.

پ) ضریب اصطکاک همواره کوچک‌تر از یک است

ت) نیروی اصطکاک ایستایی بین دو جسم ساکن همواره از رابطه  $f_s = \mu_s F_N$  به دست می‌آید

۱) الف و ب                      ۲) الف و پ                      ۳) الف و ب و پ                      ۴) همه موارد درست است

جواب گزینه ۱



آقا اجازه؟ از کجا بفهمیم که جسم راه می‌رود یا ساکن است؟ یا در آستانه حرکت است؟

ببیند بعضی وقت ها خود طراح سوال می‌گه که جسم راه رفته یا ساکنه ( اگر گفت دمش گرم!)

ولی اگر نگفت ما باید قدمهای زیر رو برداریم تا بفهمیم جسم راه میره یا نه.....

قدم اول: محاسبه  $N$  (نیروی عمودی سطح)

قدم دوم: محاسبه  $\mu_s N$

قدم سوم: محاسبه  $F$  محرک در راستای حرکت (نیرویی که میخواهد در راستای جابجایی باعث حرکت جسم گردد)

قدم چهارم: مقایسه  $F$  محرک و  $\mu_s N$

حالا بعد از مقایسه سه حالت ممکنه پیش بیاد.....

اگر  $F$  محرک کمتر از  $\mu_s N$  باشد جسم حرکت نمی‌کند و حرکت  $F_s = F$

اصطکاک اگر  $F$  محرک برابر با  $\mu_s N$  باشد جسم در آستانه حرکت است

$$F_s = \mu_s N = F \text{ حرکت}$$

اگر  $F$  محرک بیشتر از  $\mu_s N$  باشد جسم حرکت می‌کند و  $F_k = \mu_k N$

فهمیدی چی شد؟ اگه نفهمیدی عیبی نداره برو سوال صفحه بعد رو ببین متوجه

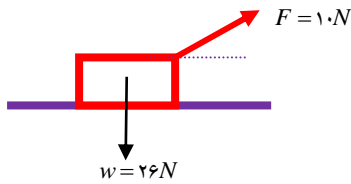
میشی!!!



**تست:** نیروی  $F = 10N$  مطابق شکل، مقابل به وزنه ی ۲۶ نیوتنی وارد می شود. اگر ضریب



اصطکاک ایستایی بین وزنه و سطح افق  $0.5$  و ضریب اصطکاک جنبشی  $0.2$  باشد، نیروی



اصطکاک چند نیوتن است؟  $(\sin 37^\circ = 0.6)$

۱ - ۶

۳ - ۸

**قدم اول:** محاسبه  $N$ :  $N = (F = mg - F \sin 37) = 20$

**قدم دوم:** محاسبه  $\mu_s N = 10$

**قدم سوم:** محاسبه  $F$  محرک در راستای حرکت (نیروی که می خواهد در راستای جابجایی باعث حرکت جسم

گردد)  $F = F \cos 37 = 8$

**قدم چهارم:** مقایسه  $F$  محرک و  $\mu_s N$  نیروی محرک کوچکتر از  $\mu_s N$  است پس جسم راه نمی رود

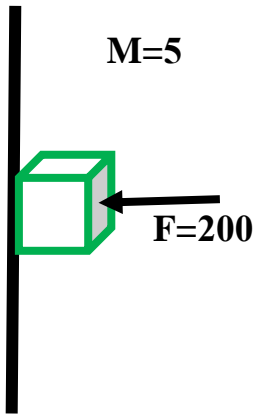
بنابراین اصطکاک همان نیروی محرک یعنی ۸ است



**تست:** با توجه به شکل مقابل اگر ضریب اصطکاک ایستایی ۰/۵ و ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۱



باشد نیروی اصطکاک چند نیوتن است؟



(۱) جسم حرکت نمی کند و اصطکاک ۵۰ نیوتن است

(۲) جسم در آستانه حرکت و اصطکاک ۱۰۰ نیوتن است

(۳) جسم حرکت می کند و اصطکاک ۲۰ نیوتن است

(۴) جسم حرکت می کند و اصطکاک ۵۰۰ نیوتن است

قدم اول: محاسبه  $N$ :  $N=F=200$

قدم دوم: محاسبه  $\mu_s N = 100$

قدم سوم: محاسبه  $F$  محرک در راستای حرکت (نیروی که می خواهد در راستای جابجایی باعث حرکت جسم گردد)  $Mg=50$

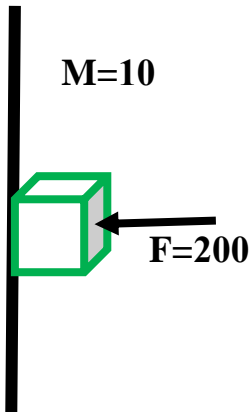
قدم چهارم: مقایسه  $F$  محرک و  $\mu_s N$  نیروی محرک کوچکتر از  $\mu_s N$  است پس جسم راه نمی رود بنابراین اصطکاک همان نیروی محرک یعنی ۵۰ است



**تست:** با توجه به شکل مقابل اگر ضریب اصطکاک ایستایی  $0/5$  و ضریب اصطکاک جنبشی  $0/1$



باشد نیروی اصطکاک چند نیوتن است؟



(۱) جسم حرکت نمی کند و اصطکاک  $50$  نیوتن است

(۲) جسم در آستانه حرکت و اصطکاک  $100$  نیوتن است

(۳) جسم حرکت می کند و اصطکاک  $20$  نیوتن است

(۴) جسم حرکت می کند و اصطکاک  $500$  نیوتن است

**این سوال مشابه سوال قبل است فقط با این تفاوت که جرم  $10$  کیلو شده پس داریم:**

**قدم اول:** محاسبه  $N$ :  $N=F=200$

**قدم دوم:** محاسبه  $\mu_s N = 100$

**قدم سوم:** محاسبه  $F$  محرک در راستای حرکت (نیرویی که می خواهد در راستای جابجایی باعث حرکت جسم گردد)  $Mg=100$

**قدم چهارم:** مقایسه  $F$  محرک و  $\mu_s N$ : نیروی محرک برابر با  $\mu_s N$  است پس جسم در آستانه حرکت

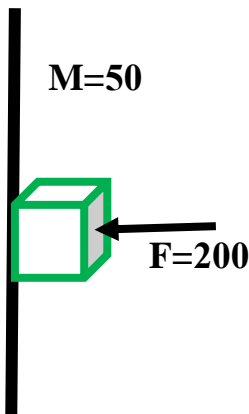
است بنابراین اصطکاک  $100$  است



**تست:** با توجه به شکل مقابل اگر ضریب اصطکاک ایستایی  $0/5$  و ضریب اصطکاک جنبشی  $0/1$



باشد نیروی اصطکاک چند نیوتن است؟



(۱) جسم حرکت نمی کند و اصطکاک  $50$  نیوتن است

(۲) جسم در آستانه حرکت و اصطکاک  $100$  نیوتن است

(۳) جسم حرکت می کند و اصطکاک  $20$  نیوتن است

(۴) جسم حرکت می کند و اصطکاک  $500$  نیوتن است

**این سوال مشابه سوال قبل است فقط با این تفاوت که جرم  $50$  کیلو شده پس داریم:**

**قدم اول:** محاسبه  $N$ :  $N=F=200$

**قدم دوم:** محاسبه  $\mu_s N = 100$

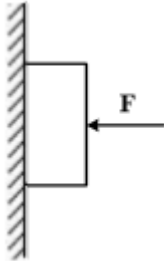
**قدم سوم:** محاسبه  $F$  محرک در راستای حرکت (نیرویی که می خواهد در راستای جابجایی باعث حرکت جسم گردد)  $Mg=500$

**قدم چهارم:** مقایسه  $F$  محرک و  $\mu_s N$ : نیروی محرک بیشتر از  $\mu_s N$  است پس جسم حرکت میکند و

اصطکاک آن است  $F_k = \mu_k N$  است یعنی  $20$  نیوتن



**تست ۴:** مطابق شکل زیر، جسمی به وزن  $20\text{ N}$  توسط نیروی افقی  $F=60\text{ N}$  به حال سکون بر دیواره قائمی ثابت نگه داشته شده است. ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی میان دیواره و جسم به ترتیب  $0/6$  و  $0/3$  است. در این حالت نیرویی به بزرگی  $10\text{ N}$  موازی با دیواره روبه پایین به جسم وارد می‌شود.



نیرویی که جسم به دیواره وارد می‌کند، چند نیوتون می‌شود؟

- (۱) 30
- (۲) 36
- (۳)  $30\sqrt{3}$
- (۴)  $30\sqrt{5}$

پاسخ تشریحی تست ۴:

نیرویی که جسم به دیواره وارد می‌کند

همان برآیند نیروی عمود بر سطح و نیروی اصطکاک است

محاسبه اصطکاک:

قدم اول: محاسبه  $N$ :  $N=F=60$

قدم دوم: محاسبه  $\mu_s N = 36$

قدم سوم: محاسبه  $F$  محرک در راستای حرکت (نیرویی که می‌خواهد در راستای جابجایی باعث حرکت جسم گردد)  $20+10=30$

قدم چهارم: مقایسه  $F$  محرک و  $\mu_s N$  نیروی محرک کوچکتر از  $\mu_s N$  است پس جسم راه نمی‌رود بنابراین اصطکاک همان نیروی محرک یعنی 30 است

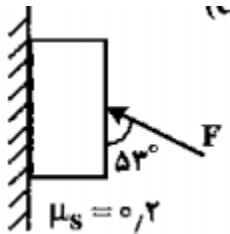
$$R_{\text{برآیند}} = \sqrt{F_N^2 + F_S^2} = 30$$

$$\sqrt{60^2 + 30^2} = 30\sqrt{5}$$





**تست ۸:** در شکل روبه رو، به جسمی به وزن  $20\text{ N}$  که به دیوار قائم تکیه دارد. نیروی  $F$  وارد می شود. بیشترین مقدار  $F$  در حالتی که جسم به حال سکون بماند. چند نیوتون است؟  
( $53^\circ \cos = 0.6$ )

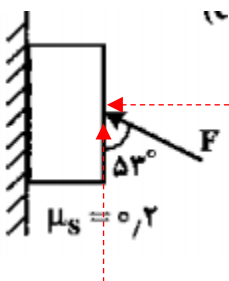


1)  $\frac{500}{11}$   
2)  $\frac{200}{11}$

1)  $\frac{500}{19}$   
3)  $\frac{200}{19}$

پاسخ:

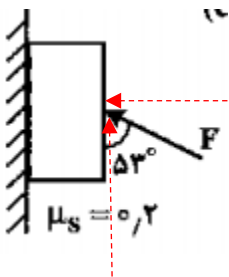
اگر جهت حرکت را به بالا فرض کنیم



$$F_{\text{خالص}} = ma \quad F \cos 53 - mg - f_{s \max} = ma$$

$$= 0.6F - 20 - 0.2(0.8F) = 0 \quad F = \frac{500}{11}$$

اگر جهت حرکت را به پایین فرض کنیم



$$F_{\text{خالص}} = ma \quad mg - F \cos 53 - f_{s \max} = ma$$

$$= 20 - 0.6F - 0.2(0.8F) = 0 \quad F = \frac{500}{19}$$

که بیشینه آن  $\frac{500}{11}$

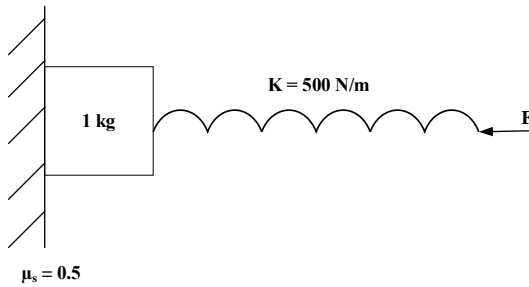
بنابراین برای اینکه جسم حرکت نکند  $\frac{500}{19} \leq F \leq \frac{500}{11}$

است



**تست:** در شکل مقابل جسم با نیروی افقی  $F$  در آستانه لغزش قرار دارد. اگر طول عادی فنر  $20\text{ cm}$  باشد. طول فنر در این حالت چند  $\text{cm}$  است؟

- (۱) ۲۴
- (۲) ۲۶
- (۳) ۱۶
- (۴) ۴



پاسخ: نیروی عمود بر سطح، همان نیروی فنر می باشد پس

$$mg = \mu_s F_N$$

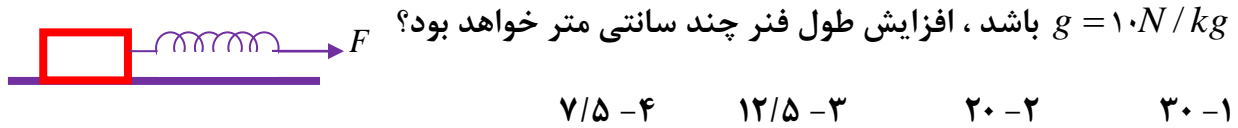
$$mg = \mu_s K \Delta L \rightarrow 10 = 500 \times \Delta L \rightarrow \Delta L = 4\text{ cm}$$

یعنی با توجه به شکل طول فنر  $4\text{ cm}$  کاهش یافته است پس  $L = 16\text{ cm}$

(گزینه ۳ صحیح است)



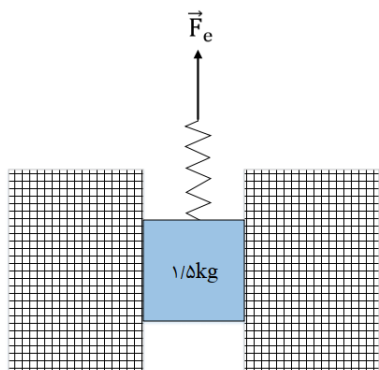
**تست :** به و سیله ی فنری به ضریب ثابت  $80 N/m$  وزنه ی  $4$  کیلوگرمی را مطابق شکل، روی سطح افقی با شتاب  $1/5 m/s^2$  می کشیم. اگر ضریب اصطکاک بین جسم و سطح  $0/25$  و



اینجا طراح سوال خودش گفته که جسم داره شتابدار حرکت میکنه، پس نیاز نیست ما اون  $4$  تا قدم رو برداریم. فقط کافیه قانون دوم نیوتن رو بنویسیم و چون فنر داریم به جای نیرو  $K\Delta X$  رو مینویسیم و چون جسم حرکت میکنه به جای اصطکاک  $\mu_k N$  رو مینویسیم

$$F=Ma \quad k\Delta x - f_k = ma \quad 80 \Delta x - 0/25(40) = 4(1/5) \quad \Delta x = 20 \text{ Cm}$$

**تست :** در شکل در شکل روبه‌رو، جسمی به جرم  $3 \text{ kg}$  با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  به سمت بالا حرکت می‌کند و طول فنر با ثابت  $2000 N/m$ ،  $2 \text{ cm}$  افزایش یافته است. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین دو دیوار و جسم یکسان و برابر  $0/4$  باشد، نیروی عمودی سطحی که دیوار (۱) به جسم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ( $g = 10 N/kg$ )



- (۱)  $2/5$       (۲)  $5$   
 (۳)  $10$       (۴)  $15$

$$F_e - f_{k1} - f_{k2} - Mg = Ma \quad k\Delta x - 2\mu_k N - Mg = Ma$$

$$2000(0.02) - 2(0.4)(N) - 30 = 3(2) \quad N = 5$$



**تست:** یک جعبه خالی چوبی را با سرعت اولیه  $v_0$  روی یک سطح افقی پرتاب می کنیم این جعبه پس از طی مسافت  $x$  می ایستد. اگر درون این جعبه وزنه ای قرار دهیم که جرم آن ۳ برابر جرم جعبه خالی باشد، و با همان سرعت  $v_0$  روی همان سطح افقی پرتاب کنیم، پس از طی مسافت  $x'$  می ایستد. کدام است؟ (آزمون قلمچی)

$$\frac{1}{3} \quad (1) \qquad 3 \quad (2) \qquad 1 \quad (3) \qquad 4 \quad (4)$$

$$F_{\text{خالص}} = ma \quad 0 - \mu_k mg = ma \quad a = -\mu_k g$$

$$V_2^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \quad - V_0^2 = 2a\Delta x$$

$$\frac{x}{x'} = \frac{V_0^2}{\frac{V_0^2}{2a}} = 1$$

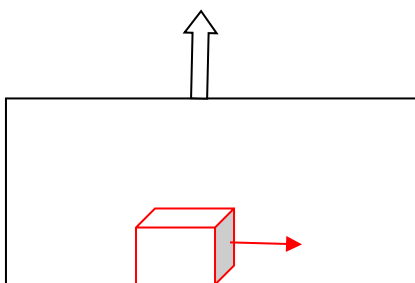
**تست:** جسمی به جرم ۴ کیلوگرم روی کف بالابری که به سمت بالا در حال حرکت است قرار

دارد این جسم تحت تاثیر نیروی افقی چهار نیوتنی روی سطح افقی با سرعت ثابت در حال

حرکت است اگر ضریب اصطکاک جنبشی دو دهم و ضریب اصطکاک ایستایی پنج دهم باشد

اندازه شتاب حرکت آسانسور و نوع حرکت آن به ترتیب از راست به چپ کدام گزینه است

۵ تند شونده      ۵ کند شونده      ۲ کند شونده      ۲ تند شونده



سرعت ثابت یعنی شتاب رو صفر بزار!

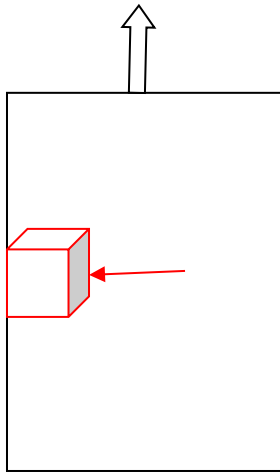
$$F - f_k = ma \quad 4 - \mu_k F_N = 0 \quad F_N = 20$$

چون نیروی عمود بر سطح بزرگتر از  $mg$  شده پس حرکت کند به بالا بوده همچنین با نوشتن فرمول آسانسور میتونیم تنها مجهول سوال یعنی شتاب رو پیدا کنیم

$$F_N = M(g \pm a) \quad 20 = 4(10 - a) \quad a = 5$$



**تست :** شخصی درون آسانسوری است که با شتاب ثابت ۲ متر بر مجذور ثانیه به طرف بالا شروع به حرکت کرده است و کتابی به جرم ۲ کیلوگرم را مطابق شکل با نیروی افقی ۳۲ نیوتن به دیواره قائم آسانسور فشرده کرده و کتاب نسبت به آسانسور ساکن است، نیروی که کتاب به دیواره آسانسور وارد می کند چند نیوتن است؟



۴۰                      ۳۲                      ۲۴                      ۲۰

توی این سوال عکس العمل سطح یعنی R رو باید پیدا کنیم پس اول اصطکاک

رو باید پیدا کنیم و چون کتاب ساکن است باید نیروی محرک و اصطکاک ایستایی با هم مساوی باشند پس داریم:

$$f_s = m(g \pm a) \quad f_s = 2(12) = 24$$

نیروی عمود هم که همون ۳۲ هست حالا برای محاسبه R:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{32^2 + 24^2} = 40$$

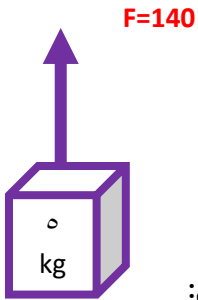


بخش ۵: نکات محاسبه کشش طناب



تست: با توجه به شکل مقابل وزنه‌ای ۵ کیلو گرمی توسط نیروی  $F$  به بالا کشیده میشود، اگر جرم طناب ۲ کیلوگرم باشد، با صرف نظر از مقاومت هوا، شتاب حرکت وزنه چه قدر است و نیروی کشش

دقیقا در وسط طناب چند نیوتن می شود؟



۱۰-۴۰

۵-۱۲۰

۱۰-۷۰

۱۰-۱۲۰

بچه ها اگه توی سوال نیروی کشش طناب رو از ما پرسیدند قدم های زیر رو بر میداریم:

قدم اول: قانون دوم نیوتن رو برای کل شکل مینویسیم تا شتاب به دست بیاد

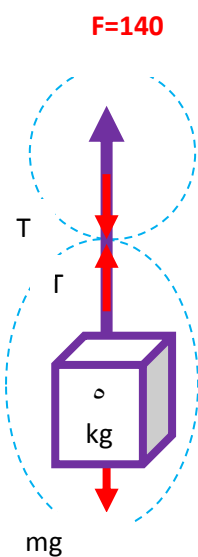
$$F_{net} = ma \rightarrow F - m_{کل}g = ma \rightarrow 140 - 70 = 7a \rightarrow a = 10$$

قدم دوم: روی طناب مورد نظر و در جایی که طراحی تست از ما خواسته دو تا فلش به سمت هم

رسم میکنیم و اسمشون رو  $T$  میگذاریم سپس فلشها رو از وسط برش میزنیم و قانون دوم نیوتن رو برای برش بالایی یا برش پایینی مینویسیم ( به دلخواه)

فقط یادت باشه وقتی داری قانون دوم نیوتن رو مینویسی باید جرم بخشی از طناب رو که داخل

برش میبینی آدم حساب کنی و بنویسی!



$$F_{net} = ma \rightarrow F - m_{نصف}g - T = m_{نصف}a$$

$$140 - 10 - T = (10) \rightarrow T = 120$$

$$F_{net} = ma \rightarrow T - m g = ma \rightarrow T - 60 = 6(10) \rightarrow T = 120$$

خواست باشه وقتی داری قانون دوم رو برای برش پایینی مینویسی به ۵ کیلو داریم

توی برش و هم نصف جرم طناب (یعنی یک کیلو) را داریم پس به جای  $m$  باید ۶ بزاریم

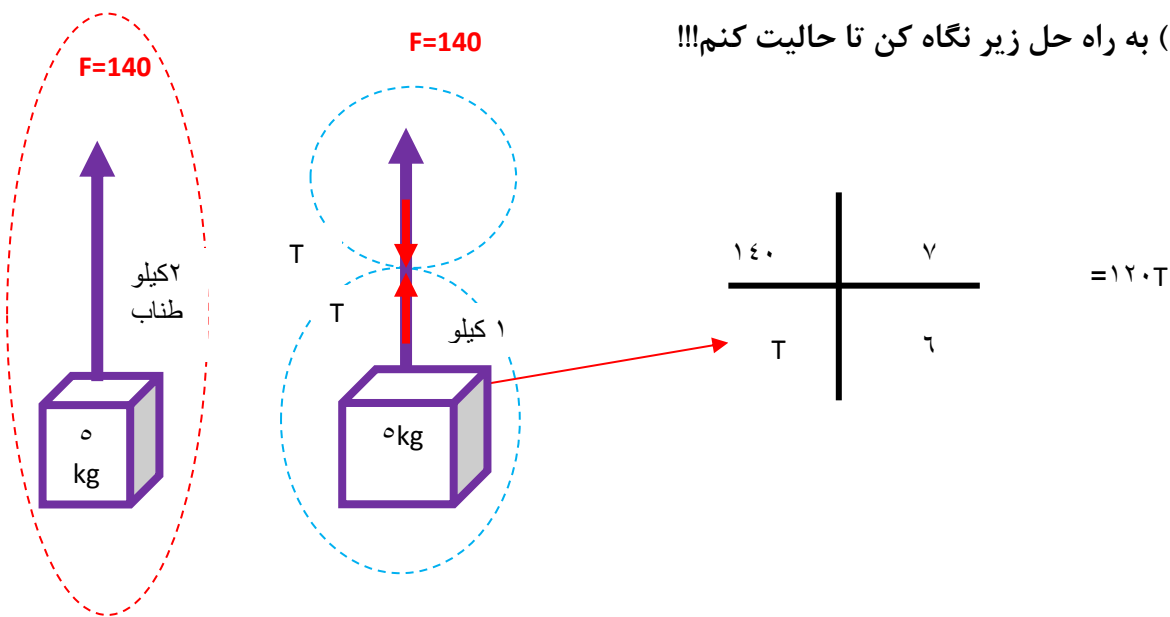


بچه ها سوال صفحه قبل یه راه تستی توپ داره!!! اگر طراح سوال از ما کشش طناب رو پرسه به جای راه طولانی صفحه قبل با یه تناسب ساده میشه سوال رو حل کرد:

**قدم اول:** روی طناب مورد نظر و در جایی که طراح تست از ما خواسته دو تا فلش به سمت هم رسم میکنیم

**قدم دوم:** یک تناسب تشکیل میدهیم مثلا میگیریم  $F$  داره به کل شکل وارد میشه  $T$  داره به جرم داخل برش وارد میشه و با اینکار  $T$  یعنی نیروی کشش رو محاسبه میکنیم. (عمرا فهمیده باشی

چی گفتیم!!) به راه حل زیر نگاه کن تا حالت کنیم!!!



توی این تناسب میگیریم ۱۴۰ نیوتن داره به کل شکل وارده میشه که ۷ کیلو گرم هست (۵ کیلو وزنه و دو کیلو طناب) اما  $T$  نیوتن داره به برش پایین وارد میشه که کلا ۶ کیلو هست (۵ کیلو وزنه و ۱ کیلو نصف طناب!) بعد هم تناسب رو حل میکنیم



**تست ۵:** مطابق شکل، یک زنجیر که از ۵ حلقه‌ی مشابه تشکیل شده و جرم هر حلقه ۲۰۰ گرم است، توسط نیروی  $F$  با شتاب  $2 \frac{m}{s^2}$  و حرکت تند شونده، رو به بالا کشیده می‌شود. اندازه‌ی نیروی  $F$  و اندازه‌ی نیرویی که دو حلقه ۴ و ۵ بر یکدیگر وارد می‌کنند، به ترتیب چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



(۱) ۲ و ۱۰

(۲) ۲/۴ و ۱۲

(۳) ۸ و ۱۰

(۴) ۹/۶ و ۱۲

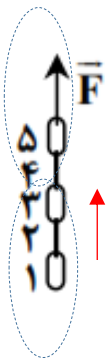
پاسخ تشریحی تست ۵:

ابتدا قانون دوم نیوتن را برای کل شکل مینویسیم تا  $F$  به دست آید



$$F_{\text{خالص}} = ma \quad F - 10 = 1(2) \quad F = 12$$

در قدم دوم بین حلقه‌های ۴ و ۵ دو فلش به سمت هم میکشیم و نام آنها را  $T$  میگذاریم سپس فلشها را برش زده و قانون دوم نیوتن را برای برش بالایی مینویسیم



$$F_{\text{خالص}} = ma \quad F - mg - T = Ma \quad 12 - 2 - T = 0.2(2) \quad F = 12$$

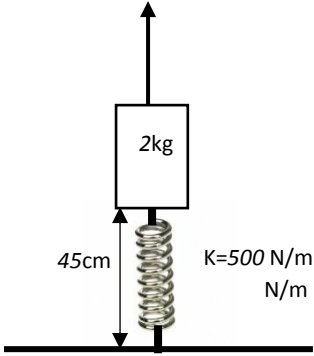




**تست:** در شکل مقابل جسمی به جرم  $2\text{kg}$  به یک فنر قائم متصل شده و توسط یک نخ به سمت بالا کشیده می شود. اگر در این لحظه بزرگی شتاب جسم برابر  $2\frac{m}{s^2}$  و نوع حرکت آن کندشونده باشد، بردار نیروی وارد بر نخ در محل اتصال آن به جسم در SI کدام است؟ (طول عادی فنر  $40\text{cm}$  و  $g = 10\frac{N}{kg}$  است)

(قلمچی)

$-41j \quad 20j \quad -20j \quad 41j$



$$T - mg - k\Delta x = ma \quad T - 20 - 500(0.05) = 2(-2) \quad T = 41$$

چون نیروی وارد بر نخ در محل اتصال به پایین است پس  $-41$  - درست است

**تست:** مطابق شکل طنابی به جرم  $500$  گرم را از دو طرف با نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  می کشیم کشش

طناب در نقطه  $C$  چه قدر است (طول  $AB$  سه برابر طول  $AC$  است)

$40 \quad 30 \quad 20 \quad 10$



پاسخ تشریحی تست ۷:



$$F_{\text{خالص}} = ma \quad 40 - 10 = 0.5a \quad a = 60$$

$$F_{\text{خالص}} = ma \quad 40 - T = \frac{2}{3} \times 0.5 \times 60 \quad T = 20$$

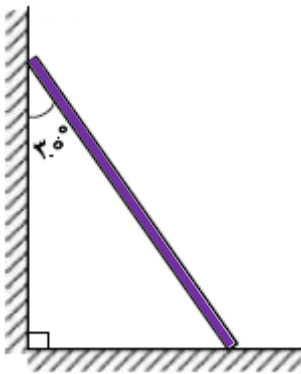


### بخش ۶: نکات تعادل

اگر به جسمی به جرم  $m$  در حال تعادل باشد، در این صورت برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. یعنی نیروهای رو به بالا را مساوی نیروهای رو به پایین قرار بدهیم و نیروهای سمت راست را مساوی نیروهای سمت چپ قرار بدهیم.

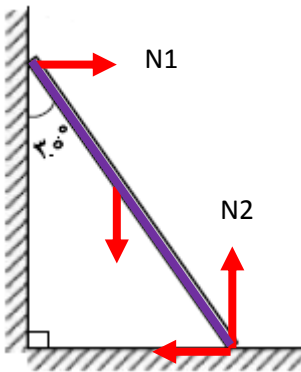
در سوالاتی که به ما می‌گویند جسم در حالت تعادل قرار دارد در نوشتن قانون دوم نیوتن باید شتاب را صفر در نظر بگیریم

**تست:** نردبانی همگن به جرم  $40$  کیلوگرم مطابق شکل زیر، روی دیوار قائمی با اصطکاک ناچیز قرار دارد. اگر نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد میکند،  $300$  نیوتن باشد، نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد میکند، چند نیوتن است؟



- ۳۰۰      ۴۰۰      ۵۰۰      ۶۰۰

ما توی این سوال اول تمام نیروها رو باید رسم کنیم بعدش نیروهای رو به بالا را مساوی نیروهای رو به پایین قرار بدهیم و نیروهای سمت راست را مساوی نیروهای سمت چپ قرار بدهیم تا  $N_2$  و  $F_s$  محاسبه بشن (از تعادل اونها رو بدست آوردیم) بعدش از این دوتا نیرو باید براین بگیریم پس داریم:



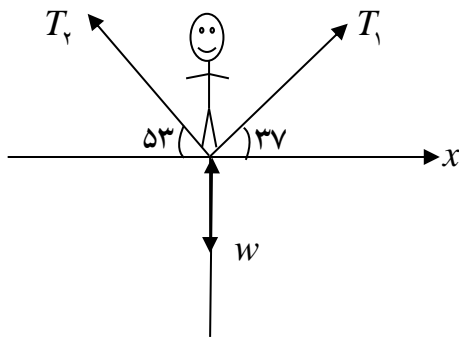
$N_1 = 300$

$F_s = N_1 = 300$  و  $N_2 = Mg = 400$

$R = \sqrt{F_s^2 + N_2^2} = 500$



**تست:** یک بند باز به جرم  $60\text{Kg}$  مطابق شکل روی طنابی در حال تعادل است. نیروی کشش طناب های  $T_1$  و  $T_2$  به ترتیب از راست به چپ برابرست با .....



۶۰۰ و ۶۰۰

۳۲۰ و ۴۸۰

۴۸۰ و ۳۶۰

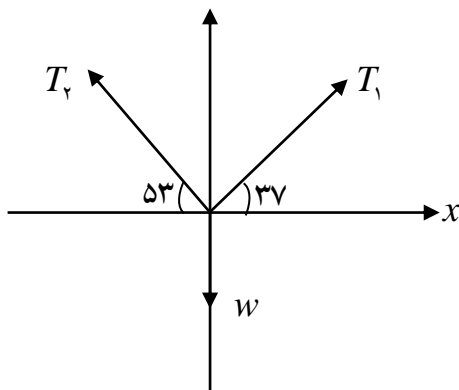
۳۵۰ و ۳۰۰

توی این سوال دوتا کار میتونیم انجام بدهیم، یکی اینکه نیروهای کج رو تجزیه کنیم و بعدش مثل سوال قبل به خاطر در تعادل بودن، نیروهای چپ و راست رو مساوی هم بزاریم، بعدشم نیروهای بالا و پایین رو مساوی هم بزاریم و یه راه تستی داریم که از قضیه سینوسها توی ریاضی استفاده کنیم:

هنگامیکه جسمی در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است، با توجه به این موضوع این سه بردار با حفظ جهت در راستا مثلثی را تشکیل می دهند که انتهای نیروی آخر به ابتدای نیروی اول متصل می شود.

به زبان ساده کافیت هر نیرو را به سینوس زاویه ی روبرویی اش تقسیم کنیم!!!

$$\frac{W}{\sin 90} = \frac{T_1}{\sin 53 + 90} = \frac{T_2}{\sin 37 + 90}$$

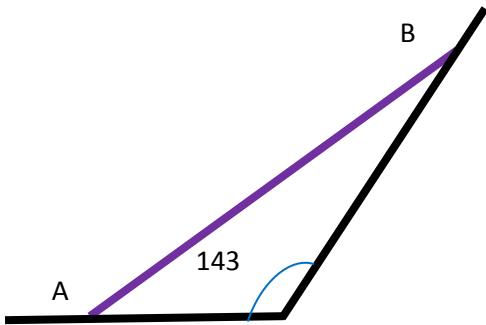


۱) رابطه  $T_1 = \frac{W \sin 37}{\sin 90} \Rightarrow T_1 = 360\text{N}$

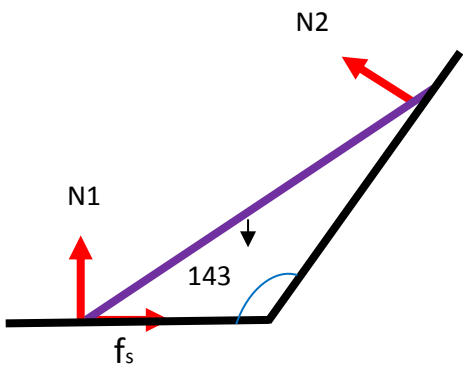
۲) رابطه  $T_2 = \frac{W \sin 53}{\sin 90} \Rightarrow T_2 = 480\text{N}$



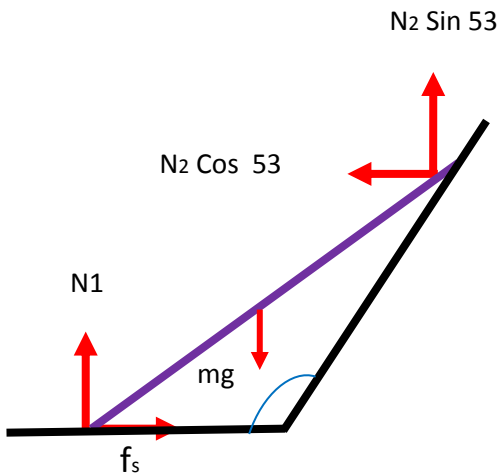
**مثال متفاوت:** مطابق شکل میله AB به جرم  $10$  کیلوگرم به دو دیوار افقی و مایل تکیه داده شده، و ضریب اصطکاک ایستایی میله با سطح افقی  $0/5$  است اما دیوار مایل و میله اصطکاک شان ناچیز است، اگر میله در حال تعادل بوده ولی در آستانه حرکت قرار بگیرد، اندازه نیرویی که دیوار مایل به میله وارد می کند، چند نیوتن است؟ ( $\sin 37 = 0/6$ )



**ابتدا نیروهای عمود بر سطح و اصطکاک و وزن را رسم میکنیم،**



**حال  $N_2$  تجزیه میکنیم تا راست شود!**

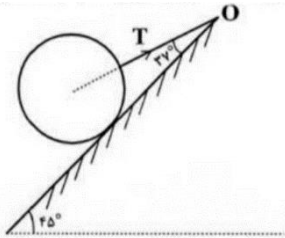


اکنون در قدم آخر نیروهای راست را مساوی چپی ها قرار می دهیم و بالایی ها را مساوی پائینی ها (چون طراح سوال گفته در حالت تعادل هست)



**تست ۶:** مطابق شک کره ای همگن به جرم ۴ کیلوگرم روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی به زاویه شیب ۴۵ درجه قرار دارد. نیروی کشش نخ ( $T$ ) چند نیوتون است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2}, \sin 37^\circ = 0.6)$

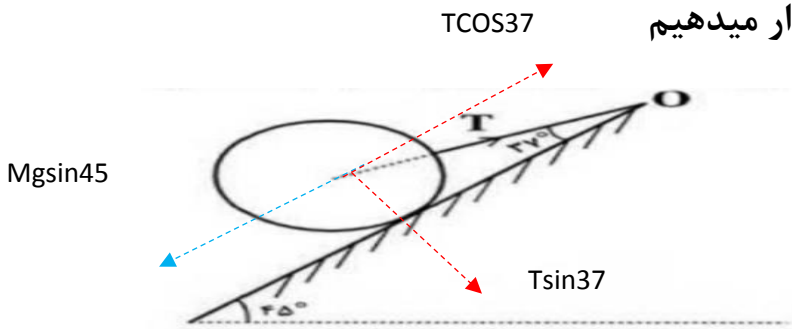
1) 25                      2) 40                      3)  $\sqrt{2}25$                       4)  $\sqrt{2}40$



پاسخ:

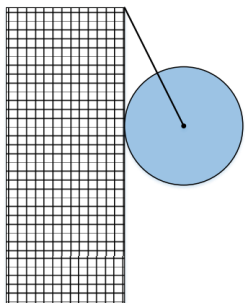
ابتدا نیروی های کج را تجزیه میکنیم تا راست شوند! سپس چون تعادل است

نیروهای مخالف را مساوی هم قرار میدهیم



$$T \cos 37 = mg \sin 45 \quad 0.8T = \frac{\sqrt{2}}{2} 40 \quad T = 25\sqrt{2}$$

**تست:** در شکل روبه‌رو، نیرویی که دیوار قائم در نقطه تکیه‌گاه بر کره وارد می‌کند، ۴۰ N است. اگر جرم کره ۳ kg باشد، نیروی کشش نخ متصل به دیوار چند نیوتون است؟ (اصطکاک ناچیز و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  است.)



۳۰ (۲)                      ۵۰ (۱)

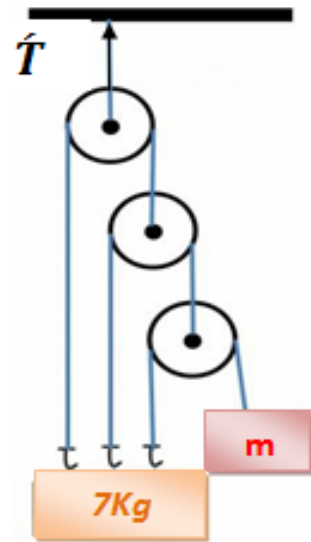
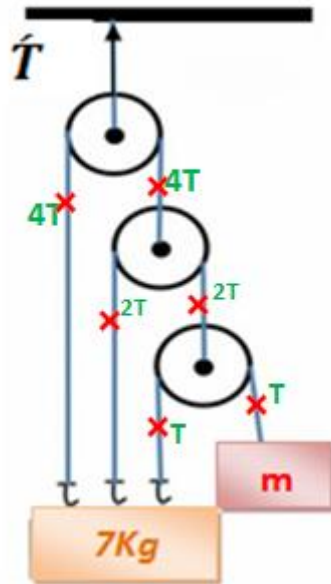
۴۰ (۳)                      ۴ (۴) اطلاعات کافی نیست

$$T = \sqrt{Mg^2 + N^2} = 50$$



مثال: شکل مقابل در تعادل است و جرم قرقره بالایی ۲ Kg است و جرم سایر قرقره ها ناچیز است:

الف) چند کیلو گرم می باشد؟  
 ب) کشش میله ( $\hat{T}$ ) چند نیوتون است؟



$$T + 2T + 4T = 70$$

$$T = 10 \text{ N}$$

$$\hat{T} = 4T + 4T + Mg$$

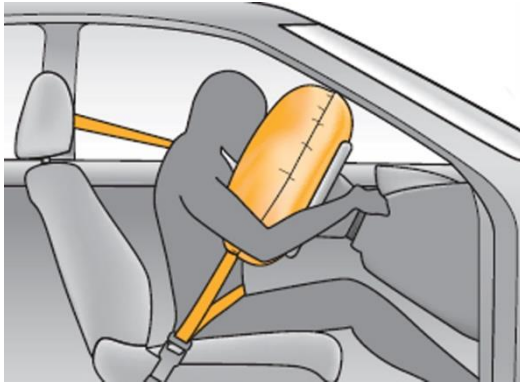
$$\hat{T} = 100 \text{ N}$$



بخش ۷: مفهوم تکانه (اندازه حرکت)



حاصل ضرب جرم یک جسم در سرعت آن را تکانه یا اندازه حرکت می نامیم. تکانه کمیتی برداری می باشد که بردار آن هم جهت با بردار سرعت می باشد. تکانه را با  $p$  نشان می دهیم و آن را از رابطه ی زیر بدست می آوریم:



$$\vec{P} = m \vec{V}$$

$\vec{V}$ : سرعت جسم برحسب  $\frac{m}{s}$

$m$ : جرم برحسب kg

$P$ : تکانه برحسب  $kg \frac{m}{s}$

« رابطه ی بین نیرو و تکانه »

به کمک قانون دوم نیوتن می توان رابطه ی بین نیرو و تکانه را بصورت زیر بدست آورد:

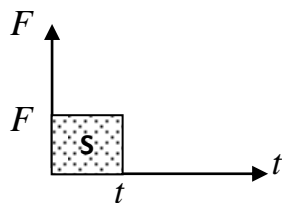
$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \longrightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$F \cdot \Delta t = m\Delta V$$

با توجه به رابطه ی بدست آمده می توان نوشت:

آهنگ تفسیر تکانه یک جسم نسبت به زمان برابر برآیند نیروهای وارد بر جسم است.

**نکته:** اگر تغییر تکانه جسم ( $\Delta \vec{p}$ ) در بازه ی زمانی  $\Delta t$  باشد در اینصورت نیروی متوسط وارد بر جسم برابر



$$S = F \Delta t = \Delta p$$

است با:  $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$

**نکته:** سطح زیر نمودار F-t برابر با تغییر اندازه حرکت (تکانه) می باشد.



خلاصه فرمول های تکانه

$$P = M V$$

فرمول تکانه

$$M\Delta V = F\Delta t$$

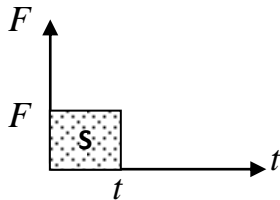
تغییر تکانه  $\Delta p$

$$P \xrightarrow{\text{مشتق}} F$$

مشتق تکانه

$$\Delta P = \text{نمودار زیر مساحت}$$

نمودار F-t



$$K = \frac{P^2}{2m} = \frac{1}{2} P V$$

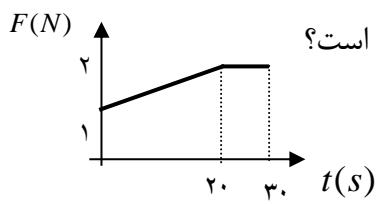
انرژی جنبشی

تکانه





**تست:** جسمی به جرم  $3\text{kg}$  با سرعت اولیه  $5$  تحت تاثیر نیرویی که تغییرات آن با زمان به شکل زیر است



، به حرکت درمی آید. اندازه ی حرکت آن در لحظه ی  $t = 2\text{s}$  چند  $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$  است؟

- ۴۵ - ۱      ۳۰ - ۲      ۴۰ - ۳      ۵۰ - ۴

**حواستون باشه که مساحت زیر نمودار  $F-t$  به ما تکانه را نمیدهد!!! بلکه تغییر تکانه را می دهد**

**پس داریم:**  $\Delta p = \text{مساحت} \rightarrow \frac{2+1}{2} 20 = 30$

$$\Delta p = p_2 - p_1 \rightarrow 30 = p_2 - m_1 v_1 \rightarrow 30 = p_2 - 15 \rightarrow p_2 = 45$$

**تست:** جرم جسمی  $2\text{kg}$  و سرعت آن در یک مسیر سیستم  $v_1$  است. اگر سرعت آن به اندازه ی  $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  افزایش



یابد، انرژی جنبشی آن  $4$  برابر می شود. تکانه (اندازه حرکت) آن قبل از افزایش سرعت چند  $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$  بوده است؟

- ۸ - ۱      ۱۶ - ۲      ۲۴ - ۳      ۳۲ - ۴

$$k = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = 4 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 2$$

پاسخ :

$$\xrightarrow{v_2 = 8 + v_1} \frac{8 + v_1}{v_1} = 2 \Rightarrow v_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow p_1 = m v_1 = 2 \times 8 = 16 \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۲ صحیح است.



**تست:** دو نیروی  $F_1 = 7/5\vec{i} + a\vec{j}$  و  $F_2 = -1/5\vec{i} + 2/5\vec{j}$  توأمأً به جسم ساکنی به جرم  $m$  وارد



می شوند. اگر در مدت ۳ ثانیه اندازه ی حرکت جسم به ۳۰ واحد SI برسد،  $a$  کدام است؟

۱- ۲/۵      ۲- ۸/۵      ۳- ۵/۵      ۴- بسته به مقدار  $m$  هر سه مورد ممکن است.

پاسخ:  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (7/5 - 1/5)\vec{i} + (2/5 + a)\vec{j} = 6i + (2/5 + a)j$

برآیند  $F = \frac{P_2 - P_1}{t} \Rightarrow F \text{ برآیند} = \frac{30 - 0}{3} = 10N \Rightarrow$

$|F| = \sqrt{6^2 + (2/5 + a)^2} \Rightarrow a = 5/5, -10/5$  . گزینه ۳ صحیح است .

**تست:** توپی به جرم  $5\text{kg}$  با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  تحت زاویه ی  $37^\circ$  نسبت به خط قائم با سطحی افقی برخورد



می کند. این توپ با سرعت  $8 \frac{m}{s}$  تحت زاویه ی  $37^\circ$  نسبت به خط قائم برمی گردد. اگر زمان برخورد  $0.1$

ثانیه باشد. متوسط نیروی وارد بر توپ در مدت برخورد چند نیوتن است؟

۱- ۳۶۰۰      ۲- ۷۲۰۰      ۳-  $30\sqrt{145}$       ۴-  $60\sqrt{145}$

بچه هادقت کنید که  $\Delta v$  رو باید از روش های برداری پیدا کنید! یه وقت مستقیم  $v$  ها رو از هم کم نکنید!!!

پاسخ:

$$F\Delta t = m\Delta v \Rightarrow F \times 0.1 = 5 \times \Delta v$$

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos \theta}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \Rightarrow \cos(2 \times 37) = 2\cos^2 37 - 1 \Rightarrow$$

$$\cos \theta = \frac{7}{25}$$

$$\Delta v = \sqrt{(10)^2 + (8)^2 + 2 \times 10 \times 8 \times (\frac{7}{25})} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{164 + \frac{224}{5}} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{\frac{1044}{5}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{145 \times 7/2}}{5} \Rightarrow \sqrt{145 \times 1/44} \Rightarrow \Delta v = 1/2 \sqrt{145} \Rightarrow F = 50 \cdot \Delta v \Rightarrow F = 50 \times 1/2 \sqrt{145}$$

$$F = 60\sqrt{145}N$$



**تست ۳:** گلوله آونگی به جرم ۲ کیلوگرم از ريسمانی به طول ۲ متر آویزان است و روی مسیری دایره‌ای به اندازه ۳۷ درجه از راستای قائم منحرف شه سپس با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه به پایین پرتاب می‌شود اگر از لحظه پرتاب تا رسیدن به مرکز تعادل، ۳۰ درصد از انرژی اولیه تلف شود، در این صورت تکانه در مرکز تعادل چند واحد SI می‌شود؟

۱۹                      ۱۷                      ۱۵                      ۳۴

پاسخ

ابتدا از قانون پایستگی انرژی باید سرعت در مرکز تعادل را به دست بیاوریم سپس آنرا در فرمول تکانه قرار

دهیم

$$\frac{70}{100} (U_1 + K_1) = (U_2 + K_2)$$

$$\frac{70}{100} \left( mgh_1 + \frac{1}{2} mv_1^2 \right) = \left( mgh_2 + \frac{1}{2} mv_2^2 \right)$$

$$\frac{70}{100} (4 + 200) = \left( 0 + \frac{1}{2} v_2^2 \right) \quad v \approx 17 \quad p = mv = 2 \times 17 = 34$$



## بخش ۸: نکات مربوط به قانون گرانش نیوتن



هر دو جسمی که جرم دارند به یکدیگر نیرو وارد می کنند، که این نیرو از رابطه ی زیر محاسبه می شود:



$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G : 6/67 \times 10^{-11}$$

$m_1$  : جرم جسم اول

$m_2$  : جرم جسم دوم

$r$  : فاصله ی مرکز ثقل دو جسم از یکدیگر .

**نکته :** نیروی گرانشی که زمین به یک جسم وارد می کند را وزن می گویند. یعنی در فرمول بالا به جای

$m_1$  جرم کره ی زمین را قرار می دهیم و به جای  $r$  فاصله ی مرکز زمین تا مرکز ثقل جسم را قرار دهیم.

$$W = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

### وزن واقعی - وزن ظاهری :

وزن واقعی یک جسم نیرویی است گرانشی که از طرف مرکز زمین به جسم وارد می شود. یعنی  $mg$  و وزن کمیتی است برداری و مقداری است متغیر و آن را با نیروسنج اندازه می گیرند. وزن یک جسم با جرم جسم متناسب است و وزن ظاهری یک جسم نیرویی است که از تکیه گاه به جسم اثر می کند. مثلاً وزن ظاهری شخصی که بطور آزاد سقوط می کند، صفر است. در صورتیکه وزن واقعی شخص  $mg$  می باشد. اندازه ی وزن ظاهری می تواند از وزن واقعی بیشتر و یا کمتر و یا هم اندازه ی وزن واقعی باشد.

**نکته:** شعاع کره ی زمین در قطب کمتر از شعاع کره زمین در استوا می باشد. لذا نیروی وزن یک جسم در

قطب بیشتر از نیروی وزن همان جسم در استوا می باشد.



شتاب گرانش :



**نکته:** در رابطه  $W = G \frac{Me}{Re^2} \cdot m$  مقدار  $\frac{GMe}{Re^2}$  برای تمام اجسام ثابت

و آن را با  $g$  نشان می دهیم.

**نکته:** برای محاسبه شتاب گرانش روی سطح زمین از رابطه ی  $g = \frac{GMe}{Re^2}$  استفاده می کنیم. برای نقاطی

به ارتفاع  $h$  بالای سطح زمین شتاب گرانش از رابطه ی  $g_h = \frac{GMe}{(Re+h)^2}$  استفاده می شود. بدیهی است

برای هر سیاره ای جرم و شعاع همان سیاره را بکار می بریم.

$g_o = \frac{GM}{R^2}$  شتاب گرانش روی سطح یک سیاره یا زمین  
 جرم سیاره  $\rightarrow$   
 مجزور شعاع سیاره  $\rightarrow$

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{M_1}{M_2} \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$


مقایسه گرانش روی سطح دو سیاره

$$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} \Rightarrow$$

شتاب گرانش در ارتفاع  $h$  از سطح سیاره یا زمین

$$\frac{g_h}{g_o} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

مقایسه گرانش در ارتفاع  $h$  با گرانش روی سطح یک سیاره (مثلاً زمین)

**تست:** وزن جسمی در کره ماه ۶۰ نیوتن است. وزن این جسم در روی کره زمین چقدر است؟ 

( شتاب گرانش در کره ماه  $\frac{1}{6}$  شتاب گرانش در کره زمین است.)

- ۶۰ - ۱      ۳۶ - ۲      ۳۶۰ - ۳      ۶ - ۴

گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{We}{Wm} = \frac{ge}{gm} \Rightarrow \frac{We}{60} = \frac{ge}{\frac{1}{6}ge} \Rightarrow we = 360N$$

پاسخ :



**تست:** اگر در ارتفاع  $h$  از سطح زمین شتاب گرانش زمین نصف مقدار آن در سطح زمین باشد.  $h$  به کدام گزینه نزدیکتر است؟ ( $R_e$  شعاع زمین است)



$$Re - 4 \quad 0.2Re - 3 \quad 0.4Re - 2 \quad 0.5Re - 1$$

فرمول شتاب گرانش رو دوبار مینویسم: یکبار برای زمانی که فرد روی سطح زمین بوده و یک بار برای زمانی که فرد در ارتفاع  $h$  قرار داشته، بعد دو رابطه رو به هم تقسیم میکنیم:

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{\frac{GM}{(R+h)^2}}{\frac{GM}{R^2}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \rightarrow h \approx 0.4R_e$$

**تست:** شتاب گرانش در سطح سیاره ای که جرم و حجم آن ۸ برابر جرم و حجم کره زمین است، چند برابر شتاب گرانش در سطح زمین می باشد؟



$$1-8 \text{ برابر} \quad 2-3 \text{ برابر} \quad 2-3 \text{ برابر} \quad 4-4 \text{ برابر}$$

مثل سوال قبل فرمول جاذبه رو دوبار زیر هم می نویسم و به هم تقسیم میکنیم:

فقط یادت باشه اگر حجم یک کره ۸ برابر یک کره دیگه باشه، شعاع اون کره ۲ برابر کره دیگه است!

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (\text{از روی فرمول حجم کره این نتیجه رو گرفتیم!})$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{\frac{G \cdot 8M}{(2R)^2}}{\frac{GM}{R^2}} = 2$$



**تست ۹:** اگر فردی از سطح کره زمین به اندازه یک چهارم شعاع کره زمین بالا برود، وزن این فرد تقریباً چند درصد و چگونه تغییر می کند؟

۳۶ درصد کاهش      ۷۵ درصد کاهش      ۲۵ درصد کاهش      وزن تغییر نمی کند

پاسخ تشریحی تست ۹:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{GM_e M}{(R_e + \frac{1}{4}R_e)^2}}{\frac{GM_e M}{(R_e)^2}} = \text{برابر} \frac{16}{25}$$

$$\text{درصد تغییرات} = (1 - \text{برابر}) \times 100 = -36$$

**نکته:** اگر ۲ جرم  $m_1$  و  $m_2$  در فاصله  $R$  قرار گیرند، جسم سوم را در کجا قرار دهیم تا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر شود؟

همواره بین آنها نزدیک جرم کوچک تر قرار می گیرد

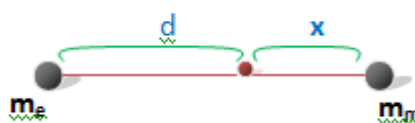
$$\frac{m_1}{x^2} = \frac{m_2}{(R-x)^2}$$

←  $m_1$  فاصله از       $m_2$  و  $m_1$  فاصله از →

**تست:** نقطه ای را بین کره ماه و کره زمین تصور کنید که اگر جسمی در آنجا قرار گیرد نیروی خالصی که از طرف ماه و زمین بر آن جسم وارد می شود برابر صفر باشد فاصله آن نقطه تا مرکز زمین چند برابر فاصله نقطه تا مرکز کره ماه است؟ (جرم کره زمین ۸۱ برابر جرم کره ماه است)

۹    ۱۰    ۸۰    ۸۱

$$\frac{m_e}{d^2} = \frac{m_m}{x^2} \rightarrow \frac{81m_m}{d^2} = \frac{m_m}{x^2} \rightarrow \frac{9}{d} = \frac{1}{x} \rightarrow \frac{d}{x} = 9$$



## جمع بندی فصل دینامیک

**قانون ۱:** اگر برآیند نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد، اگر جسم در حالت سکون باشد ساکن می ماند، و اگر جسم در حال حرکت باشد تا ابد با همان سرعت و در همان جهت به حرکتش ادامه می دهد. به این قانون، قانون لختی یا اینرسی هم میگویند.

**قانون ۲:**  $\Sigma F = \Sigma Ma$  **قوانین نیوتن**

**قانون ۳:** هر عملی را عکس العملی است؛ مساوی آن و در جهت خلاف آن

$$\frac{1}{K_T} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots$$

سری

$$K_T = K_1 + K_2$$

موازی

بهم بستن

$$F = K\Delta X$$

نیروی فنر

فنر

$$U = \frac{1}{2} K\Delta X^2$$

انرژی فنر





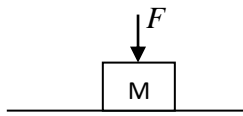
$$F = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$$

نیرو

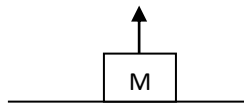
جاذبه

$$g = G \frac{M_{\text{سیاره}}}{R_{\text{سیاره}}^2}$$

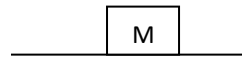
شتاب جاذبه



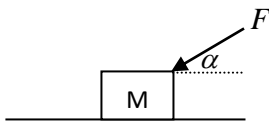
$$N = mg + F$$



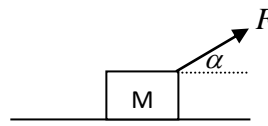
$$N = mg - F$$



$$N = mg$$

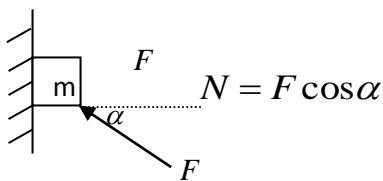


$$N = mg + F \sin \alpha$$

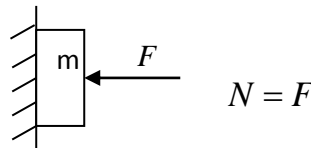


$$N = mg - F \sin \alpha$$

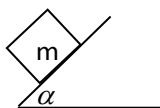
نیروی عمود  
بر سطح (N)



$$N = F \cos \alpha$$



$$N = F$$



$$N = mg \cos \alpha$$



$$F_s = F \text{ حرکت}$$

جسم حرکت نکند

$$F_s = \mu_s N = F \text{ حرکت}$$

جسم در آستانه حرکت

$$F_k = \mu_k N$$

جسم حرکت کند

اصطکاک

$$N = M(g \pm \pm a)$$

بالا      تند  
پایین      کند

نیروی عمود بر کف آسانسور

وزن ظاهری

عددی که نشان می‌دهد  
(فرد روی نیروسنج)

آسانسور

$$T = \Sigma M(g \pm \pm a)$$

کشش کابل آسانسور

فتر و وزنه از

سقف آسانسور

$$K\Delta x = M \text{ وزنه } (g \pm \pm a)$$



آویزان باشد

$$P = M V$$

فرمول تکانه

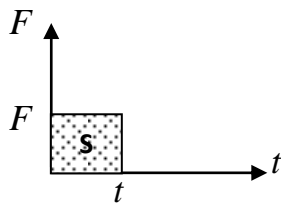
$$M\Delta V = F\Delta t$$

تغییر تکانه

تکانه

$$P \xrightarrow{\text{مشتق}} F$$

مشتق تکانه



$\Delta P =$  نمودار زیر مساحت

نمودار F-t



**تکلیف در منزل : تست های جمع بندی دینامیک تست ۱:** در چند مورد از مواد زیر، نیروهای وارد بر جسم متوازن نیستند؟

الف) موتورسواری روی مسیر مستقیم در حال متوقف شدن است.

ب) لامپی که از سقف آویزان است.

پ) هواپیمایی که با تندی ثابت در حال دور زدن است.

ت) برگ یک درخت که روی آب یک برکه شناور است و حرکت نمی کند.

ث) اسکیت سواری که با تندی ثابت روی مسیر مستقیم الخط حرکت کند

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

**تست ۲:** در شکل روبه رو، جسم در حال حرکت است، کدام نیرو را وارد کنیم تا جسم مطابق با قانون اینرسی با سرعت ثابت روی خط راست حرکت کند؟

F=3

(۲)  $-4i+2j$

(۱)  $4i-2j$

(۴) هیچ نیروی جدیدی به آن وارد نکنیم

(۳)  $6i-6j$

F=6

F=5

**تست ۳:** اگر فقط سه نیروی  $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 6\vec{j}$  و  $\vec{F}_2 = -12\vec{i} + 16\vec{j}$  و  $\vec{F}_3$  بر ذره ای وارد

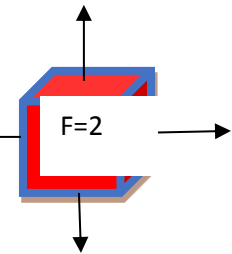
می شوند و این ذره با سرعت ثابت  $\vec{v} = n\vec{i} + m\vec{j}$  متر بر ثانیه حرکت می کند. در این حالت نیروی  $\vec{F}_2$  کدام است؟ (یکها در SI است.)

(۲)  $10i-10j$

(۱)  $-10i+10j$

(۴) بسته ضرایب معادله سرعت هر سه ممکن است

(۳)  $14i+24j$



**تست ۴:** مطابق قانون دوم نیوتن، نیروی خالص ثابت وارد بر یک جسم که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، با چند مورد از کمیت‌های زیر الزاماً هم‌جهت می‌باشد؟

الف) جرم (ب) مسافت (ج) جابه‌جایی (د) تندی (و) تغییرات سرعت (ه) سرعت (ن) تغییرات شتاب

۱) یک مورد    ۲) دومورد    ۳) چهار مورد    ۴) تمام موارد

**تست ۵:** چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

الف) شوت کات دار توپ فوتبال با که با تندی متغیر (تند شوند) به سمت دروازه می‌رود با قانون اول نیوتون توجیه نمی‌شود ولی با قانون دوم نیوتون توجیه می‌شود

ب) شوت کات دار توپ فوتبال با تندی ثابت به سمت دروازه می‌رود با قانون اول نیوتون توجیه نمی‌شود ولی با قانون دوم نیوتون توجیه می‌شود

پ) شوت کات دار توپ فوتبال با تندی متغیر (کند شوند) به سمت دروازه می‌رود با قانون اول نیوتون توجیه نمی‌شود ولی با قانون دوم نیوتون توجیه می‌شود

ت) شروع به حرکت کردن یک اتومبیل با قانون اول نیوتون توجیه نمی‌شود ولی با قانون دوم نیوتون توجیه می‌شود

ث) معلق و ساکن ماندن یک صخره نورد، به کمک طنابی که وی را نگه داشته است با قانون اول نیوتون توجیه نمی‌شود ولی با قانون دوم نیوتون توجیه می‌شود

۱) (۱)    ۲) (۲)    ۳) (۳)    ۴) (۴)    ۵) (۵)

**تست ۶:** مطابق شکل زیر پسر بچه ای در داخل یک قایق نشسته است و در حال پارو زدن می‌باشد. چه تعداد از عبارات زیر در مورد این حرکت درست است؟

الف) واکنش نیرویی که پارو به آب وارد می‌کند به قایق وارد می‌شود

ب) نیروی شناوری وارد شده به قایق، واکنش نیروی وزن است.

پ) واکنش نیرویی که شخص به پارو وارد می‌کند به قایق وارد می‌شود.

۱) صفر    ۲) (۲)    ۳) (۳)    ۴) (۴)    ۵) (۵)



**تست ۷:** کدام یک از عبارات های زیر نادرست است؟

- (۱) هنگامی که یک اتومبیل به دیواری برخورد می کند، نیرویی که دیوار به اتومبیل وارد می کند، برابر نیرویی است که اتومبیل به دیوار وارد می کند.
- (۲) وقتی جعبه ای روی میزی قرار می گیرد، نیرویی که جعبه به میز وارد می کند، برابر نیرویی است که میز به جعبه وارد می کند.
- (۳) طبق قانون اول نیوتون اگر جسمی ساکن باشد و یا با سرعت ثابت در حرکت باشد، وضعیت خود را حفظ می کند تا زمانی که نیروی خالص غیر صفر به آن وارد نگردد.
- (۴) هنگام ترمز کردن اتومبیل وقتی شخص رو به جلو پرتاب می شود، نتیجهی قانون سوم نیوتون است.

۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴)

**تست ۸:** مکعبی به جرم  $10\text{ kg}$  روی یک سطح افقی با نیروی افقی  $80$  نیوتنی به طور یکنواخت حرکت می کند. اگر به جای نیروی  $80$  نیوتنی، به این جسم نیروی افقی  $100$  نیوتنی وارد کنیم. تغییر سرعت آن در چهار ثانیه سی و ششم آن چند متر بر ثانیه می شود؟

۲ (۱) ۸ (۲)

۲۴ (۳) ۲۵ (۴)

**تست ۹:** بر مکعبی به جرم  $m$  نیروی  $F$  وارد شده و باعث میگردد شتابی به اندازه  $a$  پیدا کند. اگر بزرگی این نیرو را  $50$  واحد SI کاهش دهیم، شتاب به اندازه  $10$  متر بر مجذور ثانیه کاهش می یابد. اگر  $2000$  زول انرژی گرمایی به این مکعب بدهیم دمای آن چند درجه فارنهایت بالا می رود (گرمای ویژه این مکعب  $400$  واحد SI است)

۱۰ (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۴۵ (۴)

**تست ۱۰:** سه نیرو، همزمان بر وزنه ای به جرم  $10\text{ kg}$  اثر می کنند. اگر این نیروها بر حسب نیوتون به صورت  $\vec{F}_1 = -5\vec{i} - 80\vec{j}$ ،  $\vec{F}_2 = 25\vec{i} - 40\vec{j}$  و  $\vec{F}_3 = -2\vec{F}_2$  باشد، بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه خواهد شد؟

۵(۱) ۱۰(۲) ۱۵(۳) ۱(۴)



**تست ۱۱:** سه نیروی ۶ و ۷ و ۱۱ نیوتونی با هم به جسمی به جرم  $2\text{kg}$  اعمال شده و جسم ساکن است. هر گاه نیروی ۶ نیوتونی حذف شود. جسم شتابش  $a$  متر بر مجذور ثانیه می شود. حال اگر جسم دیگری به جرم ۸ کیلوگرم را روی سطح شیبدار طویلی با زاویه  $37^\circ$  درجه نسبت به افق با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه و با همان شتاب  $a$  به بالا پرتاب کنیم جسم حداکثر چند متر روی سطح شیبدار بالا می رود؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۲۵ (۴) ۳

**تست ۱۲:** جسمی به جرم  $6\text{kg}$  تحت تأثیر سه نیروی افقی  $F_1 = 12\text{N}$ ،  $F_2 = 26\text{N}$  و  $F_3$  در حال تعادل قرار دارد. اگر جهت نیروی  $F_1$  را برعکس حالت اولیه اش کنیم، اندازه تغییر سرعت این جسم در پنج ثانیه چهارم حرکتش جسم چند متر بر ثانیه می شود؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) بسته به  $F_3$  هر سه ممکن است

**تست ۱۳:** بر یک قایق موتوری نیروی افقی خالصی به اندازه  $4000$  نیوتن در تمام لحظات وارد می شود و نیروی اصطکاک و مقاوم در برابر حرکت  $2000$  نیوتن بوده است و قایق شروع به حرکت می کند. اگر جرم قایق  $800$  کیلوگرم و دو فرد  $150$  و  $50$  کیلوگی نیز داخل قایق باشند پس از ۳ ثانیه، جابه جایی و تندی قایق از راست به چپ در SI برابرست با...

- (۱)  $12-18$  (۲)  $6-9$  (۳)  $312-18$  (۴)  $18-12$

**تست ۱۴:** جسمی به جرم  $2\text{kg}$  تحت تأثیر همزمان سه نیروی  $\vec{F}_1 = \vec{i} - 3\vec{j}$ ،  $\vec{F}_2 = -5\vec{i} + 12\vec{j}$  و  $\vec{F}_3$  در دستگاه SI با سرعت ثابت در حال حرکت است. اگر نیروی  $\vec{F}_2$  حذف شود، بردار شتاب حرکت جسم در دستگاه SI مطابق کدام گزینه می شود؟

- (۱)  $\vec{a} = -2/5\vec{i} + 6\vec{j}$  (۲)  $\vec{a} = 2/5\vec{i} - 6\vec{j}$   
(۳)  $\vec{a} = 0/5\vec{i} + 1/5\vec{j}$  (۴)  $\vec{a} = 0/5\vec{i} + 1/5\vec{j}$



**تست ۱۵:** گلوله ای در هوا سقوط می کند. نیروی مقاومت هوا بر این گلوله با مجذور شعاع آن و مجذور سرعت آن متناسب است. سرعت حد گلوله سرعتی است که در آن حرکت گلوله یکنواخت (با سرعت ثابت) می ماند. برای گلوله های همگن از یک جنس، سرعت حد گلوله با چه توانی از شعاع آن متناسب است؟

- (۱) صفر (۲) ۰/۵ (۳) ۱ (۴) ۲

المپیاد فیزیک مرحله اول

**تست ۱۶:** مطابق شکل زیر، چتربازی با تندی ثابت در راستای قائم در حال حرکت می باشد. اگر در ارتفاع نسبتاً زیادی از سطح زمین ناگهان طناب ها پاره شوند و چتر از چترباز جدا شود، حرکت چترباز چگونه خواهد بود؟



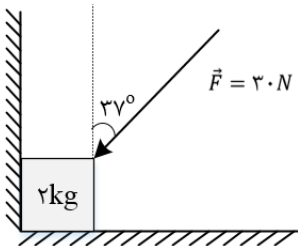
(۱) با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می دهد.

(۲) با شتاب ثابت سقوط می کند.

(۳) به صورت کندشونده حرکت می کند تا به تندی حد برسد.

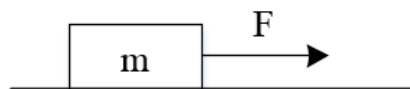
(۴) به صورت تندشونده حرکت می کند تا به تندی حد برسد.

**تست ۱۷:** مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $2\text{kg}$  توسط نیروی  $\vec{F}$  بین دیوار و زمین به صورت ثابت نگه داشته شده است، بزرگی نیروی عمودی سطح از طرف زمین چقدر بیش تر از نیروی عمودی سطح از طرف دیوار است؟  $(\sin 37^\circ = 0/6 \quad g = 10 \frac{m}{s^2})$



- (۱) ۲۶ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸ (۴) ۸

**تست ۱۸-** مطابق شکل زیر، به جسمی به جرم  $36\text{kg}$  که روی سطح افقی ساکن است، نیروی افقی  $F = 177\text{N}$  وارد می شود و تندی جسم ۴ ثانیه پس از شروع حرکت به  $3 \frac{m}{s}$  می رسد. نیرویی که سطح به جسم وارد می کند، چند نیوتون است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



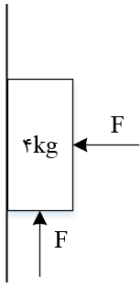
- (۱) 360 (۲) 390 (۳) 400 (۴) 500

سراسری-تجربی-۱۴۰۰





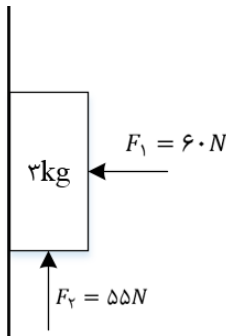
**تست ۱۹:** در شکل زیر، جسم در آستانه ی حرکت رو به بالا قرار دارد و نیرویی که جسم به سطح وارد می کند، برابر R است. اگر F را  $20N$  کاهش دهیم، نیرویی که سطح به جسم وارد می کند، برابر R' می شود، کدام است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی برابر ۰٫۵ است)



- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{4}$

**تست ۲۰:**

مطابق شکل زیر، جسم را با نیروی افقی  $F_1$  به دیوار قائمی می فشاریم و جسم ساکن می ماند. اگر نیروی قائم  $F_2$  نیز به جسم وارد شود. در این حالت نیرویی که سطح به جسم وارد می کند، چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



- (۱)  $30\sqrt{3}$  (۲)  $30\sqrt{5}$  (۳) ۶۵ (۴) ۶۰

**تست ۲۱:** شخصی به جرم  $m = 60kg$  روی باسکولی ایستاده است. این شخص یک سر فنر بدون جرمی را در دست دارد که سر دیگر آن به کف باسکول بسته شده است. ثابت فنر  $1000 \frac{N}{m}$  است. اگر این شخص فنر را در راستای قائم نگه دارد و آن را طوری بکشد که طول آن 20cm افزایش یابد، باسکول چند نیوتن را نشان می دهد؟

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۱۰۰۰

المپیاد فیزیک مرحله اول

**تست ۲۲:**

دو فنر جرم دار یکسان داریم. طول کشیده نشده ی هر یک از آنها 12cm است. وقتی یکی از فنرها را از نقطه ی ثابتی می آویزیم طولش 15cm می شود. اگر دو فنر را به هم وصل کنیم و سپس از نقطه ی ثابتی بیاویزیم، طول فنر مرکب حاصل چند سانتی متر است؟ (راهنمایی: کشیدگی یک فنر جرم دار آویزان به جرم m برابر است با کشیدگی یک فنر بی جرم آویزان که به انتهای آن جسمی به جرم  $\frac{m}{2}$  بسته باشند).

المپیاد فیزیک مرحله اول

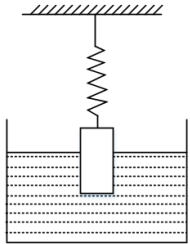
- (۱) ۳۶ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴) ۳۲



تست ۲۳:

مطابق شکل استوانه ای فلزی به جرم  $M$  و به شعاع  $r$  و ارتفاع  $h$  توسط فنری با ثابت  $K$  که از بالا به نقطه ی ثابتی متصل است، درون مایعی با چگالی (جرم حجمی)  $\rho$  شناور است، به طوری که نصف ارتفاع آن داخل مایع است. تقریباً چه وزنه ای بر حسب کیلو گرم باید روی استوانه قرار داد تا  $\frac{2}{3}$  ارتفاع آن داخل مایع قرار گیرد.

- ۰٫۷(۱)      ۰٫۹ (۲)      ۳(۳)      ۵ (۴)



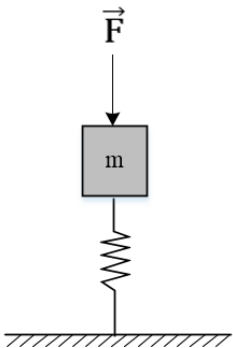
$$h = 30 \text{ cm}, K = 2 \text{ N/m}, \rho = 1/8 \text{ g/(cm}^3), r = 5 \text{ cm}, M = 1 \text{ Kg}$$

تست ۲۵:

در شکل زیر، به کمک نیروی  $F = 5 \text{ N}$  وزنه ای به جرم  $m = 400 \text{ g}$  را روی فنر سبک قائمی ساکن نگه داشته ایم و اختلاف طول فنر نسبت به طول عادی اش  $3 \text{ cm}$  است. اگر ناگهان نیروی  $\vec{F}$  را حذف کنیم، در لحظه ای که وزنه به اندازه ی  $1 \text{ cm}$  جابه جا می شود، بزرگی شتاب آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

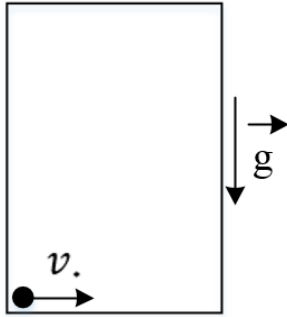
- ۲ (۱)      ۲/۵ (۲)      ۵ (۳)      ۱۰ (۴)



تست ۲۶:

آسانسوری با شتاب ثابت  $a$  حرکت می کند. جسم کوچکی با سرعت اولیه ی  $v_0$  روی کف آسانسور به حرکت در می آید. به علت اصطکاک این جسم پس از پیمودن مسافتی، می ایستد. اگر شتاب آسانسور رو به پایین باشد جسم پس از پیمودن مسافت  $S_1$  می ایستد، و اگر شتاب آسانسور رو به بالا باشد و همین آزمایش را تکرار کنیم، جسم پس از پیمودن مسافت،  $S_2$  می ایستد. کدام گزینه مقدار  $a$  را نشان می دهد؟  $g$  شتاب گرانش و  $\mu$  ضریب اصطکاک است.





$$a = \mu g \left( \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \right) \quad (2)$$

$$a = g \left( \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \right) \quad (1)$$

$$a = \mu g \left( \frac{S_1 + S_2}{S_1 - S_2} \right) \quad (4)$$

$$a = g \left( \frac{S_1 + S_2}{S_1 - S_2} \right) \quad (3)$$

المپیاد فیزیک

**تست ۲۷:**

جسمی به جرم 5kg کف آسانسوری قرار دارد. وقتی آسانسور با شتاب رو به بالای  $2 \frac{m}{s^2}$  به سمت بالا می رود، نیرویی که از طرف جسم بر کف آسانسور وارد می شود N است و وقتی با شتاب روبه پایین  $2 \frac{m}{s^2}$  به سمت پایین می رود، نیروی وارد بر کف آسانسور N' است، اختلاف N و N' چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱) صفر (۲) ۱۰ (۳) 20 (۴) ۴۰

**تست ۲۸:**

- فنر سبکی با ثابت  $200 \frac{N}{m}$  به سقف آسانسور بسته شده و از آن وزنه‌ی  $m = 5kg$  آویزان است و آسانسور با شتاب رو به پایین  $2 \frac{m}{s^2}$  پایین می آید و طول فنر  $L_1$  است. وقتی این آسانسور با شتاب  $1 \frac{m}{s^2}$  کندشونده پایین می آید، طول فنر  $L_2$  می شود. اختلاف  $L_1$  و  $L_2$  چند سانتی متر است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

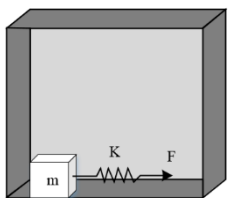
- (۱) 15 (۲) 7/5 (۳) 5 (۴) 2/5

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

**تست ۲۹:**

- در شکل زیر آسانسور با شتاب تندشونده و  $2 \frac{m}{s^2}$  در حال بالا رفتن است. مکعبی به جرم ۱۰kg در کف آسانسور قرار دارد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و کف آسانسور  $\mu_s = 0/5$  و ضریب اصطکاک جنبشی  $\mu_k = 0/3$  باشد و جسم در آستانه حرکت قرار داشته باشد، میزان کشیدگی فنر نسبت به طول طبیعی چند سانتی متر است؟ ( $k = 500 \frac{N}{m}$ ،  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱) 6 (۲) 8 (۳) 10 (۴) 12



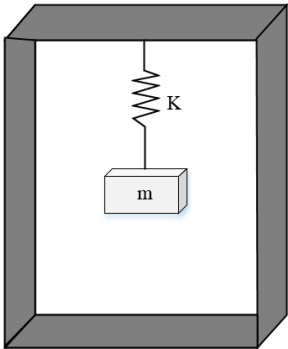
تست ۳۰:

جسمی به جرم  $3\text{kg}$  در کف آسانسوری قرار دارد. هنگامی که آسانسور با شتاب  $2\frac{m}{s^2}$  رو به بالا کندشونده حرکت می کند، نیرویی که از طرف جسم به کف آسانسور وارد می شود، برابر  $N$  است. بزرگی شتاب آسانسور را چند واحد SI تغییر دهیم تا اندازه‌ی نیرویی که کف آسانسور به جسم وارد می کند،  $12/5$  درصد افزایش یابد؟

- (۱) 1      (۲)  $1/5$       (۳) 2      (۴)  $1/25$

تست ۳۱:

وزنه  $m$  مطابق شکل توسط فنری سبک به سقف آسانسور متصل است. اگر آسانسور با سرعت ثابت  $21\frac{m}{s}$  پایین رود، طول فنر  $80\text{cm}$  می شود و اگر آسانسور با شتاب  $4\frac{m}{s^2}$  رو به بالا رود، طول فنر  $70\text{cm}$  میشود. طول طبیعی فنر (بدون اتصال وزنه) چند سانتی متر است؟ ( $g = 10\frac{m}{s^2}$ )



- (۱) ۳۵      (۲) ۴۵      (۳) ۵۵      (۴) ۶۵

تست ۳۲:

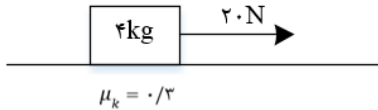
چوب مکعب شکلی به جرم  $5\text{kg}$  را به نخ بسته و با نیروی ثابت و افقی  $15\text{N}$  روی سطح افقی می کشیم و از حال سکون به حرکت در می آوریم و بعد از  $2$  ثانیه نخ پاره می شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی  $0/2$  باشد، کل مسافتی که چوب از ابتدای حرکت تا لحظه‌ی ایستادن طی می کند، چند متر است؟ ( $g = 10\frac{m}{s^2}$ )

- (۱)  $1/5$       (۲) ۲      (۳)  $5/2$       (۴) ۳



تست ۳۳:

در شکل مقابل، جسم از حال سکون، در مسیر افقی و در لحظه ی  $t = 0$  تحت نیروی ثابت به حرکت در می آید و بعد از ۳ ثانیه نخ بسته شده به جسم پاره می شود. کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا لحظه ی ایستادن طی می کند، چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



- ۹ (۱)                      ۱۲ (۲)                      ۱۵ (۳)                      ۱۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

تست ۳۴:

دو وزنه A و B با سرعت اولیه یکسان، مماس بر یک سطح افقی پرتاب می شوند. اگر جرم وزنه A نصف جرم وزنه B و ضریب اصطکاک آن ۲ برابر ضریب اصطکاک وزنه B باشد، مسافتی که وزنه A طی می کند تا بایستد، چند برابر مسافتی است که وزنه B طی می کند تا بایستد؟

$$F = 10N$$

- ۲ (۱)                      ۱ (۲)                       $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)                       $\frac{1}{2}$  (۴)

سراسری-ریاضی-۹۵

تست ۳۵:

صندوقی در کف کامیونی قرار دارد و کامیون با سرعت  $15 \frac{m}{s}$  در یک مسیر مستقیم و افقی در حرکت است و ضریب اصطکاک ایستایی صندوق با کف کامیون  $0.25$  است. این کامیون پس از ترمز مناسب، کوتاه ترین فاصله ای که می تواند طی کند و متوقف شود، بدون این که صندوق بلغزد چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

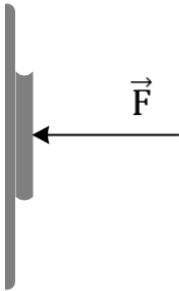
- ۲۰ (۱)                      ۲۵ (۲)                      ۴۰ (۳)                      ۴۵ (۴)



کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

**تست ۳۶:**

مطابق شکل زیر، کتابی توسط نیروی  $\vec{F}$  به دیوار عمودی فشرده شده است، اگر کتاب ساکن باشد، با دو برابر کردن نیروی  $\vec{F}$ ، بیشینه نیروی اصطکاک، نیروی اصطکاک و نیروی واکنش سطح به ترتیب چگونه تغییر می کنند؟



(۱) دو برابر می شود - ثابت می ماند - دو برابر می شود.

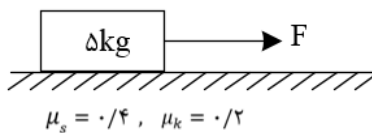
(۲) افزایش می یابد ولی به دو برابر نمی رسد - ثابت می ماند - دو برابر می شود.

(۳) دو برابر می شود - ثابت می ماند - افزایش می یابد ولی به دو برابر نمی رسد.

(۴) افزایش می یابد ولی به دو برابر نمی رسد - دو برابر می شود - افزایش می یابد ولی به دو برابر نمی رسد.

سوالات گردآوری شده - سری (۲) سال تحصیلی ۹۶-۹۸

**تست ۳۷:** مطابق شکل زیر، جسمی را با نیروی افقی  $F$  می کشیم و جسم با شتاب  $3\frac{m}{s^2}$  حرکت می کند. نیروی  $F$  را حداکثر چند نیوتن می توان کاهش داد بدون این که سرعت جسم کاهش یابد؟



5 (۴)

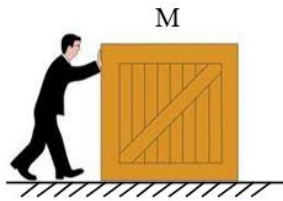
15 (۳)

10 (۲)

25 (۱)

**تست ۳۸:** شخصی به جرم  $50\text{ kg}$  که ضریب اصطکاک ایستایی کفش هایش با زمین  $\mu_s = 0/8$  است می خواهد جعبه  $M$  به جرم  $100\text{ kg}$  که ضریب اصطکاک جنبشی آن با سطح  $\mu_k = 0/1$  است را از حال سکون به طور افقی هل دهد. این شخص در مدت  $4\text{ s}$  حداکثر چند متر می تواند جعبه را جلو ببرد؟ (مقاومت هوا ناچیز است.) ( $g = 10\frac{m}{s^2}$ )





32 (۴)

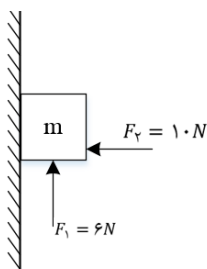
48 (۳)

24 (۲)

12 (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۴) آزمونهای نشان برتر - آزمونهای ۹۷-۹۸

**تست ۳۹:** در شکل زیر اگر جرم وزنه  $800g$  باشد، نیروی اصطکاک بین جسم و دیوار چند نیوتن و جهت آن به کدام سمت است؟ ( $\mu_k = 0/4$ ،  $\mu_s = 0/5$ ،  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



(۴) -۴ پایین

(۳) -۲ پایین

(۲) -۴ بالا

(۱) -۲ بالا

سوالات گردآوری شده سری (۴) آزمونهای نشان برتر - آزمونهای ۹۷-۹۸

**تست ۴۰:** جسمی را روی سطح افقی با سرعت اولیه  $V_0$  افقی پرتاب می کنیم. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح  $\mu_k$  باشد، جسم پس از طی چه مسافتی متوقف می شود؟

(۴)  $\frac{V_0^2}{\mu_k g}$

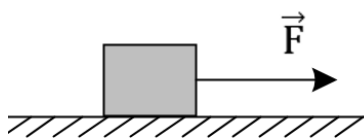
(۳)  $\frac{V_0^2}{2\mu_k g}$

(۲)  $\mu_k g V_0^2$

(۱)  $2\mu_k g V_0^2$

سوالات گردآوری شده - سری (۲) سال تحصیلی ۹۷-۹۸

**تست ۴۱:** جسمی مطابق شکل زیر، روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی  $0/5$  و ضریب اصطکاک ایستایی  $1/2$  قرار دارد. اگر نیروی  $\vec{F}$  را به تدریج از صفر افزایش دهیم تا جسم شروع به حرکت کند. حداقل شتاب جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



(۲) ۴

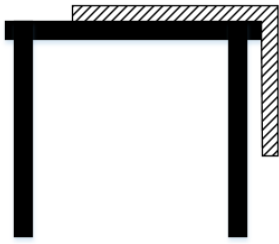
(۱) ۱

(۴) ضریب اصطکاک بیشتر از ۱ ممکن نیست

(۳) ۷



**تست ۴۲:** مطابق شکل طناب همگنی روی میز قرار دارد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین طناب و میز  $0.25$  باشد، حداکثر چه درصدی از طول طناب را می شود از لبه میز آویزان کرد بی آن که طناب به پایین بیفتد؟



۲۰٪ (۴)

۲۵٪ (۳)

۳۰٪ (۲)

۴۰٪ (۱)

سوالات گردآوری شده سری (۴) آزمونهای نشان برتر آزمونهای ۹۴-۹۵

**تست ۴۳:** مکعبی به جرم  $m$  با سرعت اولیه  $5m/s$  روی یک سطح افقی و مماس پرتاب می شود. اگر ضریب اصطکاک  $0.2$  باشد، بعد از طی  $4$  متر روی سطح، سرعت آن به چند  $m/s$  می رسد؟ ( $g = 10N/kg$ )

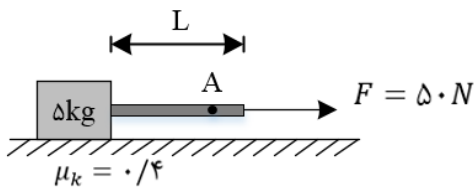
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

**تست ۴۴:** در شکل مقابل، جرم میله برابر  $1kg$  و به صورت یکنواخت است. نیروی کشش میله در نقطه  $A$  به فاصله  $\frac{L}{5}$  از انتهای سمت راست میله برابر چند نیوتون است؟ (جرم میله در عمود بر سطح مکعب تاثیری ندارد)



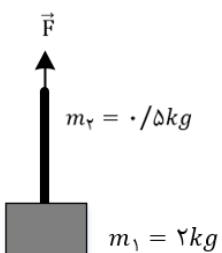
۴۹ (۴)

۲ (۳)

۴۸ (۲)

۲۹ (۱)

**تست ۴۵:** جسمی به جرم  $2kg$  به طناب همگنی به جرم  $0.5kg$  متصل است و با نیروی قائم  $F$  برابر  $30$  نیوتون، با شتاب ثابت بالا می رود. نیروی کشش در وسط طناب چند نیوتون است؟





29/5 (۴)

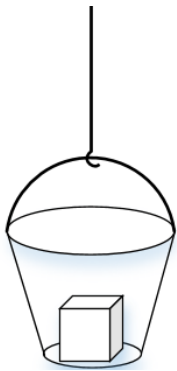
2 (۳)

28/75 (۲)

27 (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

**تست ۴۶:** در شکل زیر جرم سطل ۴kg است و داخل آن یک وزنه به جرم ۲۰ کیلوگرم قرار دارد و سطل به وسیله ی یک طناب به سمت بالا کشیده می شود. اگر در مدت زمان ۵ ثانیه، تندی سطل و محتویات آن از صفر به  $6 \frac{m}{s}$  برسد، در این مدت اندازه ی نیروی کشش طناب چند نیوتون بوده است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ) از جرم طناب و نیروی مقاومت هوا صرف نظر شود.



288/6 (۴)

528 (۳)

240 (۲)

268/8 (۱)

**تست ۴۷:** زنجیری شامل ۵ حلقه ی مشابه که جرم هر کدام ۱۰۰ گرم است، با نیروی  $F = 10 \text{ N}$  در راستای قائم به بالا کشیده می شود. اگر برآیند نیروهای وارد بر بالاترین حلقه  $F'$  و برآیند نیروهای وارد بر پایین ترین حلقه  $F''$  باشد، نسبت  $\frac{F'}{F''}$  کدام است؟



4 (۴)

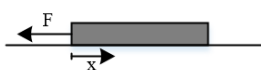
3 (۳)

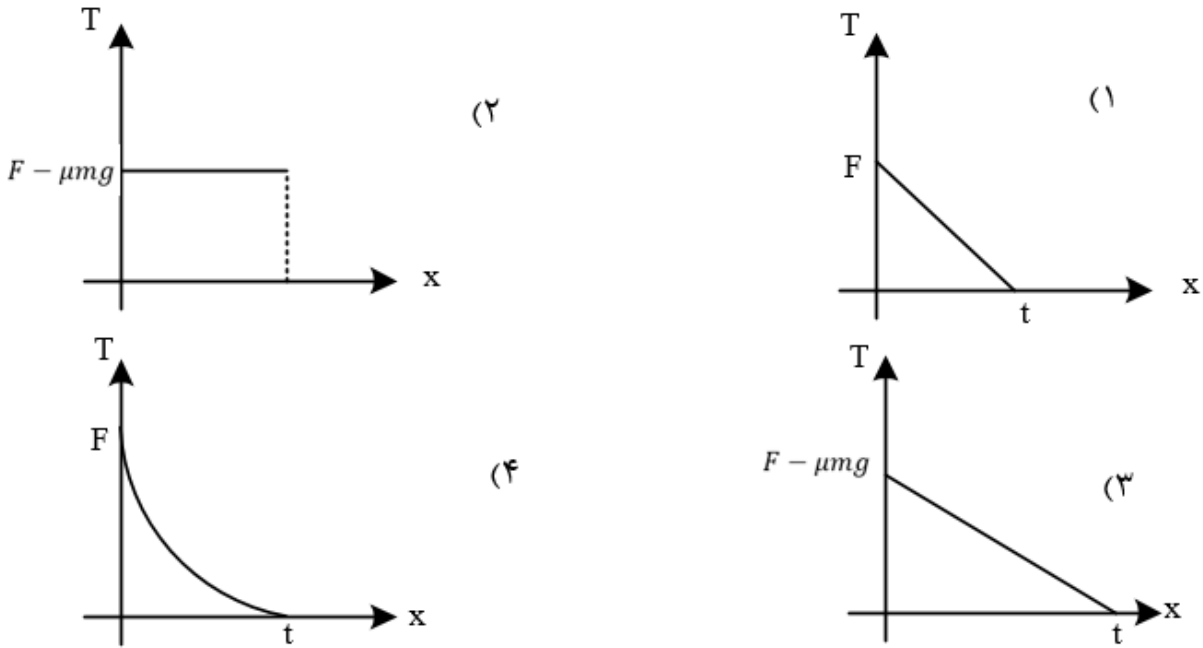
$\frac{10}{3}$  (۲)

1 (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

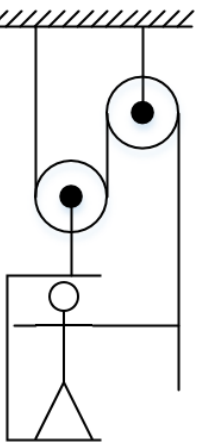
**تست ۴۸:** مطابق شکل زیر، ریسمانی همگن به طول  $l$  جرم  $m$  روی سطحی افقی با ضریب اصطکاک  $\mu$  قرار دارد. به یک سر آن نیرویی به اندازه ی  $F$  ( $F > \mu mg$ ) وارد می کنیم. نمودار نیروی کشش نخ بر حسب  $x$  کدام یک از شکل های زیر است؟





المپیاد فیزیک مرحله اول

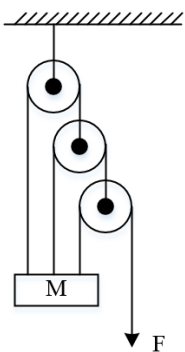
**تست ۴۹:** یک کارگر ساختمانی به وزن  $W$  برای بالا رفتن از ساختمانی، ابزاری مطابق شکل به کار می برد. او حداقل با چه نیرویی باید طناب را پایین بکشد تا بتواند خود را بالا ببرد؟ (از جرم نخ و قرقره ها چشم پوشید.)



- $\frac{W}{4}$  (۴)
- $\frac{W}{3}$  (۳)
- $\frac{W}{2}$  (۲)
- $W$  (۱)

المپیاد فیزیک

**تست ۵۰:** جرم  $M$  مطابق شکل در حالت تعادل آویزان است. کشش نخ بالایی،  $T$ ، چه قدر است؟ (از جرم قرقره ها، نخها و نیز اصطکاک چشم پوشی کنید.)



- $8F$  (۴)
- $\frac{6}{3}F$  (۳)
- $\frac{7}{8}F$  (۲)
- $F$  (۱)



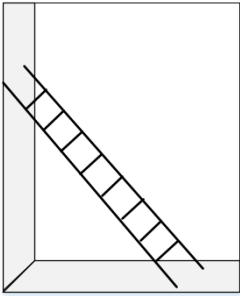
المپیاد فیزیک-مرحله اول

**تست ۵۱:** نردبانی به جرم  $۱۶\text{kg}$  به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه دارد و پایهی آن روی سطح افقی در آستانه ی سر خوردن است. اگر نیرویی که در این حالت از طرف نردبان به سطح افقی وارد می شود  $۲۰۰\text{N}$  باشد، ضریب اصطکاک ایستایی نردبان با این سطح چه قدر است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱)  $\frac{3}{4}$       (۲)  $\frac{3}{5}$       (۳)  $\frac{2}{5}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

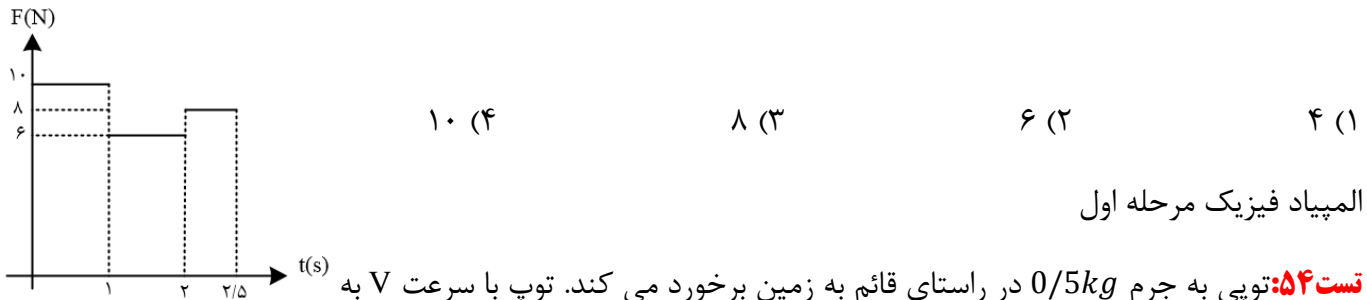
**تست ۵۲:** مطابق شکل، نردبانی به جرم  $۴\text{kg}$  را داخل کابین آسانسور قرار داده ایم. اگر آسانسور با شتاب  $۲$  متر بر مجذور ثانیه کندشونده پایین برود و نردبان در آستانه لغزش قرار گیرد، نیرویی که سطح قائم آسانسور به نردبان وارد می کند، چند نیوتن است؟ (سطح قائم آسانسور بدون اصطکاک و ضریب اصطکاک سطح افقی  $\mu_s = 0/25$  است و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .)



- (۱) 30      (۲) 50      (۳) 9      (۴) 12

**تست ۵۳:**

شکل زیر، نمودار تغییرات نیروی وارد بر جسمی به جرم  $5\text{kg}$  را نسبت به زمان نشان می دهد. اگر تحت اثر این نیرو جسم از حال سکون شروع به حرکت کند، سرعت آن پس از  $۲/۵$  ثانیه چند  $\frac{m}{s}$  است؟

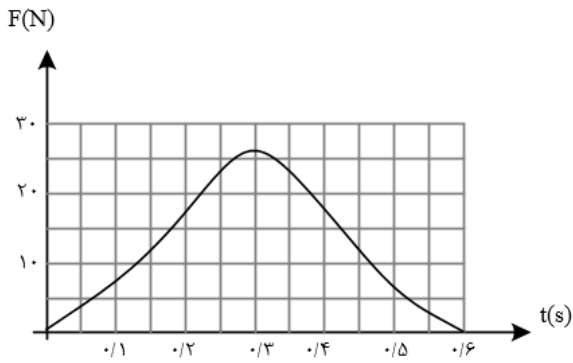


- (۱) ۴      (۲) ۶      (۳) ۸      (۴) ۱۰

المپیاد فیزیک مرحله اول

**تست ۵۴:** توپیی به جرم  $0/5\text{kg}$  در راستای قائم به زمین برخورد می کند. توپ با سرعت  $V$  به  $0/8V$  و با سرعت  $0/8V$  از زمین به بالا می جهد. نمودار تغییرات نیروی سطح زمین بر توپ مطابق شکل است. توپ حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می رود؟





0/4m (۱)

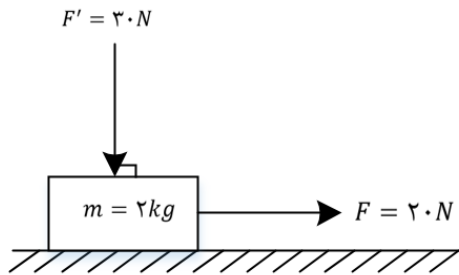
0/8m (۲)

1/2m (۳)

2/0m (۴)

المپیاد فیزیک مرحله اول

**تست ۵۵:** در شکل زیر، به جسمی که روی سطح افقی در حال سکون بوده، نیروهایی مطابق شکل وارد می شوند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح افقی ۰/۵ و ۰/۳ باشد، تغییر تکانه جسم در مدت ۲ ثانیه چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



۲۸ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۱) صفر

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

**تست ۵۶:**

اگر جرم جسم B،  $\frac{5}{8}$  جرم جسم A و تکانه جسم A،  $\frac{4}{3}$  تکانه جسم B باشد، نسبت انرژی جنبشی جسم A به انرژی جنبشی جسم B، کدام است؟

$\frac{5}{6}$  (۴)

$\frac{6}{5}$  (۳)

$\frac{9}{10}$  (۲)

$\frac{10}{9}$  (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

**تست ۵۷:** معادله‌ی تکانه جسمی بر حسب زمان در SI به صورت  $P = 15t^2 + 5t$  می باشد. نیروی خالص (برایند) متوسط وارد بر جسم در بازه‌ی زمانی  $t_1 = 3s$  تا  $t_2 = 6s$  چند نیوتون است؟

۱۹۰ (۴)

۱۴۰ (۳)

۸۵ (۲)

۷۰ (۱)



کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

سراسری-ریاضی-

**تست ۵۸:** گلوله‌ی آونگی به جرم  $M$  از ریسمانی به طول  $L$ ، آویزان است. گلوله روی مسیر دایره ای به یک طرف کشیده می شود تا به ارتفاع  $\frac{L}{5}$  بالاتر از وضعیت تعادل برسد. اگر گلوله از آن حالت رها شود، تکانه اش در هنگام عبور از پایین ترین نقطه ی مسیر چقدر است؟

$$(۱) \frac{8}{5} M \cdot Lg$$

$$(۲) \frac{2}{5} M \cdot Lg$$

$$(۳) \sqrt{\frac{2}{5} M^2 \cdot Lg}$$

$$(۴) \sqrt{\frac{8}{5} M^2 \cdot Lg}$$

سراسری-ریاضی-۹۰

**تست ۵۹:** معادله تکانه - زمان جسمی به جرم ۴ کیلوگرم در SI به صورت  $P = 2\text{Sin}\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  است. در لحظه  $t = \frac{1}{400} s$ ، انرژی جنبشی جسم چند ژول است؟

$$(۱) \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$(۲) 0/5$$

$$(۳) \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$(۴) 0/25$$

سوالات گردآوری شده سری (۴) آزمون های نشان برتر-آزمون های ۹۸-۹۹

**تست ۶۱:** شخصی که از ارتفاع نسبتا زیادی بر روی یک تشک ابری می افتد، تشک باعث می شود که ..... .

(۱) تغییر تکانه شخص کم شود.

(۲) تغییر تکانه شخص زیاد شود.

(۳) آهنگ تغییر تکانه شخص کم شود.

(۴) آهنگ تغییر تکانه شخص زیاد شود.

سوالات گردآوری شده -سری (۴) آزمونهای نشان برتر آزمونهای ۹۷-۹۸

سوالات گردآوری شده سری (۴) آزمونهای نشان برتر آزمونهای ۹۷-۹۸

**تست ۶۲:** معادله تکانه - زمان متحرکی با جرم ۲kg که روی محور X حرکت می کند، در SI به صورت

$$p = 2t - 3$$

می باشد. نوع حرکت متحرک در ۲ ثانیه ی اول حرکت چگونه و اندازه ی شتاب متوسط

متحرک در این بازه ی زمانی چند واحد SI است؟



(۱) همواره کندشونده -  $1/5$

(۲) همواره تندشونده -  $1/5$

(۳) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده - ۱

(۴) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده - ۱

سوالات گردآوری شده سری (۲) سال تحصیلی ۹۷-۹۸

**تست ۶۳:** زمین و خورشید، به بدن ما نیروی گرانشی وارد می کنند. اندازه‌ی نیروی گرانشی ناشی از زمین را  $W$ ، و اندازه‌ی نیروی گرانشی ناشی از خورشید را  $F$  می نامیم. نسبت  $\frac{F}{W}$  به کدام عدد نزدیک تر است؟ (جرم زمین  $6 \times 10^{24} kg$ ، جرم خورشید  $2 \times 10^{30} kg$ ، فاصله‌ی زمین تا خورشید  $1/5 \times 10^{11} m$  و شعاع زمین  $6/4 \times 10^6 m$  است)

(۴)  $10^{-3}$

(۳)  $10^{-1}$

(۲)  $10^1$

(۱)  $10^2$

المپیاد فیزیک مرحله

**تست ۶۴:** جرم کره‌ی زمین تقریباً ۸۱ برابر جرم کره‌ی ماه است و فاصله‌ی مرکز ماه تا مرکز کره‌ی زمین تقریباً  $374 Mm$  است. یک سفینه‌ی فضایی بر روی خط واصل کره‌ی ماه و کره‌ی زمین در حال حرکت است. در لحظه‌ای که بزرگی نیروی گرانش واردشده به سفینه از طرف کره‌ی ماه ۲۵ درصد بزرگی نیروی گرانشی وارد شده به سفینه از طرف کره‌ی زمین است، فاصله‌ی ماهواره تا مرکز کره‌ی ماه چند کیلومتر است؟

(۲)  $68 \times 10^3$

(۱)  $6 \times 10^5$

(۴)  $32 \times 10^3$

(۳)  $3 \times 10^5$

**تست ۶۵:** چگالی سیاره‌ی A، ۳ برابر و شعاع آن ۲ برابر سیاره‌ی B است. شتاب گرانش روی سطح سیاره‌ی A چند برابر شتاب گرانش روی سطح سیاره‌ی B است؟

(۴)  $\frac{1}{6}$

(۳) ۶

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۱)  $\frac{3}{2}$

**تست ۶۶:** چگالی سیاره‌های X و Y یکی است و شعاع سیاره‌ی X نصف شعاع سیاره‌ی Y است. نسبت بزرگی شتاب گرانشی در سطح سیاره‌ی X به بزرگی شتاب گرانشی در سطح سیاره‌ی Y برابر است با:



۴ (1)

۱ (۲)

 $\sqrt{2}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۴)

المپیاد فیزیک-مرحله اول

### پاسخ تست های جمع بندی دینامیک

#### تست ۱:

متوازن بودن یعنی باید برآیند نیروها صفر شود، به زبون ساده هر جایی که اندازه سرعت عوض بشه یا جهت عوض بشه، حرکت شتابدار میشه و دیگه متوازن نیست! پس بین گزینه های بالا، اونهایی متوازن نیستند که اندازه سرعت یا جهت شون عوض شده باشه پس الف و پ متوازن نیستند

(چون توی الف اندازه سرعت داره عوض میشه و توی پ هم جهت داره عوض میشه ولی توی بقیه گزینه ها نه اندازه سرعت عوض شده و نه جهتش)

، به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه میده! اون کلمه قطعا کار این گزینه رو خراب کرد!

پاسخ گزینه ۲ است.

#### تست ۲:



اول باید برابری نیروها رو پیدا کنیم (توی محور Xها اگر ۶ رو از ۲ کم کنیم میشه ۴+

و توی محور Yها اگر ۵ و ۳ رو از هم کم کنیم، میشه ۲-)

یعنی  $4i-2j$

اما این جواب نیست! برای اینکه جسم طبق قانون اینرسی حرکت کنه باید برابری نیروهاش صفر بشه! یعنی یک نیرو دقیقاً مخالف با نیروی بالا بهش وارد بشه!

یعنی:  $-4i+2j$

گزینه ۲

### تست ۳:

وقتی میگه سرعت ثابت، یعنی شتاب صفره! یعنی برابری نیروها هم باید صفر بشه! پس فقط اگر گزینه ۲ رو با اون تا نیروی دیگه جمع کنیم میبینیم که برابری صفره! پس گزینه ۲ درسته اون معادله سرعت رو هم دادم که بزارمت سر کار! (گول نخوری!)

### تست ۴:

جرم و مسافت و تندی که اصلاً کمیت نرده ای هستند و جهت ندارند! (گول نخوری)

اما طبق قانون دوم نیوتن  $F=Ma$  هست و  $a$  یعنی شتاب برابر میشه با **تغییرات** سرعت به زمان پس نیرو با تغییرات سرعت همجهت میشه!

یک مورد صحیح است (تغییرات سرعت)

پاسخ گزینه ۱ است

### تست ۵:

به جز گزینه آخر، بقیه درست هستند یعنی ۴ مورد





بچه ها حواستون باشه هر جا جهت سرعت عوض بشه (مثل شوت کات دار) و یا هر جا اندازه سرعت عوض بشه (مثل حرکت های تند یا کند) (یا طراح بگه که جسم شروع به حرکت کردن یا متوقف داره میشه) بدونید که حرکت شتابداره و قانون دوم نیوتن میاد به بازی! و هر جا هم که یک جسم ساکن، ساکن باقی موند یا جسم در حال حرکت با سرعت ثابت رو مسیر مستقیم رفت بدونید که قانون اول نیوتن میاد به بازی!

پاسخ گزینه ۳ است

### تست ۶:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه ها:

«الف» نادرست است. واکنش نیرویی که پارو به آب وارد می کند از طرف آب به پارو وارد می شود.

«ب» نادرست است. واکنش نیروی وزن به مرکز زمین وارد می شود.

«پ» نادرست است. واکنش نیرویی که شخص به پارو وارد می کند، از طرف پارو به شخص وارد خواهد شد.

### تست ۷:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی شخصی در اثر ترمز شدید رو به جلو پرتاب می شود نتیجه ی قانون اول نیوتون است. زیرا شخص تمایل به حفظ وضعیت خود یعنی حرکت رو به جلو دارد ولی خودرو به دلیل نیروی ناشی از ترمز، از ادامه ی حرکت، خودداری می کند. به همین دلیل شخص به سمت جلوی خودرو پرتاب می شود.

### تست ۸:

با ۸۰ نیوتن یکنواخت حرکت میکند یعنی شتابش صفر و متوازن هست. پس وقتی نیرو ۱۰۰ میشود فقط ۲۰ نیوتن از حالت تعادل بیشتر شده و همین ۲۰ نیوتن صرف شتابدار شدن می شود پس:

$$F=ma \quad 20=10a \quad a=2$$

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad 2 = \frac{\Delta V}{4} \quad \Delta V = 8 \frac{m}{s}$$

پاسخ گزینه ۲ است

### تست ۹:



$$a = \frac{F}{m} \quad a - 10 = \frac{F - 50}{m} \quad \frac{F}{m} - 10 = \frac{F}{m} - \frac{50}{m} \quad m = 5 \text{ kg}$$

$$Q = mc\Delta\theta \quad 20000 = 5(400)(\Delta\theta) \quad \Delta\theta = 10 \quad \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta = 18 \text{ فارنهایت}$$

پاسخ گزینه ۲ است

تست ۱۰:

ابتدا  $\vec{F}_3 = -2\vec{F}_2$  را پیدا میکنیم:

$$\vec{F}_3 = -50i + 80j$$

سپس آنها را باهم جمع میکنیم و آنها را هم باهم جمع میکنیم تا برابری نیروها به دست آید، سپس از قانون دوم نیوتن شتاب را پیدا می‌کنیم:

$$\vec{F}_{\text{کل}} = -30i - 40j \quad F = 50 \quad F = ma \quad 50 = 10a \quad a = 5$$

پاسخ گزینه ۱ است

تست ۱۱:

هرگاه چند نیرو باهم در حال تعادل باشند، اگر یکی از نیروها حذف شود، برابری نیروهای باقی مانده با همان نیروی حذفی برابر می‌شود. یعنی در این سوال با حذف شدن نیروی شش نیوتنی برابری باقی نیروها همان شش می‌شود بنابراین طبق قانون دوم نیوتن داریم:

$$F = ma \quad 6 = 2a \quad a = 3$$

حالا که شتاب رو حساب کردیم کافیه بریم سراغ حرکت شناسی و از فرمول های حرکت استفاده کنیم

و حداکثر مقداری بالا می‌رود یعنی جایی که سرعت ثانویه صفر شده است بنابراین:

$$V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x \quad 0 - 36 = 2(3)\Delta x \quad \Delta x = 6$$

پاسخ گزینه ۱ است



**تست ۱۲:**

وقتی این نیروها در تعادل هستند یعنی برابند هردوتای آنها مساوی با نیروی دیگر و در جهت خلاف آن است. پس برابند دونیروی شماره ۲ و شماره ۳ برابر با ۱۲ نیوتن میشود، حال اگر جهت نیروی شماره ۱ نیز برعکس شود نیروی کل برابر میشود با ۱۲+۱۲ پس طبق قانون دوم داریم:

$$F = ma \quad 24 = 6a \quad a = 4 \quad a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad 4 = \frac{\Delta V}{5} \quad \Delta V = 20$$

**پاسخ گزینه ۳ است**

**تست ۱۳:**

مواظب باش گول نخوری! وقتی نیروی خالص رو توی سوال بهت میدم یعنی خودم موافق ها و مخالف ها رو از هم کم کردم و شده ۴۰۰۰ نیوتن پس نیایی یه وقت ۴۰۰۰ رو از اصطکاک کم کنی ها!! (اگر گفته بودم نیروی پیشران ۴۰۰۰ است اونوقت باید ۴۰۰۰ رو از نیروی اصطکاک کم میکردی ولی اینجا گفتم نیروی خالص!)

$$F_{\text{خالص}} = ma \quad 4000 = 1000a \quad a = 4$$

$$\Delta X = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2}4(3)^2 + 0 = 18 \quad v = at + v_0 = 4(3) = 12$$

**گزینه ۴**

**تست ۱۴:** گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

از آنجایی که در حالت اول جسم با سرعت ثابت در حال حرکت می باشد، نتیجه می گیریم که برابند نیروهای واردشده به جسم برابر صفر است. بنابر این داریم:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

$$\rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = 5\vec{i} - 12\vec{j}(N)$$



از طرف دیگر با حذف  $\vec{F}_2$ ، فقط  $(-F_2)$  که برابر است با:  $(\vec{F}_1 + \vec{F}_3)$  به جسم وارد می شود و در نتیجه شتاب حرکت جسم در این حالت برابر است با:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_3}{m} = \frac{5\vec{i} - 12\vec{j}}{2} = 2.5\vec{i} - 6\vec{j} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

**تست ۱۵:** گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. نیروی مقاومت هوا بر گلوله با مجذور شعاع آن و مجذور سرعت آن متناسب است، یعنی  $f \propto R^2 V^2$ ، می توان این نیرو را به صورت  $f = kR^2 V^2$  نشان داد که در آن  $k$  یک ضریب ثابت است. وقتی سرعت گلوله به سرعت حد می رسد، حرکت گلوله یکنواخت می ماند یعنی برآیند نیروهای وارد بر آن صفر می شود. اگر سرعت حد گلوله را با  $v$  نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\sum F = 0 \rightarrow f - W = 0 \rightarrow f = W$$

$$kR^2 v^2 = mg = \rho v g = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 g$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{4\pi\rho g}{3k}} R \rightarrow v \propto \sqrt{R} \rightarrow v \propto R^{\frac{1}{2}}$$

پس با توان  $\frac{1}{2} = 0.5$  شعاع متناسب است.

**تست ۱۶:** گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

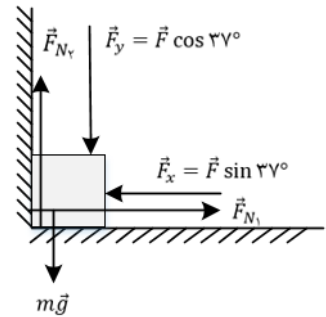
در حالت اول که چتر باز به همراه چتر سقوط می کند، اندازه ی برآیند نیروی مقاومت شاره ی وارد شده به چتر و چتر باز برابر اندازه ی نیروی وزن است و چتر باز با تندی ثابت سقوط می کند.

اما با جدا شدن چتر، سطح جلوی جسم کاهش یافته و در نتیجه نیروی مقاومت شاره کاهش می یابد و جهت برآیند نیروهای وارد شده به چتر باز به سمت پایین می شود و در نتیجه شتابی در جهت حرکت به شخص وارد می شود و شخص به صورت تندشونده به سمت پایین حرکت می کند و با ادامه ی حرکت به



تدریج تندی حرکت فرد و اندازه‌ی نیروی مقاومت هوای وارد شده به آن افزایش می‌یابد تا جایی که فرد به تندی حد برسد.

**تست ۱۷:** گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا نیروی  $\vec{F}$  را در راستای محور x و y تجزیه می‌کنیم و با توجه به این که جسم در حالت تعادل است، می‌توان نیروی عمودی تکیه گاه حاصل از دیوار ( $\vec{F}_N$ ) و زمین ( $\vec{F}_{N_2}$ ) را محاسبه کرد:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_x = F_{N_1}$$

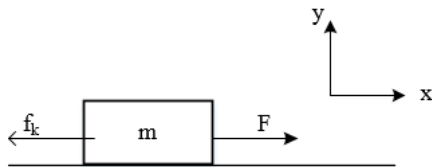
$$\rightarrow F_{N_1} = 30 \sin 37^\circ = 30 \times \frac{6}{10} = 18N$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{N_2} = F_y + mg$$

$$\rightarrow F_{N_2} = 30 \times \frac{8}{10} + 2 \times 10 = 24 + 20 = 44$$

$$F_{N_2} - F_{N_1} = 44 - 18 = 26N$$

**تست ۱۸:** گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\rightarrow a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{3 - 0}{4} = 0.75 \frac{m}{s^2}$$

نکته: در سؤال حرفی از صرف نظر کردن از اصطکاک نزده، پس باید در نظر بگیریم:

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F - f_k = ma = 36 \times \frac{3}{4} = 27N \end{cases} \quad \begin{cases} F_y = ma_y \\ N - mg = 0 \rightarrow N = mg = 360N \end{cases}$$

$$177 - 27 = 150N \rightarrow f_k = 150N$$

نکته: نیرویی که سطح وارد می‌کند هم اصطکاک است و هم تکیه گاه. فرض کنید تکیه گاه نبود جسم می‌افتاد و به راحتی می‌توانست به سمت راست و چپ برود پس نیرویی که سطح وارد می‌کند:

$$R = \sqrt{f_k^2 + N^2} = \sqrt{(150)^2 + (360)^2} = 390N$$

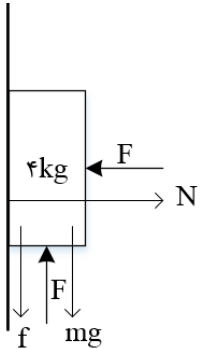
نکته: حتماً توان‌ها را حفظ کنید اما اگر بلد نبودید به راحتی با حذف گزینه می‌شود به جواب رسید:



- اعداد را به توان برسانید و ببینید کدام با هم برابرند. اعداد رند مشخص است. ← به ۱۵۰ و ۳۶۰ نمی شود زیرا کمتر از مقدار نهایی است.

**تست ۱۹:**

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$f_{s \max} = \mu_s N_c = 0.5F = f_{s \max} = 40N, N = F = 80N$$

$$F = N, \quad F = f_{s \max} + mg \rightarrow 0.5F = mg \rightarrow F = 80N$$

اگر  $F' = 60N$ :

$$f_{s \max} = 0.5 \times 60 = 30N \rightarrow f_{s \max} + mg = 70N > 60N \rightarrow N = F = 60N$$

$$F' = mg + f_s \rightarrow 60 = 40 + f_s \rightarrow f_s = 20N$$

پس جسم ساکن می ماند.

$$R = \sqrt{f_s^2 + N^2}$$

حال عکس العمل سطح را حساب می کنیم:

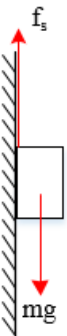
$$R = \sqrt{(40)^2 + (80)^2} = 40\sqrt{5}$$

$$\rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{20\sqrt{10}}{40\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R = \sqrt{(60)^2 + (20)^2} = 20\sqrt{10}$$

**تست ۲۰:**

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

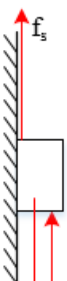


$$mg = f_s \rightarrow f_s = 30N$$

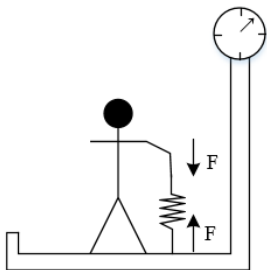
$$\rightarrow f_s + 55 - 30 = 0 \rightarrow f_s = 25$$

$$F_R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{25^2 + 60^2} = 65N$$

چون کمتر از ۳۰ است قطعا ساکن است.



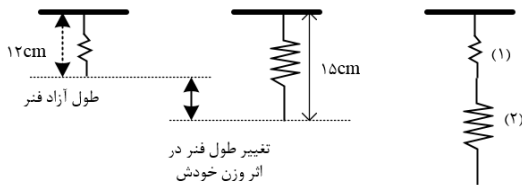
### تست ۲۱:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هرگاه شخص فنر را به اندازه  $\Delta x$  بکشد، نیروی  $F = K\Delta x$  در فنر ایجاد می شود و در نتیجه فنر با نیرویی به اندازه  $F$  شخص را به سمت پایین و با همین نیرو ترازو را به سمت بالا می کشد. در نتیجه به کل سیستم شخص و صفحه  $F$  ترازو هیچ نیروی خالصی وارد نمی شود. به عبارت دیگر نیروی  $F$  برای سیستم شخص و صفحه ترازو یک نیروی داخلی محسوب می شود. در نتیجه ترازو برآیند کل نیروها که همان وزن شخص می باشد را نشان خواهد داد.

$$N = W = mg = 60 \times 10 = 600N$$

### تست ۲۲:



هر فنر تحت تأثیر وزن خودش افزایش طولی معادل  $15 - 12 = 3\text{cm}$  خواهد داشت. در حالتی که دو فنر را به هم وصل کنیم و سپس از نقطه‌ی ثابتی بیاویزیم، هر فنر تحت تأثیر وزن خودش  $3\text{cm}$  افزایش طول می دهد. تا اینجا دو فنر به مقدار  $6\text{cm}$  افزایش طول داشته اند. در این حالت فنر (۱) تحت تأثیر وزن ناشی از فنر (۲) نیز قرار دارد. گویی جسمی به جرم  $m$  به انتهای فنر شماره‌ی (۱) متصل است. می دانیم فنر (۱) ناشی از وزن خود که معادل با بستن جسمی به جرم  $\frac{m}{2}$  به انتهای آن است  $3\text{cm}$  افزایش طول می دهد پس ناشی از وزن فنر (۲) که معادل با بستن جسمی به جرم  $m$  به انتهای آن است  $3 \times 2 = 6\text{cm}$  به طول آن اضافه خواهد شد. در نهایت طول دو فنر به اندازه‌ی  $6 + 6 = 12$  سانتی متر افزایش می یابد. طول اولیه‌ی هر فنر  $12\text{cm}$  و در نتیجه طول اولیه‌ی فنر مرکب  $24\text{cm}$  بوده است. بنابراین طول نهایی فنر مرکب برابر  $24 + 12 = 36\text{cm}$  خواهد بود.

پاسخ گزینه ۱ است.

### تست ۲۳:



فرض می کنیم وزنه ای به وزن  $W$  روی استوانه قرار داده ایم تا  $\frac{2}{3}$  ارتفاع استوانه درون مایع قرار گیرد. در این صورت نیروی  $W$ ، به سبب وزن وزنه، نیروی  $F_{Ar}$ ، به سبب افزایش حجم مایع جابه جا شده (تغییر نیروی ارشمیدس) و نیروی  $F_e$  به سبب افزایش طول فنر نیز به استوانه وارد می شوند. استوانه قبل و بعد از قرار دادن وزنه به روی آن، در حال تعادل است. در نتیجه مجموع نیروهای اضافه شده به استوانه، صفر خواهد بود.

$$-W + F_{Ar} + F_e = 0$$

$$F_{Ar} = \Delta h \times \pi r^2 \rho g \quad , \quad \Delta h = h_2 - h_1 = \frac{2}{3}h_2 - \frac{1}{2}h_1 = 20 - 15 = 5 \text{ cm}$$

$$\rightarrow F_{Ar} = 5 \times 10^{-2} \times 3/14 \times 25 \times 10^{-4} \times 1/8 \times 10^3 \times 9/8 = 6/93 \text{ N}$$

$$F_e = k\Delta h = 2 \times 5 \times 10^{-2} = 0/1 \text{ N}$$

$$\rightarrow W = F_{Ar} + F_e = 6/93 + 0/1 = 7/03 \text{ N} \rightarrow m = \frac{W}{g} = 0/717 \text{ kg}$$

### تست ۲۴:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$k = \text{شیب نمودار} \quad m_2 > m_3 > m_1 \rightarrow k_2 > k_3 > k_1$$

$$(\Delta x)_{S_2} = 4 \text{ cm} \quad \Delta x_2 < \Delta x_3 < \Delta x_1 \text{ پس در } F \text{ یکسان}$$

با توجه به گزینه ها ۹ یا ۸  $\Delta x_1 =$

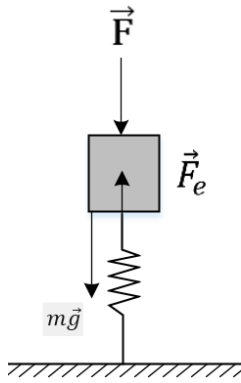
۳ یا ۲  $\Delta x_2$

### تست ۲۵:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در لحظه ای که وزنه ساکن است، برابری نیروها صفر می باشد. برای محاسبه ی ثابت فنر می توان نوشت:

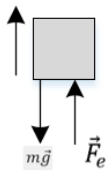






$$F + mg = F_e \rightarrow 5 + 0/4 \times 10 = kx \rightarrow 9 = k \times 3 \rightarrow k = 3 \frac{N}{cm}$$

توجه: فنر فشرده شده، پس  $F_e$  رو به بالا به جسم وارد می شود. بعد از حذف نیروی  $F$ ، وقتی وزنه به اندازه  $1 \text{ cm}$  جابه جا شده و رو به بالا می رود، اختلاف طول فنر نسبت به طول عادی اش به  $2 \text{ cm}$  می رسد. برای محاسبه ی شتاب وزنه می نویسیم:



$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \rightarrow F_e - mg = ma \rightarrow kx - mg = ma$$

$$\rightarrow 3 \times 2 - 4 = 0/4 \times a \rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

## تست ۲۶:

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. حرکت جسم در داخل آسانسور کند شونده است، علت این امر نیروی اصطکاکی است که بین جسم و کف آسانسور وجود دارد. با توجه به این که اندازه ی نیروی اصطکاک از رابطه  $f_k = \mu N$  به دست می آید و با استفاده از قانون دوم نیوتن، مقدار شتاب این جسم را بر روی کف آسانسور به دست می آوریم:

$$\text{شتاب کند شونده ی جسم} \quad \sum F = MA \rightarrow -f_k = MA \rightarrow -\mu N = MA \rightarrow A = -\frac{\mu N}{M}$$

مقدار  $N$  برابر با  $Mg$  نمی باشد، زیرا بستگی به شتاب عمودی آسانسور و جسم دارد. پس در دو حالت پایین آمدن و بالا رفتن آسانسور مقدار  $N$  و شتاب افقی جسم را به دست می آوریم:

$$\text{برای جسم} \quad Mg - N_1 = Ma \rightarrow N_1 = M(g - a)$$



پس در هر حالت شتاب جسم در کف آسانسور به صورت زیر محاسبه می شود.

$$N_2 - Mg = Ma \rightarrow N_2 = M(g + a)$$

$$A_1 = \frac{\mu N_1}{M} \text{ و } N_1 = M(g - a) \rightarrow A_1 = -\mu(g - a)$$

$$A_2 = \frac{\mu N_2}{M} \text{ و } N_2 = M(g + a) \rightarrow A_2 = -\mu(g + a)$$

در هر دو حالت سرعت اولیه‌ی جسم در کف آسانسور یکسان و برابر  $V_0$  است. پس برای محاسبه مسافت توقف در کف آسانسور با استفاده از معادله‌ی مستقل از زمان به نتایج زیر می‌رسیم:

$$\text{حالت اول: } V_1^2 - V_0^2 = 2A_1 \Delta x_1 \rightarrow 0^2 - v_0^2 = 2 \times (-\mu(g - a)) \times S_1 \rightarrow v_0^2 = 2\mu(g - a)S_1$$

$$\text{حالت دوم: } V_2^2 - V_0^2 = 2A_2 \Delta x_2 \rightarrow 0^2 - v_0^2 = 2 \times (-\mu(g + a)) \times S_2 \rightarrow v_0^2 = 2\mu(g + a)S_2$$

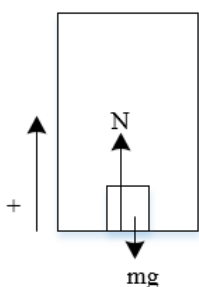
با تقسیم عبارت‌های بدست آمده بر هم، مقدار  $a$  را بر حسب پارامترهای مورد نظر به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_0^2}{v_0^2} = \frac{2\mu(g - a)S_1}{2\mu(g + a)S_2} \rightarrow 1 = \frac{(g - a)S_1}{(g + a)S_2} \rightarrow gS_2 + aS_2 = gS_1 - aS_1$$

$$\rightarrow aS_2 + aS_1 = gS_1 - gS_2 \rightarrow a = g \frac{(S_1 - S_2)}{(S_1 + S_2)}$$

### تست ۲۷:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حرکت رو به بالای آسانسور را مثبت فرض می‌کنیم. در نتیجه:



$$N_1 - mg = m'a \rightarrow N_1 = m(g + a)$$

حرکت رو به بالا (۱):



$$N_2 + mg = -ma \rightarrow N_2 = m(g - a) \quad \text{حرکت رو به پایین (۲):}$$

نیروی که از طرف جسم به کف آسانسور وارد می شود (طبق قانون عمل و عکس العمل) هم اندازه با نیروی عمودی سطح است. بنابراین:

$$\begin{cases} N = N_1 = m(g + a) \\ N' = N_2 = m(g - a) \end{cases} \rightarrow |N - N'| = 2ma = 2(5)(2) = 20N$$

### تست ۲۸:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

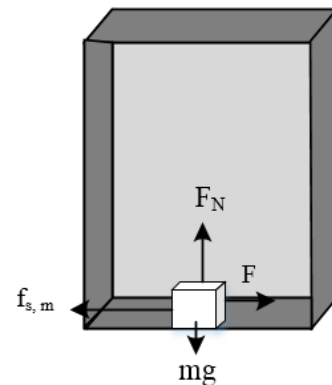
$$\text{حالت 1} \rightarrow mg - k\Delta x = ma \rightarrow 50 - 200\Delta x = 5 \times 2 \rightarrow \Delta x_1 = 20cm$$

$$\text{حالت 2} \rightarrow mg - k\Delta x = -ma \rightarrow 50 - 200\Delta x = -5 \times 1 \rightarrow \Delta x_2 = 27/5cm$$

$$\Delta x_2 - \Delta x_1 = 7/5cm$$

### تست ۲۹:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون با شتاب کندشونده پایین می رود، پس در راستای y داریم:



$$F_N - mg = ma \rightarrow F_N - 100 = 10 \times 2 \rightarrow F_N = 120N$$

از طرفی چون جسم در آستانه لغزش قرار دارد، پس:

$$F = f_{s,max} = \mu_s F_N = 0/5 \times 120 = 60N$$

$$\rightarrow f_{s,max} = F_e = K\Delta L \rightarrow 60 = 500\Delta L \rightarrow \Delta L = \frac{6}{50}m = 12cm$$

### تست ۳۰:



- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گام اول: نیرویی که جسم به کف آسانسور وارد می کند، در حالت اول به صورت زیر به دست می آید:

$$N_1 = m(g - a) = 3(10 - 2) = 24N$$

گام دوم: در حالت دوم نیروی موردنظر 12/5 درصد افزایش یافته است.

$$N_2 = \frac{112/5}{100} N_1 = 27N \quad \text{بنابر این داریم:}$$

گام سوم: بدین ترتیب بزرگی شتاب حرکت جسم در حالت دوم برابر است با:

$$N_2 = m(g - a) \rightarrow 27 = 3(10 - a) \rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین بزرگی شتاب حرکت آسانسور  $1 \frac{m}{s^2}$  تغییر کرده است.

### تست ۳۱:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{در حالت اول: } mg = k(I_1 - I_0) \xrightarrow{g=10} 10m = k(80 - I_0)$$

$$\text{در حالت دوم: } m(g - a) = k(I_2 - I_0) \xrightarrow{a=4} 6m = k(70 - I_0)$$

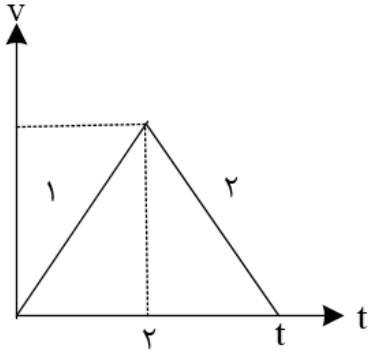
با تقسیم در رابطه فوق بر هم داریم:

$$\rightarrow \frac{10}{6} = \frac{80 - I_0}{70 - I_0} \rightarrow 700 - 10I_0 = 480 - 6I_0 \rightarrow 4I_0 = 220 \rightarrow I_0 = 55cm$$

### تست ۳۲:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.





$$a_2 = \mu_k g = -2$$

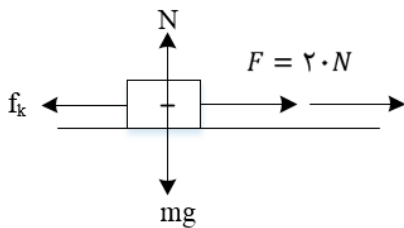
$$(F_{net})_1 = 15 - 0/2(50) = 5N$$

$$(F_{net})_1 = ma_1 \rightarrow a_1 = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$\rightarrow V = 2 \frac{m}{s} \rightarrow t = 3 \rightarrow \Delta x = \frac{3 \times 2}{2} = 3m$$

### تست ۳۳:

گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است . با توجه به شکل روبه رو شتاب حرکت جسم را به دست می آوریم:



$$F = mg \rightarrow F - f_k = ma \rightarrow F - f_k = ma \rightarrow F - \mu_k N = ma_{1x}$$

$$F - \mu_k mg = am_{1x} \rightarrow 20 - 0/3 \times 4 \times 10 = 4 \times a_{1x} \rightarrow a_{1x} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$V_{1x} = a_{1x}t + V_{0x} \rightarrow V_{1x} = 2 \times 3 + 0 = 6 \frac{m}{s} \quad \text{سرعت جسم در لحظه ی } t = 3s \text{ است با:}$$

در نتیجه جابه جایی جسم بعد از ۳s برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{V_{0x} + V_{1x}}{2} \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x_1 = \frac{0 + 6}{2} \times 3 = 9m$$

اگر در این لحظه ( $t = 3s$ ) نیروی  $F$  قطع شود، جسم در اثر نیروی اصطکاک جنبشی بعد از مدتی متوقف می شود که می توان نوشت:

$$F = ma \rightarrow 0 - f_k = ma_{2x} \rightarrow -\mu_k mg = ma_{2x} \rightarrow a_{2x} = -0/3 \times 10 = -3 \frac{m}{s^2}$$



بنابراین جابه جایی جسم از لحظه‌ی  $t = 3s$  تا توقف کامل برابر است با:

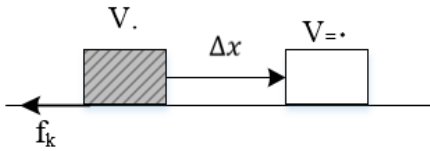
$$V_{2x}^2 - V_{1x}^2 = 2a_{2x}\Delta x_2 \rightarrow 0 - (6)^2 = 2(-3) \times \Delta x_2 \rightarrow \Delta x_2 = 6m$$

در نتیجه کل جابه جایی جسم از شروع حرکت تا توقف کامل برابر است با:

$$\text{کل } \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 9 + 6 = 15m$$

### تست ۳۴:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در حالت کلی برای هر وزنه می توان نوشت:



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$0 - f_k = m\vec{a} \rightarrow a = \frac{-f_k}{m} = \frac{-\mu_k mg}{m} \rightarrow a = -\mu_k g$$

$$V^2 - V_0^2 = 2\vec{a}\Delta\vec{x} \rightarrow \Delta x = \frac{-V_0^2}{-2\mu_k g} \rightarrow \Delta x = \frac{V_0^2}{\mu_k g}$$

با توجه به صورت سوال:

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{\left(\frac{V_0^2}{\mu_k g}\right)_A}{\left(\frac{V_0^2}{\mu_k g}\right)_B} = \frac{V_{0A}^2}{V_{0B}^2} \times \frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} \rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = 2^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

### تست ۳۵:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

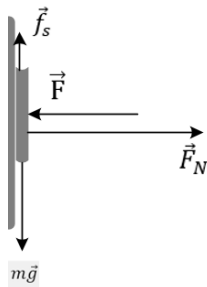
$$a_{\text{صندوق}} = \mu_u g = 0/25 \times 10 = 2/5 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{V_0^2}{2a} = \frac{225}{2 \times 2/5} = \frac{225}{5} = 45$$



### تست ۳۶:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بیشینه نیروی اصطکاک از رابطه  $f_{s,max} = \mu_s F_N$  محاسبه می شود که در آن  $F_N$  نیروی عمودی سطح قائم وارد بر کتاب است. از طرفی چون کتاب در حال تعادل است، می توان نتیجه گرفت که برآیند نیروهای وارد بر آن در راستای افق صفر خواهد بود، پس داریم:



$$\sum F_x = \vec{F}_N = F$$

وقتی  $F$  دو برابر شود،  $N$  نیز دو برابر می شود و در نتیجه  $f_{s,max}$  هم دو برابر خواهد شد.

از طرفی می دانیم نیروی اصطکاک هنگامی که جسم در حال تعادل قرار دارد همواره برابر با نیروی محرک وارد به جسم است و چون نیروی محرک که نیروی وزن کتاب است، ثابت است، نیروی اصطکاک هم ثابت خواهد بود.

نیروی واکنش سطح، برآیند نیروهای عمودی سطح و نیروی اصطکاک وارد بر کتاب است.

نیروی عمودی سطح دو برابر شده ولی نیروی اصطکاک وارد بر کتاب ثابت باقی مانده است، بنابراین نیروی واکنش سطح افزایش می یابد ولی به دو برابر نمی رسد.

### تست ۳۷:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$F - f_k = ma \rightarrow F - 10 = 15 \rightarrow F = 25(N)$$

تا زمانی که  $F$  بیش تر از  $f_k$  باشد، سرعت جسم کاهش نمی یابد.

$$\Delta F = 25 - 10 = 15(N)$$

### تست ۳۸:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حداکثر نیروی جلوبرنده شخص، نیروی اصطکاک ایستایی حداکثر او با زمین است.

$$F_{max} = f_{s,max} = \mu_s mg = 0/8 \times 500 = 400N$$

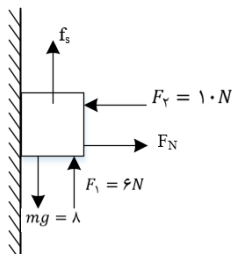


$$F - f_k = ma \rightarrow 400 - 0/1 \times 1000 = 100 \times a \rightarrow 400 - 100 = 100a \rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 16 = 24m$$

### تست ۳۹:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$F_N = F_2 = 10$$

$$F_{s,max} = \mu_s \times F_N = 0/5 \times 10 = 5N$$

جسم تمایل به حرکت به سمت پایین داشته و نیروی عامل حرکت، تفاضل وزن و  $F_1$  یعنی  $2N$  است که از  $f_{s,max}$  کم تر است، پس وزنه در حال تعادل بوده و اصطکاک ایستایی است و جهت نیروی اصطکاک رو به بالا است.

$$f_s = 8 - 6 = 2N$$

### تست ۴۰:

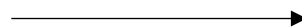
پاسخ گزینه ۴ است

### تست ۴۱:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تا لحظه ای که نیروی  $F$  کمتر از نیروی  $f_{s,max}$  باشد، جسم ساکن است؛ در لحظه ای که نیروی  $F$  از نیروی  $f_{s,max}$  بیشتر شود، نیروی  $f_k$  به عنوان اصطکاک به جسم وارد می شود؛ بنابراین باید نیروی  $f_{s,max}$  را حساب کرده و نیروی  $F$  را برابر با آن قرار دهیم.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s,max} = \mu_s mg \frac{\mu_s = 1/2}{g = 10 \frac{m}{s^2}} \quad f_{s,max} = 12m \rightarrow F = 12m$$

حالا با نوشتن قانون دوم نیوتون، حداقل شتاب را به دست می آوریم:





$$\sum F = ma \rightarrow F - f_k = ma \rightarrow F - \mu_k mg = ma \frac{F = 12m, \mu_k = 0/5}{g = 10 \frac{m}{s^2}}$$

$$12m - 0/5 \times m \times 10 = m \times a \rightarrow 12 - 5 = a \rightarrow a = 7 \frac{m}{s^2}$$

### تست ۴۲:

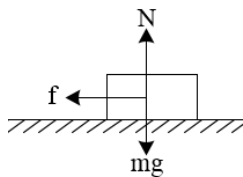
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جرم واحد طول طناب را برابر  $d$ ، طول قسمت آویزان را  $x$  و کل طول طناب را  $L$  فرض می‌کنیم. حداکثر طول آویزان در شرایطی است که وزن قسمت آویزان برابر با بیشینه اصطکاک ایستایی قسمت روی میز باشد:

$$mg = \mu_s m' g \rightarrow x \times d \times g = \mu_s \times (L - x) \times d \times g$$

$$x = 0/25(L - x) \rightarrow 1/25x = 0/25L \rightarrow x = \frac{1}{5}L = 0/2L$$

### تست ۴۳:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} f = \mu N \\ N = mg \end{cases} \rightarrow f = \mu mg = 0/2 \times 10m = 2m$$

$$\sum F = ma \rightarrow -2m = ma \rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2} \text{ پس شتاب جسم:}$$

طبق رابطه‌ی مستقل از زمان:

$$sV^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow V^2 - 5^2 = 2 \times (-2) \times 4 \rightarrow V^2 = 9 \rightarrow V = 3m/$$

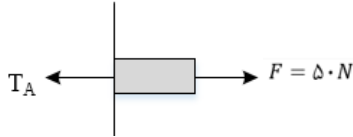
### تست ۴۴:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا باید شتاب مجموعه را محاسبه کنیم

$$a = \frac{\sum F}{\sum m} = \frac{F - \mu_k mg}{(m + m_{\text{میله}})} = \frac{50 - (0/4 \times 5 \times 10)}{5 + 1} = 5 \frac{m}{s^2}$$

در ادامه با بررسی تعادل سمت راست برای نقطه‌ی A می‌توان نوشت:



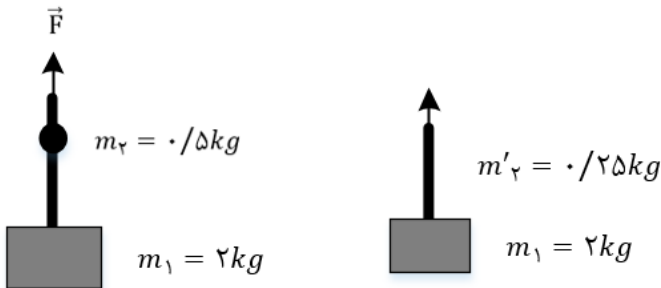


قانون دوم نیوتون برای قسمت جدا شده  $F - T_A = \frac{m'}{5} a$  و  $m' = \frac{1}{5} m_{\text{میله}} = \frac{1}{5} kg$

$$\rightarrow 50 - T_A = \frac{1}{5} \times 5 \rightarrow T_A = 49N$$

### تست ۴۵:

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است



$$F - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \rightarrow 30 - (2/5) \times 10 = 2/5 \times a \rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$T - (m_1 + m'_2)g = (m_1 + m'_2)a \rightarrow$$

$$T - (2/25) \times 10 = 2/25 \times 2 \rightarrow T = 27N$$

### تست ۴۶:

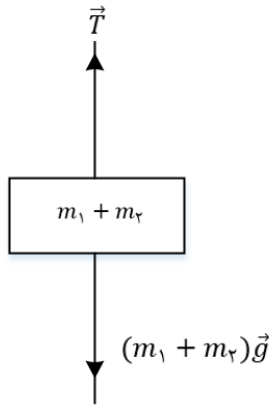
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا شتاب حرکت را محاسبه می کنیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6}{5} = 1/2 \frac{m}{s^2}$$



برای محاسبه ی بزرگی نیروی کشش نخ خواهیم داشت:



$$F_{net} = m a$$

$$\rightarrow T - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a$$

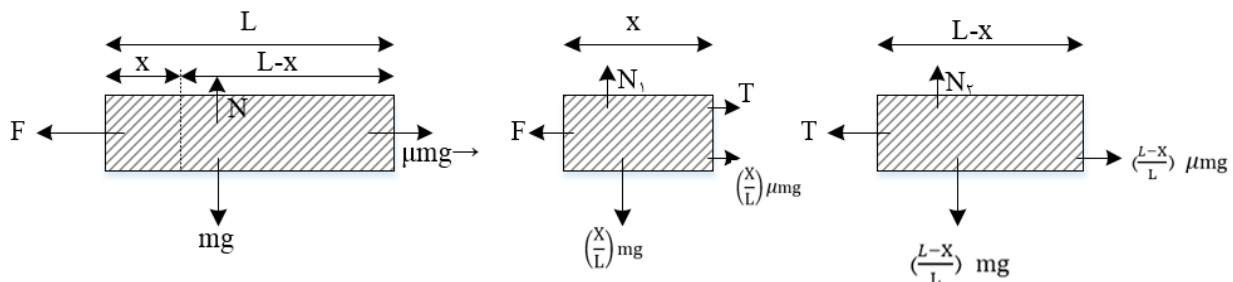
$$\rightarrow T - 240 = 24 \times 1/2 \rightarrow T = 268/8N$$

### تست ۴۷:

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. از آنجا که جرم حلقه ها با هم برابر است، و زنجیر پیوستگی خود را حفظ می کند و با یک شتاب بالا می رود، - طبق رابطه ی  $F = ma$  که در این رابطه  $F$ ، برآیند نیروهای وارد بر جسم است، باید  $F$  یکسانی به آنها وارد شود.

### تست ۴۸:

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. این ریسمان بر روی سطح افقی با ضریب اصطکاک  $\mu$  و با نیروی افقی  $F$  کشیده می شود. چون بنا به فرض مسئله  $F > \mu mg$  است، برآیند نیروهای افقی وارد بر ریسمان، شتابی در جهت نیروی  $F$  به آن می دهد، این شتاب را  $\alpha$  می نامیم، مطابق شکل بخشی از ریسمان که به فاصله ی  $X$  از انتهای چپ ریسمان قرار دارد را در نظر می گیریم، به دلیل این که ریسمان همگن می باشد، جرم آن به صورت یکنواخت در فاصله ی  $L$  توزیع شده است. پس توزیع نیروی وزن ( $mg$ )، نیروی عمودی تکیه گاه ( $N$ ) و در نتیجه نیروی اصطکاک در سطح تماس بین ریسمان و سطح افقی نیز یکنواخت است. پس اندازه ی نیروی اصطکاک که به قطعه ی به طول  $X$  از ریسمانی به طول  $L$  وارد می شود، متناسب با طول قطعه است و می توانیم نیروی اصطکاک وارد بر این قطعه را به نسبت نیروی اصطکاک وارد بر کل ریسمان برابر  $\mu mg \left(\frac{X}{L}\right)$  در نظر بگیریم، به قطعه ی دیگر ریسمان نیز باید نیروی اصطکاک  $\mu mg \left(\frac{L-X}{L}\right)$  وارد می شود



ابتدا برای کل ریسمان قانون دوم نیوتون را به کار می بریم و شتاب ریسمان را محاسبه می کنیم.

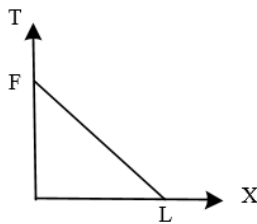


$$F - \mu mg = ma \rightarrow a = \frac{F - \mu mg}{m}$$

سپس با مشخص بودن شتاب  $a$ ، برای یکی از قطعات ریسمان، مانند قطعه ای به طول  $X$  قانون دوم نیوتون را به کار می بریم تا نیروی کشش  $T$  به دست آید.

$$F - T - f_{K1} = m_1 a \rightarrow F - T - \left(\frac{X}{L}\right) \mu mg = \left(\frac{X}{L}\right) m \times \frac{F - \mu mg}{m}$$

$$\rightarrow F - T - \frac{X}{L} \mu mg = \frac{X}{L} F - \frac{X}{L} \mu mg \rightarrow T = F - \frac{X}{L} F \rightarrow T = \left(1 - \frac{X}{L}\right) F$$



چون تابع  $T$  حسب  $X$  درجه یک می باشد، به صورت خطی با شیب منفی رسم می شود به طوری که در  $X = 0$  مقدار  $T$  برابر  $F$  و در  $X = L$  مقدار  $T$  برابر صفر خواهد شد.

### تست ۴۹:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق شکل زیر تمامی نیروهای وارد بر شخص، قرقره ها و نخ و عکس العمل آنها را مشخص می کنیم. طبق فرض مسئله جرم نخ و قرقره ها ناچیز است. با صرفنظر از اصطکاک قرقره ها و نخ خواهیم داشت:

شخص نیرویی به اندازه  $T'_3$  را به نخ وارد کرده است که سبب پایین کشیده شدن نخ می شود، عکس العمل این نیرو یعنی  $T_3$  به دستان شخص وارد شده و او را به سمت بالا می کشد. (۲) نیروهای  $T'_2$  و  $T'_3$  در قرقره را به سمت پایین می کشند و نیروی  $F_2$  از طرف سقف و تکیه گاه قرقره را به سمت بالا می کشد. چون از جرم ها و اصطکاک چشم پوشی شده مقدار  $T'_2$  و  $T'_3$  یکسانند و مقدار  $F_2$  دو برابر  $T_2$  است که دانستن آن برای حل مسئله لازم نیست. در قرقره شماره (۱) عکس العمل نیروی  $T'_2$ ، یعنی نیروی  $T_2$  به نخ پایینی وارد شده و قرقره را به سمت بالا می کشد. در طرف دیگر این قرقره نیروی  $T_1$  نخ و قرقره را به سمت بالا می کشد. عکس العمل این نیرو، یعنی  $T_1$  نخ متصل به سقف را به سمت پایین می کشد. در طرف پایین قرقره قلاب متصل به کارگر نیروی  $F_2$  را به کارگر و به سمت بالا وارد می کند و



عکس العمل این نیرو، یعنی  $F'_1$  قرقره را به سمت پایین می کشد. چون از جرم ها و اصطکاک چشم پوشی شده است، مقدارهای  $T_1$  و  $T_2$  یکسانند و مقدار  $F'_1$  دو برابر  $T_1$  است. حال نتایج به دست آمده از برابری نیروها را جمع بندی می کنیم:

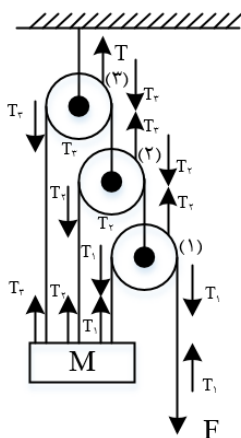
$$\begin{cases} T_3 = T'_3 \\ T_2 = T'_2 \text{ و } T'_2 = T'_3 \rightarrow T_1 = T_2 = T_3 \text{ و } F_1 = F'_1 \text{ و } F'_1 = 2T_1 \rightarrow F_1 = 2T_3 \\ T_1 = T'_1 \text{ و } T_2 = T_1 \end{cases}$$

نیروهایی که به شخص وارد می شود، عبارتند از  $T_3$  و  $F_1$  که او را به سمت بالا می کشند و نیروی وزن  $W$  که به سمت پایین وارد می شوند. حداقل نیروی کارگر باید به گونه ای باشد که برآیند نیروهای وارد بر او صفر باشد و با سرعت ثابت به سمت بالا حرکت کند. بنابراین:

$$F_1 + T_3 = W \rightarrow 2T_3 + T_3 = W \rightarrow 3T_3 = W \rightarrow T_3 = \frac{W}{3}$$

### تست ۵۰:

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر از جرم نخ ها صرف نظر شده باشد، با توجه به قانون دوم نیوتن می توانیم نیروی کشش نخ را در سراسر طول نخ یک پارچه مقداری یکسان و ثابت در نظر بگیریم. پس در شکل زیر سه نخ وجود دارد که کشش آنها ثابت و بدون تغییر است. با استفاده از نیروی کشش این نخ ها می توانیم نیروی کشش نخ  $T$  را به دست آوریم.



با چشم پوشی از جرم و اصطکاک قرقره ها، برای هر کدام از آنها، شرط تعادل نیروها را به کار می بریم و برآیند نیروها را برابر صفر قرار می دهیم.

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{شرط تعادل قرقره ی (1)}: T_2 - T_1 - T_1 = 0 \rightarrow T_2 - 2T_1 = 0 \\ \rightarrow T_2 = 2T_1 \end{aligned}$$

$$\text{شرط تعادل قرقره ی (2)}: T_3 - T_2 - T_2 = 0 \rightarrow T_3 - 2T_2 = 0 \rightarrow T_3 = 2T_2$$



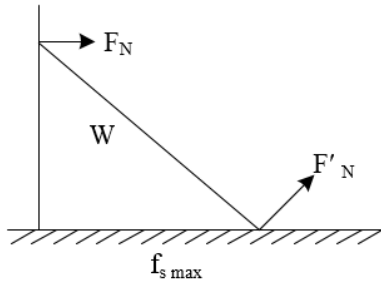
$$(3) \text{ شرط تعادل قرقره‌ی: } T - T_3 - T_3 = 0 \rightarrow T - 2T_3 = 0 \rightarrow T = 2T_3$$

از ترکیب روابط به دست آمده و با توجه به این که نیروی کشش  $T_1$  برابر  $F$  است، داریم:

$$T = 2 \times (2T_2) = 4T_2 = 4 \times (2T_1) = 8T_1 \rightarrow T = 8F$$

### تست ۵۱:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



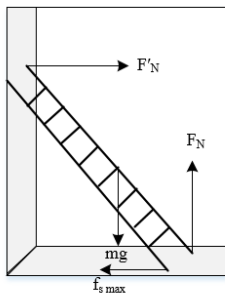
$$F_R = \sqrt{F'^2_N + f_{Smax}^2}, F'_N = W = 160N$$

$$200 = \sqrt{160^2 + f_{Smax}^2} \rightarrow f_{Smax} = 120N$$

$$\mu_s = \frac{f_{Smax}}{F'_N} = \frac{120}{160} = \frac{3}{4}$$

### تست ۵۲:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$F_N = m(g + a) \rightarrow F_N = 48N \rightarrow f_N = 48N$$



$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \frac{1}{4} \times 48 = 12N$$

$$\rightarrow F'_N = f_s \cdot max = 12N$$

### تست ۵۳:

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. مطابق قانون ضربه - اندازه ی حرکت، می دانیم تغییرات اندازه ی حرکت یک جسم ( $P = m \cdot V, \Delta P$ ) در یک بازه ی زمانی مشخص برابر ضربه ی وارد شده به آن جسم ( $F \cdot \Delta t$ ) در همان بازه ی زمانی است. مطابق نمودار مقابل و با توجه به تعریف انجام شده از ضربه، هرگاه نیروی اعمال شده به جسم متغیر باشد، ضربه ی وارد شده به جسم را می توانیم با محاسبه ی سطح زیر نمودار نیرو - زمان ( $F - t$ ) به دست آوریم. بنابر این داریم:

$$F \Delta t = S_1 + S_2 + S_3$$

$$= 10 \times (1 - 0) + 6 \times (2 - 1) + 8 \times (2/5 - 2) = 10 + 6 + 4 = 20 \text{ NS}$$

$$\Delta P = F \cdot \Delta t \rightarrow m \cdot \Delta V = F \cdot t, V_0 = 0$$

$$\rightarrow 5 \times (V - 0) = 20 \rightarrow V = \frac{20}{5} = 4 \frac{m}{s}$$

### تست ۵۴:

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. مطابق قانون ضربه - اندازه حرکت، تغییرات اندازه ی حرکت یک جسم برابر است با ضربه ای که به آن منتقل می شود. لذا هرگاه به جسمی به جرم  $m$  در مدت زمان  $t \Delta$  نیروی  $F$  وارد شود و در نتیجه سرعت آن به اندازه ی  $V \Delta$  تغییر کند، می توان نوشت:

$$m \cdot \Delta V = F \cdot \Delta t$$

در این رابطه  $F \cdot \Delta t$  ضربه ای است که به جسم وارد می شود و مقدار آن هرگاه نیروی  $F$  متغیر باشد برابر سطح زیر منحنی نیرو - زمان خواهد بود.

$$m \Delta V = \text{سطح زیر منحنی نیرو - زمان}$$

زیر منحنی مذکور ۲۱ خانه ی کامل وجود دارد و تعداد معادل خانه های نیمه ۷ خانه در نظر می گیریم.

$$\rightarrow S = (21 + 7) \times (5 \times 0.5) = v \text{ N.s}$$

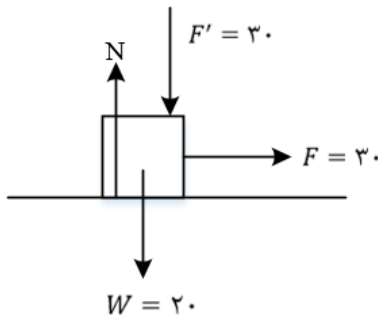
$$m \cdot \Delta V = v \rightarrow 0.5 \times 0.8V - (-V) = 7 \rightarrow 0.5 \times 1.8V = 7$$



$$\rightarrow 0/9V = 7 \rightarrow h = \frac{V^2}{2g} = \frac{(0/8)^2}{2g} = \frac{(0/8 \times 7/8)^2}{2 \times 10} \cong 2m$$

### تست ۵۵:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$N = F' + W = 30 + 20 + 50 \text{ N}$$

$$f_{s,max} = \mu_s N = 0/5 \times 50 = 25 \text{ N} \xrightarrow{f_{s,max} > 20N} F_s = 20N$$

جسم ثابت است شروع به حرکت نمی کند بنابراین تغییر تکانه ی آن صفر است.

### تست ۵۶:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است .

$$K = \frac{P^2}{2m} \rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} \rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times \frac{5}{8} = \frac{10}{9}$$

### تست ۵۷:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P = 15 \times 9 + 15 = 10 \times 15 = 150$$

$$P = 15 \times 36 + 30 = 30 \times 18 + 30 = 19 \times 30$$

$$F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{19 \times 30 - 5 \times 30}{3} = \frac{14 \times 30}{3} = 140N$$

### تست ۵۸:

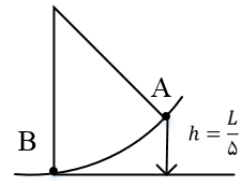




گزینه ۳ پاسخ صحیح است

$$E_A = E_B \rightarrow Mgh = \frac{1}{2}MV^2 \rightarrow V^2 = 2gh = 2g \times \frac{L}{5}$$

$$\vec{P} = M\vec{V} \rightarrow P = M \times \sqrt{\frac{2gL}{5}} \rightarrow P = \sqrt{\frac{2gLM^2}{5}}$$



راه دوم : چون  $K = \frac{P^2}{2M}$  است. بنابراین:

$$E_1 = E_2 \rightarrow U = K \rightarrow Mg \frac{L}{5} = \frac{P^2}{2M} \rightarrow P = \sqrt{\frac{2M^2gL}{5}}$$

### تست ۵۹:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به معادله تکانه - زمان، ابتدا این کمیت را حساب می کنیم:

$$P = 2\text{Sin}\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = 2\text{Sin}\left(\frac{100\pi}{400} + \frac{\pi}{2}\right) = 2\text{Sin}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\rightarrow P = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \frac{kgm}{s}$$

با توجه به رابطه انرژی جنبشی بر حسب تکانه داریم:

$$K = \frac{P^2}{2M} \rightarrow K = \frac{(\sqrt{2})^2}{2 \times 4} = 0/25J$$

### تست ۶۰:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

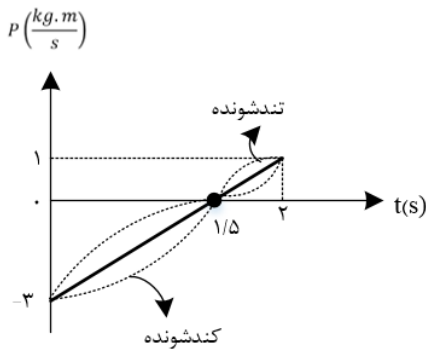
$$P = 4 = a(t - 1)^2 \rightarrow 0 - 4 = a(3 - 1)^2 \rightarrow a = -1 \rightarrow P = -t^2 + 2t + 3$$



**تست ۶۱:** گزینه ۳ پاسخ صحیح است. وقتی شخصی به تشک برخورد می کند با زیاد کردن زمان برخورد نیروی وارد بر شخص کاهش می یابد.

$$\Delta P = m\Delta v = F\Delta t \rightarrow F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

**تست ۶۲:** گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همان طور که می دانیم، نحوه تغییرات تکانه‌ی یک جسم مشابه نحوه تغییرات سرعت آن جسم است. بنابراین از روی نمودار تکانه - زمان، تند یا کند شونده بودن حرکت را تعیین می کنیم:



$$P = 2t - 3$$

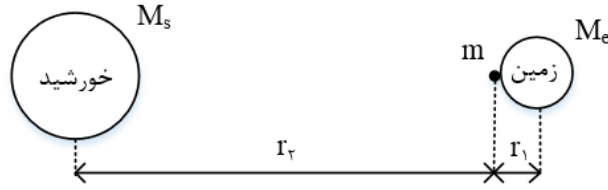
مطابق شکل در بازه‌ی زمانی  $0 \leq t \leq 1/5s$ ، اندازه‌ی تکانه و در نتیجه اندازه‌ی سرعت متحرک کاهش یافته و در نتیجه حرکت متحرک از نوع کندشونده است. از طرفی در بازه‌ی زمانی  $1/5s \leq t < 2s$ ، اندازه‌ی سرعت متحرک افزایش یافته و در نتیجه حرکت متحرک از نوع تند شونده است.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = 2N \rightarrow a = \frac{F_{av}}{m} = \frac{2}{2} = 1 \frac{m}{s^2}$$

دقت کنید: با توجه به خطی بودن معادله‌ی تکانه - زمان، نیروی وارد بر متحرک، مقدار ثابتی است و در نتیجه شتاب متوسط آن نیز برابر مقدار ثابتی است.

**تست ۶۳:** گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. مطابق قانون گرانش نیوتن، نیروی که سیاره‌ی M به جرم m که در فاصله‌ی ۲ از مرکز سیاره قرار دارد وارد می کند برابر  $F = G \frac{Mm}{R^2}$  می باشد. بنابراین خواهیم داشت:

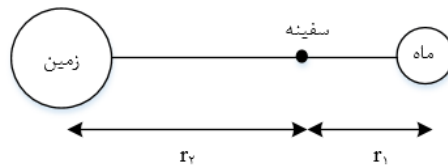




$$\begin{cases} F = G \frac{M_s m}{r_2^2} \\ W = G \frac{M_e m}{r_1^2} \end{cases} \rightarrow \frac{F}{W} = \frac{M_s}{M_e} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{F}{W} = \frac{2 \times 10^{30}}{6 \times 10^{24}} \times \left(\frac{\frac{6}{4} \times 10^6}{\frac{1}{5} \times 10^{11}}\right)^2 = \frac{10^6}{3} \times \left(\frac{4/27}{10^5}\right)^2 \cong 10^{-3}$$

تست ۶۴: گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



گام اول: ابتدا شکل ساده ای از وضعیت قرارگیری سفینه را رسم می کنیم:

گام دوم: اطلاعات مربوط به ماه را با اندیس (۱) و اطلاعات مربوط به زمین را با اندیس (۲) نشان می دهیم و داریم:

$$F = \frac{GMm}{r^2} \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{M_2}{M_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\frac{F_2 = 4F_1}{M_2 = 81M_1} \rightarrow 4 = 81 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \rightarrow 2 = 9 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right) \rightarrow r_2 = 4/5 r_1$$

گام سوم: طبق صورت سؤال، فاصله‌ی مرکز ماه تا مرکز زمین برابر  $374 \times 10^3 km$  است. بنابر این داریم:

$$r_1 + r_2 = 374 \times 10^3 \xrightarrow{r_2=4/5r_1} 5/5 r_1 = 374 \times 10^3 \rightarrow r_1 = 68 \times 10^3 km$$

تست ۶۵: گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



ابتدا رابطه‌ی شتاب گرانش را بر حسب شعاع و چگالی به دست می آوریم:

$$g = \frac{GM}{r^2} \quad \begin{matrix} M = \rho V \\ V = \frac{4}{3}\pi r^3 \end{matrix} \quad g = \frac{G \times \rho \times \frac{4}{3}\pi r^3}{r^2} \rightarrow g = \frac{4}{3}\pi G\rho r$$

$$\rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{r_A}{r_B} = 3 \times 2 = 6$$

**تست ۶۶:** گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. می دانیم که از قانون گرانش نیوتن، نیرویی که سیاره ای به جرم  $M$  و شعاع  $R$  به جسمی به جرم  $m$  که بر روی سطح آن قرار دارد وارد می کند، به صورت زیر محاسبه می شود، این نیروی گرانش، وزن نام دارد.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \rightarrow W = G \frac{Mm}{R^2}$$

از طرفی، نیروی وزن یک جسم در سیاره ای با حاصل ضرب جرم جسم و شتاب گرانش آن سیاره برابر است. یعنی:

$$W = mg, \quad W = G \frac{Mm}{R^2} = \left(\frac{MG}{R^2}\right) \times m \rightarrow \text{شتاب گرانش در سطح سیاره } g = \frac{GM}{R^2}$$

در این روابط  $G$  ثابت جهانی گرانش می باشد.

اگر سیاره ی مورد نظر را به صورت کره ای کامل با شعاع  $R$  و چگالی یکنواخت  $\rho$  فرض کنیم، جرم آن برابر است با:

$$\text{حجم سیاره } V = \frac{4}{3}\pi R^3 \rightarrow \text{حجم کره } V = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad \rho = \frac{m}{V}, \quad \text{رابطه‌ی چگالی}$$

$$\rightarrow \text{چگالی سیاره } \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \rightarrow M = \frac{4}{3}\pi \rho R^3$$

با جایگزینی جرم  $M$  در رابطه‌ی شتاب گرانش در سطح سیاره داریم:

$$g = G \times \frac{\frac{4}{3}\pi \rho R^3}{R^2} \rightarrow g = \frac{4}{3}\pi G\rho R$$

پس برای سیاره های  $X$  و  $Y$  می توانیم نسبت  $g_x$  به  $g_y$  را به صورت زیر به دست آوریم:

$$\rho_x = \rho_y, \quad R_x = \frac{1}{2}R_y$$



$$\frac{g_x}{g_y} = \frac{\frac{4}{3}\pi G \rho_x R_x}{\frac{4}{3}\pi G \rho_y R_y} = \left(\frac{\rho_x}{\rho_y}\right) \times \left(\frac{R_x}{R_y}\right) \rightarrow \frac{g_x}{g_y} = (1) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

