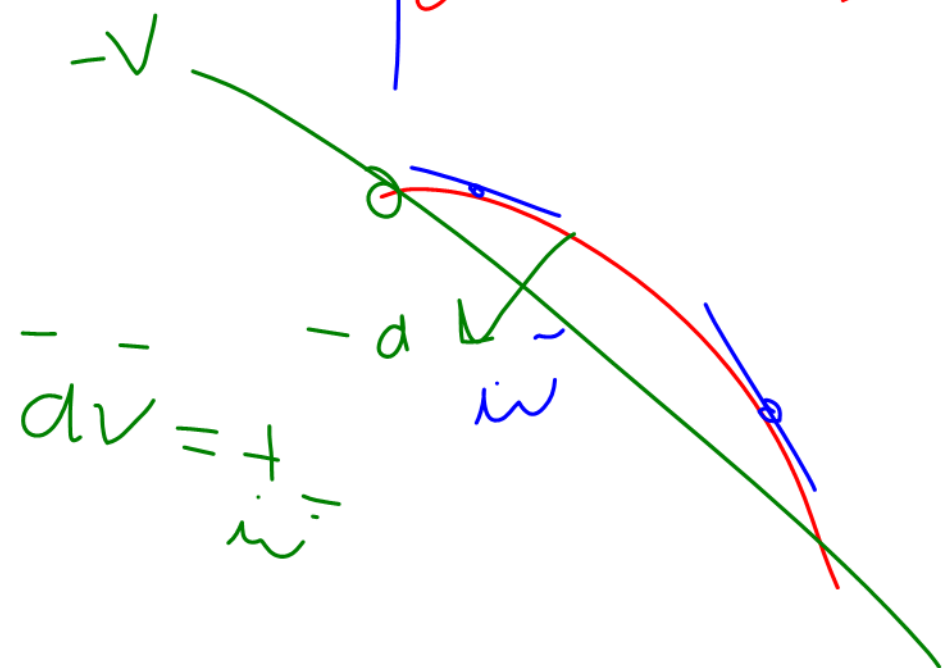
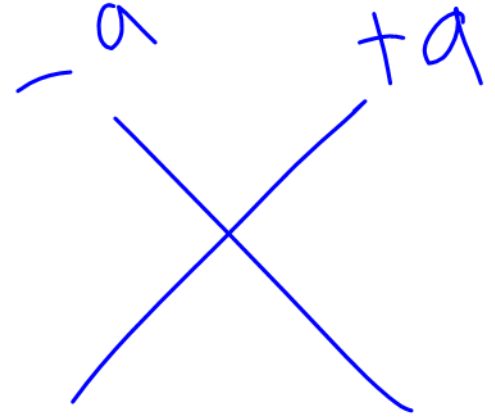
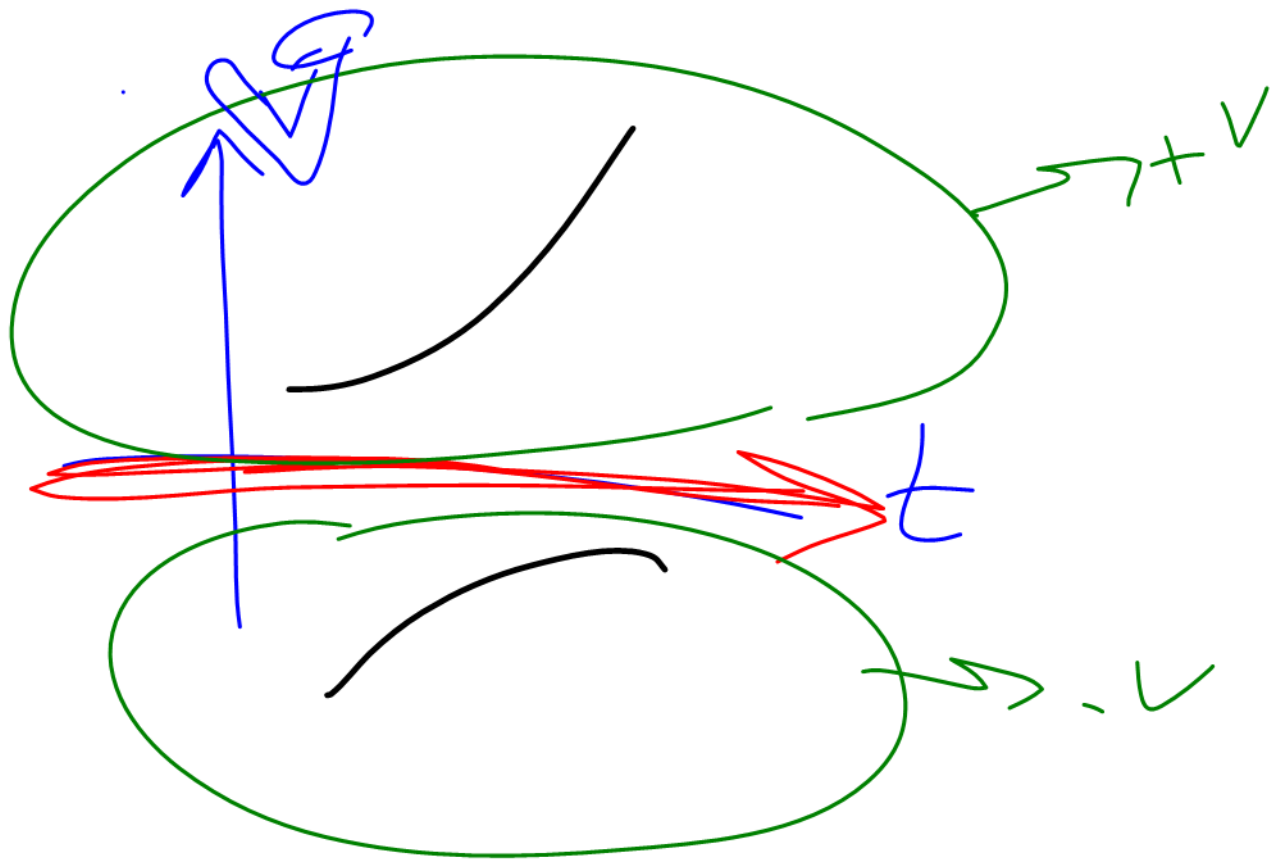


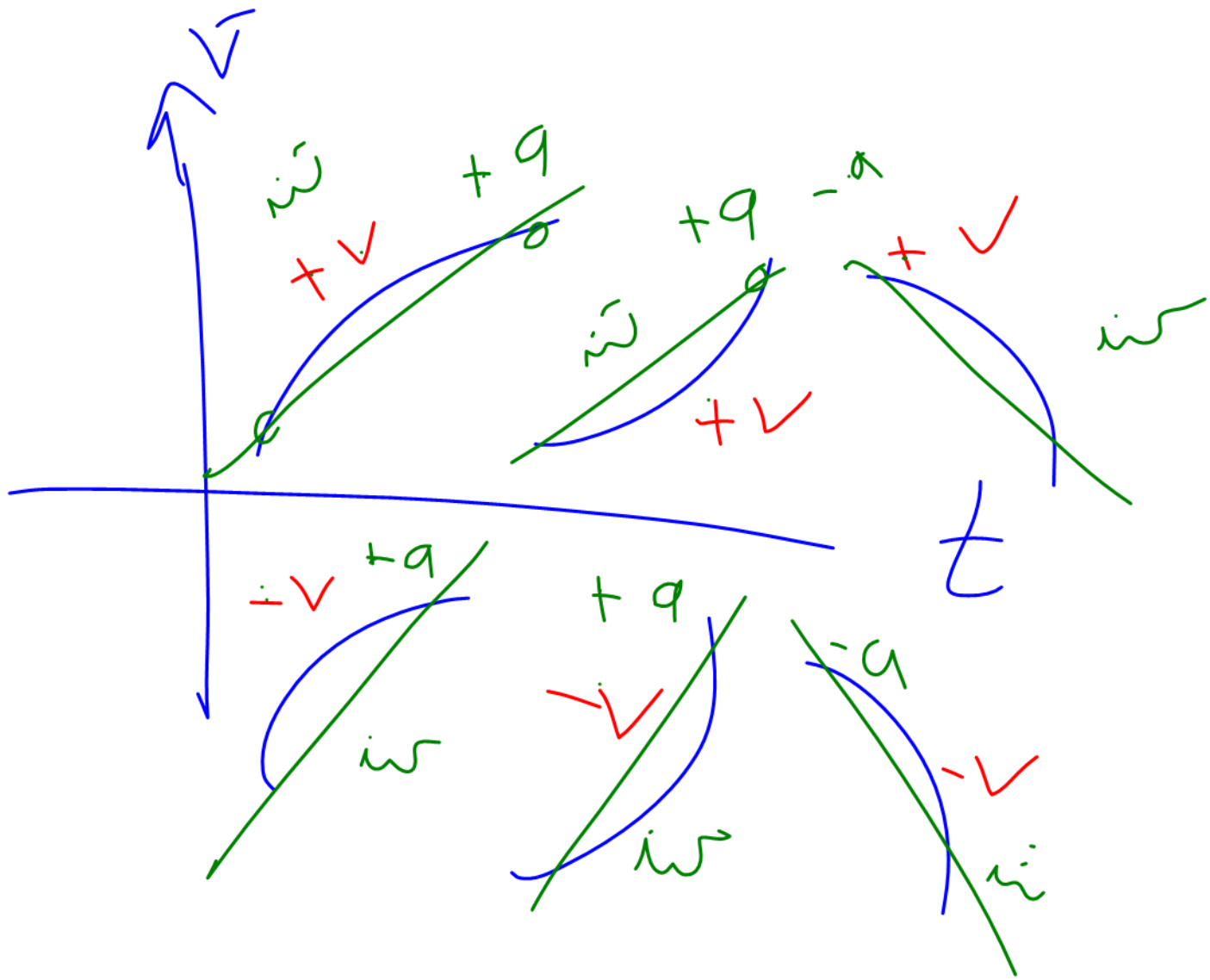
$$\frac{+}{-} \frac{+}{-} \frac{dV}{dt} = +w$$

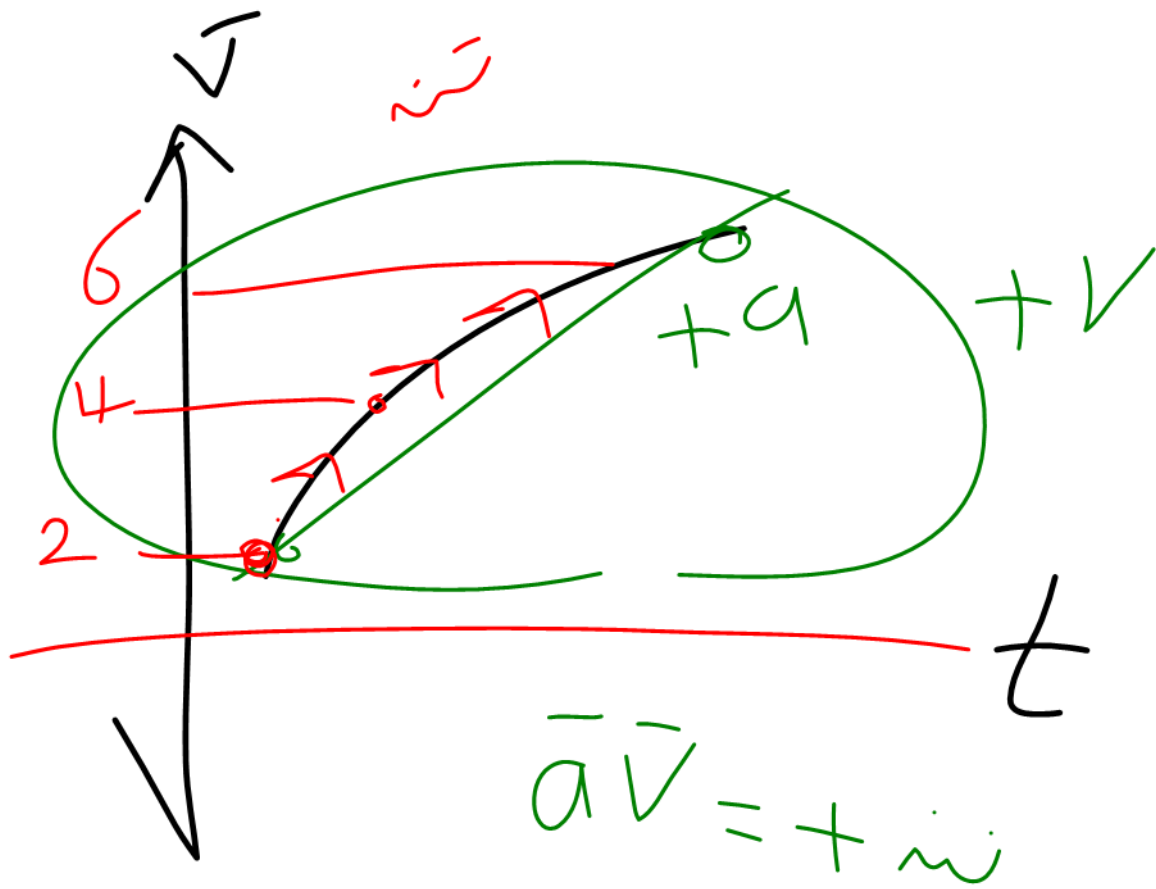
$$\frac{-}{+} \frac{+}{-} \frac{dV}{dt} = -w$$

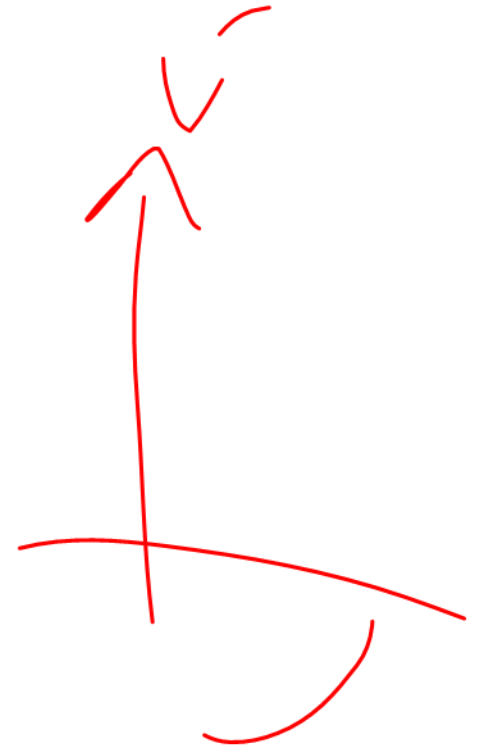
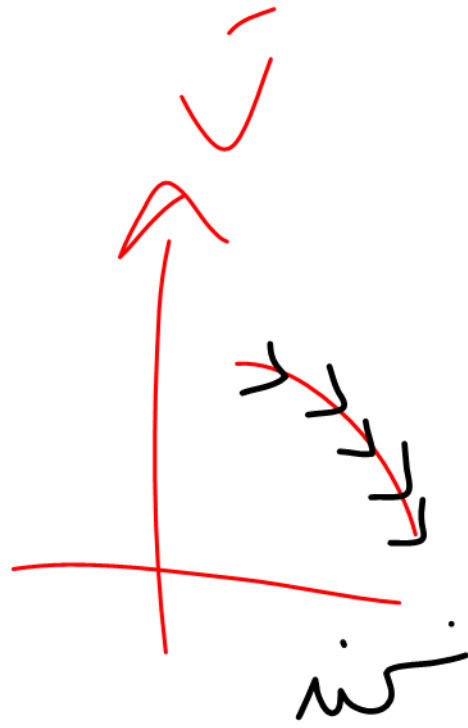


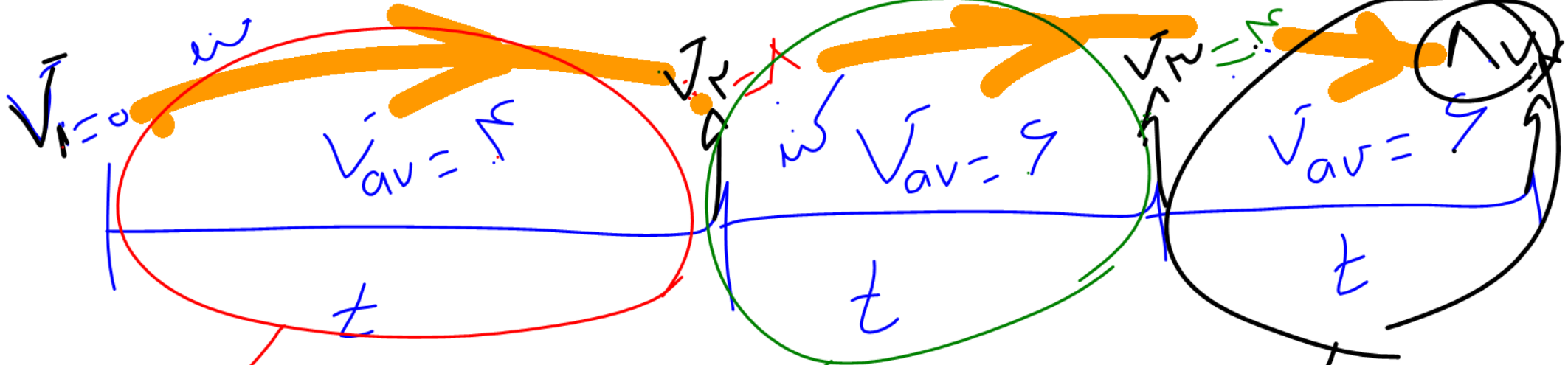
$$\frac{-}{-} \frac{-}{+} \frac{dV}{dt} = +w$$











$$\vec{V}_{av} = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$1 = \frac{0 + V_2}{2}$$

$$V_2 = 2$$

$$V_{av} = \frac{1 + V_2}{2}$$

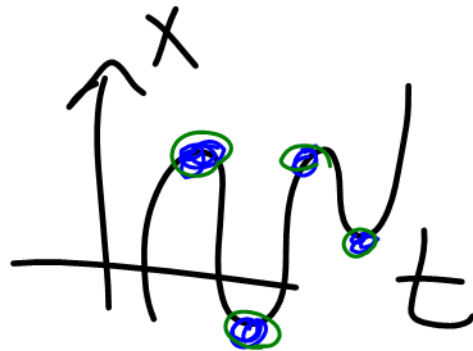
$$V_2 = 1$$

$$1 = 1 + 1 - 1$$

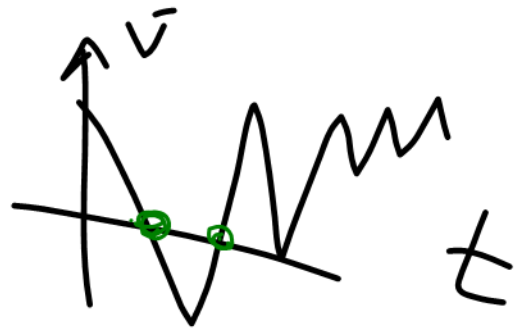
$$\frac{1 + 1}{2} = 1$$

سُرود

$v = 0$
علائق v عوض



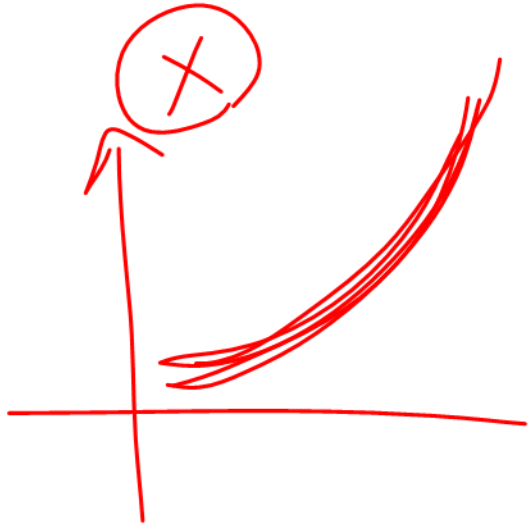
قله ۰، ۰



تفکر جستن
خود، بزرگ

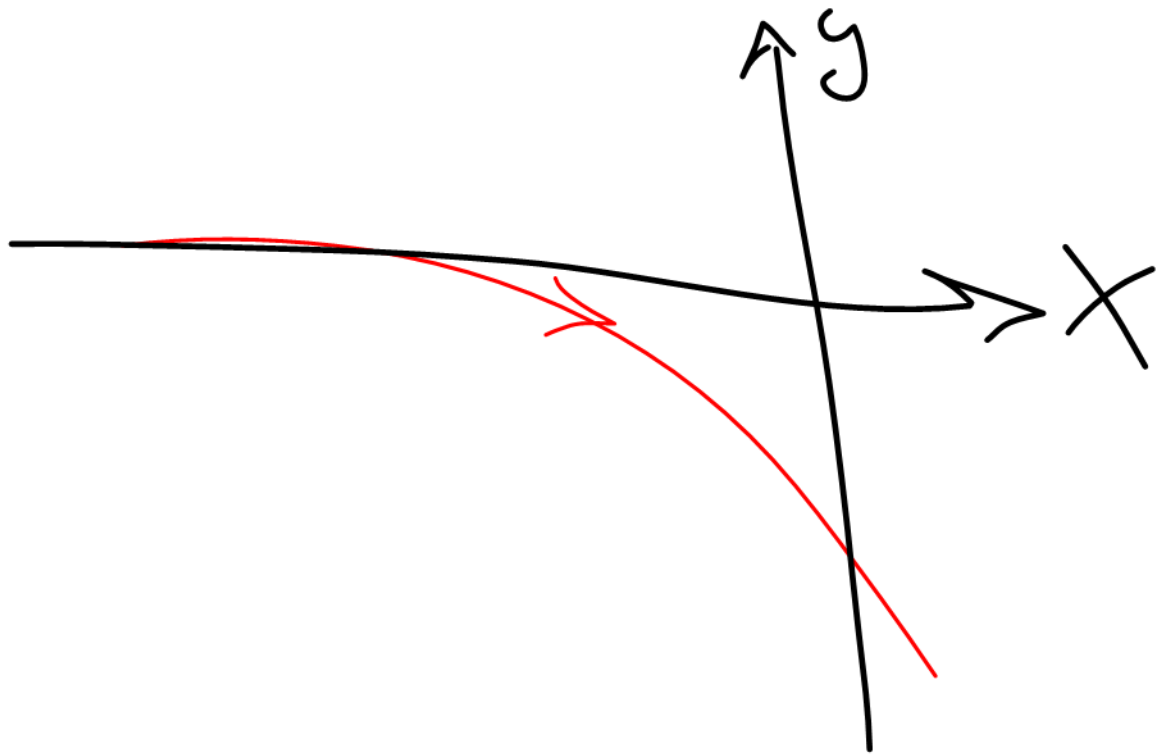
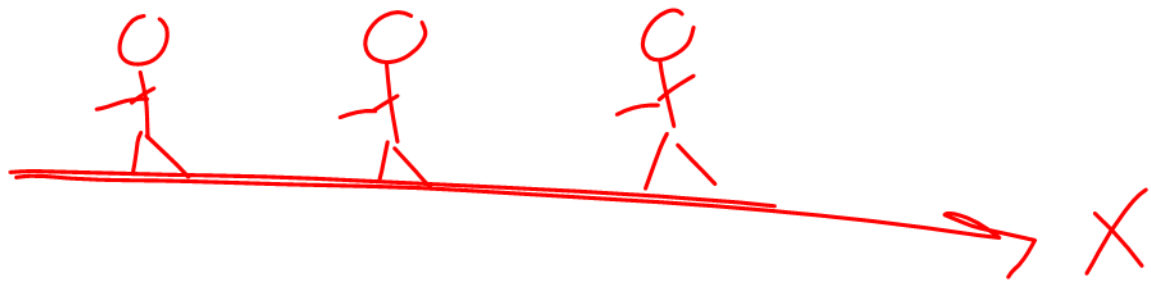
تفکر جس
بردار مکان

$X=0$
علاقت X
عوض



حرکت در دنیای واقعی

تابع دایمی



$$\begin{cases} x = t^2 - 5t + 1 \\ y = t^2 + 7t + 9 \end{cases}$$

h

الف: $x = t - 9t + 1$

ب: $x = r \sin 10\pi t$

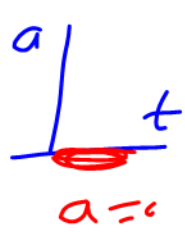
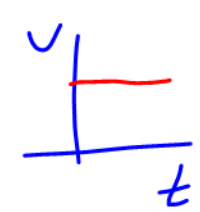
ج: $y = 9t^2 + 9 + 11$

د: $x = 10t + 2$

هـ: $y = 10t + 1$

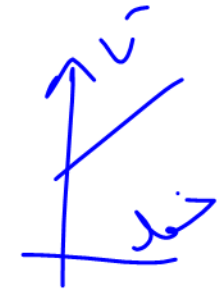
سرعت ثابت

$$\begin{cases} x = vt + x_0 \\ \Delta x = vt \end{cases}$$



شتاب ثابت

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$$



$$v = at + v_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2asx$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$$

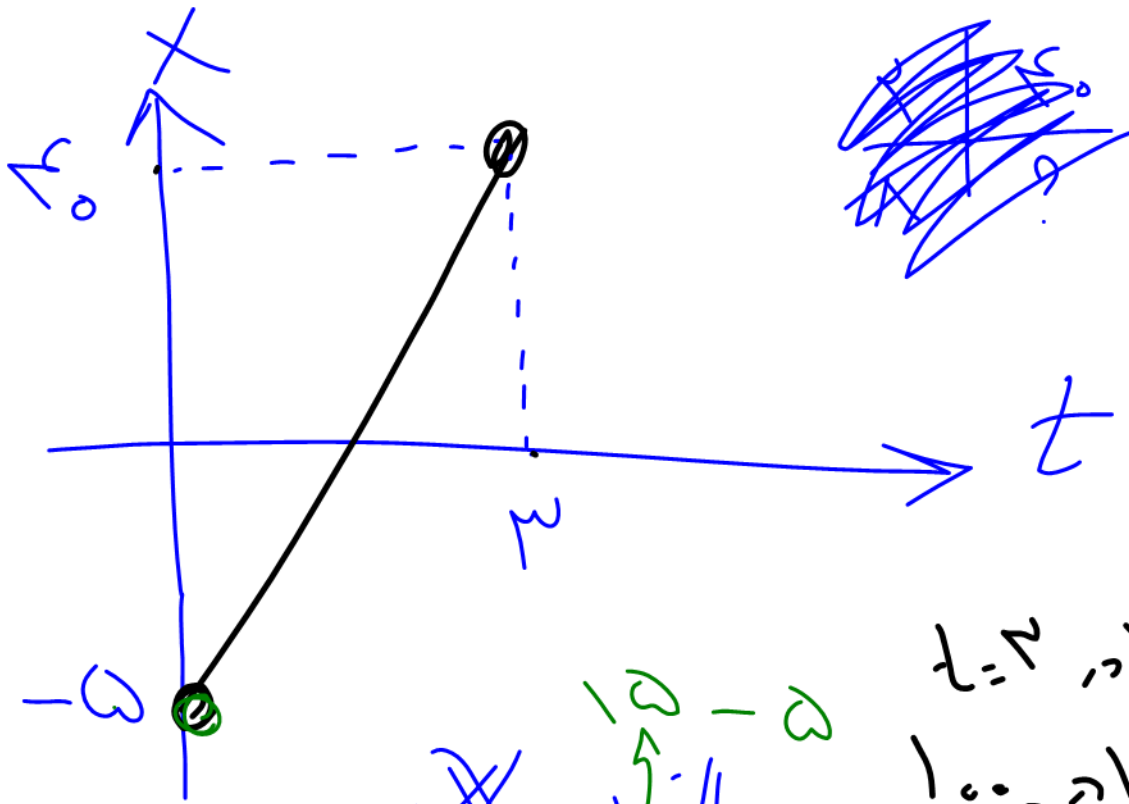
شتاب متغیر



الذ سرعته ثابت

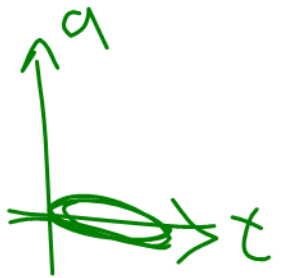
$$a = 0$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10}{2} = 5$$



$x = vt + x_0$
 $t = 2 \Rightarrow v = 5$
 $x_0 = -10$

$$x = 10t - 10$$



سرعت ثابت

$$\vec{x} = \vec{v}t + x_0$$

معادله

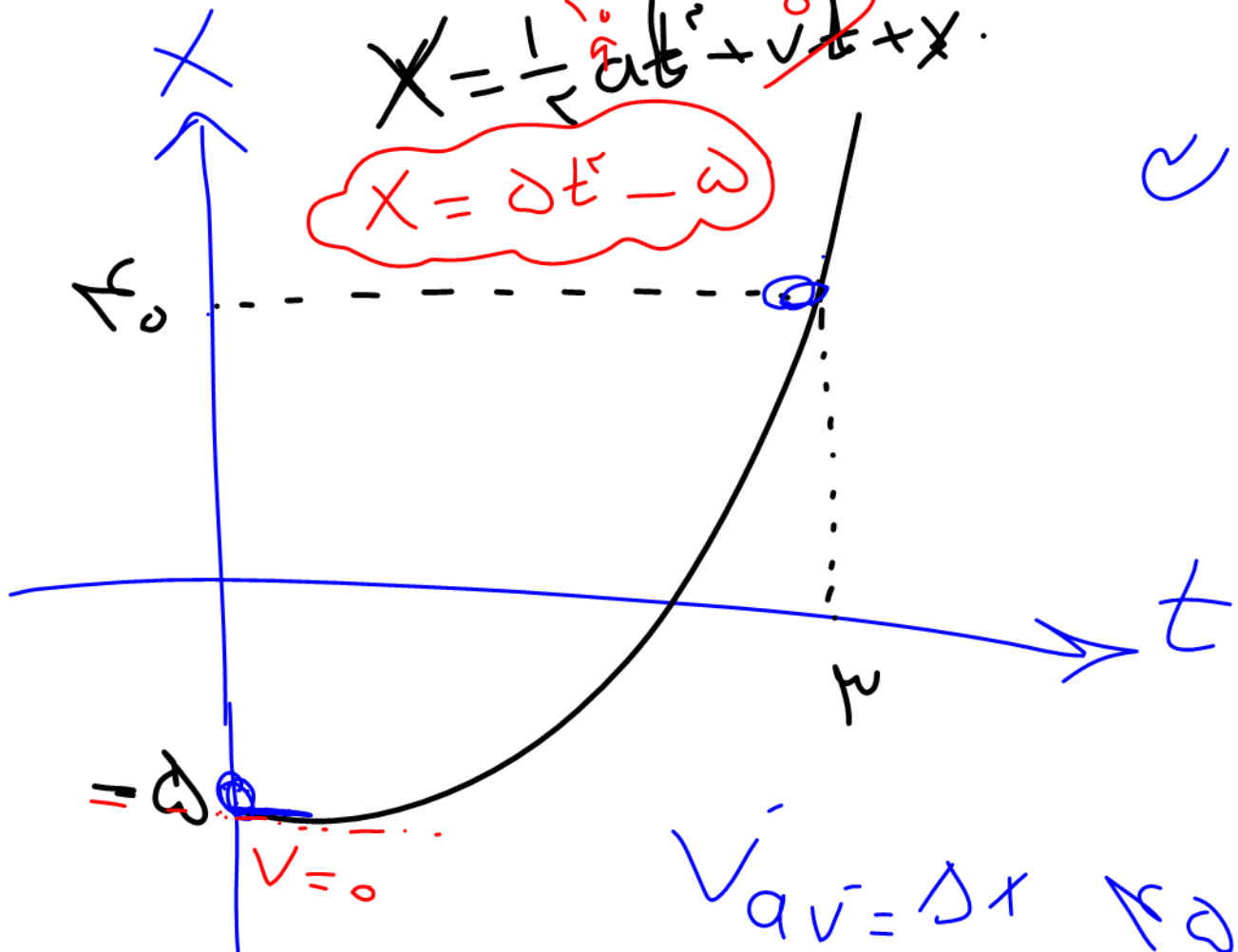
مکان - زمان

شتاب
ثابت

$$\vec{x} = \frac{1}{2} a t^2 + \vec{v}_0 t + x_0$$

$$X = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$X = \Delta t^2 - \omega$$



القوس
نستعملنا

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

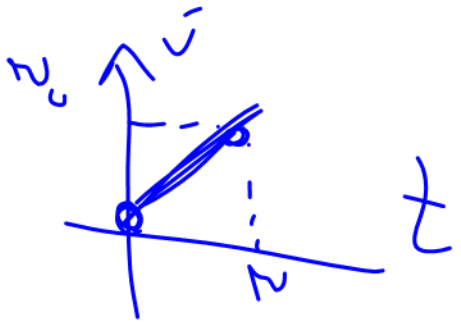
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

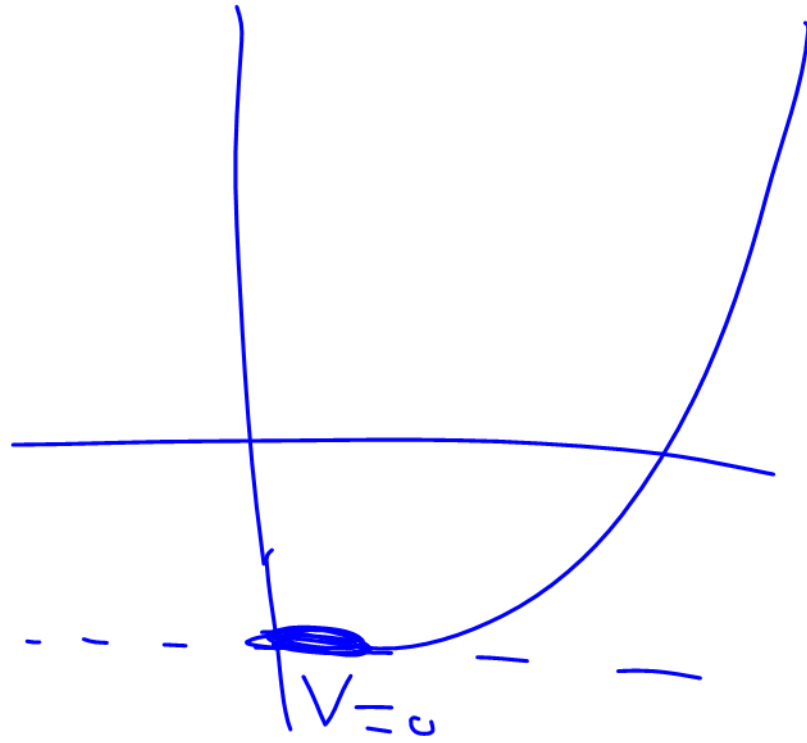
$$\Delta v = at + v_0$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{2} = \frac{v_0}{2} = a = \frac{v_0}{2}$$

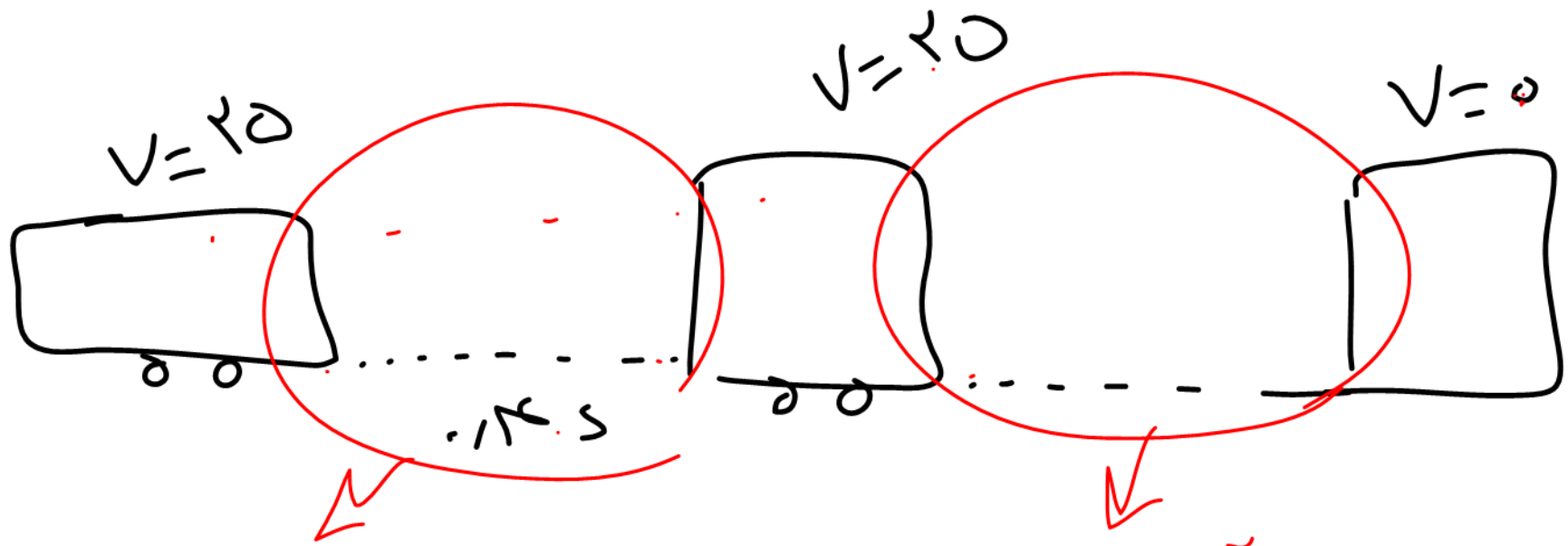
$$\begin{aligned} \bar{v} &= at + v_0 \\ \bar{v} &= 10(2) + 0 = 20 \end{aligned}$$

$$\bar{v} = 10(10) + 0 = 100$$





20



$$\Delta x = v t$$

$$v \Delta x_0 = 10$$

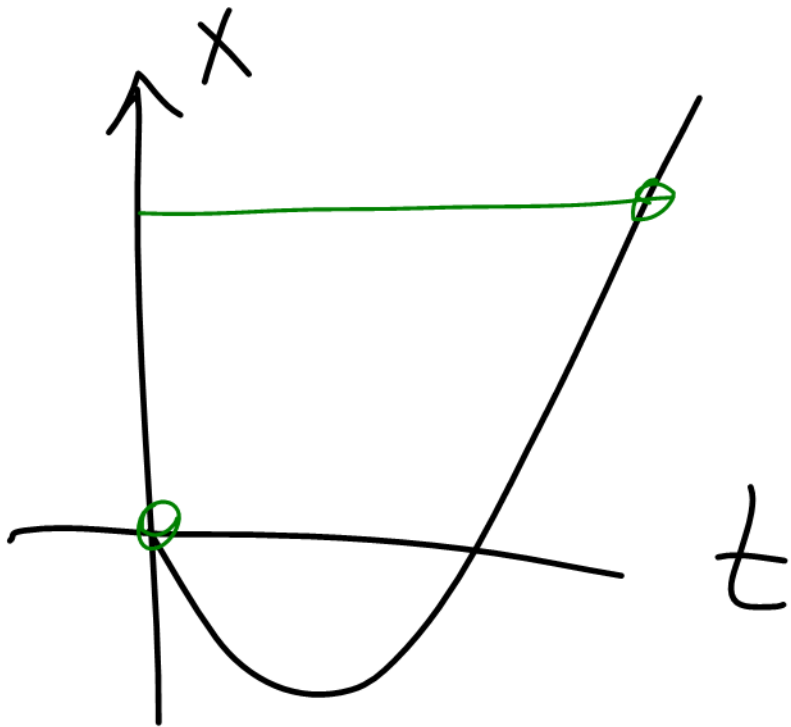
$$v - v_0 = r a \Delta x$$

$$0 - v_0 = r(-\omega) \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{v_0}{r \omega}$$

$$\Delta x = 10 + \frac{v_0}{r \omega} = \frac{v_0}{r \omega}$$

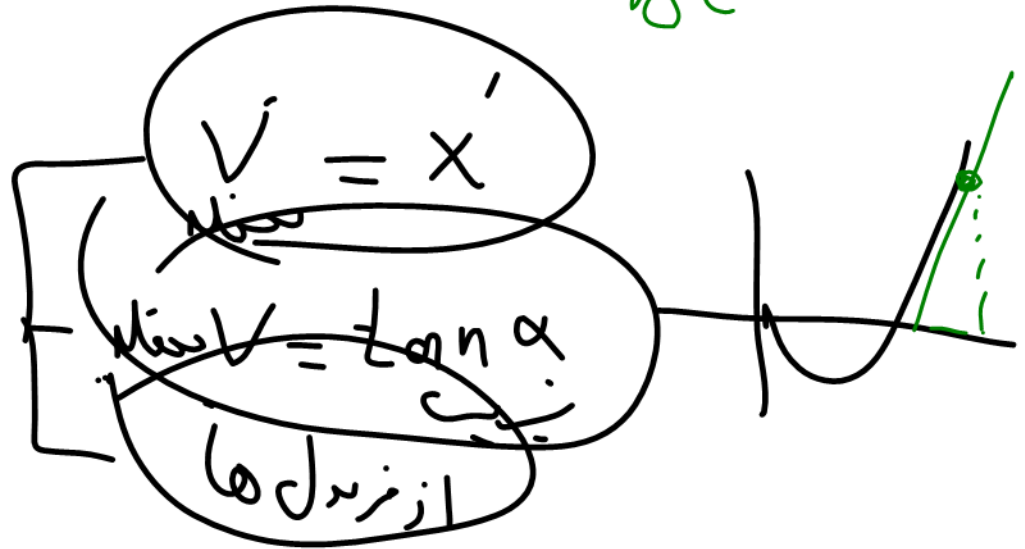
$$10 - \frac{v_0}{r \omega} = \frac{v_0}{r \omega}$$



$$\bar{v}_{av} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t}$$

$$S_{av} = \frac{\text{جمع گونگولها}}{\Delta t}$$

سرعت
اوسط



فصل ۱ حرکت شناسی

مشاوره روش مطالعه حرکت شناسی

حرکت شناسی یکی از پر سوال ترین و مفهومی ترین مباحث فیزیک سال دوازدهم است. در صورت یادگیری مفهومی همراه با انجام تمرین زیاد می توانید بر آن مسلط شوید. به هیچ عنوان کار را از روش های تستی آغاز ننمایید. روش های تستی که توسط برخی از اساتید یا کتابها آموزش داده میشود، جوابگوی کنکور های امروزی و جدید نیست. ضمناً اگر بخواهید برای این فصل، نکات تستی حفظ کنید باید هزاران فرمول و نکته حفظ کنید. بهتر است مطالب مربوط به حرکت شناسی را به صورت تیپ بندی و مبحث محور و کاملاً مفهومی مطالعه کنید، برای اینکار:

- ۱- هنگام حل هر چیزی که به نظرتان می رسد بنویسید و جلو بروید، با کمی بازی با سوال حتماً به جواب می رسید.
- ۲- حرکت شناسی را اصلاً فرمولی نخوانید و مفهوم را بفهمید، سوالات کنکور از دهه ۹۰ به بعد کاملاً مفهومی طرح گردیده اند.
- ۳- تمرینات انتهای فصل غافل نشوید، چند سالی است که طراحان کنکور و نهایی توجه ویژه ای به تمرینات کتاب درسی نشان میدهند.

با آرزوی موفقیت شاعرزنان





بخش ۱: جابه‌جایی و مسافت و سرعت و تندی متوسط

تعریف مسافت: عبارت است از طول کل مسیر طی شده توسط یک متحرک، که ارتباطی به ابتدا و انتهای مسیر ندارد. (تکه تکه ی مسیر با باید با هم جمع کنیم و کل مسیر طی شده را در نظر بگیریم.) دقت کنید که مسافت کمیتی نرده ای است یعنی فقط اندازه دارد و جهت ندارد

تعریف جابه‌جایی: عبارت است از برداری که از ابتدای مسیر حرکت یک متحرک به انتهای مسیر متصل می‌کند دقت کنید که جابه‌جایی کمیتی برداری است یعنی هم اندازه دارد و هم جهت دارد (از محل شروع حرکت یک بردار به محل پایان حرکت بکشید)

خوب دقت کنید که در مسیر مستقیم الخط (روی خط راست و بدون تغییر جهت) مسافت و جابه‌جایی باهم مساوی می‌شوند! ولی در سایر حالت‌ها همیشه مسافت بزرگتر از جابه‌جایی می‌شود!

یعنی به طور کلی: $\text{مسافت} \geq \text{جابه‌جایی}$

تعریف بردار مکان: عبارت است از برداری که از مبدا مکان به محل جسم در هر لحظه وصل می‌شود (از مبدا مکان یعنی $X=0$ یک بردار به محل جسم رسم کنید)

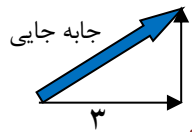
نکته در خصوص بردار مکان:

بچه‌ها اگر از مبدا یعنی $X=0$ یک بردار به محلی که جسم توی اون قرار داره رسم کنیم اسمش همیشه بردار مکان. برای نقاطی که سمت راست مبدا قرار دارند بردار مکان مثبت هست و برای نقاطی که سمت چپ مبدا قرار دارند بردار مکان منفی هست.

راستی بچه‌ها اگر توی سوال ازتون پرسیدند بردار مکان چندبار تغییر جهت میدهد باید تعداد دفعاتی که متحرک از مبدا $X=0$ عبور کرده و علامت X هم عوض شده را حساب کنید

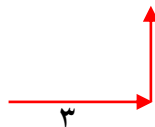


تمرین: فردی ۳ متر به سمت شرق، و سپس ۴ متر به سمت شمال حرکت می کند.

الف- جابجایی:  $\Rightarrow \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

برای پیدا کردن جابجایی باید آغاز و پایان را با یک بردار بهم وصل کنیم. توی شکل بالا اون بردار بی رنگ میشه جابجایی که از

فیثاغورث حسابش کردیم برابر با ۵ شد!

ب- مسافت طی شده:  $\Rightarrow 3 + 4 = 7$

برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه مسیر طی شده را محاسبه و باهم جمع کنیم. توی سوال بالا اگر ۳ متر و ۴ متر رو باهم جمع کنیم

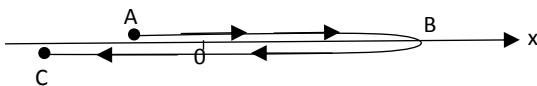
مسافت برابر با ۷ میشه!

تست: متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مسیری مطابق شکل زیر از نقطه A ($x=-2$) تا نقطه

B ($x=+6$) و سپس تا C ($x=-5$) می پیماید. به ترتیب از راست به چپ بردار مکان این متحرک در نقطه

A کدامست و بردار مکان در کل مسیر چند بار تغییر جهت داده است و بردار جابه جایی متحرک از A تا C

کدامست و در چه جهتی است و مسافت طی شده از A تا B چند متر است؟



(۱) $-2i$ بردار مکان _ یک بار _ $r=-3i$ در خلاف جهت محور x ها - مسافت نوزده متر است

(۲) $-5i$ بردار مکان _ یک بار _ $r=-3i$ در خلاف جهت محور x ها - مسافت نوزده متر است

(۳) $-2i$ بردار مکان _ دوبار _ $r=-3i$ در خلاف جهت محور x ها - مسافت نوزده متر است

(۴) $-3i$ بردار مکان _ دو بار _ $r=3i$ در جهت محور x ها - مسافت دویزده متر است

جواب گزینه ۳ درست است



نکته: بچه ها اگر جابه جایی رو به زمان تقسیم کنیم ا سمش می شه **سرعت متوسط**، ولی اگر

مسافت رو به زمان تقسیم کنیم ا سمش همیشه **تندی متوسط**!!

تندی متوسط : مسافت پیموده شده در واحد زمان (m/s) را تندی متوسط می نامند.

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$$

سرعت متوسط : عبارت است از جابه جایی متحرک در واحد زمان .

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جا به جایی}}{\text{زمان}}$$

تست: پرندهای زیر لامپ تیر چراغ برقی قرار دارد، پرنده ابتدا ۵۰ متر قائم به پائین در مدت ۲

ثانیه حرکت میکند، سپس ۳۰ متر به شرق در مدت ۳ ثانیه و نهایتا ۴۰ متر به طرف شمال در مدت

۵ ثانیه حرکت میکند، سرعت متوسط و تندی متوسط و تقریبا به ترتیب از راست به چپ بر

حساب SI برابریست با.....

۱۲-۵

۵-۱۲

۱۲-۷

۷-۱۲

حل:

برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه ی مسیر با باید با هم جمع کنیم

$$\text{یعنی } ۴۰+۳۰+۵۰=۱۲۰$$

ولی برای جابه جایی باید آغاز را به پایان وصل کنیم که وتر مثلثی ایجاد میشود که هر ضلع آن ۵۰ متر است پس

این وتر برابر میشود با $50\sqrt{2}$ که تقریبا همان عدد ۷۰ میشود

نکته: اگر حرکت سه بعدی و عمود برهم باشد، جابه جایی را از فرمول زیر محاسبه می کنیم:

$$\text{جابه جایی} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{جابه جایی} = \sqrt{50^2 + 30^2 + 50^2} = 50\sqrt{2} \approx 70$$

حالا اگه مسافت و جابه جایی رو به زمان تقسیم کنیم تندی و سرعت متوسط محاسبه میشه:

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جا به جایی}}{\text{زمان}} = \frac{70}{10} = 7 \quad \text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{120}{10} = 12$$





تست: فردی مطابق شکل روی م سیر نام مستقیم از قیداره به

زنجان می‌رود اگر مبدا مکان را تهران فرض کنیم،

چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

یک مورد دو مورد سه مورد چهار مورد

الف: برداری که قیداره به زنجان را به هم وصل کرده بردار مکان نام دارد

ب: سرعت متوسط متحرک ۴۵ کیلومتر بر ساعت است

ج: تندی متوسط ۶۶ کیلومتر بر ساعت است

د: سرعت کمیتی برداری و تندی کمیتی نرده ای است

الف غلط است زیرا برداری که ابتدا را به انتها وصل میکند جابه جایی نام دارد

ب: برای محاسبه سرعت متوسط باید جابه جایی یعنی ۶۰ کیلومتر را به زمان تقسیم کنیم که ۴۵

میشود و این گزینه صحیح است

ج: برای محاسبه تندی متوسط باید مسافت یعنی ۸۸ کیلومتر را به زمان تقسیم کنیم که ۶۶ میشود

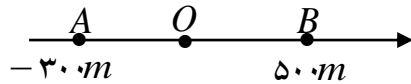
و این گزینه صحیح است

د: این گزینه نیز صحیح است، یادتان باشد که مسافت و تندی نرده ای هستند ولی جابه جایی و

سرعت متوسط برداری هستند



مثال ۲: در یک محور مکان (مطابق شکل) متحرکی در مدت ۳۰ ثانیه از نقطه ی A به نقطه ی O و سپس در مدت ۲۰ ثانیه از نقطه ی O به نقطه ی B رسیده است. سرعت متوسط در کل مسیر چندمتر بر ثانیه است؟



پاسخ : باید جابه جایی رو بر زمان تقسیم کنیم: پس داریم :

$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{500 - (-300)}{20 + 30} = \frac{800}{50} = 16$$

اقا اجازه؟ چرا X؟ از هم تفریق کردیم ولی t ها رو با هم جمع کریم؟؟ مگر برای محاسبه Δt نباید t ها رو از هم کم میکردیم؟؟؟

ببینید بچه Δt به فارسی یعنی کل زمان طی شده!! حالا اگر زمان ها رو اول و آخر یک بازه به ما بدند باید آنها را از هم کم کنیم تا Δt بدست بیاد!

ولی اگر زمانها را تکه تکه بدند باید آنها را جمع کنیم تا Δt بدست بیاد!

تست : معادله ی مکان - زمان متحرکی در SI بصورت $x = 3t^2 + 6t + 10$ است.

سرعت در ثانیه دوم چند درصد بیشتر از سرعت آن در ۲ ثانیه اول حرکت است؟

۲۰ درصد ۲۵ درصد ۳۰ درصد ۵۰ درصد

پاسخ : $t_1=0$ $x_1=10$

$$t_2=2 \quad x_2=34 \quad V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{34-10}{2-0} = 12$$

$t=1 \rightarrow x=19$ ب: سرعت در ثانیه دوم؟

$t=2 \rightarrow x=34$

$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{34-19}{2-1} = 15$$

$$\text{درصد تغییر} = \frac{15 - 12}{12} \times 100 = 25$$



ثانیه دوم یعنی از یک ثانیه تا دو ثانیه!! باید اعداد یک و دو را به معادله بدهیم تا x ها بدست آید سپس از رابطه سرعت متوسط استفاده کنیم (راه تستی برای شتاب ثابت ها: اگه مشتق رو بلدی معدل دوتا زمان رو بزار توی مشتق x)

تست:

معادله حرکت متحرکی به صورت $x = 3.5t^2 + 4.9t + 133.8$ است، سرعت متوسط بین لحظات ۳۳ ثانیه تا ۱۶۷ ثانیه بر حسب SI برابر میشود با.....

۷۰۴/۹ ۷۰۴/۵ ۹۰۲/۰۲ ۷۰۹۰/۹

حل: توی این سوال اگر مثل سوال قبل بخواهیم عدد ها را ر معادله قرار بدیم تا $x1$ و $x2$ به دست بیاد کار خیلی سخت میشه، پس میتونیم طبق نکته قبل معدل زمانها رو پیدا کنیم و در مشتق تابع بالا قرار بدهیم

معدل دوتا زمان میشه ۱۰۰ حالا ۱۰۰ رو توی مشتق x بزاریم گزینه ۱ به دست میاد!

تست: معادله مکان-زمان متحرکی به صورت $X = \frac{2}{3}t^3 - 6t^2 + 20t$

است، کمترین سرعتی که این متحرک در مسیر پیدا می کند، چند واحد SI است؟

۰ ۱ ۲ ۴

ابتدا از تابع مشتق میگیریم تا به تابع سرعت برسیم

سپس مینیمم تابع سرعت را محاسبه میکنیم (اگر هنوز مشتق گیری را در ریاضی نخوانده اید، فعلا از این سوال صرف نظر کنید!!)

$$v = 2t^2 - 12t + 20 \rightarrow \text{مشتق} = 0 \rightarrow 4t - 12 = 0 \rightarrow t = 3 \rightarrow v_3 = 2$$



مثال ۴: متحرکی مسیر مستقیمی را در t ثانیه ی اول حرکت با سرعت V و در $3t$ ثانیه ی بعد با سرعت $2V$ طی می کند. سرعت متوسط متحرک در این مسیر چند V است؟

پایخ: دختر سراسرا! دقت کنید توی این سوال جبه جایی رانداریم!! پس به جاش باید از $\Delta x = vt$ استفاده کنیم در واقع اگر به جای Δx مقدار vt

را بگذاریم به فرمول توی زیر میرسیم:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline v_1 & v_2 \\ \hline t_1 & t_2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \bar{V} = \frac{V_1 t_1 + V_2 t_2}{t_1 + t_2} \quad \rightarrow \bar{V} = \frac{Vt + 2V3t}{t + 3t} = \frac{7v}{4}$$

تست ۱: متحرکی $\frac{2}{5}$ مسافتی را با سرعت 20 متر بر ثانیه و $\frac{3}{5}$ آن را با سرعت 30 متر بر ثانیه در



یک جهت طی می کند. سرعت متوسط این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۲۴ - ۱ ۲۵ - ۲ ۲۶ - ۳ ۲۸ - ۴

پایخ: دختر سراسرا! دقت کنید توی این سوال زمان رانداریم!! پس به جاش باید از $t = \frac{4x}{v}$ استفاده کنیم در واقع اگر به جای t مقدار x تقسیم بر v

$$\begin{array}{|c|c|} \hline x_1 & x_2 \\ \hline v_1 & v_2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \bar{V} = \frac{x_1 + x_2}{\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2}} \quad v = \frac{\frac{2x}{\frac{2x}{5} + \frac{3x}{5}}}{\frac{2x}{20} + \frac{3x}{30}} = 25$$

متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، فاصله بین دو نقطه A و B را با تندی متوسط $\frac{36}{5}$ متری طی می کند و سپس نصف مسیر را با تندی متوسط $\frac{90}{h}$ کیلومتر بر ساعت و بر می گردد. اگر مدت زمان رفت t_1 از مدت زمان بازگشت تا وسط مسیر (t_2) ، چهار دقیقه بیشتر باشد، کل مدت زمان حرکت متحرک $(t_1 + t_2)$ چند دقیقه است؟ (جهت حرکت متحرک در مسیر رفت و برگشت تغییر نکرده است.) (آزمون قلمچی)

۵/۵ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

$$t_1 = \frac{x}{v} = \frac{x}{36} \quad \text{و} \quad t_2 = \frac{\frac{1}{2}x}{v} = \frac{\frac{1}{2}x}{90} = \frac{x}{180} \quad \frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{x}{36}}{\frac{x}{180}} = 5 \quad t_1 = 5t_2$$

$$t_1 = t_2 + 4 \quad 5t_2 = t_2 + 4 \quad t_2 = 1, \quad t_1 = 5$$



نکته: اگر متحرکی n بازه‌ی زمانی متوالی و مساوی را با سرعت‌های مختلف طی کند (وهر تکه از مسیر خودش سرعت ثابت باشد) سرعت متوسط از فرمول زیر محاسبه میشود

$$V_{av} = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + \dots}{n}$$

تست: متحرکی یک سوم از زمان حرکت خود را با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه و یک سوم دیگر را با ۱۵ متر بر ثانیه و یک سوم آخر را با سرعت ۵ متر بر ثانیه طی میکند، سرعت متوسط در کل مسیر چند متر بر ثانیه می‌شود؟

۱۳ ۱۰ ۱۲ ۷/۵

$$V_{av} = \frac{10 + 15 + 5}{3} = 10$$

تست ۲:



متحرکی نصف مسیری را با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه و بقیه مسیر را در دو زمان مساوی به ترتیب با سرعت‌های ۵ متر بر ثانیه و ۲۵ متر بر ثانیه طی می‌پیماید سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱۱ ۱۴ ۱۲ ۱۰

پاسخ ابتدا در قسمت دوم مسیر سرعت متوسط را به دست می‌آوریم یعنی سرعت‌ها را جمع می‌کنیم سپس تقسیم بر دو می‌کنیم

$$V_2 = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{5 + 25}{2} = 15$$

اکنون مسئله از حالت سه قسمتی به دو قسمتی تبدیل شده است و مجدد مسئله را از نکته قبل حل می‌کنیم

$$V_{\text{متوسط}} = \frac{\frac{X}{2} + \frac{X}{2}}{\frac{X}{2} + \frac{X}{2}} = \frac{X}{\frac{X}{20} + \frac{X}{30}} = \frac{X}{\frac{5X}{60}} = 12$$



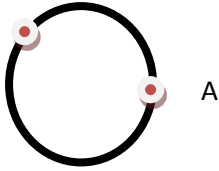
تست ۲:



متحرکی مطابق شکل روبرو در مدت زمان ۱۰ ثانیه از A به B می‌رود اگر زاویه کمان AB ۱۲۰ درجه و شعاع

دایره ۲۰ متر باشد سرعت متوسط و جابجایی و مسافت طی شده به ترتیب از راست به چپ بر اساس SI تقریباً

B



برابرست با...

(عدد پی را تقریباً ۳ در نظر بگیرید)

$$۳-۳۴-۳۵/۴$$

$$۴-۴۰-۳۴$$

$$۴-۴۰-۴۰$$

$$۴۰-۳۴-۳/۴$$

بچه‌ها!!! در حرکت در مسیر دایره ای جابه جایی و مسافت و سرعت و تندی متوسط از فرمول های تندی زیر محاسبه میشن: که R شعاع دایره و آلفا

زاویه طی شده میباشد

$$\text{جابجایی} = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \times 20 \times \sin \frac{120}{2} \approx 34$$

$$\text{مسافت} = \frac{\alpha}{360} 2\pi R = \frac{120}{360} 2\pi \times 20 \approx 40$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\frac{\alpha}{360} 2\pi R}{\text{زمان}} = \frac{40}{10} = 4$$

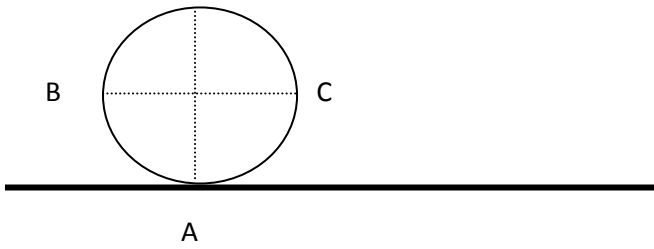
$$\text{سرعت متوسط} = \frac{2R \sin \frac{\alpha}{2}}{\text{زمان}} = \frac{34}{10} \approx 3.4$$

(جواب گزینه ۱)



تست ۲: مطابق شکل اگر چرخشی به شعاع R نیم‌دور بدون لغزش بغلتد کدام یک از گزینه های زیر صحیح

است؟



اندازه جابه‌جایی هر سه نقطه A, B, C با هم برابر است

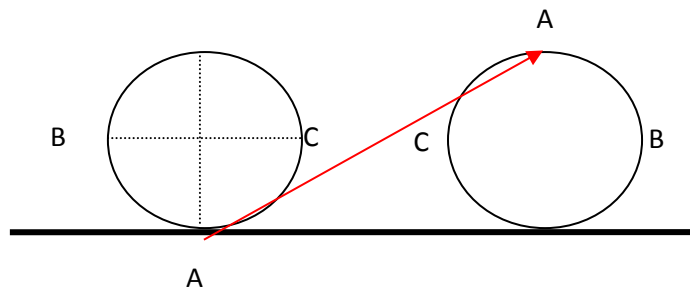
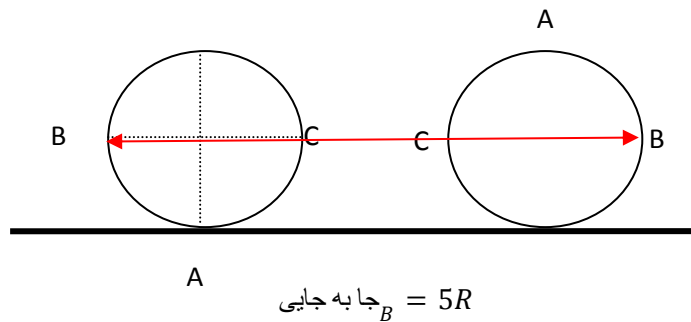
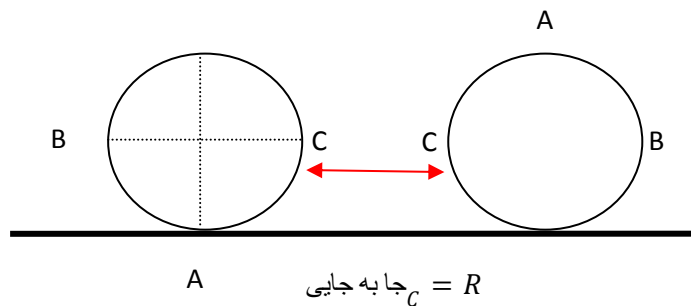
نقطه B به اندازه $5R$ و نقطه C به اندازه R و نقطه A تقریباً به اندازه $3/6R$ جابه‌جا میشوند

نقطه B به اندازه $2R$ و نقطه C به اندازه $-2R$ و نقطه A تقریباً به اندازه $2R$ جابه‌جا میشوند

نقطه B به اندازه $2R$ و نقطه C به اندازه $-2R$ و نقطه A تقریباً به اندازه 0 جابه‌جا میشوند

پس از نیم دور چرخش، مرکز دایره به اندازه نصف محیط یعنی πR (تقریباً $3R$) جلو می‌رود شکل به صورت

زیر در می‌آید (گزینه ۲)



$$\text{جا به جایی } A = \sqrt{(2R)^2 + (3R)^2} = \sqrt{13R} \approx 3.6R$$





محاسبه سرعت و تندی متوسط در نمودارها

نکته ۱: در نمودارهای مکان - زمان برای پیدا کردن سرعت متوسط باید x ثانویه و x اولیه رو از روی نمودار

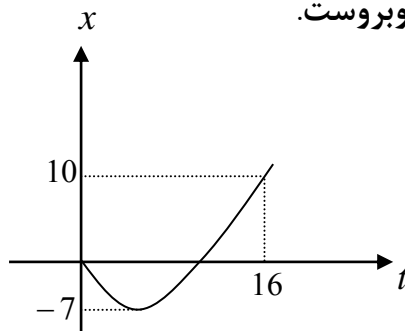
بخونی و از هم کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی ولی برای تندی متوسط باید تکه تکه مسیر طی شده رو جمع کنی

بعد به زمان تقسیم کنی

$$V_{\text{سرعت متوسط}} = \frac{x_{\text{ثانویه}} - x_{\text{اولیه}}}{\text{زمان}}$$

$$V_{\text{تندی متوسط}} = \frac{\text{جمع تکه تکه مسیر}}{\text{زمان}}$$

مثال تشریحی ۱: نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل روبروست.



الف - جابه جایی را در ۱۶ ثانیه ی اول حرکت محاسبه کنید.

توی نمودار مکان-زمان برای پیدا کردن جابه جایی همیشه x ثانویه رو

از x اولیه کم کنید! $\Delta x = 10 - 0 = 10$

ب- مسافت طی شده را در ۱۶ ثانیه ی اول محاسبه کنید.

توی نمودار مکان-زمان برای محاسبه مسافت؛ باید قدر مطلق تکه تکه شکل را

باهم جمع کنید $L = 7 + 7 + 10 = 24$

ج- سرعت متوسط را در ۱۶ ثانیه اول محاسبه کنید

$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{10}{16}$$

جابه جایی رو به زمان تقسیم کردیم

د : تندی متوسط در ۱۶ ثانیه اول؟

$$V = \frac{L}{\Delta t} = \frac{24}{16}$$

مسافت رو به زمان تقسیم کردیم



نکته ۲: در نمودارهای سرعت - زمان برای پیدا کردن سرعت متوسط باید مساحت بالای نمودار رو از مساحت

زیر نمودار کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی و برای محاسبه تندی متوسط باید مساحت بالای نمودار رو با مساحت

زیر نمودار کم کنی بعد به زمان تقسیمش کنی

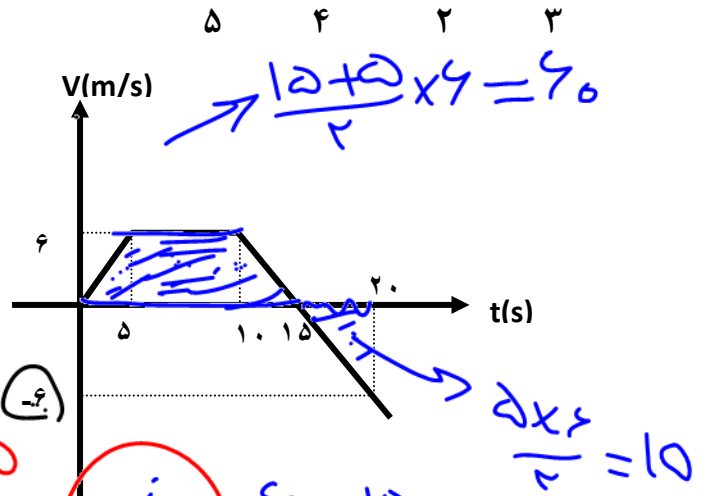
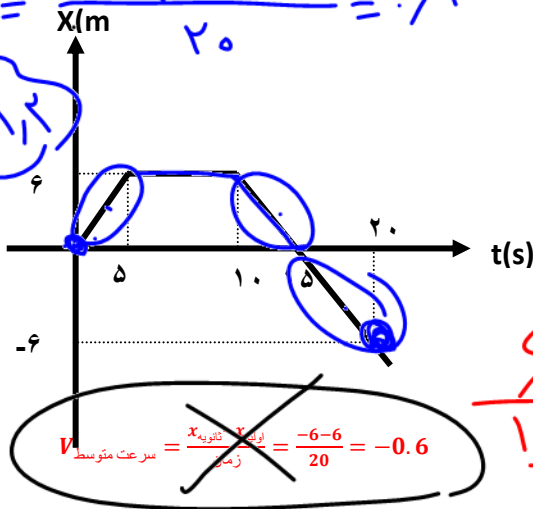
$$V_{\text{متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| - |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}}$$

$$S_{\text{متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| + |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}}$$

تست ۴: با توجه به نمودارهای مقابل، حاصل جمع بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط در ۲۰ ثانیه

اول حرکت در نمودار سرعت-زمان چند برابر نمودار مکان-زمان است؟
 $V_{av} = \frac{-6 - 0}{20 - 0} = -0.3$

$$S_{av} = \frac{6 + 6 + 6}{20} = 0.9$$



$$V_{\text{متوسط}} = \frac{\text{جمع تکه تکه مسیر}}{\text{زمان}} = \frac{6 + 6 + 6}{20} = 0.9$$

$$V_{\text{سرعت متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| - |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}} = \frac{60 - 15}{20} = 2.25$$

$$S_{\text{تندی متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| + |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}} = \frac{60 + 15}{20} = 3.75$$

$$\frac{2.25 + 3.75}{\cancel{0.6 + 0.9}} = 4$$

Handwritten calculations for average velocity and displacement:

$$V_{av} = \frac{60 - 15}{20 - 0} = 2.25$$

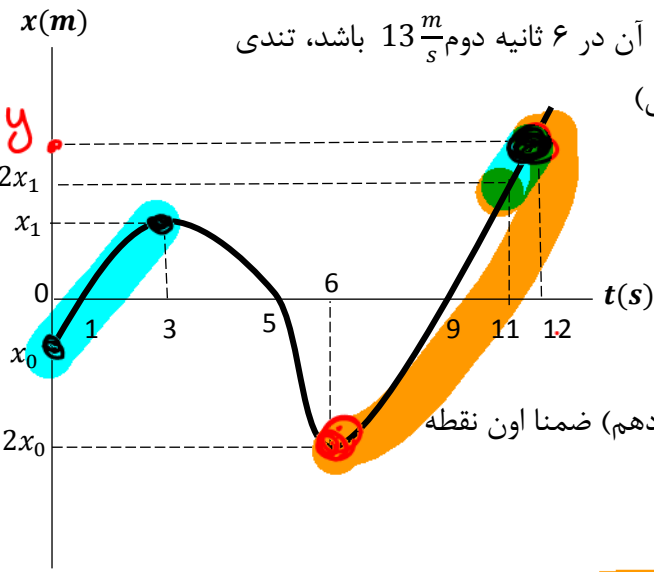
$$S_{av} = \frac{60 + 15}{20} = 3.75$$

$$\text{جمع} = 2.25 + 3.75 = 6$$



درین سوالات

تست: نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x ها در حال حرکت است، مطابق شکل مقابل است. اگر تندی متوسط متحرک در سه ثانیه اول حرکت $4 \frac{m}{s}$ و تندی متوسط آن در ۶ ثانیه دوم $13 \frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط متحرک در ثانیه ۱۲ ام حرکت چند $\frac{m}{s}$ است؟ (آزمون قلمچی)



۳۰ ۱۵ ۱۸ ۵۴

پاسخ: چون در بازه های گفته شده تغییر جهت نداریم

بنابراین به جای تندی متوسط میتوانیم سرعت متوسط را بنویسیم

اول چیزیکه طراح خواسته رو مینویسیم (یعنی سرعت در ثانیه دوازدهم) ضمناً اون نقطه

بالای روهم که نداریم اسمشو Y میزاریم:

$$V_{av(11-12)} = \frac{Y - 2X_1}{1}$$

حالا باید با نوشتن فرمول سرعت متوسط برای سه ثانیه اول و ۶ ثانیه دوم مقدر $Y - 2X_1$ را یکجوری پیدا کنیم

$$V_{av(0-3)} = \frac{X_1 - X_0}{3} \quad 4 = \frac{X_1 - X_0}{3}$$

$$\rightarrow X_0 = X_1 + 12$$

$$V_{av(6-12)} = \frac{Y - 2X_0}{6} \quad 13 = \frac{Y - 2X_0}{6} \rightarrow Y - 2X_0 = 78 \rightarrow Y - 2(X_1 + 12) = 78 \rightarrow Y - 2X_1 = 54$$

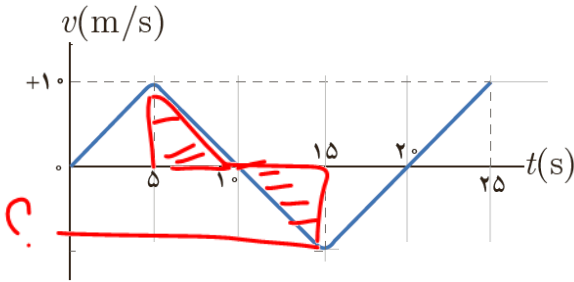


تست ۶: با توجه به نمودار روبرو که مربوط به متحرکی است که روی محور Xها در حال حرکت

است سرعت متوسط و تندی متوسط در ۱۵ ثانیه اول حرکت

به ترتیب از راست به چپ برابرست با ؟

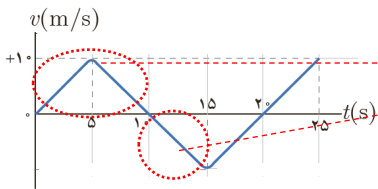
۱,۶- و ۵ و ۵/۱۶ و ۰ و ۶/۶ هیچکدام



دقت کنید که ۱۵ ثانیه کجاست!!! و اشتباها برای کل زمان ۲۵ سوال را حل نکنید

مساحت = 50

مساحت = 25



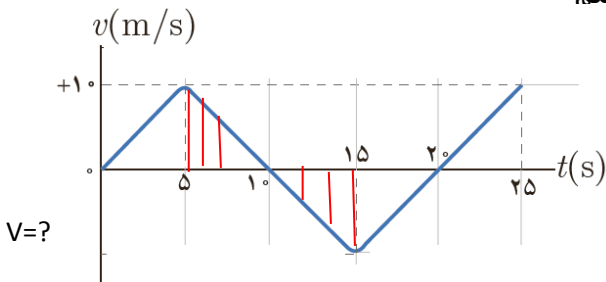
$$\text{تندی} = \frac{50 + 25}{15} = 5$$

$$\text{سرعت} = \frac{50 - 25}{15} = 1.6$$

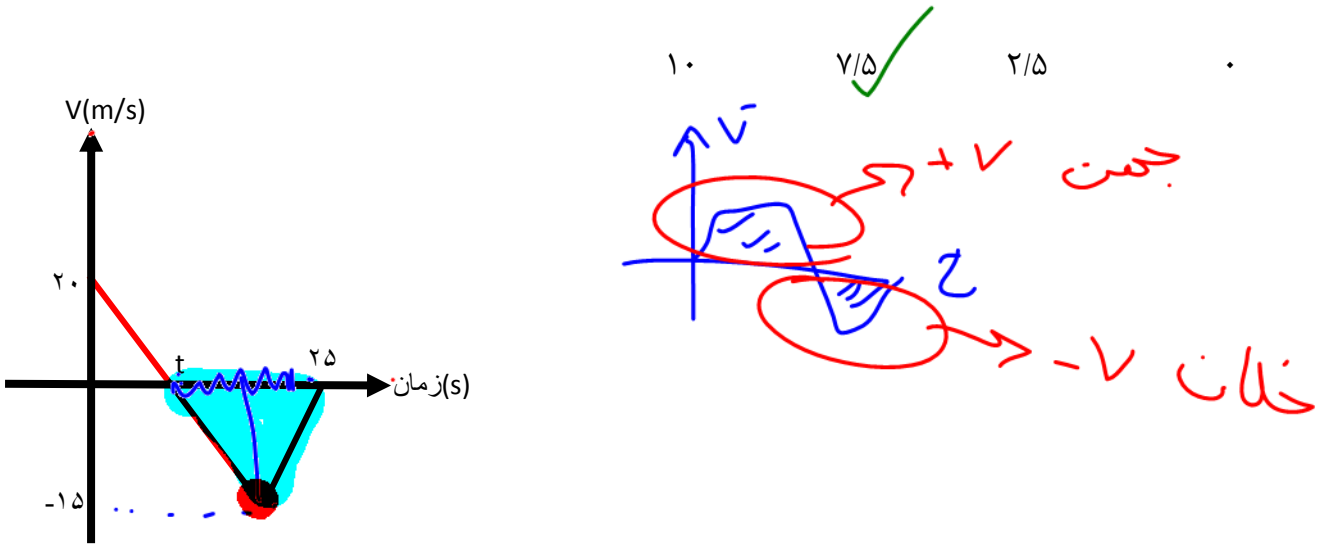
دقت شود که در سوال بالا ما مقدار V در زیر نمودار را نداشته

اما به کمک تشابه ذو مثلث مقدار آنرا محاسبه کردیم

$$\frac{10-5}{10} = \frac{15-10}{V_?} \rightarrow V_? = 10$$

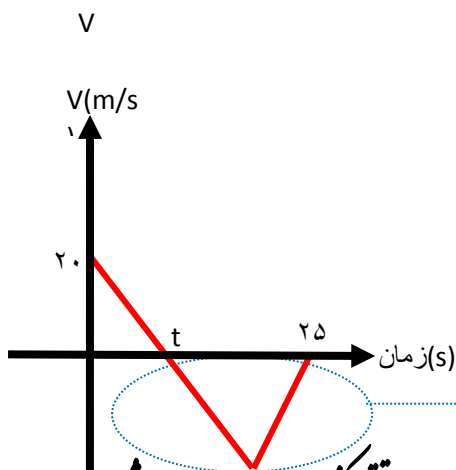


تست: نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور Xها حرکت میکند، مطابق شکل روبروست. بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی که حرکت متحرک در خلاف جهت محور Xهاست، چند متر بر ثانیه است؟



توی نمودار $v-t$ هر کجا نمودار زیر محور t باشه متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کنه

یعنی سرعت متوسط اینجا رو خواسته



همچنین میدونیم که در نمودار $v-t$ برای پیدا کردن سرعت متوسط باید مساحت زیر نمودار رو به زمان تقسیم کنیم یعنی مساحت اون مثلث رو به زمان تقسیم کنیم:

$$v = \frac{\text{مساحت}}{\text{زمان}} = \frac{(25-t) \times 15}{2(25-t)} = 7/5$$

راه تستی سوال بالا: اگر نمودار $v-t$ درجه ۱ و ناحیه مورد نظر مثلثی برای پیدا کردن سرعت متوسط کافیه اندازه v نوک مثلث رو تقسیم بر ۲ بکنی!! مثلاً در سوال بالا ۱۵ رو به ۲ تقسیم کن!!!



$$x' = 6t - 6 \quad 6(2) - 6 = 9$$

تست: معادله مکان-زمان متحرکی بصورت $x = 3t^2 - 6t + 10$ است، تندی و سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول

تقریبا به ترتیب از راست به چپ برابرست با.....

$$v_{av} = \frac{55 - 10}{5 - 0} = 9$$

$t = 0 \Rightarrow x_1 = 10$ ۱۱ و ۱۱ ۱۱ و ۹ ۱۰ و ۹ ۹ و ۹
 $t = 5 \Rightarrow x = 55$

$\frac{-b}{2a}$ = راس سهمی توی اینجور سوال ها بهترین کار اینه که تابع داده شده رو رسم کنیم برای این کار امیدوارم



بدونی که در تابع درجه ۲ به فرم کلی $x = at^2 + bt + c$ اگر a منفی باشد نمودار به صورت

میشه و گر a مثبت باشه به صورت همیشه!

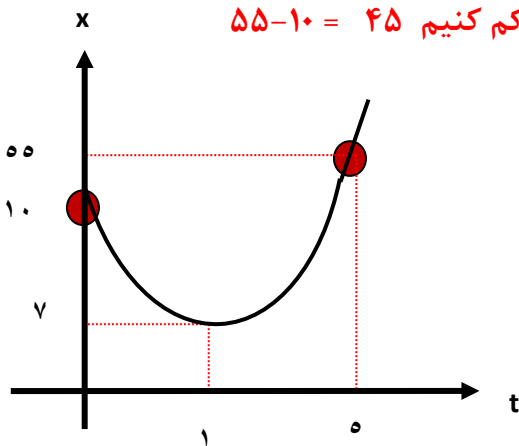
همینطور برای پیدا کردن راس سهمی (نقاط \max یا \min) میتونیم از فرمول

استفاده کنیم پس داریم:

$$\text{راس سهمی} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \times 3} = 1 \rightarrow x_{(1)} = 7$$

بنابراین راس این سهمی نقطه ۷ و ۱ میباشد پس:

برای پیدا کردن جا به جایی باید x نامویه و اولیه را از هم کم کنیم $55 - 10 = 45$



ولی برای پیدا کردن مسافت باید تکه تکه مسیر را باهم

$$\text{جمع کنیم } 3 + 48 = 51$$

حالا که جا به جایی و مسافت رو پیدا کردیم پس اگر اونها را

به زمان تقسیم کنیم، سرعت و تندی محاسبه میشه!

$$\text{تندی متوسط} = \frac{51}{5} = 10.2 \quad \text{و} \quad \text{سرعت متوسط} = \frac{45}{5} = 9$$



تندی و سرعت لحظه‌ای: در قسمت قبل نحوه محاسبه سرعت و تندی متوسط رو یاد گرفتیم حالا بریم سراغ لحظه‌ای ها!!!!

اگر از معادله x یکبار مشتق بگیریم به معادله سرعت لحظه‌ای میرسیم ولی اگر همین کار رو درحالی انجام بدیم که تابع رو داخل قدرمطلق گذاشته باشیم در اینصورت تندی لحظه‌ای به دست میاد

$$\text{مشتق از } x = V_{\text{لحظه‌ای}}$$

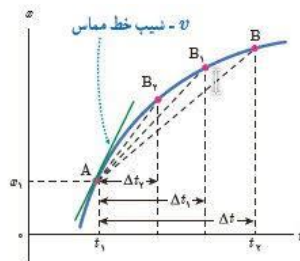
$$\text{مشتق از } |x| = S_{\text{لحظه‌ای}}$$

همچنین اگر نمودار مکان-زمان یک متحرک را داشته باشیم شیب خط مماس در هر لحظه همون سرعت لحظه‌ای رو به ما میده ولی اگر همون عدد رو داخل قدر مطلق بزاریم به ما تندی لحظه‌ای رو

میدهد

$$V_{\text{لحظه‌ای}} = \text{شیب خط مماس} = \tan \alpha$$

$$S_{\text{لحظه‌ای}} = |\text{شیب خط مماس}| = |\tan \alpha|$$



تست : معادله مکان-زمان متحرکی بصورت $x = 3t^2 - 6t + 10$ است، سرعت لحظه‌ای و تندی در لحظه $t=0.5$ ترتیب از راست به چپ برابرست با.....

$$+3 \text{ و } +3 \quad +3 \text{ و } -3 \quad -3 \text{ و } -3 \quad +3 \text{ و } +6$$

$$V_{\text{لحظه‌ای}} = \text{مشتق از ایکس} = 6t - 6 = 6(0.5) - 6 = -3$$

$$S_{\text{لحظه‌ای}} = |\text{مشتق از ایکس}| = |6t - 6| = |6(0.5) - 6| = |-3| = +3$$

نحوه تشخیص علامت سرعت و تندی در نمودار ها:

علامت سرعت در نمودار مکان زمان: هر جا شیب + باشه علامت سرعت مثبت هست و هر جا شیب - باشه علامت

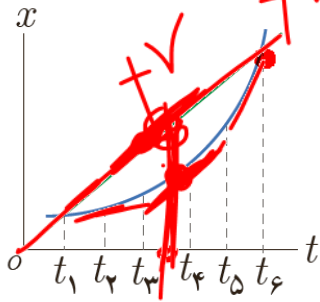
سرعت منفی هست همچنین هر چه شیب نمودار تیزتر باشه مقدار سرعت و تندی بیشتر است

علامت سرعت در نمودار سرعت زمان: هر جا نمودار بالای محور زمان باشه علامت سرعت مثبت هست و هر جا

نمودار زیر محور زمان باشه سرعت منفی هست

علامت تندی: تندی همواره مثبت است

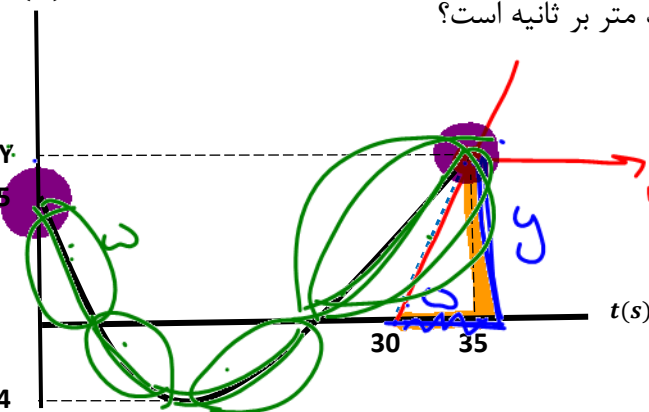




تست: شکل زیر نمودار مکان زمان دو خودرو را نشان می دهد که در جهت محور x در حرکت اند کدام گزینه صحیح است؟
 سرعت متوسط هر دو متحرک یکسان همچنین تندی های لحظه ای نیز در تمام لحظات در هر دو متحرک یکسان است
 سرعت متوسط هر دو متحرک از t_1 تا t_6 یکسان ولی سرعت لحظه ای به جز در یک نقطه در سایر نقاط متفاوت است
 سرعت در هر دو نمودار منفی و تندی مثبت است
 هر سه گزینه صحیح است

پاسخ: گزینه ۲

تست: نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند و خط مماس بر نمودار در لحظه ۳۵ ثانیه، مطابق شکل مقابل است. اگر تندی متحرک در لحظه $t = 35s$ برابر $8/64 \frac{km}{h}$ باشد. تندی متوسط متحرک در سی و پنج ثانیه اول حرکت تقریباً چند متر بر ثانیه است؟



$v_{لحظه} = \tan \alpha$
 $2.4 = \frac{y}{35-30}$

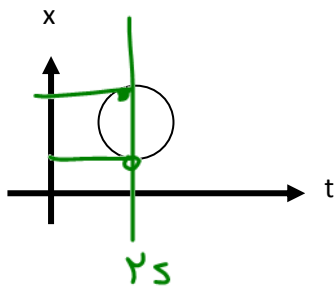
- (۱) ۰/۴۵
- (۲) ۳/۲۵
- (۳) ۰/۷۱
- (۴) ۹/۸۱

$$S_{av} = \frac{5 + 4 + 4 + 12}{35}$$

ابتدا تندی را به واحد اصلی تبدیل میکنیم $8.64 \div 3.6 = 2.4$
 حالا میدونیم که تانژانت خط مماس همون تندی در لحظه ۳۵ است پس داریم:
 $\tan \alpha = s_{لحظه} \quad 2.4 = \frac{y}{35-30} \rightarrow y = 12$
 $S_{av} = \frac{5 + 4 + 4 + 12}{35} = 0.71$



ع



تست:

نمودار مکان زمان در کدام گزینه متعلق به نمودار زیر است؟

حرکت دایره‌ای شتاب ثابت

حرکت دایره‌ای شتاب متغیر

حرکت شتاب دار با شتاب ثابت

هیچ کدام



چنین نمودار مکان زمانی وجود خارجی ندارد! زیرا هر خط موازی محور قایم نمودار را در دو نقطه قطع میکند و این یعنی متحرک در یک زمان مشخص همزمان در دو جا حضور داشته!!

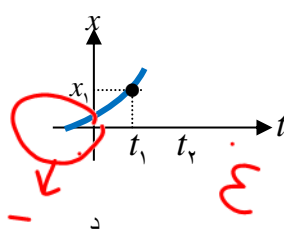
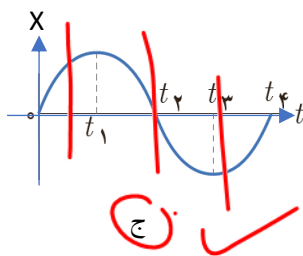
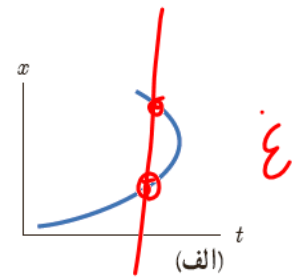
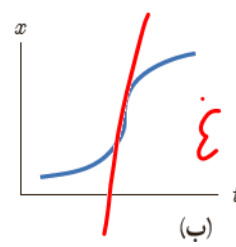
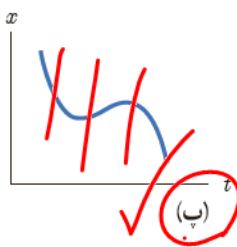
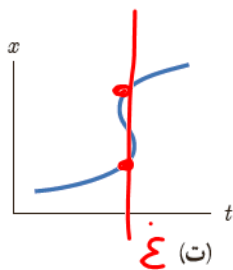
تست: چند مورد از نمودارهای مکان زمان شکل زیر می تواند نشان دهنده نمودار $x-t$ یک متحرک باشد؟

صفر مورد

۲ مورد

۴ مورد

۶ مورد



ب و ت و د غلط هستند و فقط دو مورد صحیح هستند

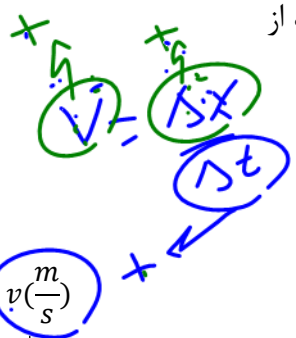
علت غلط بودن ب: شیب ر وسط بینهایت شده یعنی سرعت بینهایت شده و بی معنی است

علت غلط بودن ت: به ازای یک زمان دو مکان مختلف وجود دارد

علت غلط بودن د: در بخشی از نمودار زمان منفی است و زمان نمیتواند منفی باشد



تست: متحرکی روی محور x ها از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می کند. چند مورد از نمودارهای سرعت - مکان زیر می تواند مربوط به این متحرک باشد؟ (آزمون کانون قلمچی)

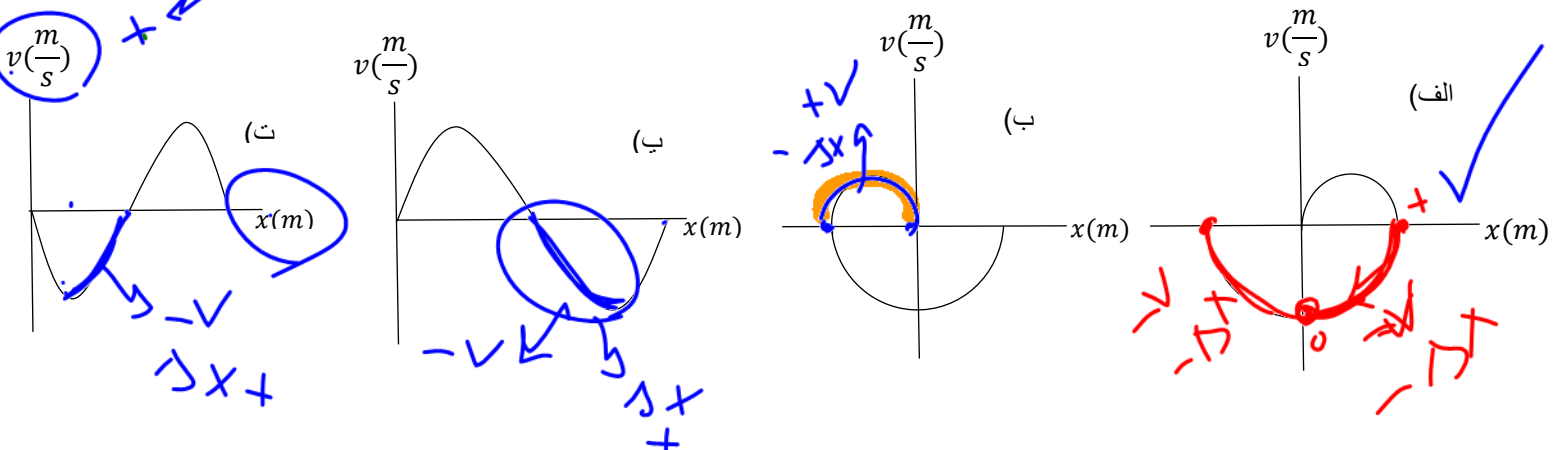


$v = \frac{dx}{dt}$ مورد ۴ (۴)

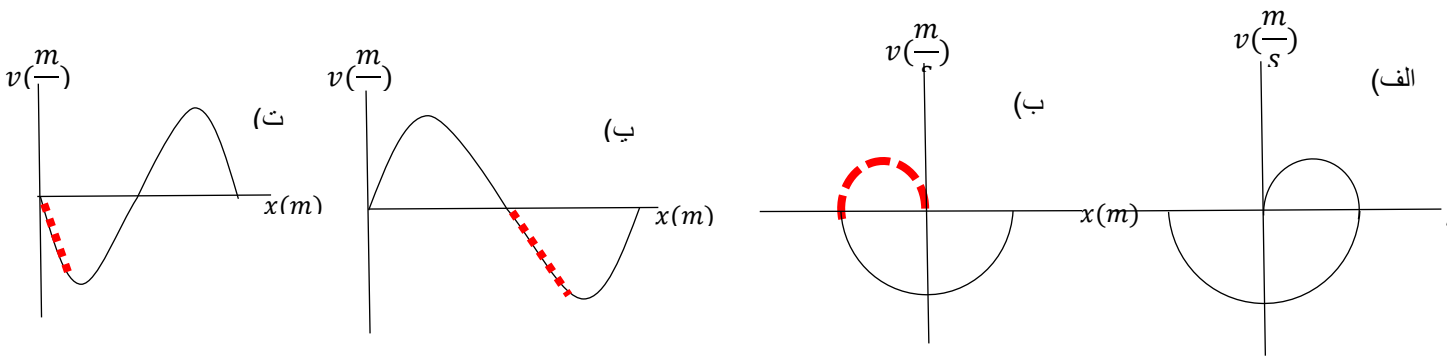
مورد ۳ (۳)

مورد ۲ (۲)

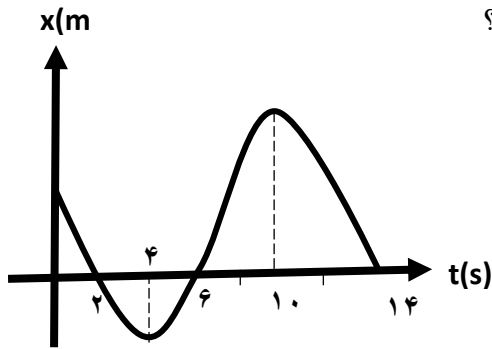
مورد ۱ (۱)



دقت کنید که این نمودارها سرعت زمان هستند! و نه مکان زمان! در این نمودارها حواستان باشد که هر جا که v مثبت باشد باید دلتا ایکس هم مثبت باشد و فقط گزینه ۱ این موضوع رعایت شده است (جاهایی که در شکل زیر هایلایت کردم علامت سرعت و جابجایی قرینه هم هست که باعث میشه گزینه غلط بشه)



تست: نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است، در ۱۳ ثانیه اول حرکت مدت زمانی که بردار مکان و بردار سرعت متحرک با یکدیگر هم جهت هستند چند برابر مدت زمانی است که بردار سرعت متحرک در خلاف جهت محور ها و اندازه آن در حال کاهش است؟



1/5 (۱)

3 (۲)

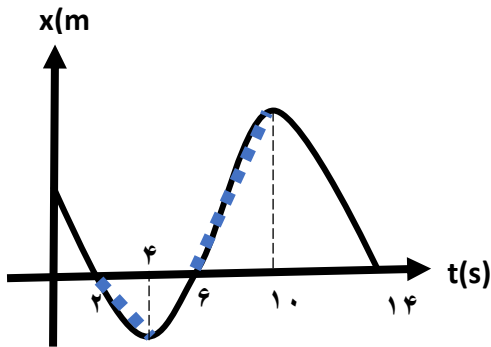
$\frac{1}{5}$ (۳)

5 (۴)

یادآوری: هر جا شیب + باشد سرعت + هست و بردار مکان هم بالای محور ایکس ها + و زیر محور ایکس ها منفی است

حل بخش اول: بردار مکان و بردار سرعت متحرک با یکدیگر هم جهت هستند یعنی هر دو باهم مثبت باشند یا هر دو منفی که بین ۲ تا ۴ ثانیه هر دو منفی و بین ۶ تا ۱۰ ثانیه هر دو مثبت هستند (پس مجموعاً همیشه

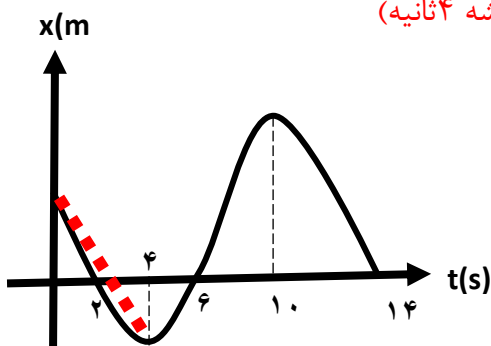
۶ ثانیه)



حل بخش دوم: بردار سرعت متحرک خلاف جهت محور ایکس ها باشد یعنی منفی باشد یعنی شیب منفی باشد که میشود بین ۰ تا ۴ ثانیه و ۱۰ تا ۱۴ ثانیه، اما یک شرط دیگه رو هم گفته و گفته که سرعت در

حال کاهش باشد پس فقط ۰ تا ۴ ثانیه رو باید بپذیریم (پس مجموعاً همیشه ۴ ثانیه)

و نهایتاً جواب میشود شش تقسیم بر ۴ یعنی عدد یک و نیم



۰-۴۳۱۰۰

۰-۱۵۳۱۰۰

بخش ۲: نکات شتاب



شتاب متوسط: عبارت است از تغییرات سرعت در واحد زمان

$$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} (m/s^2)$$



سوال؟ وقتی میگویند شتاب BMW از شتاب پراید بیشتره، یعنی چی؟

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

ببینید چه بلا حروید ای که عرضه داشت باشه، سریعتر سرعش

رو عوض کنه میگویم شتاب بیشتری داره!!!

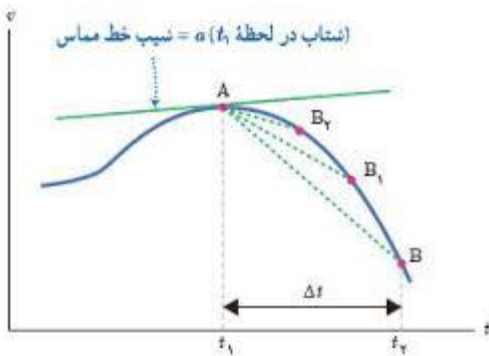


مثلا BMW پراید هر دو از صفر به سرعت ۱۰۰ میرن

اما BMW مدت زمان ۴ ثانیه پراید مدت ۱۵ ثانیه!!!

نکته: در نمودار سرعت زمان، شیب نمودار نشان دهنده شتاب است. هرچه شیب تند و تیزتر باشد،

شتاب نیز بیشتر است. مثلا در شکل زیر شتاب AB₁ از شتاب AB₂ بیشتر است



$a = \tan \alpha$ شتاب

البته توجه داشته باشید که اگر شیب را بین دو نقطه از نمودار رسم کنیم، نشانگر شتاب

متوسط است اما اگر شیب را مماس بر یک نقطه رسم کنیم، نشانگر شتاب لحظه‌ای است

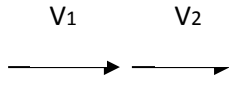
نکته: در نمودار سرعت زمان اگر گودی به پایین باشد شتاب منفی و اگر گودی به بالا باشد شتاب

مثبت است

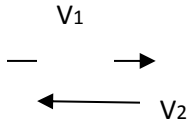


تذکره ۱: دقت شود که شتاب کمیتی است برداری یعنی برای محاسبه ΔV نباید V ها را مستقیم از هم کم

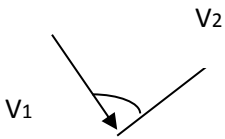
کرد!!! بلکه از فرمول های زیر باید استفاده کنیم:



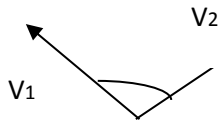
$$|\Delta V| = |V_2 - V_1|$$



$$|\Delta V| = |V_2| + |V_1|$$



$$|\Delta V| = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos \alpha}$$



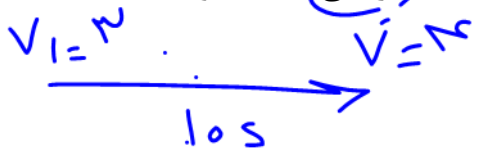
$$|\Delta V| = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos \alpha}$$



تست: اتومبیلی A در مسیر مستقیم و افقی حرکت می کند و در مدت زمان ۱۰ ثانیه سرعتش از ۳ به ۴

میرسد ولی اتومبیل B در مسیر مستقیم و افقی حرکت می کند با تندی ۴ به دیوار قائمی برخورد میکند و

در همان راستا ولی خلاف جهت با سرعت ۳ باز می گردد و زمان برخورد ۰/۱ ثانیه است. **بزرگی** شتاب متوسط



دو اتومبیل از چپ به راست عبارتست از ... ؟

- ۰/۱ و ۰/۷ ۰/۱ و ۰/۱ ۱۰ و ۰/۱ ۷۰ و ۰/۱

$$A \text{ شتاب متوسط} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\text{زمان}} = \frac{4 - 3}{10} = 0/1$$



$$B \text{ شتاب متوسط} = \frac{|\Delta V|}{\Delta t} = \frac{v_2 + v_1}{\text{زمان}} = \frac{4 + 3}{0.1} = 70$$



تست: متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 10s$ برابر با $-10\vec{i}$ و در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_3 = 20s$ برابر با $-4\vec{i}$ است. بزرگی شتاب متوسط آن در ۱۰ ثانیه دوم حرکت اش، چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (تمامی واحدها در SI هستند).

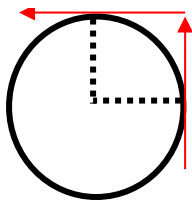
$$\begin{aligned}
 & \text{۴ (۴)} \qquad \qquad \qquad \text{۳ (۳)} \qquad \qquad \qquad \text{۲ (۲)} \qquad \qquad \qquad \text{۱ (۱)} \\
 & a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -10 = \frac{V_{10} - V_0}{10} \qquad , \qquad -4 = \frac{V_{20} - V_0}{20} \rightarrow V_{20} - V_{10} = 20 \\
 & a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{V_{20} - V_{10}}{20 - 10} = 2
 \end{aligned}$$

تست: مطابق شکل جسمی روی یک مسیر دایره ای در مدت زمان ۱۰ ثانیه از نقطه A به B میروند، شتاب

متوسط وی چند متر بر مجذور ثانیه میشود؟

- 0/5 0/1 0/3 0/7

$V_B=4 \quad t_B=12$



$V_A=3 \quad t_A=2$

خواست باشه برای محاسبه ΔV از فرمول سوم صفحه ی قبل بیدبری

اگر سوتی بدی!!!! و ΔV رو مستقیم از هم کم کنی به جواب غلط و دام آموزشی توی گزینه ۳ میوفتی!!!

$$\text{شتاب متوسط} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos \alpha}}{\Delta t} = \frac{|\Delta V| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 90}}{10}$$

$$\text{شتاب متوسط} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{5}{10} = 0/5$$



تند
کند

تند
کند

تحلیل نمودارها

نکته ۱: مثبت یا منفی بودن سرعت یعنی چه؟

اگر سرعت مثبت باشد یعنی متحرک در جهت محور x ها حرکت میکند و اگر سرعت منفی باشد

یعنی متحرک در خلاف جهت محور x ها حرکت میکند.

نکته ۲: تند یا کند بودن حرکت یعنی چه؟

اگر اندازه سرعت یک متحرک زیاد شود میگوییم تند شونده است و اگر اندازه سرعت یک متحرک کم شود میگوییم حرکت کند شونده است

برای تشخیص تند یا کند بودن حرکت میتونیم شتاب را در سرعت ضرب کنیم، اگر حاصل ضرب آنها عددی + شد میگوییم حرکت تند شونده و اگر عددی منفی شد میگوییم حرکت کند شونده است.

- ۱- تند شونده $av \rightarrow + \leftarrow$
 - ۲- سرعت ثابت روی خط راست (یکنواخت) $a = 0$
 - ۳- کندشونده $av \rightarrow - \leftarrow$
- یک متحرک ۳ نوع حرکت می تواند داشته باشد.

تند شونده: اگر شتاب و سرعت در حرکتی هم علامت باشند، حرکت تند شونده خواهد بود. یعنی اگر در حرکتی سرعت از نظر اندازه گذشت زمان افزایش می یابد، در این صورت حرکت تند شونده خواهد بود: $av > 0$ (اگر اندازه ی سرعت متحرک افزایش یابد حرکت تند شونده نامیده می

شود. بردار سرعت و بردار شتاب هم جهت می باشند. $(a > 0, v > 0)$ یا $(a < 0, v < 0) \rightarrow av > 0$

(حرکت تند شونده)

کند شونده: اگر شتاب و سرعت در حرکتی مختلف علامه باشند، حرکت کند شونده خواهد بود، یعنی اگر در حرکتی سرعت از نظر اندازه با گذشت زمان کاهش یابد، حرکت کند شونده خواهد بود. $av < 0$ (اگر اندازه ی سرعت متحرک کاهش یابد حرکت کندشونده نامیده می شود. بردار

سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم می باشند. $(a > 0, v < 0)$ یا $(a < 0, v > 0) \rightarrow av < 0$

(حرکت کندشونده است)

سرعت ثابت (یکنواخت): اگر در حرکتی شتاب صفر باشد، در آن حرکت، سرعت ثابت خواهد بود یعنی اگر در حرکتی با گذشت زمان سرعت متحرک

ثابت بماند حرکت را سرعت ثابت می نامیم. $av = 0$

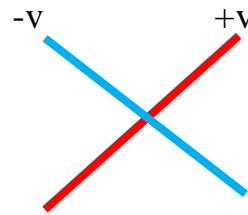
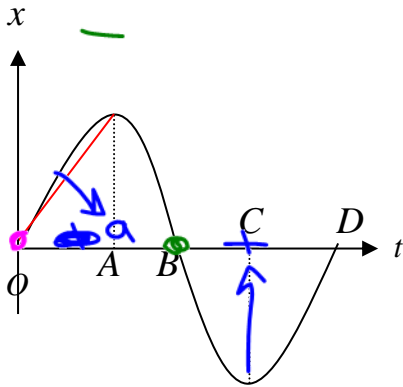


نحوه یافتن نوع حرکت از روی نمودار x-t



در نمودار مکان زمان، علامت سرعت رو چه جوری متوجه بشیم؟

در نمودار x-t باید شیب نمودار را رسم کنیم اگر یک خط به صورت / شد، سرعت مثبت است و اگر یک خط به صورت \ شد سرعت منفی است



علامت شتاب رو در نمودار مکان زمان چه جوری پیدا کنیم؟ باید به جهت کودی منحنی نگاه کنیم:

اگر کودی به بالا باشد: شتاب + است

اگر کودی به پایین باشد: شتاب - است

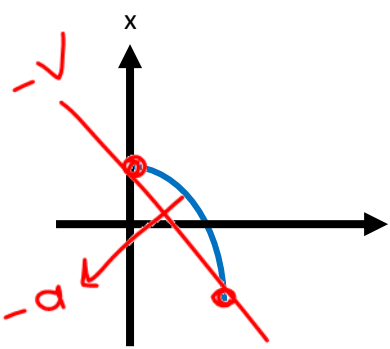
در نمودار مکان زمان تند یا کند رو از کجا متوجه بشیم؟

- حالات مختلف حرکت یک متحرک:
- ۱- تند شونده $av \rightarrow + \leftarrow$
 - ۲- سرعت ثابت روی خط راست (یکنواخت) $a = 0$
 - ۳- کند شونده $av \rightarrow - \leftarrow$
- یک متحرک ۳ نوع حرکت می تواند داشته باشد



~~-v~~ ~~+v~~

تست: نمودار مکان - زمان شکل روبه رو می تواند معرف حرکت کدام متحرک باشد؟ (تمرین کتاب درسی)



با توجه به شیب میتوان فهمید که سرعت منفی است و یعنی متحرک خلاف جهت محور ایکس ها حرکت میکند، و چون گودی منحنی رو به پایین است بنابراین شتاب نیز منفی است و جهت آن باید برعکس محور ایکس ها باشد پس گزینه ۳ درست است

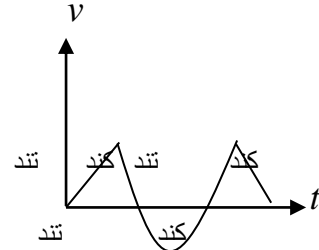
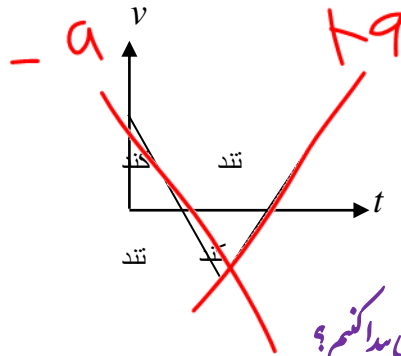
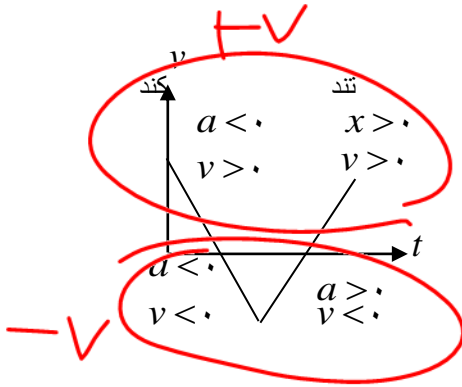


بخش ۶: نحوه یافتن نوع حرکت از روی نمودار v-t



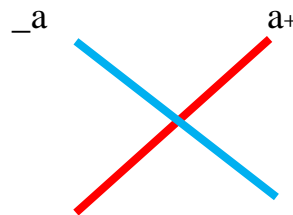
در نمودار سرعت زمان، علامت سرعت رو چه جوری متوجه بشیم؟

هر کجا که نمودار بالای محور tها باشد: سرعت + است و هر کجا که نمودار زیر محور tها باشد: سرعت - است



در نمودار سرعت زمان علامت شتاب رو چه جوری پیدا کنیم؟

در نمودار v-t باید شیب نمودار را رسم کنیم اگر یک خط به صورت / شد، شتاب مثبت است و اگر یک خط به صورت \ شد شتاب منفی است



در نمودار سرعت زمان تنیدانگه رو از کجا بفهمیم؟ هم از روی av می‌توانیم بفهمیم و هم از راه تندی زیر:

نکته: در نمودار v-t اگر نمودار در حال نزدیک شدن به محور t می باشد، نوع حرکت کندشونده است و اگر در حال دور شدن از مبدأ باشد، نوع حرکت تندشونده است یا از همان روش av استفاده کنیم

- حالات مختلف حرکت یک متحرک:
- ۱- تند شونده $av \rightarrow + \leftarrow$
 - ۲- سرعت ثابت روی خط راست (یکنواخت) $a = 0$
 - ۳- کندشونده $av \rightarrow - \leftarrow$
- یک متحرک ۳ نوع حرکت می تواند داشته باشد.

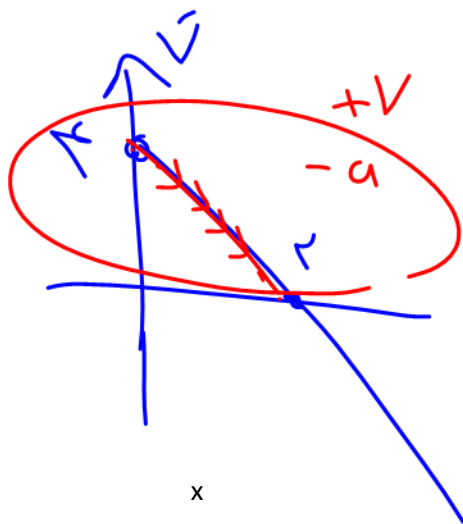


~~a~~ $+a$

تست: معادله ی مکانی متحرکی در SI به صورت $x = -t^2 + 4t - 3$ است. حرکت آن از $t = 0$ تا $t = 2s$ چگونه است؟



$$v = -2t + 4$$



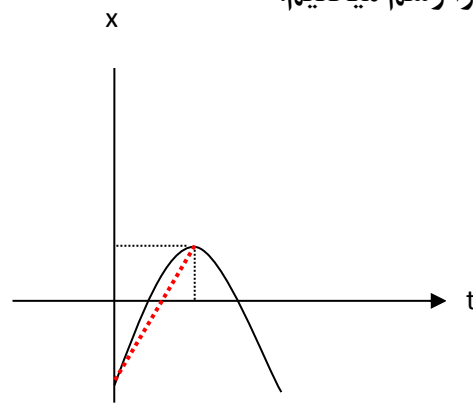
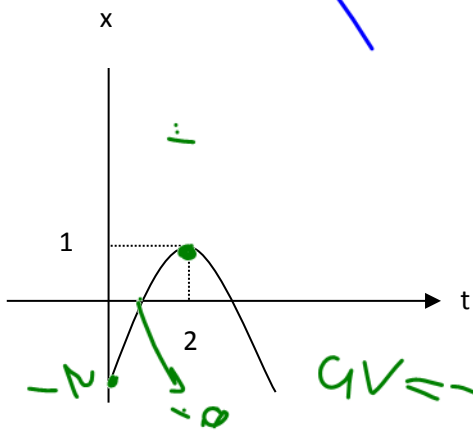
۱- شتاب - و سرعت + و حرکت کند شونده و در جهت محور X ها

۲- شتاب - و سرعت - و حرکت تند شونده در خلاف جهت محور X ها

۳- شتاب + و سرعت + و حرکت تند شونده در جهت محور X ها

۴- شتاب + و سرعت - و حرکت کند شونده در خلاف جهت محور X ها

ابتدا تابع را رسم میکنیم:

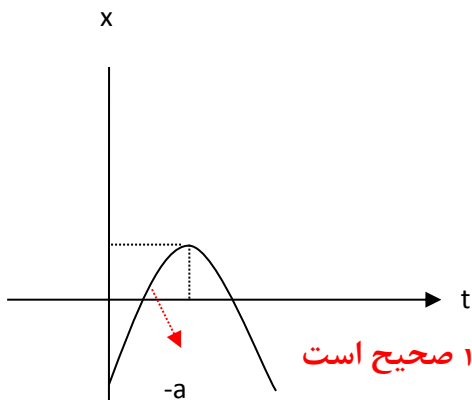


در نمودار X-t باید شیب نمودار را رسم کنیم اگر یک خط به صورت \swarrow شد، سرعت مثبت است و اگر یک

خط به صورت \searrow شد سرعت منفی است

پس همانطور که میبینیم شیب + است یعنی سرعت + است و یعنی متحرک در جهت محور X ها

حرکت میکند.



همینطور چون کودی برپایین است: شتاب- است

در مجموع چون $a \neq -$ است پس حرکت کند شونده است گزینه ۱ صحیح است

(اگر از ریاضیات مشتق را بلد باشید این سوال راه ساده تری نیز دارد!!!!)



تست: معادله ی مکان متحرکی که روی محور X حرکت می کند در SI به صورت $x = -5t^2 + 16t + 12$



است در مورد جهت حرکت و نوع آن کدام مطلب درست است؟

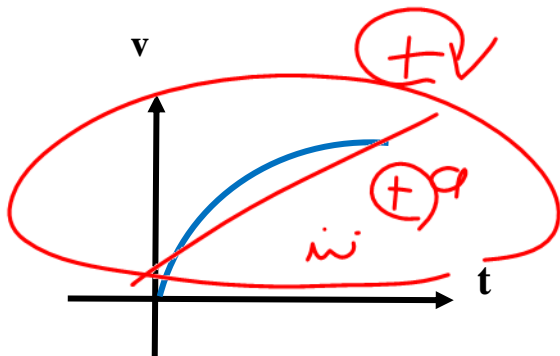
۱- همواره در جهت محور و کندشونده ۲- ابتدا در جهت محور و کندشونده

۳- ابتدا در خلاف جهت محور و کندشونده ۴- همواره در خلاف جهت محور و کند شونده

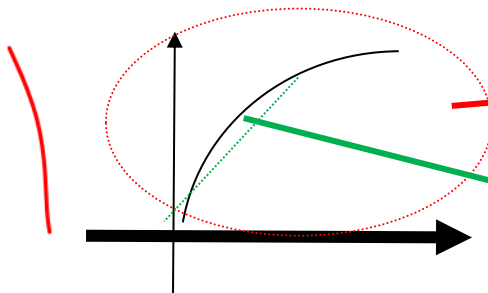
پاسخ: (راهنمایی: همانند سوال قبلی تابع X را رسم کنید و تند یا کند را از روی آن مشخص کنید (یا اگر از ریاضیات مشتق را بلد هستید نمودار v-t را رسم کنید و با آن سوال را حل کنید) (پاسخ گزینه ۲)



تست: با توجه به شکل های مقابل در شکل الف نوع حرکت در لحظات آغازین کدامست؟



- ۱- تند شونده با شتاب ثابت سرعت + و شتاب +
- ۲- تند شونده با شتاب متغیر سرعت + و شتاب + ✓
- ۳- کندشونده با شتاب ثابت سرعت + و شتاب -
- ۴- کند شونده با شتاب متغیر سرعت + و شتاب -



چون تابع بالای محور t قرار دارد علامت سرعت + است

چون شیب به صورت ... است شتاب نیز + است

در نمودار v-t اگر نمودار در حال نزدیک شدن به محور t می باشد، نوع حرکت کند شونده است و اگر در

حال دور شدن از مبدأ باشد، نوع حرکت تندشونده است پس در اینجا حرکت تند است

و چون تابع بالای محور t قرار دارد علامت سرعت + است و چون شیب به صورت ... است شتاب

نیز + است. و چون نمودار سرعت زمان منحنی است پس حرکت شتاب متغیر است بنابراین: **گزینه ۲**



تست: متحرکی از حالت سکون به حرکت در میآید اگر سرعت متوسط در t ثانیه اول ۴ متر بر ثانیه و در t ثانیه دوم ۶ متر بر ثانیه و در t ثانیه سوم نیز ۶ متر بر ثانیه باشد و شتاب در هر مرحله ثابت باشد، نوع حرکت از شروع حرکت به ترتیب از راست به چپ؟

تند کند تند تند تند یکنواخت تند یکنواخت یکنواخت تند کند یکنواخت

دقت کنید که طراح سوال ، سرعت متوسط را به ما داده و نه لحظه ای!!! و تند و کند را از روی سرعت متوسط نمیتوانیم اندازه گیری کنیم پس ابتدا باید سرعت لحظه ای را در آغاز و پایان هر مرحله پیدا کنیم تا بتوانیم قضاوت کنیم:

همچنین یادتان باشد که سرعت متوسط در حرکتهای شتاب ثابت از رابطه $v_{\text{متوسط}} = \frac{v_{\text{تانیه اولیه}} + v}{2}$ حساب میشود

$$v_{\text{متوسط}} = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow 4 = \frac{0 + v_2}{2} \rightarrow v_2 = 8$$

$$v_{\text{متوسط}} = \frac{v_2 + v_3}{2} \rightarrow 6 = \frac{8 + v_3}{2} \rightarrow v_3 = 4$$

$$v_{\text{متوسط}} = \frac{v_3 + v_4}{2} \rightarrow 6 = \frac{4 + v_4}{2} \rightarrow v_4 = 8$$

پس همانطور که میبینید، سرعت لحظه ای در آغاز صفر بوده سپس به ۸ و سپس به ۴ و سپس مجدد به ۸ رسیده!!! پس حرکت تند-کند-تند بوده!!!
اگر تند یا کند را اشتباهها بر اساس سرعت متوسط مقایسه میکردید احتمالا به پاسخ غلط گزینه ۲ یا ۳ میرسیدید !!!!!!!!!!!!!



بخش ۷: تغییر جهت متحرک در حرکت روی خط راست



شروط تغییر جهت

۱- سرعت در آن نقطه صفر شود. $v = 0$

(حرکت روی خط راست)

۲- سرعت در آن نقطه تغییر علامت بدهد. $v \rightarrow -v$

نکته:

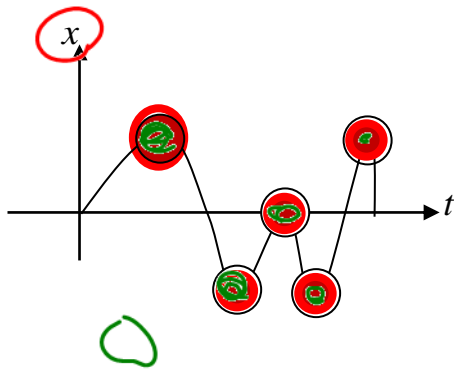
در نمودار $x-t$ در تمام نقاط اکسترمم نسبی (U یا \cap) تغییر جهت می دهیم.

در نمودار $v-t$ ر نقاطی که نمودار محور t را قطع کرده و از آن عبور کرده باشد تغییر جهت داریم.

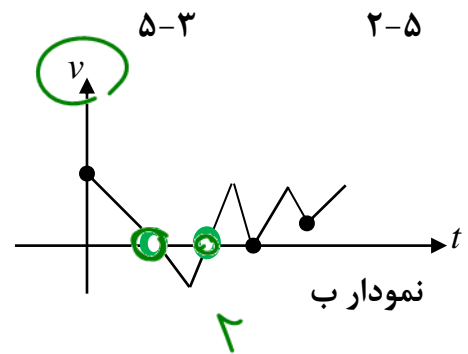
تست: با توجه به نمودارهای شکل زیر (مربوط به حرکت روی خط راست) تعداد تغییر جهت در



نمودار الف و ب به ترتیب از راست به چپ برابرست با....



نمودار الف



نمودار ب

در نمودار الف ($x-t$) در تمام نقاط اکسترمم نسبی (U یا \cap) تغییر جهت می دهیم. پس با

توجه به شکل بالا در نقاط قرمز تغییر جهت داریم یعنی ۵ بار

در نمودار ب ($v-t$) در نقاطی که نمودار محور t را قطع کرده و از آن عبور کرده باشد تغییر جهت

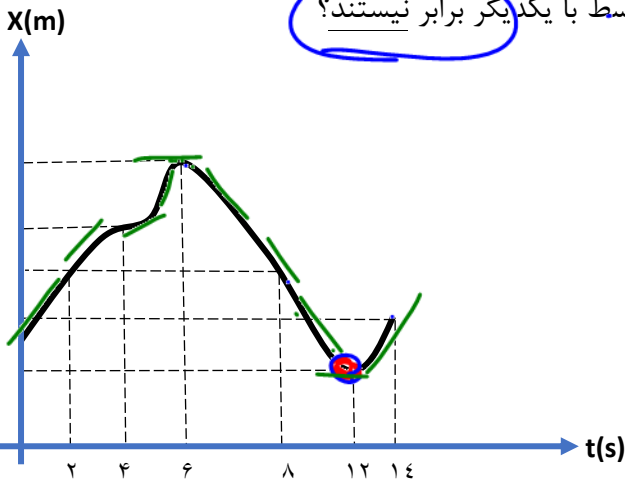
داریم. پس با توجه به شکل بالا ۲ بار این اتفاق رخ داده است

گزینه ۱



تست: نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در کدام

یک از بازه های زمانی زیر، تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر نیستند؟



$0 \leq t \leq 6s$ (۱)

$6s \leq t \leq 10s$ (۲)

$4s \leq t \leq 8s$ (۳) ✓

(۴) در تمام لحظات سرعت و تندی متوسط برابرند

اگر بازه ای شامل تغییر جهت باشد در این صورت جابه جایی و مسافتش یکی نیست و همینطور

سرعت و تندی متوسط نیز یکی نیست. با توجه به نمودار چون در لحظات ۶ ثانیه و ۱۲ ثانیه

تغییر جهت داریم بنابراین هر بازه ای که شامل این زمانها باشد، سرعت و تندی متوسط یکی

نیست. اگر دقت کنید مشاهده میکنید که در گزینه ۳ این اتفاق رخ داده (جواب گزینه ۳)

تست: معادله مکان زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 20t + 36$ است به ترتیب از

راست به چپ در ۱۸ ثانیه اول حرکت چندبار جهت حرکت متحرک و جهت بردار مکان تغییر

میکند؟

۱ بار - ۲ بار

۲ بار - ۱ بار

۲ بار - ۲ بار

۱ بار - ۱ بار ✓

پاسخ: تغییر جهت متحرک در جایی است که سرعت صفر شود و علامت آن عوض شود که:

مشتق گیری $v = 2t - 20 = 0 \quad t = 10$

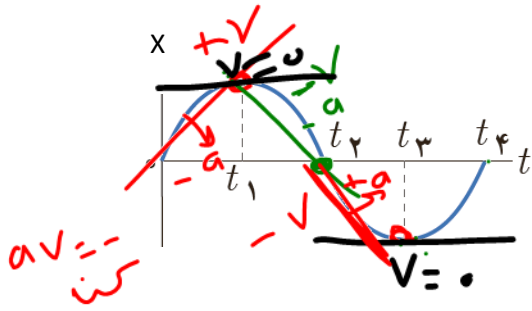
ولی جهت بردار مکان جایی عوض میشود که x صفر شود و علامت آن نیز عوض شود:

$x = t^2 - 20t + 36 = 0 \quad t = 2 \quad t = 18$

خب پس دوبار هم x صفر میشود اما چون طراح گفته تا ۱۸ ثانیه پس خود ۱۸ ثانیه را نمیتوانیم بپذیریم



تست: نمودار مکان زمان متحرکی مطابق شکل روبروست. چند مورد از موارد زیر صحیح است؟



یک مورد

دو مورد

پنج مورد

شش مورد

الف: متحرک در لحظه t_1 و t_3 تغییر جهت می‌دهد ✓

ب: بردار مکان متحرک در t_2 تغییر جهت داده است ✓

ج: از $t=0$ تا t_1 شتاب منفی و سرعت مثبت و حرکت کند شونده است ✓

د: از t_1 تا t_2 متحرک در خلاف جهت محور x ها ولی تند شونده حرکت کرده است ✓

و: سرعت متحرک در t_1 و t_3 صفر است ✓

ه: از t_2 تا t_3 شتاب در جهت محور x ها ولی سرعت در خلاف جهت محور x ها است ✓

$-v$ $+a$

بررسی الف: درست است همانطور که قبلا گفتم در نمودار $x-t$ در تمام نقاط اکسترمم نسبی (U یا

∩) متحرک تغییر جهت می‌دهید

بررسی ب: اینو با بالایی اشتباه نکنی ها!!! تغییر جهت متحرک با تغییر جهت بردار مکان فرق

داره!! بردار مکان در جاهایی تغییر جهت می‌ده که متحرک از مبدا مکان عبور کرده با شه پس این

گزینه هم درسته

بررسی ج: با توجه به شیب و جهت تقعر منحنی در این بازه، این گزینه هم صحیح است

بررسی د: با توجه به شیب و جهت تقعر منحنی در این بازه، این گزینه هم صحیح است

بررسی و: در نمودار $x-t$ در نقاط max و min که شیب صفر هست سرعت هم صفر هست پس

اینم درسته

بررسی ه: در جهت محور x یعنی همون مثبت بودن و در خلافش یعنی منفی بودن با توجه به

شیب و جهت تقعر منحنی در این بازه، این گزینه هم صحیح است (جواب گزینه ۴)

تست ۲: در شکل زیر نمودار سرعت- زمان سه متحرک نشان داده شده است.





$v=0$ ✓
علامت
v منفی

تست: معادله حرکت متحرکی به صورت $x = (t - 5)^3$ و معادله سرعت آن

است مسیر حرکت آن به شکل $v = 3(t - 5)^2$ و متحرک.....

(۱) منحنی - در $t=5$ تغییر جهت میدهد (۲) منحنی - در $t=5$ تغییر جهت نمی دهد

(۳) خط راست - هیچگاه تغییر جهت نمی دهد (۴) خط راست - در $t=5$ تغییر جهت میدهد

$t=4$
+ ۳

$t=5$
↓
 $v=0$

$t=6$
↓
+ ۳

ابتدا تغییر جهت را کنترل میکنیم:

$v = 3(t - 5)^2 = 0 \rightarrow t = 5$ برای این کار سرعت را برابر صفر قرار میدهیم و مشاهده میکنیم که

سرعت در لحظه $t = 5$ صفر میشود اما چون توان تابع سرعت عددی زوج است بنابراین علامت

سرعت همواره + است یعنی اگرچه سرعت در ۵ ثانیه صفر میشود ولی چون شرط دوم محقق

نشده و علامت سرعت عوض نشده پس این لحظه را به عنوان تغییر جهت نمیپذیریم!!!!

پس چون تغییر جهت نداریم، حال باید بین گزینه ۲ و ۳ یکی را انتخاب کنیم و جواب گزینه ۳ است!!!! یعنی مسیر حرکت خط راست است!!!!

آقا اجازه؟ مگه تابع x درجه ۳ نیست؟؟؟

چرا هست، ولی دقت کنید که ما دو اصطلاح مشابه داریم و شما نباید آنها را با هم اشتباه کنید!!!

اگر در سوال از ما میپرسیدند که:

نمودار مکان زمان چگونه است؟ میگفتیم منحنی (چون تابع درجه ۳ است)

ولی در اینجا مسیر حرکت در دنیای واقعی را از ما پرسیده اند و چون تابع ما فقط x دارد (و y یا

z ندارد!!) پس حرکت روی خط راست روی محور x ها انجام می شود



بخش ۳: انواع حرکت (روی خط راست)



حالت اول: حرکت با سرعت ثابت

در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است معادله چنین

$$X = vt + X_0$$

بنابراین نمودار مکان زمان آن درجه ۱ است



حالت دوم: حرکت با شتاب ثابت

هر گاه شتاب متحرکی در لحظه های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت

مینامیم. (یعنی سرعت منظم کم یا زیاد شود)

در حرکت با شتاب ثابت نمودار مکان زمان بصورت منحنی درجه ۲ است و فرمول های آن مطابق

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2} t \quad V = at + V_0 \quad V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x \quad \Delta x = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t$$

از کجا بفهمیم در مسایل و تست ها از کدام فرمول باید استفاده کنیم؟؟

بچه ها به فرمول های صفحه بعد نگاه کنید

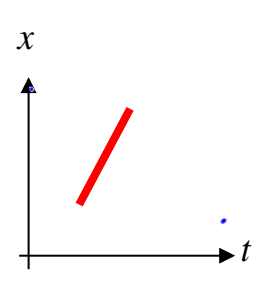
اگر توی سوال به ما گفتند حرکت **سرعت ثابت** است از فرمول بالای صفحه بعد یاد استفاده کنیم ولی اگر گفتند حرکت **شتاب ثابت** است از چهارتا

فرمول وسط صفحه بعد استفاده کنیم!! راستی یاد باشه!! قیافه نمودار رو هم باید حفظ باشی! مثلاً اگر نمودار مکان زمانی دیدی که سهمی درجه ۲ بود باید دونی

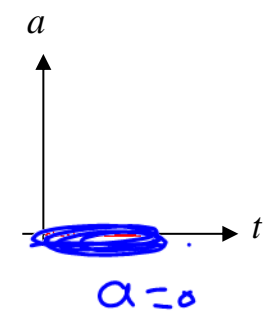
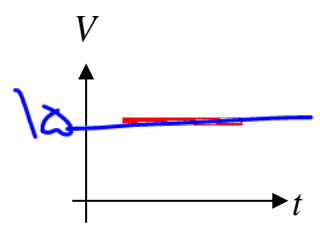
که از فرمول های شتاب ثابت یاد ببری!!!



$a=0$
 حرکت با سرعت ثابت
 روی خط راست (یک نواخت)
 (جن دارم)
 تناسب هم بستیم



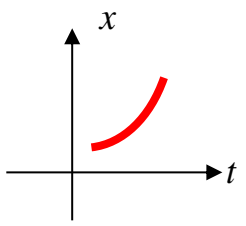
$$\Delta x = Vt$$



$a=0$
 $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0}{\Delta t} = 0$

انتخاب فرمول در مسائل این فصل با توجه به نوع حرکت

حرکت شتابدار با شتاب ثابت

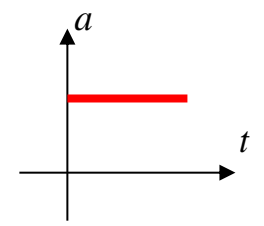
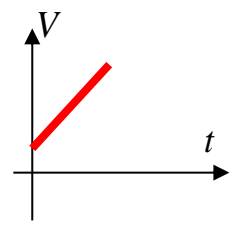


$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$$

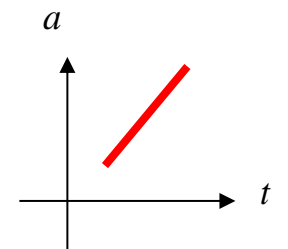
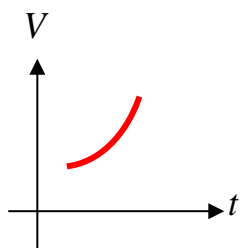
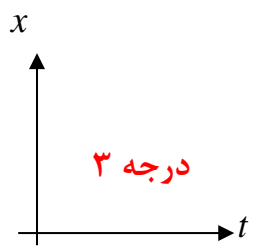
$$V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x$$

$$V = at + V_0$$

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2}t$$



حرکت شتابدار با شتاب متغیر



تمرین ۱: دوچرخه سواری فاصله ی ۹۰ کیلومتری مستقیم بین دو شهر را در مدت $4/5$ ساعت می پیماید.

وی با **سرعت ثابت** ۲۴ کیلومتر در ساعت رکاب می زند. اما برای رفع خستگی توقفهایی هم

دارد. مدت کل توقف او چند دقیقه است؟

$$\Delta x = vt \rightarrow 90 = 24t \rightarrow t = \frac{90}{24} = 3.75 \text{ ساعت}$$

چون **سرعت ثابت** است طبق نکات صفحه قبل باید از فرمول $\Delta x = Vt$ بریم!

درواقع اگر ۹۰ کیلومتر با سرعت ۲۴ بره توی ۳.۷۵ ساعت به مقصد میرسه. حالا اگر نخواهیم بدو نیم چه قدر توی راه توقف کرده باید زمان کل رواد

$$3.75 \text{ کم کنیم پس داریم: } 4/5 - 3/75 = 0.75$$

که اگر به دقیقه تبدیل کنیم میشه ۴۵ دقیقه

تمرین ۲: سرعت متحرکی در مکان $x = 3m$ برابر با $5 \frac{m}{s}$ است. اگر **شتاب** حرکت مقدار **ثابت** $1/1$ متر

بر مجذور ثانیه باشد، در چه مکانی بر حسب متر، سرعت متحرک $6 \frac{m}{s}$ است؟

چون حرکت شتابدار هست پس از فرمول های وسط صفحه قبل باید بریم یعنی از یکی از اینها

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0.t \quad V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x \quad V = at + V_0 \quad \Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2}t$$

$$V_2^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$$

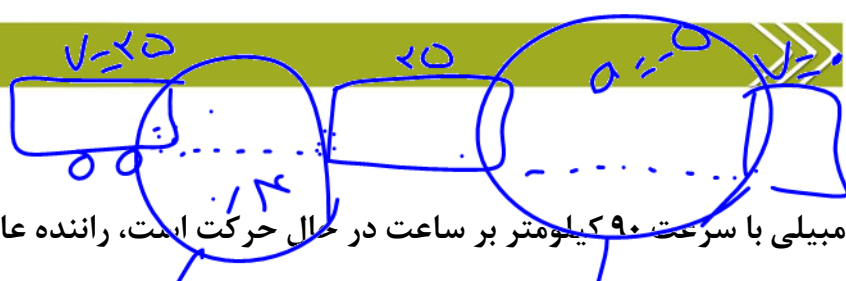
$$6^2 - 5^2 = 2(1/1)(x_2 - 3)$$

حالا که کشتی کدومش نموده؟

آفرین پسرم آفرین دخترم چون توی سوال زمان رون داده و نه خواسته از ما پس ما هم باید از فرمولی بریم که توش **t** نداشته باشه!!!! یعنی $V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x$

$$6^2 - 5^2 = 2(1.1)(x_2 - 3) \rightarrow x = 8$$





تست: اتومبیلی با سرعت ۹۰ کیلومتر بر ساعت در حال حرکت است، راننده عابری را در ۸۰ متری



خود میبیند و با زمان عکس العمل ۰/۴ ثانیه ترمز میکند اگر شتاب ترمز ماشین ثابت و به اندازه ۵

$$\Delta x = vt$$

متر بر مجذور باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اتومبیل هفده و نیم متر قبل از عابر متوقف می شود (۲) اتومبیل دقیقاً جلوی پای عابر متوقف میشود

(۳) اتومبیل هفت و نیم متر قبل از عابر متوقف می شود (۴) به عابر برخورد میکند و عابر به فنا میرود!!!

ابتدا ۹۰ کیلومتر بر ساعت را بر عدد ۳/۶ تقسیم می کنیم میبینیم که سرعت ماشین ۲۵ متر بر ثانیه شود

ماتوی این سوال باید جابه جایی ماشین را محاسبه کنیم و عدد به دست آمده را با ۸۰ متر (فاصله فرد تا ماشین) مقایسه کنیم

نقطه ماشین دو مرحله جابه جایی دارد یک مرحله مربوط به زمانی است که راننده جابر را میبیند و تا از خود واکنش نشان دهد طول کشیده یعنی:

$$\Delta x = vt = 25 \times 0.4 = 10$$

و یک مرحله هم از زمانی که ترمز میکند تا باید جابه جایی را محاسبه کنیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0 - 25^2 = 2(-5)\Delta x \rightarrow \Delta x = 62/5$$

حالا روی هم چه قدر ماشین جلورفته تا متوقف بشه؟؟؟ آفرین! $62/5 + 10 = 72/5$

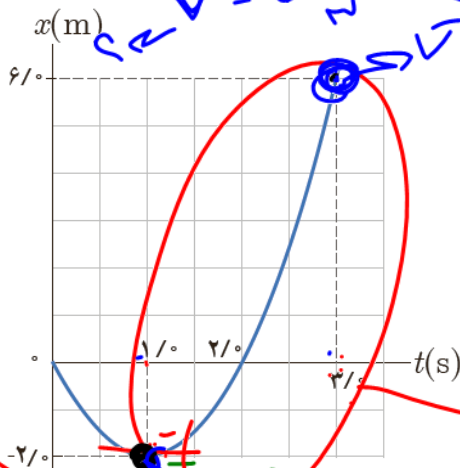
جابر در فاصله ۸۰ متری ماشین قرار دارد و ماشین بعد از ۷۲/۵ متر متوقف میشه. پس ماشین ۷/۵ متر قبل از جابر می ایستد!

راه تستی برای سوال بالا: $\Delta X_{\text{توقف}} = v \text{ واکنش } t + \left| \frac{v_0^2}{2a} \right|$

$$\Delta X_{\text{توقف}} = 25 \times 0.4 + \left| \frac{25^2}{2 \times 5} \right| = 72.5$$



تست: شکل زیر نمودار مکان زمان متحرکی را نشان می دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است.



سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در بازه ی زمانی صفر تا ۳s چند متر بر ثانیه و سرعت در لحظه $t=3$ و شتاب در لحظه ۳ ثانیه به ترتیب از راست به چپ برابرست با؟

- ۴و۴ و ۲و۳/۳ ۲و۸ و ۲و۲ ۴و۲ و ۳/۳و۲ ۴و۸ و ۳/۳ و ۲

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$1 = \frac{1}{2}a(3)^2 + 0$$

$$a = \frac{2}{9}$$

$$V_{av} = \frac{6-0}{3-0} = 2$$

$$s_{av} = \frac{2+2+6}{3-0} = 3.3$$

$$v = at + v_0$$

$$v = 1(2) + 0 = 1$$

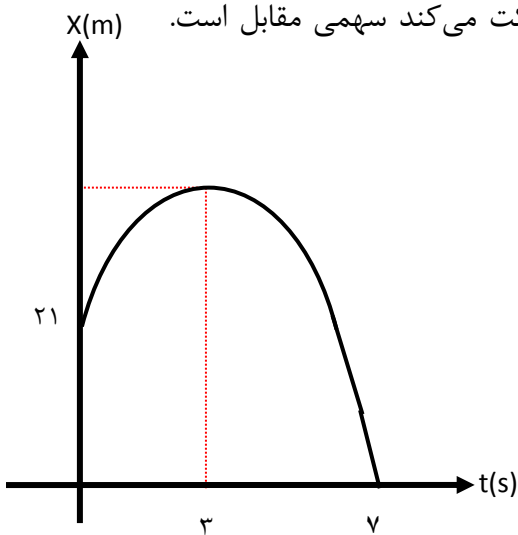
$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$1^2 - 0 = 2(a)(1) \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Delta x_{0 \rightarrow 1} = \frac{1}{2}at^2 \quad a = 4 \quad v = at = 4 \times 2 = 8$$



تست: نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می کند سهمی مقابل است. مسافت طی شده توسط متحرک در ۶ ثانیه اول حرکت چند متر است؟



۷۵ (۱)

۸۴ (۲)

۵۴ (۳)

۹۶ (۴)

پاسخ: در چنین نمودارهایی، سعی کنید چند معادله بنویسید. این متحرک در مدت ۷ ثانیه مسافت ۲۱- متر پیموده معادله اول

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t \rightarrow -21 = \frac{1}{2} a(49) + 7 V_0$$

و این متحرک در مدت ۳ ثانیه سرعتش صفر شده است. معادله دوم

$$V = at + V_0 \rightarrow 0 = 3a + V_0 \rightarrow V_0 = -3a$$

معادله ۱ و ۲

$$-21 = \frac{49}{2} a - 21 a \rightarrow a = -6, V_0 = +18$$

حالا کافی است مسافت در ۳ ثانیه را به دست آورید و در عدد ۲ ضرب کنیم تا مسافت طی شده در ۶ ثانیه به دست آید.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} (-6)9 + 18 \times 3 = +27$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 27 \times 2 = +54 \text{ m}$$

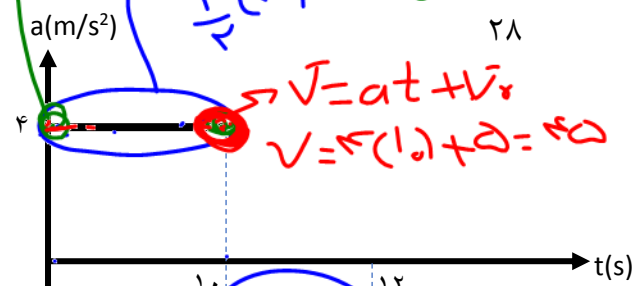
(گزینه ۳ صحیح است)



$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t$ (250)

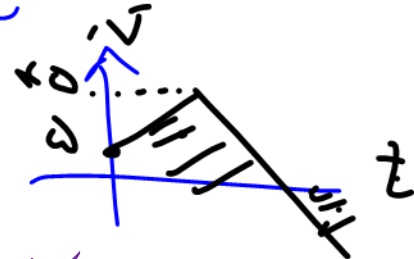
تست: نمودار شتاب-زمان متحرکی که سرعتش در ابتدا زمان ۵+ متر بر ثانیه است، مطابق شکل

روبروست. سرعت متوسط وی در این ۱۲ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟



$v = at + v_0$
 $v = 4(10) + 5 = 45$

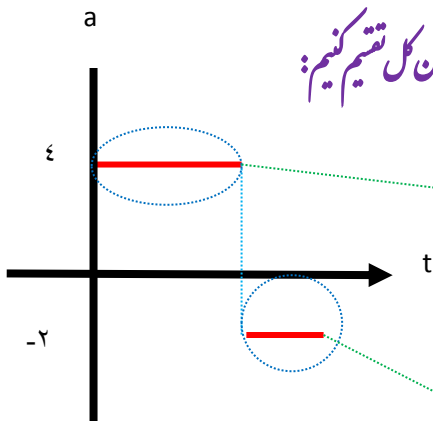
$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{250 + 86}{12 - 0} = 28$



$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t$
 $\frac{1}{2}(-2)(2)^2 + 45(2) = 86$

این سوال چندتا روش داره! به راهش اینه که نمودار $v-t$ رو رسم کنیم بعدش سوال قبلی مساحت زیر نمودار رو به زمان تقسیم کنیم (ثناخودت این راه رو امتحان کن!)

اما به راه دیگه اینه که جابجایی رو از فرمول $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 \cdot t$ برای هر مرحله پیدا کنیم و بعد به زمان کل تقسیم کنیم:



$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 \cdot t$

$\Delta x = \frac{1}{2}(4)10^2 + 5(10) = 250$

$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 \cdot t$

$\Delta x = \frac{1}{2}(-2)2^2 + 45(2) = 86$

متوسط = $\frac{\text{جابجایی کل}}{\text{زمان}} = \frac{250 + 86}{12} = 28$

$v = at + v_0 = 4(10) + 5 = 45$

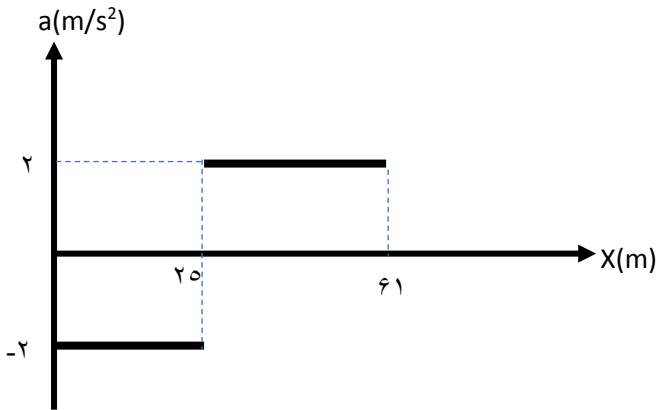
اگه گفتی ۴۵ از کجا اومد؟؟؟؟؟؟ چرا به جای سرعت اولیه ۴۵ نوشتیم؟

(سرعت در پایان مرحله اول ، حکم سرعت اولیه در مرحله دوم رو داره!!!!!!)



تست: نمودار شتاب - مکان متحرکی مطابق شکل مقابل است اگر در $t = 0$ از مبدأ با سرعت 10m/s عبور کند سرعت آن در مکان $x = 61$ چند m/s است؟

- ۱) ۲۲
۲) ۱۲
۳) ۸
۴) ۶



پاسخ: دقت کنید که این نمودار شتاب زمان نیست!!!

برای حل این تست‌ها، اطلاعات داخل نمودار را بیرون کشیده و از روابط حرکت شتاب ثابت مسئله را حل کنید.

ابتدا شتاب 2 m/s^2 است و مسافت 25m را طی می‌کرده

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$$

$$V^2 - 100 = 2 \times (-2) \times 25 \rightarrow V^2 = 0 \rightarrow V = 0$$

سرعت نهایی، وقتی متحرک 25m را پیموده برابر سرعت اولیه قسمت بعدی است

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$$

$$V^2 - 0^2 = 2 \times 2 \times (61 - 25)$$

$$V^2 = 144 \rightarrow V = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(گزینه ۲ صحیح است)



تست: مطابق شکل روبرو دو متحرک هم زمان از نقاط A و B با سرعت های ثابت، به سمت یکدیگر حرکت میکنند و در نقطه C به هم میرسند، در ادامه پس از 40 ثانیه متحرک اول از نقطه B به C می رسد، چند ثانیه طول می کشد تا متحرک دوم از C به A برسد؟

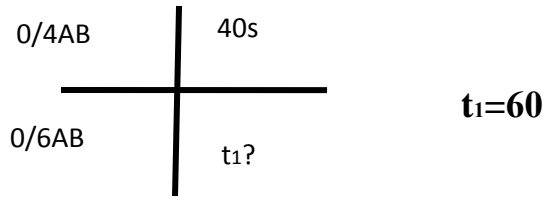
معلومات کافی نیست (90)

40	t_1
90	$t_2 = ?$

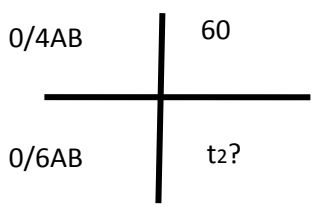
$$\frac{40}{90} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{90}{40} \times 40 = 90$$

(یاد تون باشه در حرکت سرعت ثابت میتونیم تناسب بنویسیم!!)

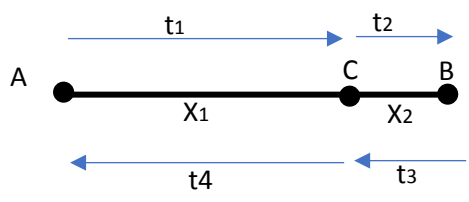
متحرک اول وقتی 1/4 مسیر رو در 40 ثانیه میره پس 1/6 مسیر رو در 60 میره



اما متحرک دوم چون 1/4 مسیر رو در 60 ثانیه میره پس 1/6 مسیر رو در 90 ثانیه میره



راه تستی تر برای سوال بالا:



$$t_4 = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 \times t_2$$

$$t_4 = \left(\frac{0.6}{0.4}\right)^2 \times 40 = 90s$$

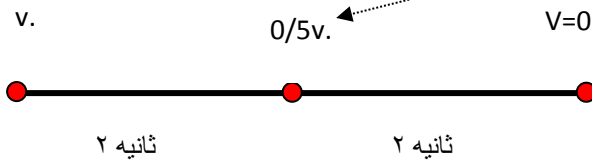


تست: جسمی با سرعت اولیه V_0 و با شتاب ثابت a در مسیری مستقیم حرکت میکند و پس از ۴ ثانیه متوقف می شود اگر جابه جایی در ۲ ثانیه اول x_1 و در بقیه مسیر x_2 باشد در این صورت x_2 تقریباً چند برابر x_1 است؟

۱ ۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۳۳

حرکت شتاب ثابت، نقطه وسط مسیر (از لحاظ زمانی) برابر با معدل سرعت اول و آخر مسیر است! بنابراین سرعت در وسط برابر همیشه با :

$$V_{\text{وسط زمانی}} = \frac{v_{\text{اول}} + v_{\text{آخر}}}{2} = \frac{v_0 + 0}{2} = 0.5v_0$$



خب حالا باید فرمول $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} t$ رو یکبار برای ۲ ثانیه اول و یکبار هم برای ۲ ثانیه دوم بنویسیم و به هم تقسیم کنیم تا جواب سوال به دست بیاد

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\frac{v_1 + v_2}{2} t}{\frac{v_1 + v_2}{2} t} = \frac{\frac{0.5v_0 + 0}{2} t}{\frac{v_0 + 0.5v_0}{2} t} = \frac{0.5}{1.5} \approx 0/33$$



نکته تستی برای پیدا کردن جابه‌جایی در حرکت های شتاب ثابت:

$$\Delta X = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t \quad \text{اگر جابه‌جایی در } t \text{ ثانیه اول رابرسند از فرمول روبرو میرویم}$$

$$\Delta X = \frac{1}{2} a(2t - 1) + V_0 \quad \text{اگر جابه‌جایی در } t \text{ ثانیه } n \text{م رابرسند از فرمول روبرو میرویم}$$

$$\Delta X = \frac{1}{2} a(2n - 1)t^2 + V_0 t \quad \text{اگر جابه‌جایی در } t \text{ ثانیه } n \text{م رابرسند از فرمول روبرو میرویم}$$

مثال: متحرکی با شتاب ثابت ۲ متر بر مجذور ثانیه و با سرعت اولیه ۱۰ متر برثانیه روی خط راست حرکت کرده است،

الف: جابه‌جایی در ۵ ثانیه اول

$$\Delta X = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t = \frac{1}{2} 2(5)^2 + 10(5)$$

ب: جابه‌جایی در ثانیه‌ی پنجم

$$\Delta X = \frac{1}{2} a[(2t - 1)] + V_0 = \frac{1}{2} 2[(2(5) - 1)] + 10$$

ج: جابه‌جایی در ۷ ثانیه پنجم چندمتر میشود؟

$$\Delta X = \frac{1}{2} a(2n - 1)t^2 + V_0 t = \frac{1}{2} 2[(2(5) - 1)7^2] + 10(7)$$



تست: متحرکی با شتاب ثابت در ۳ ثانیه مسافت ۱۳/۵ متر و در ۳ ثانیه ی بعد، مسافت ۱۸ متر را طی می کند. شتاب حرکت آن چند متر بر ثانیه است؟



۰/۵ ۱ ۲ ۴

بچه این سوال رو دو جور میسه حل کرد!! راه اول اینه که فرمول $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v.t$ رو یکبار برای قسمت اول مسیره یکبار برای کل مسیره بنویسیم

و دستگاه دو معادله دو مجهول رو حل کنیم!!! ولی اینجا میخوایم به راه تنه توپ بست یادبدم!

راه دوم و راه تستی:

مثلاً $at^2 = \frac{\Delta x_n - \Delta x_m}{n - m}$ هر وقت توی سوال بگه یه متحرک در t ثانیه های متوالی مسافتی را طی کرده (مثلاً

بگه در t ثانیه m مسافت Δx_n و در t ثانیه m مسافت Δx_m رو طی کرده در این صورت از راه تستی زیر استفاده کنید :

در سوال بالا چون جابه جایی در ۳ ثانیه اول ۱۳/۵ و جابه جایی در ۳ ثانیه دوم ۱۸ متر است پس داریم:

$$a3^2 = \frac{18 - 13.5}{2 - 1} \rightarrow a = 0.5$$

تست: متحرکی با سرعت اولیه v_0 با شتاب ثابت حرکت می کند، اگر در ۲ ثانیه اول ۱۵ متر و در

۲ ثانیه سوم ۲۷ متر را طی کند، در این صورت شتاب حرکت چند واحد SI است؟

۱/۵ ۲/۵ ۳ ۵

مشابه سوال قبل عمل میکنیم:

$$at^2 = \frac{\Delta x_n - \Delta x_m}{n - m} \quad a2^2 = \frac{27 - 15}{3 - 1} \quad a = 1.5$$



آقا اجازه؟

اگر مثل دو تا سوال قبلی زمانها مشابه نبودند چیکار کنیم؟

هیچی باید دودستی بکوبیم توی سرمون! دیگه اون فرمول تستی قبلی جواب نمیده! و باید فرمول

جابه جایی در t ثانیه n ام را بنویسم $\Delta X = \frac{1}{2} a(2n - 1)t^2 + V_0 t$ و دستگاه دو معادله و دو

مجهول رو حل کنیم به تست زیر نگاه کنید تا بفهمید چی گفتم

تست: در یک حرکت با شتاب ثابت و در مسیر مستقیم، متحرک در پنج ثانیه دوم ۵۰ متر و در

۱۰ ثانیه هشتم ۲۰۰ متر را در یک جهت طی میکند، شتاب متحرک چند واحد SI می شود؟

۰/۱۵ ۳/۳ ۶۸/۹ ۶۷/۵

$$\Delta X = \frac{1}{2} a(2n - 1)t^2 + V_0 t = \frac{1}{2} a[(2(2) - 1)5^2] + V_0(5)$$

$$50 = \frac{1}{2} a(75) + V_0(5)$$

$$\Delta X = \frac{1}{2} a(2n - 1)t^2 + V_0 t = \frac{1}{2} a[(2(8) - 1)10^2] + V_0(10)$$

$$200 = \frac{1}{2} a(1500) + V_0(10)$$

حالا باید دستگاه رو حل کنیم

$$50 = \frac{1}{2} a(75) + V_0(5)$$

$$200 = \frac{1}{2} a(1500) + V_0(10)$$

کافی معادله بالایی رو در عدد ۲- ضرب کنیم و با معادله پائینی جمعش کنیم تا V_0 حذف بشه و در

اینصورت شتاب تقریباً ۰/۱۵ به دست میاد



بخش ۴: حرکت های دو متحرکه



بچه ها! تا الان حرکت یابی را بررسی می کردیم که فقط یک محرک وجود داشت! مثلاً ماشین یا یک دوچرخه سوار تنها حرکت می کرد

حالا میخواهیم بریم سراغ سوالی که توی اونها دو تا محرک و ماشین وجود داره!! مثلاً ما می گیم دو تا قطار بهمیگر رو تقیب میکنند یا دو تا ماشین به سمت بهمیگر

حرکت میکنند و قرار هست بهم برسند من این جور سوال دارم به درسه تقسیم میکنم:

حالت اول: اگر به ما بگویند که دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کرده اند و سپس در یک

نقطه مشترک به یکدیگر می رسند ما باید جا به جایی اونها رو با هم مساوی هم قرار بدهیم

$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$

حالت دوم: اگر دو متحرک از دو نقطه متفاوت و از فاصله d روبروی هم به سمت یکدیگر

حرکت کنند از فرمول زیر استفاده می کنیم:

$$d = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

حالت سوم: اگر دو متحرک از دو نقطه متفاوت و از فاصله d هردو به یک سمت حرکت کنند

از فرمول زیر استفاده می کنیم:

$$d = \Delta x_1 - \Delta x_2$$

نکته:

نکته: اگر حرکت از نوع سرعت ثابت بود به جای دلتا ایکس باید از فرمول $\Delta x = Vt$ بریم ولی اگر

حرکت شتابدار بود به جای دلتا ایکس باید از یکی از فرمول های زیر بریم

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V.t \quad V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x \quad \Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2}t$$





تست: دو متحرک همزمان و از یک نقطه و از حال سکون به ترتیب با شتابهای ثابت $\frac{9}{4}a$ و a شروع به حرکت مینمایند و با اختلاف زمانی ۴ ثانیه به مقصد میرسد، زمان حرکت اتومبیلی که زودتر میرسد چند ثانیه است؟

۴ ۸ ۱۲ ۱۶

چون از یک جا راه افتاده اند و یک مقصد مشترک هم میزنند پس از ممل اول باید بریم $\Delta x_1 = \Delta x_2$

همچنین چون گفته حرکت شتاب ثابت هست پس از فرمول $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ باید برویم:

$$\frac{1}{2}a(t+4)^2 = \frac{1}{2}(\frac{9}{4}a)t^2 \rightarrow t = 8 \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2$$

تست: اتومبیلی با سرعت ثابت $20m/s$ در حال حرکت است از ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب $2m/s^2$ شروع به حرکت از حال سکون می نماید. فاصله ی زمانی بین دو سبقت این دو اتومبیل چند ثانیه است؟

۱۸ (۱) ۱۶ (۲) ۲ (۳) ۲۰ (۴)

باید از فرمول دومی بریم! چون در تعقیب هم یک هستن $d = \Delta x_1 - \Delta x_2$

$$d = vt - \frac{1}{2}at^2 \quad 36 = 10t - t^2 \quad t = 18, t = 2 \quad \Delta t = 18 - 2 = 16$$



تست: دو قطار که در فاصله ۴۰ کیلومتری از هم قرار دارند، به ترتیب با سرعت‌های ۱۰ و ۷۰ کیلومتر بر ساعت روی مسیر مستقیم به طرف یکدیگر حرکت میکنند. و به صورت فرضی در فاصله بین آنها، پرنده‌ای با سرعت ثابت ۳۰ کیلومتر بر ساعت، مدام حرکت رفت و برگشتی انجام میدهد، تا لحظه رسیدن دو قطار به هم، پرنده چه مسافتی را بر حسب کیلومتر طی می‌کند؟

۱۵ (۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

یادتون باشه که پرنده تا محطه رسیدن دو قطار به هم وقت داره که پرواز کنه پس اول زمان رسیدن دو قطار به هم رو حساب میکنیم بعد فرمول سرعت ثابت

رو برای پرنده میونیم و به جای زمانش، زمان رسیدن دو قطار به هم رو میونیم

$$d = \Delta x_1 + \Delta x_2 \quad 40 = 10t + 70t \quad t = 0.5 \quad \Delta x_{\text{پرنده}} = v_{\text{پرنده}} \times t_{\text{پرنده}} = 15$$

تست: دو اتومبیل در یک مسیر مستقیم و در خلاف جهت یکدیگر در حال حرکتند، سرعت اولی ۲۰ و دومی ۳۰ متر بر ثانیه است. در لحظه‌ای که اتومبیل‌ها به ۲۵۰ متری هم میرسند، هر دو ترمز میکنند، اولی با شتاب ۲ متر بر مذور ثانیه سرعت خود را کم می‌کند. دومی حداقل با چه شتابی در SI سرعت خود را کم کند تا اتومبیل‌ها با هم تصادف نکنند؟

۲ ۳ ۴ ۵

حل :

$$d = \Delta x_1 + \Delta x_2 \rightarrow 250 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} + \frac{v_2^2 - v_2^2}{2a} \rightarrow a = 3$$



تست: قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت ۴۰ متر بر ثانیه در حال حرکت است. قطار B به طول ۲۲۵ متر روی ریل مجاور توقف کرده. به محض آنکه قطار A کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت ۲ متر بر مجذور ثانیه در همان جهت قطار A شروع به حرکت میکند و سرعت خود را به ۵۰ متر بر ثانیه میرساند و با همان سرعت حرکت خود را ادامه میدهد. قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته و کاملاً از کنار آن عبور میکند؟

۱۰۵ ۸۰ ۸۲/۵ ۵۷/۵

حل :

$$v = at + v_0 \rightarrow 50 = 2t \rightarrow t = 25 \rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta x_1 = 625$$

$$\Delta x_2 = vt \rightarrow \Delta x_2 = 40 \times 25 = 1000 \rightarrow \text{فاصله دو قطار} = 1000 - 625 = 375$$

$$d + l_1 + l_2 = vt - vt \rightarrow$$

$$375 + 200 + 225 = 50t - 40t \rightarrow t = 80$$

$$25 + 80 = 105$$

تست: موتور سوار ساکنی، توپی را با سرعت ۱۵ متر بر ثانیه در مسیری مستقیم پرتاب میکند، و همزمان با موتور خود با شتاب ثابت ۲ متر بر مجذور ثانیه به دنبال توپ شروع به حرکت میکند، اگر سرعت توپ در هر ثانیه ۱ متر بر ثانیه کم شود، موتور سوار پس از طی چند متر به توپ میرسد؟

۱۵۰ ۱۰۰ ۱۵ ۱۰

حل :

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \rightarrow \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t = \frac{1}{2}a_2t^2 + v_0t$$

$$\Delta x = 100$$

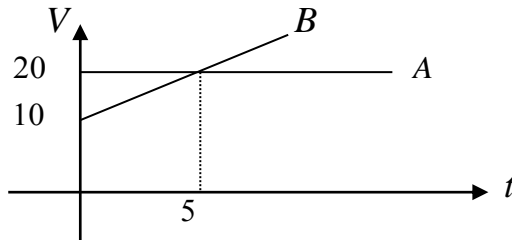
$$\rightarrow \frac{1}{2}t^2 + 15t = \frac{1}{2}2t^2 + 0 \rightarrow t = 10$$



تست: اگر دو متحرک A, B از یک نقطه، در یک لحظه شروع به حرکت می کنند. در لحظه به هم رسیدن

دو متحرک سرعت A چند برابر B می شود؟

۰/۶۶ ۰/۵ ۱ ۲



چون از یک جا راه افتاده اند و یک مقصد مشترک هم میرند پس از مدل اول باید برویم

$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{5 - 0} = 2$$

پس چون B حرکت شتاب ثابت هست پس از فرمول $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ باید برویم، و چون A سرعت ثابت است باید از

برویم: $\Delta x = Vt$

$$20t = \frac{1}{2}2t^2 + v_0t \rightarrow t = 10$$

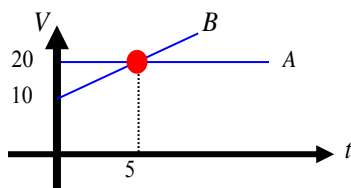
یعنی دو متحرک پس از ۱۰ ثانیه به هم میرسند!

حالا میخواهیم نسبت سرعت آنها را حساب کنیم. دقت کنید که متحرک A سرعت ثابت است یعنی

همیشه سرعتش همان ۲۰ است، فقط سرعت متحرک B را باید از فرمول $V=at+v_0$ محاسبه کنیم:

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{20}{at + v_0} = \frac{20}{2 \times 10 + 10} = \frac{20}{30}$$

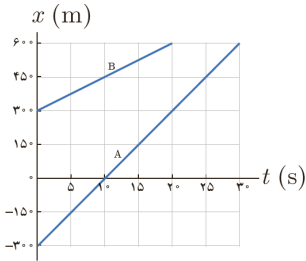
راه تستی برای پیدا کردن زمان به هم رسیدن: کافیست t تقاطع دو نمودار را در عدد ۲ ضرب کنیم



$$2 \times 5 = 10$$



تست: شکل زیر نمودار مکان زمان دو خودرو را نشان می دهد که روی خط راست حرکت می کنند. اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه زمان و مکانی به هم می رسند؟



۶۵۰ و ۳۰ ۹۰۰ و ۳۰ ۸۰۰ و ۴۰ ۹۰۰ و ۴۰

$$X_A = X_B \rightarrow V_B t + x_0 = V_A t + x_0$$

$$30t - 300 = 15t + 300 \rightarrow t = 40 \rightarrow x = 30(40) - 300 = 900$$

تست: خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ۲ متر بر مجذور ثانیه شروع به حرکت می کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت ۳۶ km/h از آن سبقت می گیرد. در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می رسد؟

۱۰۰ و ۵ ۵۰ و ۵ ۵۰ و ۱۰ ۱۰۰ و ۱۰

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \rightarrow \frac{1}{2} a t^2 = v t \rightarrow t^2 = 10 t \rightarrow t = 10, \Delta x = 100$$

تست: دو شهر در فاصله ۷۵ کیلومتری از یکدیگر قرار دارند و دو اتومبیل A, B در مسیری مشابه فاصله این دو شهر را طی می کنند اگر اتومبیل A با تندی ثابت ۶۰ کیلومتر بر ساعت و ۱۵ دقیقه زودتر از اتومبیل B به حرکت درآمده باشد و ۱۵ دقیقه نیز دیرتر از اتومبیل B به مقصد برسد تندی متوسط اتومبیل B چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

۱۲۰ ۱۰۰ ۹۰ ۸۰

اتومبیل A چون ۱۵ دقیقه زودتر راه افتاده و ۱۵ دقیقه دیرتر رسیده یعنی در مجموع نیم ساعت بیشتر از اتومبیل B در راه بوده است

$$\Delta x_A = V t \quad 75 = 60(t + 0.5) \rightarrow t_B = 0.75 \quad \Delta x_B = V t \quad 75 = V_B(0.75) \rightarrow V_B = 100$$

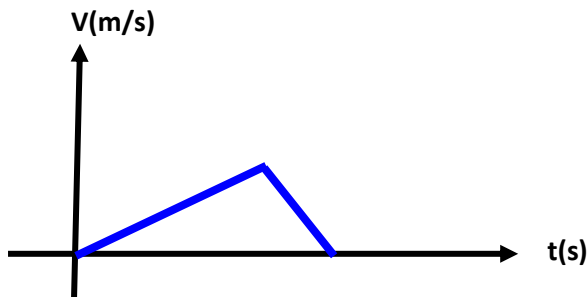


حل سوالات حرکت شناسی به کمک رسم نمودار سرعت - زمان:

بچه حوا ستون باشه که بعضی وقت ها استفاده از فرمول های کلاسیک حرکت شناسی خیلی وقت گیر یا خیلی دشوار میشه! پس ما میتونیم کلک بزنییم و بار رسم نمودار سرعت زمان ، سوالات رو سریعتر حل کنیم.

تست: موتورسواری از حال سکون و با شتاب ثابت ۱ متر بر مجذور ثانیه در مسیری مستقیم شروع به حرکت میکند و پس از آنکه سرعتش به ۷ رسید ترمز میکند و با شتاب کندشونده ۴ متر بر مجذور ثانیه ترمز میکند تا پس از طی ۲۵۰ متر (از لحظه آغاز تا توقف کامل) می ایستد، در این صورت زمان کل حرکت چند ثانیه بوده است؟

پاسخ: ابتدا نمودار سرعت زمان آنرا رسم میکنیم:



چون شیب تکه دوم ۴ برابر تکه اول است پس نسبت مساحت دو تکه ۴ به ۱ است بنابراین در تکه اول ۲۰۰ متر و در تکه دوم ۵۰ متر رفته است و از رابطه مستقل از زمان مقدار ۷ برابر ۲۰ میشود و حالا کفایست مساحت کل شکل بالا را مساوی ۲۵۰ قرار دهیم تا زمان به دست آید

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \quad v_2^2 - 0 = 2(1)200 \quad v = 20$$

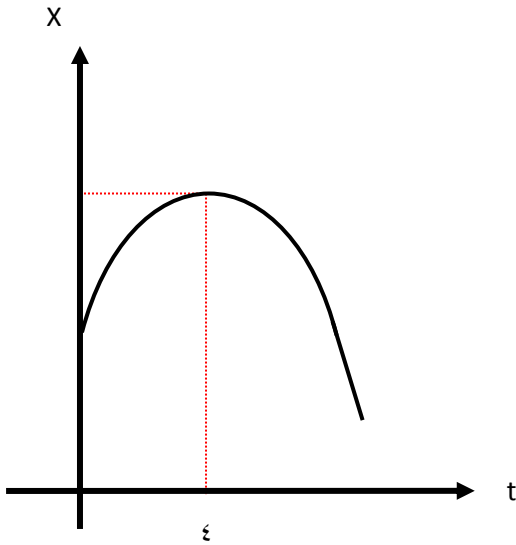
$$250 = \frac{20 \times t}{2} \quad t = 25$$



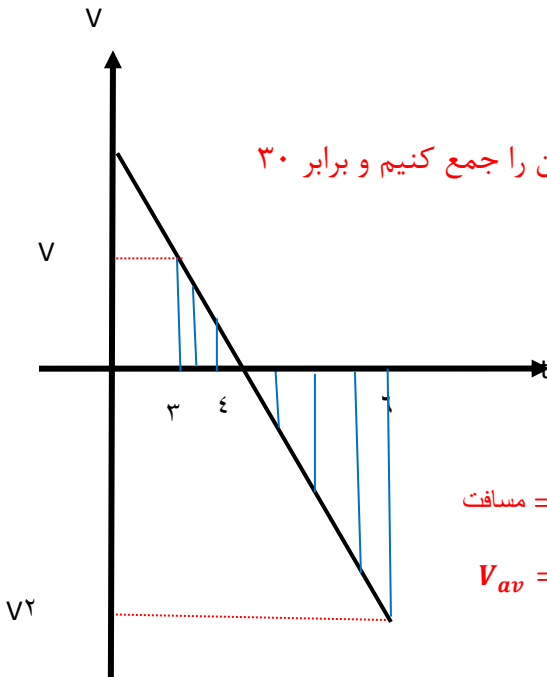
تست: نمودار مکان-زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x ها حرکت میکند، مطابق شکل روبروست، اگر مسافت طی شده در سه ثانیه دوم برابر ۳۰ متر باشد، اندازه سرعت متوسط در

همین بازه زمانی چه قدر بوده است؟

۶ ۹ ۱۰ اطلاعات کافی نیست



ابتدا نمودار سرعت زمان را به صورت حدسی رسم میکنیم (شیب نمودار از ۰ تا ۴ ثانیه مثبت است و پس از ۴ ثانیه منفی میشود)



چون مسافت را به ما داده پس کفایت مساحت مثلث بالا و پائین را جمع کنیم و برابر ۳۰

قرار دهیم تا با این کار V به دست بیاید

سپس برای پیدا کردن سرعت متوسط کفایت

سرعت اول و آخر را با هم جمع کنیم و تقسیم بر ۲ کنیم

$$\text{مسافت} = \frac{1 \times V}{2} + \frac{2 \times 2V}{2} = 30 \quad V = 12$$

$$V_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{12 + (-24)}{2} = -6$$

چون اندازه را پرسیده جواب $+6$ میشود



نکته: هرگاه حاصلضرب xv عددی مثبت شود یعنی متحرک از مبدا دور میشود و هرگاه هرگاه حاصلضرب xv عددی منفی شود یعنی متحرک به مبدا نزدیک میشود (بچه ها این نکته را با حاصلضرب av که نشان دهنده تندشونده و کند شونده بود اشتباه نگیرید!!!!)

تند شونده $av \rightarrow + \leftarrow$

کندشونده $av \rightarrow - \leftarrow$

متحرک از مبدا دور میشود $xv \rightarrow + \leftarrow$

متحرک به مبدا نزدیک میشود $xv \rightarrow - \leftarrow$

تست: رابطه سرعت-مکان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند به صورت $x = -5v$ است در لحظه t متحرک چه وضعیتی دارد؟

به مبدا نزدیک میشود از مبدا دور میشود روی مبدا قرار دارد نمیتوان نظر قطعی داد

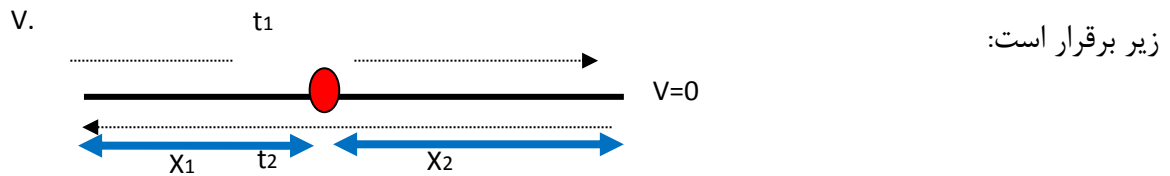
جواب: با توجه به معادله بالا اگر به v مقادیر $+$ دهیم قطعاً x منفی میشود و بالعکس

بنابراین علامت x و v همواره خلاف هم میشود یعنی $xv = -$ پس طبق نکته بالا متحرک به مبدا نزدیک میشود



نکته درباره دو عبور متوالی از یک نقطه:

در حرکت روی خط راست اگر متحرک از یک نقطه دوبار در لحظات t_1 و t_2 عبور نماید، فرمول های تستی



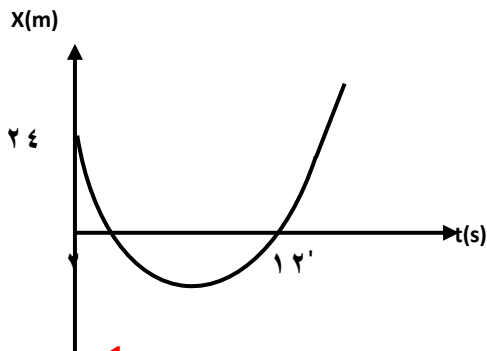
$$V_{t_1, t_2} \text{ سرعت در } = \frac{1}{2} a(t_2 - t_1)$$

$$V \text{ سرعت اولیه } = \frac{1}{2} a(t_2 + t_1)$$

$$X_1 = \frac{1}{2} a(t_2 \times t_1)$$

تست: نمودار مکان زمان متحرکی مطابق زیر است، شتاب آن کدام گزینه است؟

- ۴ ۴ -۲ ۲



$$X_1 = \frac{1}{2} a(t_2 \times t_1)$$

$$24 = \frac{1}{2} a(2 \times 12) \quad a = 2$$



بچه ها دوتا سوال خیلی قشنگ رو با هم بررسی کنیم، شما اول دوتا سوال رو با هم بخون و بگو فرقیشون چیه تا بعد جواب رو بگم بهتون؟؟؟

تست: معادله حرکت متحرکی به صورت $x = t^2 - 8t + 15$ است این متحرک چند ثانیه در

قسمت منفی محور Xها حرکت کرده است؟

۲ ۳ ۴ ۵

تست: معادله حرکت متحرکی به صورت $x = t^2 - 8t + 15$ است این متحرک چند ثانیه در

جهت منفی محور Xها حرکت کرده است؟

۲ ۳ ۴ ۵

بچه ها ما دوتا اصطلاح داریم که شبیه هم هستند دقت بکنید:

چند ثانیه در قسمت منفی محور Xها حرکت کرده یعنی: معادله X رو تعیین علامت کن و ببین توی چه بازه

زمانی X منفی بوده

چند ثانیه در جهت منفی محور Xها حرکت کرده است: یعنی معادله v رو تعیین علامت کن و ببین توی چه بازه

زمانی v منفی بوده

فهمیدی چی شد؟

حالا برای حل سوال اولی ریشه های معادله X را پیدا و تعیین علامت میکنیم

$$x = t^2 - 8t + 15 = 0 \quad x = 5, 3 = 5$$

t		3	5	
x		+	-	+

پس بین ۳ تا ۵ ثانیه X منفی بوده یعنی مجموعا به مدت ۲ ثانیه

ولی برای حل سوال دومی اول مشتق میگیریم تا معادله سرعت به دست بیاد بعدش ریشه های معادله v را پیدا و تعیین علامت میکنیم

$$v = 2t - 8 = 0 \quad t = 4$$

t		4	
v		-	+

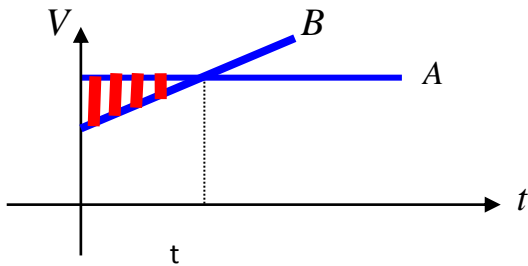
پس معادله سرعت از ۰ تا ۴ ثانیه منفی بوده پس ۴ ثانیه منحرک

خلاف جهت محور X حرکت کرده



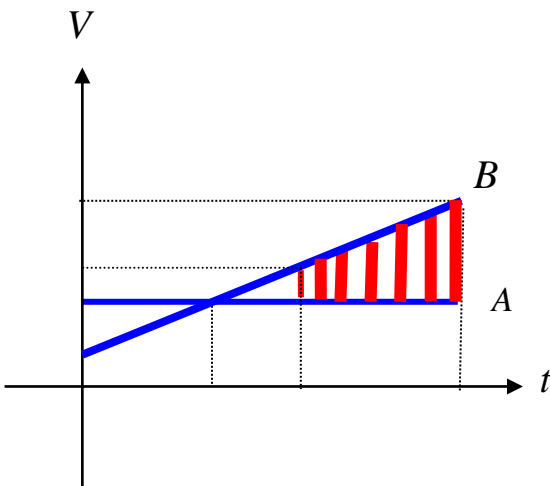
نکته درباره بیشترین فاصله دو متحرک از هم که در تعقیب یکدیگر هستند

اگر دو متحرک همزمان از یک نقطه روی خط راست و در یک جهت حرکت کنند بیشترین فاصله آنها از هم تا قبل از به هم رسیدن شان مربوط به زمان شروع تا لحظه ای است که سرعت ها در آن یکسان می شوند یعنی کافیست در شکل مقابل با رسم نمودار مساحت مثلثی را که با هاشور نشان داده شده محاسبه کنیم

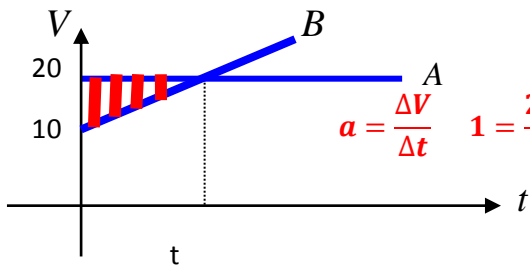


همچنین اگر در سوال از ما بپرسند بیشترین فاصله دو متحرک از لحظه آغاز تا پایان مسیر چقدر است باید مساحت ذوزنقه هاشور خورده شکل زیر را محاسبه کنیم و با مساحت مثلثی که در بالا توضیح دادیم مقایسه کنیم هر کدام که بزرگتر بود همان را در گزینه ها باید انتخاب کنیم

(برای درک بهتر به دو سوال بعدی خوب دقت کنید)



تست: اتومبیل A با سرعت ثابت ۲۰ متر بر ثانیه و اتومبیل B با سرعت اولیه ۱۰ متر بر ثانیه و با شتاب ۱ متر بر مجذور ثانیه در یک لحظه و از یک نقطه حرکت میکنند، بیشترین فاصله دو اتومبیل تا لحظه رسیدن به هم چند متر میشود؟



بینهایت ۲۵۰ ۱۵۰ ۵۰

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad 1 = \frac{20 - 10}{t} \quad t = 10 \quad \text{تفریق مساحت} = \frac{10 \times 10}{2} = 50$$

تست: اتومبیل A با سرعت ثابت ۲۰ متر بر ثانیه و اتومبیل B با سرعت اولیه ۱۰ متر بر ثانیه و با شتاب ۱ متر بر مجذور ثانیه در یک لحظه و از یک نقطه به سمت مقصد حرکت میکنند، بیشترین فاصله دو اتومبیل از هم چند متر می شود؟

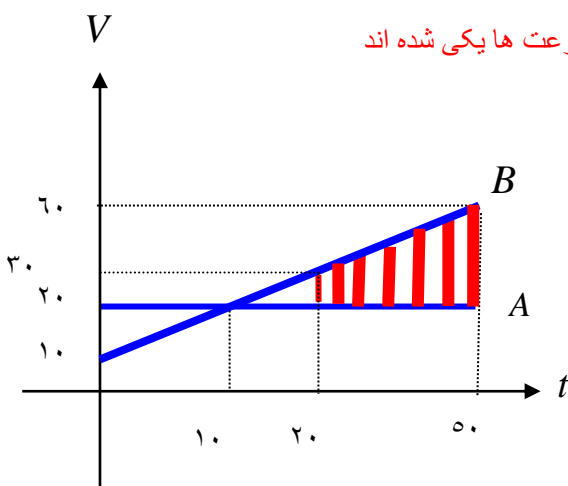
بینهایت ۷۵۰ ۱۵۰ ۵۰

ابتدا زمانی را که طول میکشد تا متحرک B به انتهای مسیر خود برسد را محاسبه میکنیم و از روی آن سرعت را نیز در آن نقطه تعیین میکنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \quad 1750 = \frac{1}{2}t^2 + 10t \quad t = 50$$

$$V = at + v_0 = 50 + 10 = 60$$

همچنین میدانیم که زمان به هم رسیدن دو متحرک دو برابر زمانی است که سرعت ها یکی شده اند پس زمان به هم رسیدن دو متحرک ۲۰ میشود پس داریم



حال بیشترین فاصله بین زمانبست که

دو متحرک به هم رسیده اند تا لحظه پایانی مسیر

که از لحاظ نموداری میشود تفریق مساحت زیر دو منحنی

که همان مساحت دوزنقه قرمز است

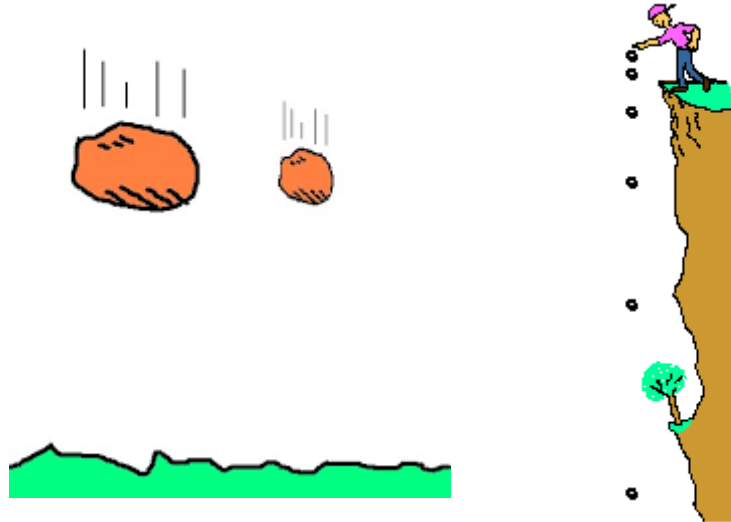
$$\frac{40 + 10}{2} \times 30 = 750$$



بخش ۸: حرکت در راستای قائم (محور yها)



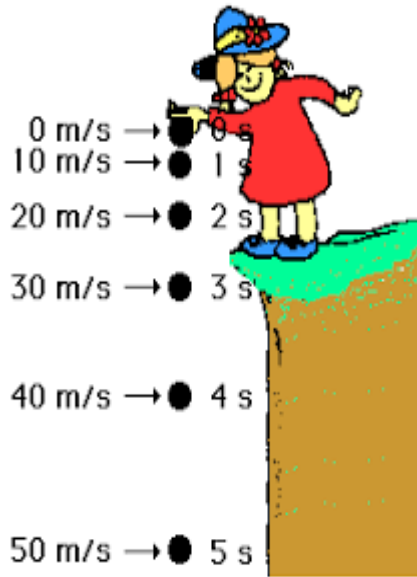
این بخش اگرچه در کتاب بچه های تجربی نیست ولی هم تجربی ها و هم ریاضی ها حتما بخونید این قسمت رو، چون طراحان کنکور و امتحان نهایی میتونند به کمک قانون پایستگی انرژی از سوالات این بخش رو به تجربی ها هم بدهند.



در این بخش از کتاب می‌خواهیم به بررسی سقوط مواردی بپردازیم که مقاومت هوا در آنها وجود ندارد. به این حالت بدون مقاومت هوا، حرکت سقوط آزاد گفته می‌شود. در این حالت نیرو گرانشی باعث می‌شود که اجسام به سمت مرکز زمین با شتاب ثابت گرانشی سقوط کنند. در سقوط اجسام، اگر از مقاومت هوا صرف نظر کنیم، در تمامی نقاط کره زمین، سقوط همه اجسام به سمت مرکز زمین و با شتابی ثابت صورت می‌گیرد (g) که این شتاب مستقل از جرم اجسام است. در واقع جسم سنگین و سبک در سقوط آزاد به صورت یکسان و همزمان به سطح زمین رسند و در غیاب مقاومت هوا، هر دو جسم به صورت همزمان به سطح زمین می‌رسند.



فرمول های پرتاب در راستای قایم به پایین:



اگر گلوله در راستای قائم و در شرایط خلاء به پایین حرکت کند

کافیت همان فرمول های حرکت شتابدار را بنویسیم فقط به جای

x باید y بنویسیم و به جای شتاب a مقدار g را بنویسیم!!!!

نقطه باید تعیین علامت هم انجام بدیم، برای این کار:

قانون ۱: g را در فرمول با علامت منفی می نویسیم

قانون ۲: ΔY را باید تعیین علامت کنیم: اگر عدد بود آنرا با علامت منفی می نویسیم. ولی اگر

مجهول بود آنرا + مینویسیم

قانون ۳: V نیز باید تعیین علامت شود: اگر عدد بود آنرا با علامت منفی می نویسیم. ولی اگر مجهول

بود آنرا + مینویسیم

$$\pm \Delta Y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$\pm V = -gt$$

$$V^2 = -2g(\pm \Delta Y)$$

در کتاب درسی نظام جدید با این فرض که سرعت اولیه در هنگام سقوط صفر است

سوالات را بررسی میکنیم!!!!!! (به جای V_0 عدد صفر را جایگذاری کنید)



تذکر مهم: در حرکت ستون آزاد در راستای قائم و در شرایط خلا شتاب حرکت همواره برابر با شتاب جاذبه‌ی کره‌ی زمین است (g)، و در صورتی که

شرایط خلا نباشد شتاب برابر g نیست!!! و به جای آن باید a بنویسیم!!!!!!

تمرین: پلی در ارتفاع ۴۵ متری بالای سطح آب یک رودخانه قرار دارد، با صرف نظر از مقاومت

هوا سنگی از روی پل به پایین در راستای قائم رها میشود

الف: پس از چند ثانیه سنگ به سطح آب برخورد می‌کند

$$\pm \Delta Y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$-45 = -\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = 3$$

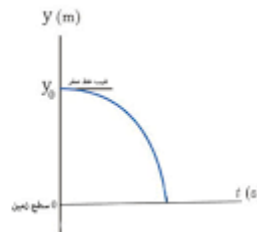
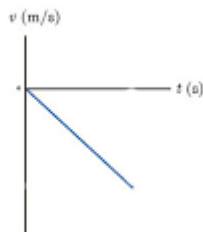
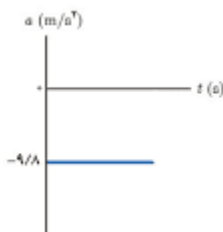
ب: سرعت سنگ در لحظه برخورد به سطح آب؟

$$\pm V = -gt \rightarrow v = -10(3) = -30$$

ج: سرعت متوسط در کل مسیر؟

$$V = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{-45}{3} = -15$$

د: نمودارهای مکان زمان و سرعت زمان و شتاب زمان آن را رسم کنید.

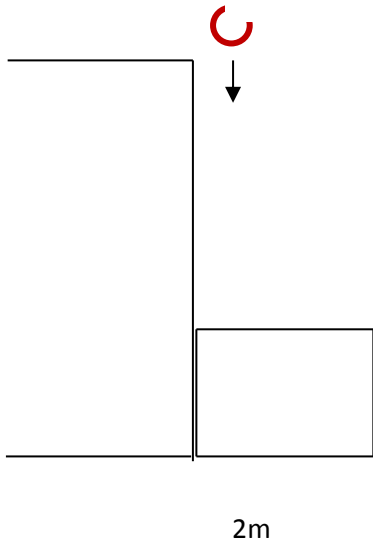


تست: از بالای ساختمانی به ارتفاع ۱۷ متر ، گلوله‌ای را رها میکنیم، اگر بالشی به ارتفاع ۲ متر در پای



ساختمان قرار داشته باشد، پس از برخورد گلوله، حداکثر ضخامت بالش به ۰/۵ متر میرسد، با صرفنظر از

مقاومت هوا، اندازه شتاب گلوله از لحظه برخورد تا لحظه توقف چند g میشود؟ $v_1=0$



۵۰ ۰/۲ ۱۰۰ ۱۰

چون دوباره زمان صحبتی نشده بنابراین از فرمول مستقل از زمان میرویم

ولی این کار رایباید در دو مرحله انجام دهیم در مرحله اول چون مقاومت

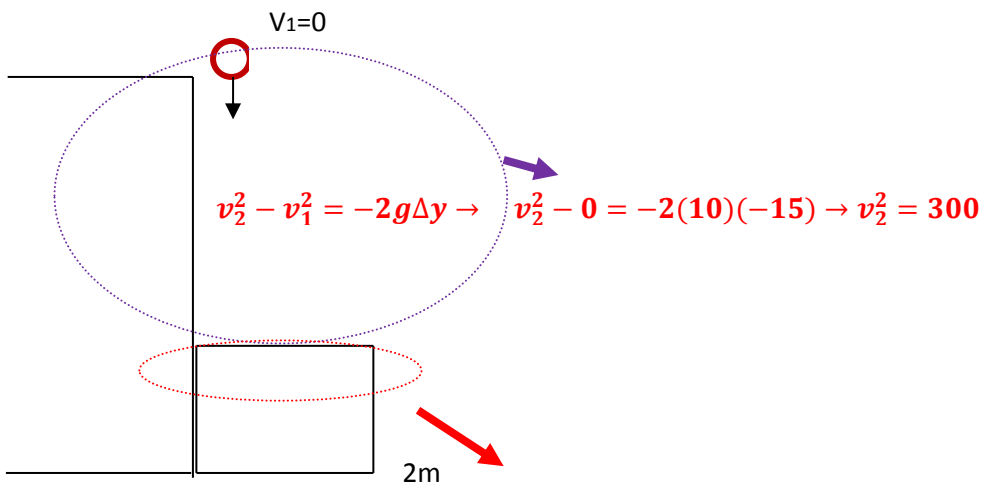
$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y$$

هوا ناچیز است بنابراین از

ولی از زمانی که گلوله به بالش برخورد میکند اجازه نداریم g بنویسیم

$$v_3^2 - v_2^2 = 2a\Delta y$$

باید a بنویسیم یعنی:



$$v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y \rightarrow v_2^2 - 0 = -2(10)(-15) \rightarrow v_2^2 = 300$$

$$v_3^2 - v_2^2 = 2a\Delta y \rightarrow 0 - 300 = 2(a)1.5 \rightarrow a = 100 \rightarrow a = 10g$$



تست: ارتفاع دوشی از سطح زمین ۱۸۰ سانتی متر است و قطرات آب با اختلاف زمانی ۰/۵ ثانیه می چکند. با صرف نظر از مقاومت هوا، بیشترین فاصله دو قطره متوالی چند سانتی متر میشود؟



۱۷۵ ۱۷۰ ۱۸۰ ۵

بیشترین فاصله دو قطره زمانی است که قطره اول به مقصد رسیده باشد پس ابتدایید محاسبه کنیم که گلوله اول چه زمانی به زمین میرسد:

$$\pm \Delta Y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$-1/8 = -\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = 0/6$$

خوب همانطور که دیدیم گلوله اول پس از شش دهم ثانیه به زمین میرسد

حالاً که گنتی گلوله دوم کجاست؟ آفرین!! به اندازه پنج دهم ثانیه توی صاف بوده تا نوشتش بشه که حرکت کنه پس فقط به اندازه یک دهم ثانیه سقوط کرده که از لحاظ متری برابر میشود با:

$$0.6 - 0.5 = 0.1$$

$$\pm \Delta Y = -\frac{1}{2}gt^2 \quad \Delta Y = -\frac{1}{2}10(0.1)^2 = 0.05 = 5\text{cm}$$

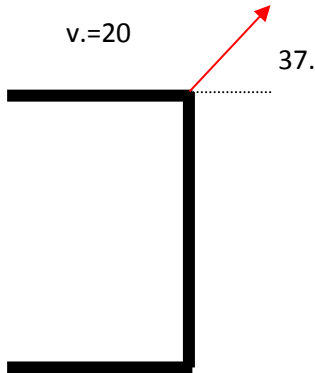
$$180 - 5 = 175\text{cm}$$

پس وقتی گلوله اول به زمین میرسد گلوله دوم فقط ۵ سانتی متر پایین آمده و در نتیجه فاصله دو گلوله از هم ۱۷۵ سانتی متر میشود



تمرین: از بالای ساختمانی به ارتفاع ۱۰۰ گلوله ای را تحت زاویه ۳۷ با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه به بالا پرتاب میکنیم

اگر ۳۰ درصد از انرژی اولیه در طول مسیر تلف شود، گلوله با چه سرعتی به زمین برخورد میکند؟



پس رُود و ختره!!! حواستون باشه!

این سوال دیکه ربطی به سقوط آزاد ناره!!! چون هم پرتاب به بالاست و هم زاویه داره مست!!

این سوال رو باید از قانون پایستگی انرژی (از فیزیک سال دهم) حل کنیم

$$\frac{70}{100} (mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2) = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\frac{70}{100} (10(100) + \frac{1}{2}20^2) = 0 + \frac{1}{2}v_2^2$$

$$v = \sqrt{2 \times 840}$$



تست :



در شرایط خلا و از ارتفاع خیلی خیلی بلند، گلوله ای را با سرعت اولیه ۵۹ متر بر ثانیه و تحت زاویه ۴۳ درجه نسبت به راستای افقی به بالا پرتاب میکنیم در دو ثانیه ی بیستم حرکت، بزرگی سرعت گلوله چند متر بر ثانیه تغییر میکند؟ ($\sin 43 = 0,68$ و $g = 10$)

۱۰ ۵۹ ۴۰ ۲۰

پسرای زرنگ و دخترای باهوش من!!!!

بازم حواستون باشه یه وقت فکر نکنید این سوال خارج از مباحث کتاب درسی هست!!!

این سوال هیچ ربطی به حرکت های پرتابی نداره و هم دانش آموز های رشته ریاضی و هم دانش آموز های رشته تجربی باید جواب بدن به اون..... پس برگرد و دوباره سوال رو بخون و سعی کن حلش کنی!

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow g = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow 10 = \frac{\Delta v}{40 - 38} \rightarrow \Delta v = 10 \times 2 = 20$$

ماتوی این سوال از فرمول شتاب استفاده کردیم فقط به جای شتاب مقدار g را نوشتیم و ضمناً دو ثانیه بیستم هم یعنی بین ۳۸ تا ۴۰ ثانیه بقیه اشم که

جاگذاری ساده بود!!!!

سرعت اولیه ۵۹ داده بودم و زاویه پرتاب که ۴۳ درجه داده بودم هم سرکاری بود! باباخانی به خواست کول بزنه شمارو !!! امیدوارم کول

نخورده باشی!



تست: سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می شود. اگر سنگ در ۲ ثانیه ی آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، به ترتیب از راست به چپ ارتفاع ساختمان چند متر است و سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چقدر است؟ (ویژه دانش آموزان ریاضی)

۸۰ و ۳۰+ ۱۰۰ و ۳۰- ۸۰ و ۲۰ ۸۰ و ۳۰-

حل: یک بار فرمول را برای کل مسیر و یکبار برای ۲ ثانیه آخر مینویسیم:

$$h_{\text{کل}} = \frac{1}{2}gt_{\text{کل}}^2 \quad \text{و} \quad h_{\text{کل}} - 60 = \frac{1}{2}g(t_{\text{کل}} - 2)^2 \rightarrow h_{\text{کل}} \approx 80$$

اکنون فرمول مستقل از زمان را برای پیدا کردن سرعت می نویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \rightarrow v \approx -30$$

پسر و دختر! فصل اول تموم شد (تمامم تمامم!) حالا بریم برای جمع بندی



جمع بندی فصل حرکت شناسی

جابجایی: برداری که از ابتدای مسیر حرکت به انتهای مسیر متصل می شود (نقطه ی شروع را باید به نقطه ی پایان وصل کنیم).

تفاوت مسافت
با جابجایی

مسافت: طول کل مسیر طی شده توسط یک متحرک که ارتباطی به ابتدا و انتهای مسیر ندارد. (تکه تکه ی مسیر را باید در نظر بگیریم)

$$s = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$$

تندی متوسط

تفاوت سرعت متوسط
با تندی متوسط

$$v = \frac{\text{جابجایی}}{\text{زمان}}$$

سرعت متوسط

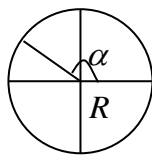
سرعت کمیتی برداری است ولی تندی کمیتی اسکالر است



$$\begin{array}{|c|c|} \hline x_1 & x_2 \\ \hline t_1 & t_2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \bar{V} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline x_1 & x_2 \\ \hline t_1 & t_2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \bar{V} = \frac{x_1 + x_2}{t_1 + t_2}$$

$$v = \frac{\sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 - 2\Delta x_1 \Delta x_2 \cos \alpha}}{\text{زمان}}$$



$$\bar{V} = \frac{2R \sin \frac{\alpha}{2}}{\Delta t}$$

معادله ای $X = t^r + vt + \dots$

$$\begin{array}{l} t_1 = x_1 \dots \bar{V} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \\ t_2 = x_2 \dots \end{array}$$

اگر X را به ما ندهند

$$\begin{array}{|c|c|} \hline V_1 & V_2 \\ \hline t_1 & t_2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \bar{V} = \frac{V_1 t_1 + V_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

مدلهای سرعت متوسط

اگر t را به ما ندهند

$$\begin{array}{|c|c|} \hline x_1 & x_2 \\ \hline v_1 & v_2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \bar{V} = \frac{x_1 + x_2}{\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2}}$$

(حالات خاص)

نمودار $x-t$

$$\Rightarrow \bar{V} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

نمودار $V-t$

$$\Rightarrow \bar{V} = \frac{S_V}{\Delta t}$$

فقط در شتاب ثابت $V \Rightarrow \bar{V} = \frac{V_1 + V_2}{2}$ سرعت ابتدا و

انتهای را به ما بدهند

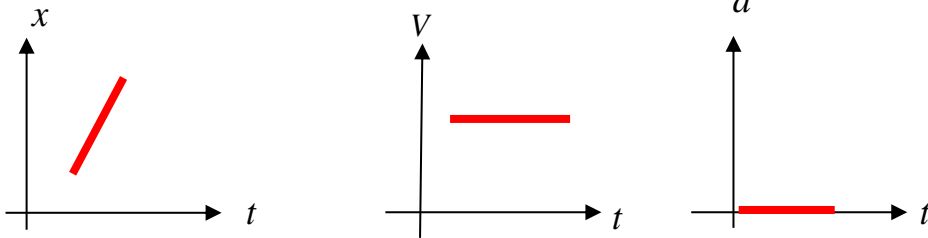




($a = 0$)

حرکت با سرعت ثابت روی خط راست:

$\Delta X = Vt$ یا $X = Vt + X_0$



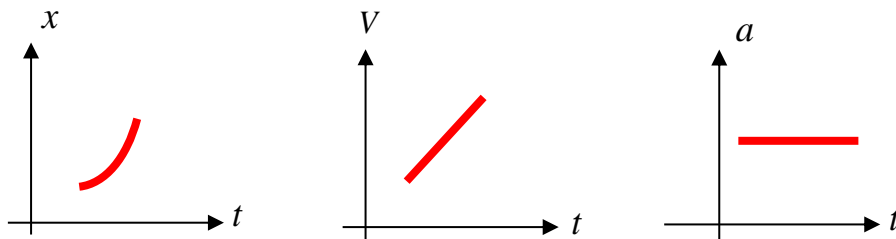
حرکت با شتاب ثابت روی خط راست:

$$X = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + X_0$$

$$V = at + V_0$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta X$$

$$\Delta X = \frac{V_1 + V_2}{2}t$$



حالات مختلف حرکت یک متحرک:

۱- تند شونده $av \rightarrow + \leftarrow$

۲- سرعت ثابت روی خط راست (یکنواخت) $a = 0$

۳- کندشونده $av \rightarrow - \leftarrow$

شرط تغییر جهت } سرعت در آن نقطه صفر شود.
روی خط راست } سرعت در آن نقطه تغییر علامت بدهد

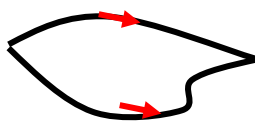
$$\Delta X = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t \quad \text{t ثانیه اول}$$

$$\Delta X = \frac{1}{2} a(2t - 1) + V_0 \quad \text{در ثانیه tام}$$

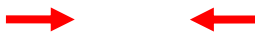
$$\Delta X = \frac{1}{2} a(2n - 1)t^2 + V_0 t \quad \text{در t ثانیه nام}$$

$$at^2 = \frac{\Delta x_n - \Delta x_m}{n - m}$$

جابه جایی در t ثانیه های متوالی:



$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$



$$d = \Delta x_1 + \Delta x_2 \quad \text{حرکت دو متحرکه:}$$



$$d = \Delta x_1 - \Delta x_2$$

$$\pm \Delta Y = -\frac{1}{2} gt^2 \pm V = -gtV_2^2 = -2g(\pm \Delta Y)$$

سقوط آزاد:



تست و تکالیف پایان فصل

تست ۱: چند مورد از گزینه‌های زیر کاملاً صحیح است؟ (تالیفی)

(۱) صفر مورد (۲) یک مورد (۳) دو مورد (۴) سه مورد

(الف) در حرکت‌های دایره‌ای مسافت پیموده شده کوچک‌تر از اندازه جابه‌جایی نیست ولی در حرکت روی خط راست همواره جابه‌جایی برابر مسافت است.

(ب) مسافت کمیتی نرده‌ای و جابه‌جایی کمیتی اسکالر است.

(ج) هیچگاه بردار جابه‌جایی، برداری نیست که مبدأ مکان را به محل نهایی جسم وصل می‌کند.

(د) اگر متحرکی روی خط راست X متر جلوبرود سپس در همان راستا و خلاف جهت روی خط راست، به نقطه آغازین حرکت خود بازگردد می‌توانیم ادعا کنیم اندازه مسافت به اندازه جابه‌جایی، 100% درصد، بیشتر از اندازه جابه‌جایی است.

تست ۲: متحرکی از نقطه $y = +2$ شروع به حرکت نموده و با جابه‌جایی‌هایی متوالی $\vec{d}_1 = 4\vec{j}$ و $\vec{d}_2 = -14\vec{j}$ در مدت زمان کلی 10 ثانیه به نقطه A می‌رسد. بردار جابه‌جایی کل این متحرک و بردار مکان A و تندی متوسط در این ده ثانیه در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (تالیفی)

(۱) $1.8, -8\vec{j}, -10\vec{j}$ (۲) $1, -8\vec{j}, -10\vec{j}$

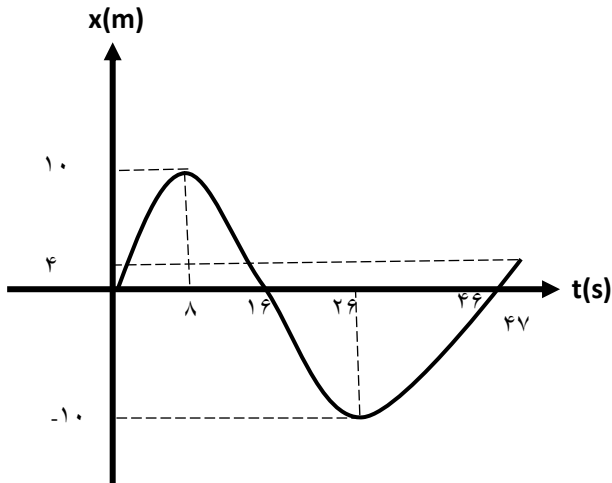
(۳) $1.8, -18\vec{j}, -18\vec{j}$ (۴) $1, -18\vec{j}, -18\vec{j}$

تست ۳: متحرکی $\frac{1}{2}$ مسیر خود را با سرعت V ، $\frac{1}{4}$ مسیر را با سرعت $\frac{V}{2}$ ، $\frac{1}{8}$ مسیر را با سرعت $\frac{V}{4}$ و به همین صورت تا انتها طی می‌کند. سرعت متوسط این متحرک چه قدر است؟ (المپیاد فیزیک)

(۱) $\frac{V}{2}$ (۲) $\frac{V}{3}$ (۳) $\frac{V}{4}$ (۴) صفر



تست ۴: نمودار مکان- زمان جسمی که روی خط راست در حرکت است مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در مدتی که بردار مکان آن در خلاف جهت محور x است، چند برابر بزرگی سرعت متوسط آن در مدتی است که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می کند؟
(تالیفی)



۱ (۱)

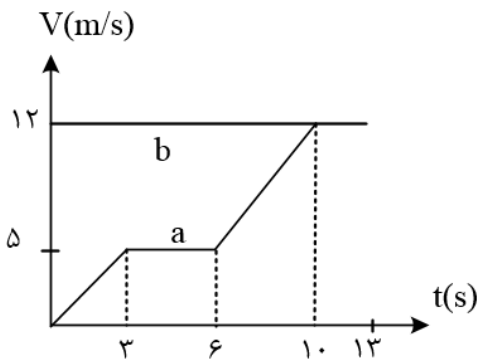
۲ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{6}{5}$ (۴)

تست ۵: دو متحرک a و b روی یک خط راست و در یک جهت حرکت می کنند. نمودار سرعت - زمان این دو متحرک که در لحظه $t = 0$ در یک مبدا بوده اند، مطابق شکل است. این دو متحرک:

(المپیاد فیزیک مرحله اول)



(۱) در ۱۵۶ متری مبدا به هم می رسند.

(۲) پس از ۱۰ ثانیه به هم می رسند.

(۳) پس از ۱۳ ثانیه به هم می رسند.

(۴) اصلا به هم نمی رسند.

تست ۶: اتومبیلی فاصله y بین دو شهر را با سرعت متوسط $60 \frac{km}{h}$ در مسیر مستقیم طی کرده است. کدام یک از جمله های زیر قطعا درست است؟ (المپیاد فیزیک-مرحله اول)

(۱) اتومبیل در بین راه توقف نکرده است.

(۲) اتومبیل با سرعت $60 \frac{km}{h}$ حرکت کرده است.

(۳) فاصله y دو شهر از $60km$ بیشتر نیست.

(۴) سرعت اتومبیل حداقل یک بار $60 \frac{km}{h}$ بوده است.



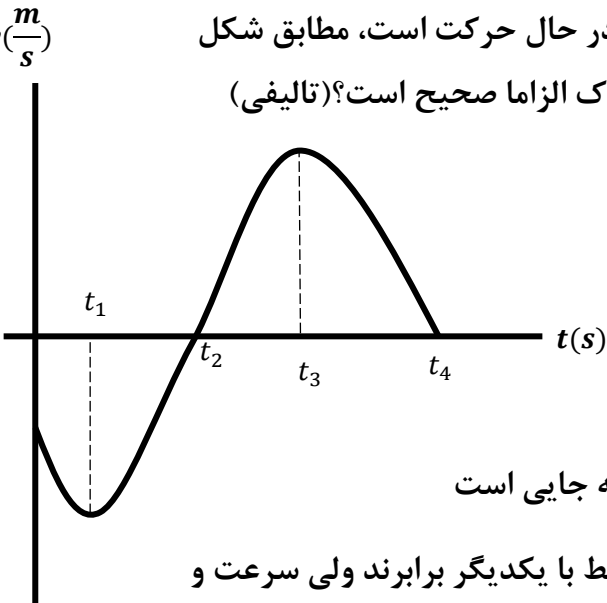
تست ۷: سه متحرک A، B و C بر روی محور xها در حال حرکت هستند. در جدول زیر بردار مکان و سرعت این سه متحرک در لحظه های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 2s$ آورده شده است. تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط چند متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 2s$ قطعا با یکدیگر برابر نیست؟ (آزمون قلمچی)

۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

متحرک	$t(s)$	$\vec{d}(m)$	$\vec{v}(\frac{m}{s})$
A	1	$4\vec{i}$	$5\vec{i}$
	2	$2\vec{i}$	$10\vec{i}$
B	1	$-5\vec{i}$	$-4\vec{i}$
	2	$-3\vec{i}$	$-6\vec{i}$
C	1	$2\vec{i}$	$-4\vec{i}$
	2	$-3\vec{i}$	$-2\vec{i}$

تست ۸: نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور ایکس ها در حال حرکت است، مطابق شکل روبرو است. چند مورد از گزینه های زیر در مورد حرکت متحرک الزاما صحیح است؟ (تالیفی)

(۱) صفر مورد (۲) یک مورد (۳) سه مورد (۴) چهار مورد



الف: در بازه زمانی t_0 تا t_2 مسافت طی شده برابر با بزرگی جابه جایی است

ب: در بازه زمانی t_1 تا t_3 تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابرند ولی سرعت و تندی لحظه ای ها یکسان نیست

ج: در بازه زمانی 0 تا t_2 جهت بردار مکان و جهت حرکت خود متحرک تغییر نمی کند

د: در لحظات t_1 و t_3 جهت حرکت متحرک تغییر کرده است ولی تغییر جهت بردار مکان قابل حدس نیست



تست ۹: معادله مکان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 3$ است چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

الف: سرعت متوسط بین لحظات ۱۲ ثانیه تا ۳۸ با سرعت لحظه‌ای در لحظه ۲۵ برابر است

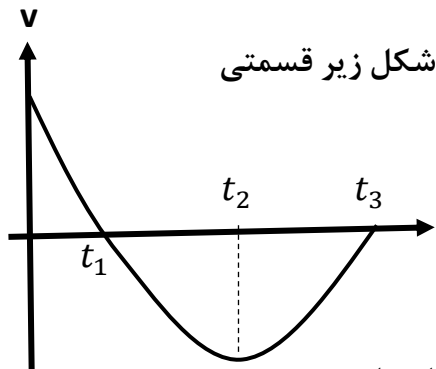
ب: متحرک در لحظه ۲ ثانیه تغییر جهت میدهد

ج: بردار مکان در لحظات ۱ ثانیه و ۳ ثانیه تغییر جهت میدهد

د: در ۵ ثانیه اول، سرعت متوسط ۱ متر بر ثانیه و تندی متوسط $2/6$ متر بر ثانیه است

ج: در لحظه ۵ ثانیه، سرعت و تندی متوسط هردو برابرند با ۶ متر بر ثانیه

تست ۱۰: نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر قسمتی از یک سهمی است. کدام یک از موارد زیر درست است؟ (تالیفی)



الف) در بازه زمانی t_1 تا t_3 شتاب متحرک مثبت و سرعت منفی است.

ب) در بازه زمانی t_1 تا t_2 بزرگی سرعت متحرک پیوسته در حال کاهش است

پ) شتاب متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_2 برابر شتاب متوسط در بازه زمانی t_2 تا t_3 است

ت) در بازه زمانی t_2 تا t_3 بردار سرعت و بردار شتاب همجهت هستند

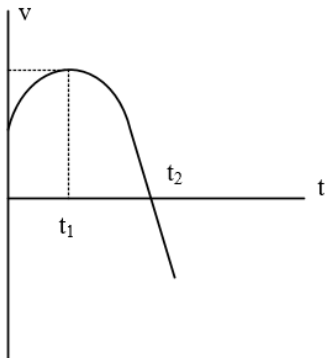
و) اگر نمودار بالا یک نمودار مکان زمان میبود، از t_1 تا t_2 سرعت منفی و شتاب مثبت میگردید

ه) اگر نمودار بالا یک نمودار مکان زمان میبود، از t_2 تا t_3 سرعت و شتاب هردو مثبت بودند

- (۱) و ه (۲) الف و (۳) الف ب پ ت (پ و ت ه



تست ۱۱: نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر قسمتی از یک سهمی است. کدام مورد درست است؟ (کنکور سراسری)

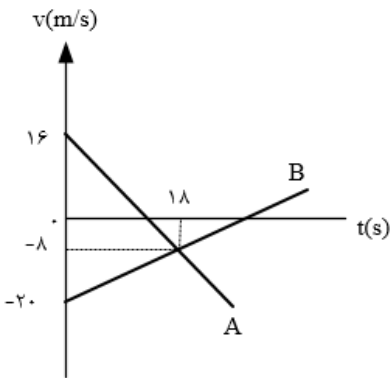


- (۱) در بازه صفر تا t_1 تندی در حال کاهش است.
- (۲) بزرگی شتاب در لحظه ی صفر و t_2 برابر است.
- (۳) در بازه ی صفر تا t_2 شتاب خلاف جهت محور x است.
- (۴) بزرگی شتاب متوسط در بازه ی t_1 تا t_2 بیشتر از بزرگی شتاب متوسط در بازه ی صفر تا t_2 است.

تست ۱۲: متحرکی فاصله A تا B را روی مسیر مستقیم در مدت زمان ۳ ثانیه بدون تغییر جهت طی می کند. تندی متوسط این متحرک در ثانیه دوم ۲۰ درصد بیشتر از تندی متوسط در ثانیه اول و تندی متوسط در ثانیه سوم ۲۵ درصد بیشتر از تندی متوسط متحرک در ثانیه دوم است. اگر تندی متوسط متحرک در ۲ ثانیه اول حرکت $24/2$ متر بر ثانیه باشد، فاصله A تا B چند متر است؟ (آزمون قلمچی)

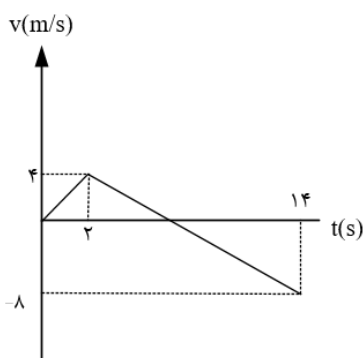
- (۱) $78/45$ (۲) $96/4$ (۳) $81/4$ (۴) $48/2$

تست ۱۳: نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده است، بزرگی جابه جایی متحرک B ، چند متر است؟ (کنکور سراسری)



- (۱) 186 (۲) 192 (۳) 200 (۴) 228

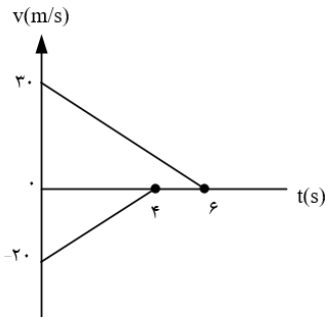
تست ۱۴: متحرکی روی محور x حرکت می کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل روبه رو است. متحرک در ۱۴ ثانیه ی اول، چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده است؟ (کنکور سراسری)



- (۱) 4 (۲) 6 (۳) 8 (۴) 12



تست ۱۵: دو قطار در امتداد یک خط راست به طرف یک دیگر حرکت می کنند. نمودار تغییرات سرعت بر حسب زمان دو قطار مطابق شکل است. اگر در لحظه $t = 0$ فاصله ی دو قطار از هم ۲۰۰ متر باشد، وقتی دو قطار متوقف می شوند، چند متر از هم فاصله دارند؟



۷۰ (۲)

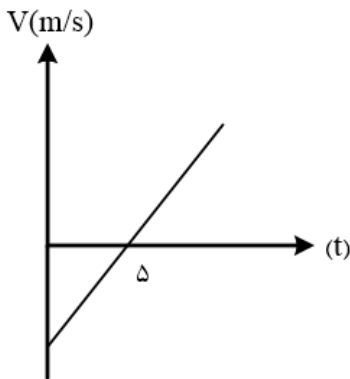
۲۰ (۱)

۱۵۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

تست ۱۶:

شکل زیر نمودار سرعت - زمان متحرکی را در حرکت روی خط راست نشان می دهد. اگر تندی متوسط در ۴ ثانیه دوم $15 \frac{m}{s}$ باشد، اندازه سرعت متوسط در ۶ ثانیه اول چند $\frac{m}{s}$ است؟



۲۶ (۴)

۲۴ (۳)

۲۳ (۲)

۱۴ (۱)

تست ۱۷:

یک متحرک روی یک مسیر مربعی شکل با تندی ثابت $5 \frac{cm}{s}$ بدون تغییر جهت حرکت خود، در حال حرکت است. اگر طول هر ضلع مربع ۱۵ سانتی متر باشد. پس از ۹ ثانیه، کدام یک از اعداد زیر می تواند سرعت متوسط حرکت این متحرک بر حسب سانتی متر بر ثانیه باشد؟ ($\sqrt{2} \approx 1/5$)

$\frac{3}{2}$ (۴)

۲ (۳)

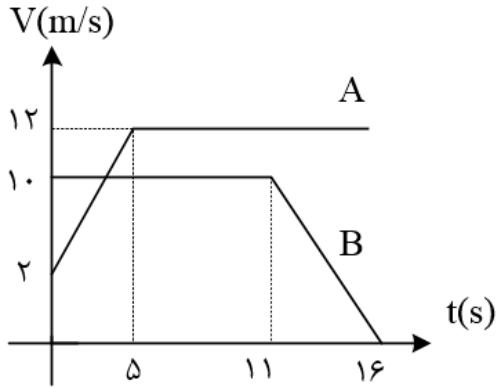
$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)



تست ۱۸:

نمودار سرعت زمان دو متحرک A و B، که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل مقابل است. اگر در لحظه ی $t = 0$ ، هر دو در مکان $x = 0$ قرار داشته باشند، چند ثانیه پس از آن، دو متحرک به هم می رسند؟ (کنکور سراسری)



۱۲ (۳)

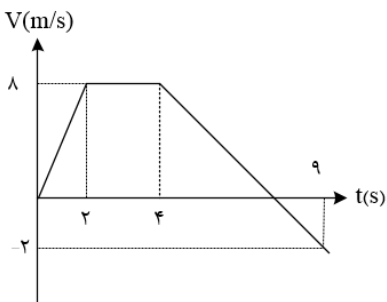
۸ (۲)

۷/۵ (۱)

۱۴ (۴)

تست ۱۹:

نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور x از مکان $x_0 = -36m$ شروع به حرکت می کند، مطابق شکل روبه رو است. پس از چند ثانیه متحرک برای اولین بار از مبدا مکان می گذرد؟



۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)



تست ۲۰: متحرکی با سرعت ثابت روی محور x در حال حرکت است و در لحظه $t = 2s$ به مبدأ مکان می‌رسد. اگر متحرک $2s$ بعد از این لحظه به نقطه $x = -6m$ برسد، معادله مکان - زمان متحرک در S/m کدام است؟

$$x = -3t + 6 \quad (2)$$

$$x = -3t - 6 \quad (1)$$

$$x = 3t + 6 \quad (4)$$

$$x = 3t - 6 \quad (3)$$

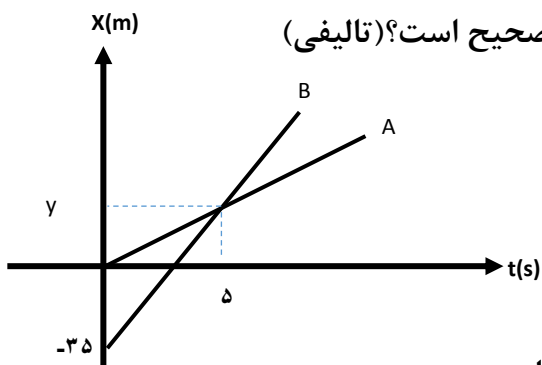
تست ۲۱: قطاری به طول $300m$ با سرعت ثابت 20 متر بر ثانیه به پلی به طول $500m$ می‌رسد. اگر مدت زمانی که طول می‌کشد تا قطار به طور کامل از روی پل بگذرد را با t_1 و همچنین مدت زمانی که قطار به طور کامل روی پل بوده است را با t_2 نشان دهیم، نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟ (تالیفی)

۴(۱)

۵(۲)

۲(۳)

۱/۵(۴)



تست ۲۲: با توجه به نمودارهای مکان - زمان روبه‌رو، کدام موارد صحیح است؟ (تالیفی)

الف: هر دو متحرک دارای سرعت ثابت هستند

ب: هر دو متحرک دارای سرعت یکسان هستند

د: در 5 ثانیه اول حرکت، جابه‌جایی A بیشتر از B است

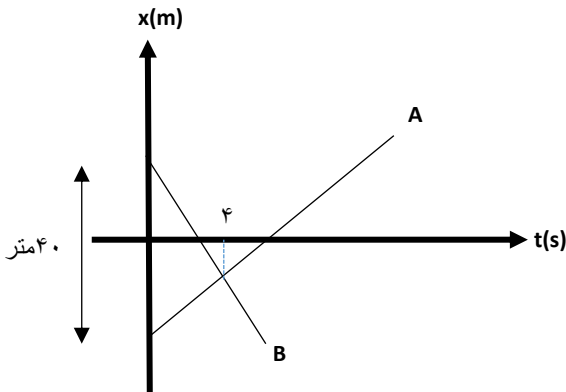
ج: سرعت متحرک B 15 متر بر ثانیه از سرعت متحرک A بیشتر است

(۱) فقط الف د (۲) فقط الف د ج (۳) فقط الف (۴) هر ۴ مورد صحیح است



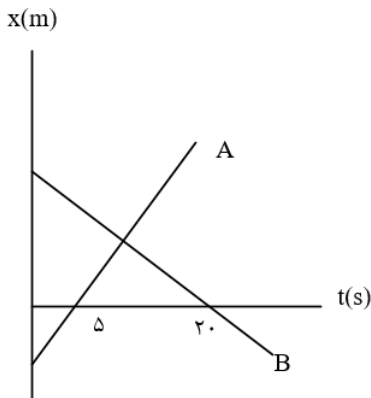
تست ۲۳: اگر بردار جابه‌جایی B در سه ثانیه یکصد و بیست و ششم حرکت به صورت $18i -$ باشد تندی متحرک B چند درصد بیشتر از تندی متحرک A است؟ (تالیفی)

(۱) ۲۵ درصد (۲) ۳۰ درصد (۳) ۵۰ درصد (۴) ۷۵ درصد



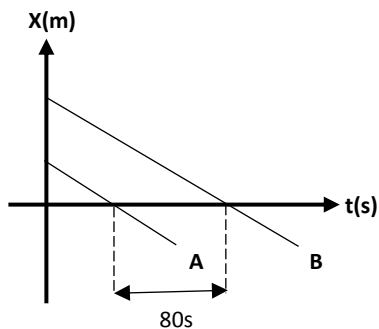
تست ۲۴:

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است اگر در لحظه $t = 0$ فاصله ی دو متحرک ۱۵۰ متر باشد. و تندی متحرک A ، ۲ برابر تندی متحرک B باشد، فاصله ی دو متحرک در لحظه $t = 20s$ چند متر است؟ (کنکور سراسری)



(۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۰۰

تست ۲۵: با توجه به شکل زیر که خطوط موازی مربوط به نمودارهای مکان - زمان دو متحرک A و B است، اگر تندی A برابر ۵ متر برثانیه باشد. فاصله دو متحرک از یکدیگر در مبدأ زمان چند متر بوده است؟ (تالیفی)

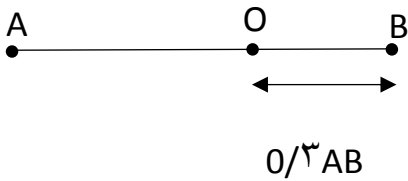


(۱) ۴۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) اطلاعات کافی نیست



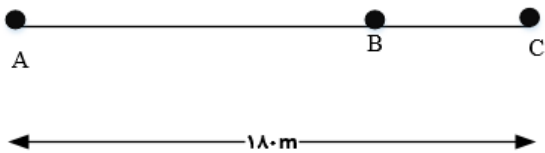
تست ۲۶: دو متحرک از نقطه های A و B با سرعت های ثابت، به طرف یکدیگر شروع به حرکت می کنند و در نقطه O به یکدیگر می رسند. اگر مدت زمانی که متحرک سریع تر، از نقطه O به نقطه مقابل خود (A یا B) می رسد برابر ۱۵s باشد، مدت زمان رسیدن متحرک دیگر از نقطه O به نقطه مقابلش، تقریباً چند ثانیه است؟ (تالیفی مشابه کنکور سراسری)

- ۳۵ (۱) ۸۲ (۲) ۱۸/۵ (۳) ۹۰ (۴)



تست ۲۷: دو متحرک هم زمان از نقطه های A و C با سرعت های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می کنند و در نقطه ی B از کنار هم می گذرند و در ادامه، ۱۶s طول می کشد تا متحرک اول از B به C برسد و ۲۵s طول می کشد تا دومی از B به A برسد. سرعت متحرک اول و فاصله دقیق BC در SI به ترتیب عبارت است از.....؟ (کنکور سراسری با اندکی تغییر و سخت تر کردن)

- ۸۰-۴ (۱) ۸۰-۵ (۲) ۳۰-۵ (۳) ۳۰-۴ (۴)



تست ۲۸: گیرنده ای روی محور x و به فاصله ی x از مبدا قرار دارد. دو فرستنده یکی در مبدا و دیگری روی محور y و به فاصله ی ۵۰km از مبدا، همزمان دو علامت رادیویی می فرستند و گیرنده این دو علامت را به فاصله ی زمانی $10^{-4}s$ از هم دریافت می کند. (سرعت انتشار امواج رادیویی $3 \times 10^5 \frac{km}{s}$ را بگیرد.) x تقریباً چند کیلومتر است؟ (المپاد فیزیک)

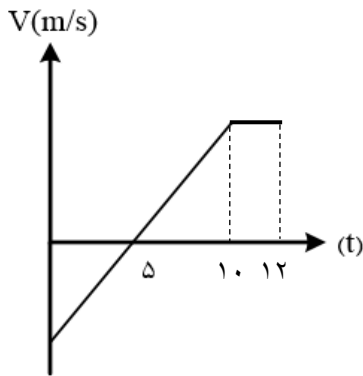
- ۲۷ (۱) ۲۹ (۲) ۲۵ (۳) ۳۳ (۴)



تست ۲۹: دو توپخانه به فاصله ی 30Km از هم شلیک می کنند. هر توپخانه اختلاف زمان بین مشاهده ی نور و شنیدن صدای شلیک توپخانه ی دیگر را می سنجد. این زمان برای یکی از آنها ۹۲ ثانیه و برای دیگری ۸۸ ثانیه است. فرض کنید راستای وزش باد در راستای خط واصل توپخانه هاست. سرعت باد تقریبا چند کیلومتر بر ساعت است؟ (المپاد فیزیک)

- ۲۷(۱) ۳۰(۲) ۲۵(۳) ۳۴۰(۴)

تست ۳۰: نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور Xها حرکت می کند، مطابق شکل روبرو است اگر جابه جایی در ثانیه یازدهم حرکت ۲۰ متر باشد بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $3/5s \leq t \leq 8/3s$ و اندازه سرعت اولیه متحرک به ترتیب از راست به چپ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



- ۱۰-۲(۱) ۲۰-۲(۲) ۲۰-۴(۳) ۱۰-۴(۴)

تست ۳۱: تغییرات سرعت متحرکی نسبت به زمان مقدار ثابت ۲ واحد SI است و در مبدا زمان تندی اولیه +۱ واحد SI خلاف جهت محور Xها از مکان $x = -12m$ عبور نموده است. به ترتیب از راست به چپ، جهت بردار مکان و جهت بردار سرعت متحرک در چه لحظاتی بر حسب ثانیه تغییر می کند؟

- ۰/۵ و ۴(۱) ۰/۵ و ۰/۵(۲) ۴ و -۳(۳) ۲ و ۳(۴)



تست ۳۲:

معادله سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $v = 100 - 4t^2$ است. چند مورد از موارد زیر درست است؟

(۱) ۵ مورد (۲) ۴ مورد (۳) ۲ مورد (۴) ۳ مورد

الف: از $t = 0$ تا $5s$ حرکت کند شوند و پس از آن تندشونده است.

ب: حرکت متحرک ابتدا در جهت محور x سپس خلاف جهت محور x است.

ج: حرکت متحرک، شتابدار با شتاب متغیر است

و: در لحظه $t = 5s$ جهت سرعت و شتاب تغییر می کند

ی: اندازه شتاب همواره در حال افزایش است.

تست ۳۳:

متحرکی روی محور x با شتاب ثابت در حرکت است و در مبدأ زمان با سرعت $v = +3 \frac{m}{s}$ از مکان $x = +4m$ می گذرد. اگر متحرک در لحظه $t = 4s$ در جهت مثبت محور x در بیشترین فاصله y خود از مبدا باشد، در لحظه $t = 8s$ در چند متری مبدا خواهد بود؟ (کنکور سراسری)

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

تست ۳۴:

متحرکی با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه از نقطه A به حرکت در می آید و در ادامه y مسیر به نقطه B و سپس C می رسد و فاصله BC ۱۲۰ متری را در مدت ۱۰ ثانیه طی می کند. اگر سرعت متحرک در نقطه C ، $20 \frac{m}{s}$ باشد، فاصله y بین A و B چند متر است؟ (کنکور سراسری)

(۱) ۲/۵ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۲/۵



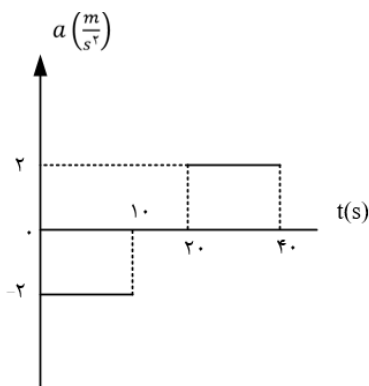
تست ۳۵:

اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت $108 \frac{km}{h}$ در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله $165m$ ، با شتاب ثابت $3 \frac{m}{s^2}$ ترمز می کند و درست جلو مانع می ایستد. اگر زمان واکنش راننده t_1 و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده، t_2 باشد، $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

تست ۳۶:

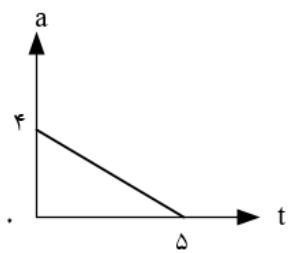
نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در بازه ی زمانی $t_1 = 20s$ تا $t_2 = 35s$ کدام مورد درست است؟



- (۱) حرکت تندشونده است.
 (۲) حرکت کندشونده است.
 (۳) جهت حرکت یک بار تغییر می کند.
 (۴) متحرک در جهت محور x حرکت می کند.

تست ۳۷:

متحرکی با سرعت اولیه ی $-6 \frac{m}{s}$ در مسیر مستقیم به حرکت در می آید و نمودار شتاب - زمان آن به صورت مقابل است. حرکت این متحرک در فاصله ی زمانی نشان داده شده چگونه است؟

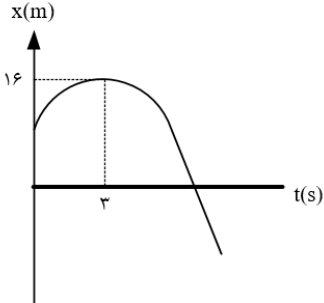


- (۱) پیوسته کنده شونده (۲) پیوسته تند شونده
 (۳) تندشونده و سپس کندشونده (۴) کندشونده و سپس تندشونده



تست ۳۸:

نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 6s$ تندی متوسط متحرک برابر $3 \frac{m}{s}$ باشد، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است؟



۱۲ (۴)

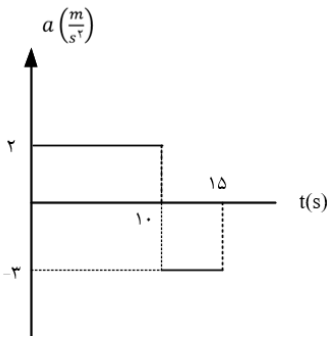
۷ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

تست ۳۹:

نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t = 3s$ سرعت متحرک، $\vec{v} = \left(1 \frac{m}{s}\right) \vec{i}$ باشد، سرعت متوسط در بازه ی زمانی $t_1 = 7s$ تا $t_2 = 12s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱۵ (۴)

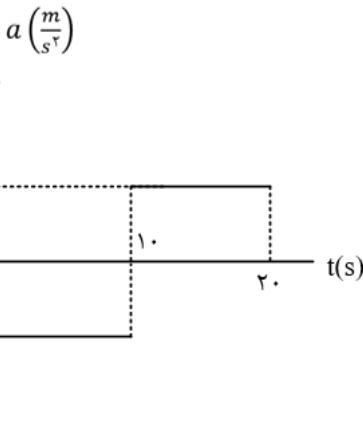
۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

تست ۴۰:

نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند و در لحظه $t = 0$ با سرعت اولیه ی $\vec{v}_0 = \left(10 \frac{m}{s}\right) \vec{i}$ برای اولین بار از مبدا مکان عبور می کند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه ای بر حسب ثانیه، متحرک برای سومین بار از مبدا عبور می کند؟



$\frac{50}{3}$ (۴)

۱۵ (۳)

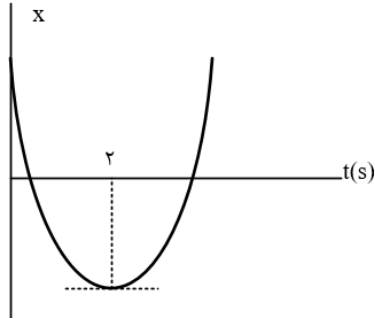
$\frac{40}{3}$ (۲)

۱۰ (۱)



تست ۴۱:

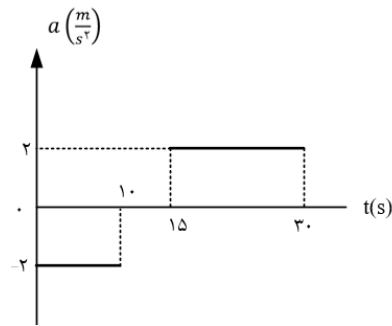
نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازه ی زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 6s$ برابر $3 \frac{m}{s}$ باشد، مسافتی که متحرک در این بازه ی زمانی طی می کند، چند متر است؟



- ۱۸ (۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴)

تست ۴۲:

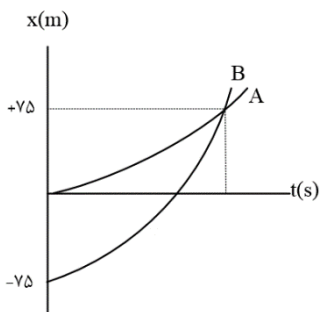
نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیه ی $30 \frac{m}{s}$ در جهت محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازه ی زمانی $t_1 = 10s$ تا $t_2 = 30s$ ، چند متر بر ثانیه است؟



- ۱۵ (۱) ۲۰ (۲) ۲۱/۲۵ (۳) ۴۲/۵ (۴)

تست ۴۳:

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که هم زمان از حال سکون به حرکت در آمده اند، به صورت دو سهمی شکل زیر است. اگر شتاب متحرک A برابر $1/5 \frac{m}{s^2}$ باشد، نسبت سرعت متحرک B به سرعت متحرک A در لحظه ای که از A سبقت می گیرد، کدام است؟



- $\frac{1}{2}$ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴)



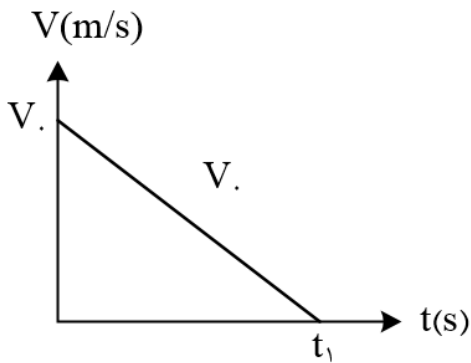
تست ۴۴:

متحرکی در امتداد محور x حرکت می کند و معادله ی سرعت - زمان آن در SI به صورت $v = 4t + v_0$ و حرکت آن تندشونده است. اگر مسافت طی شده توسط این متحرک در ۴ ثانیه ی سوم حرکتش، $\frac{39}{32}$ برابر مسافت طی شده آن در ۴ ثانیه ی اول باشد، سرعت متحرک در لحظه ی $t = 4/5s$ چند متر بر ثانیه است؟ (تالیفی)

- (۱) ۵۶ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۲۴

تست ۴۵:

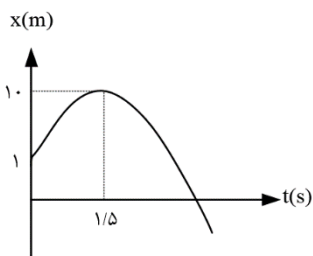
- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در ۲ ثانیه ی اول ۳۶ متر و در ۲ ثانیه ی آخر ۴ متر جابه جا شده است، t_1 چند ثانیه است؟ (تالیفی)



- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

تست ۴۶:

نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. مسافت طی شده توسط متحرک در بازه ی زمانی $0/5s < t < 4/5s$ چند متر است؟



- (۱) ۳۲ (۲) ۳۰ (۳) ۳۶ (۴) ۴۰



تست ۴۷:

اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت $10 \frac{m}{s}$ در لحظه $t = 0$ از مبدا محور عبور می کند و پس از 11s حرکتش با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ کند می شود. اتومبیل B نیز در جهت x در لحظه $t = 0$ با تندی اولیه $2 \frac{m}{s}$ از مبدا محور عبور می کند و حرکتش با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ تند می شود و پس از ۵ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می دهد. لحظه ای که دو اتومبیل به هم می رسند، تندی اتومبیل B چند متر بر ثانیه از تندی اتومبیل A بیش تر است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

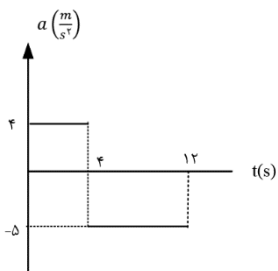
تست ۴۹:

گلوله ای را در شرایط خط از ارتفاع ۸۰ متری بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می کنیم. چند ثانیه ی بعد، گلوله ی B را از همان ارتفاع رها کنیم تا حداکثر فاصله ی آنها از یکدیگر به ۳۵ متر برسد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) (کنکور سراسری)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\sqrt{2}$

تست ۵۰:

نمودار شتاب - زمان متحرکی که در مبدأ زمان با سرعت $4 \frac{m}{s}$ از مبدأ مکان می گذرد، مطابق شکل است. مسافت طی شده در بازه ی زمانی صفر تا ۱۲ ثانیه، چند متر است؟ (کنکور سراسری)



- (۱) ۴۸ (۲) ۹۶ (۳) ۱۲۸ (۴) ۱۶۰

تست ۵۱:

یک قطار می تواند حداکثر با شتاب $0/2 m/s^2$ بر سرعت خود بیفزاید و بیشترین شتاب ترمز آن برابر $0/8 m/s^2$ است. کمترین زمان ممکن که این قطار می تواند فاصله $3/2 Km$ میان دو ایستگاه را پیماید چه قدر است؟ (المپیاد فیزیک)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۳۶۰



تست ۵۲:

اتومبیلی روی جاده ای افقی مستقیم حرکت می کند. در هر یک از زمان های $t = 3s$ و $t = 2s$ ، $t = 1s$ ، یک کیسه از اتومبیل روی جاده می افتد. فاصله ی کیسه ی اول تا کیسه ی دوم $20m$ و فاصله ی کیسه ی دوم تا کیسه ی سوم $30m$ است. جهت مثبت را جهت حرکت اتومبیل بگیرید. کدام گزینه درست است؟ المپاد فیزیک

(۱) حتما سرعت اتومبیل در $t = 2s$ و از سرعت متوسط اتومبیل در $t = 1s$ و $t = 2s$ بیش تر است.

(۲) حتما سرعت اتومبیل در $t = 2s$ ، از سرعت اتومبیل در $t = 3s$ بیش تر است.

(۳) حتما شتاب اتومبیل در $t = 2s$ مثبت است.

(۴) حتما شتاب متوسط اتومبیل بین $t = 1s$ و $t = 3s$ مثبت است.

تست ۵۳:

اتوبوسی در یک ایستگاه ایستاده است. شخصی با سرعت ثابت v می دود تا به اتوبوس برسد. وقتی فاصله ی این شخص تا اتوبوس $8m$ است، اتوبوس با شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می کند. اگر سرعت شخص تغییر نکند، سرعتش حداقل چند متر بر ثانیه باشد تا به اتوبوس برسد؟ (المپیاد فیزیک)

۸ (۴)

۲ (۳)

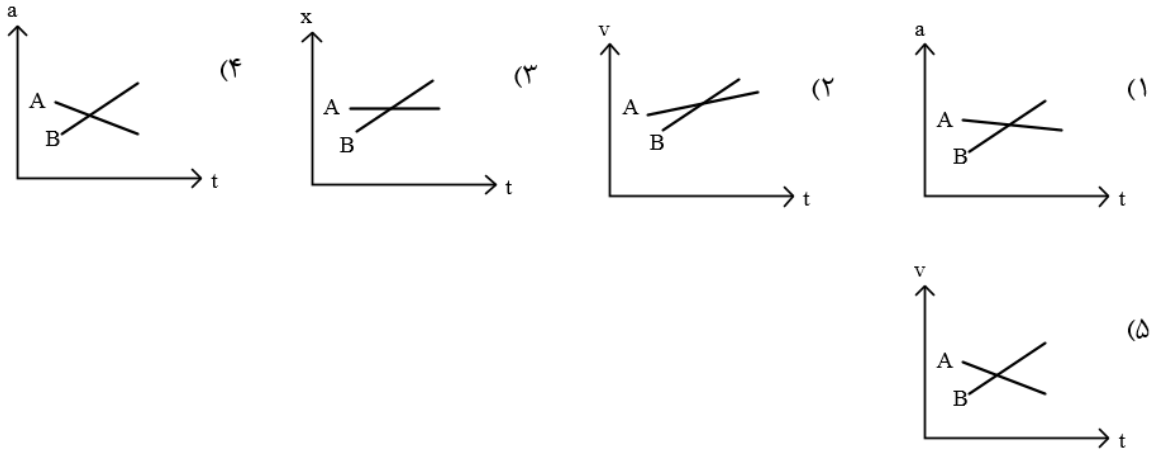
۵ (۲)

۴ (۱)



تست ۵۴:

دو خودروی A و B در جاده ای در حرکت اند. اگر متغیرهای حرکت آنها یکی نمودارهای زیر باشد، کدام یک از این نمودارها حتما یک تصادف را نشان می دهد؟ (المپیاد فیزیک)



۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

تست ۵۵:

خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. در $t = 0$ چراغ سبز می شود و خودرو با شتاب ثابت $1 \frac{m}{s^2}$ راه می افتد. خودرو به مدت T با همین شتاب حرکت می کند و پس از آن با سرعت ثابت به راه خودش ادامه می دهد. فاصله چهارراه بعدی تا این چراغ 450m است. چراغ چهارراه بعدی در $t = 50s$ سبز می شود. بیشینه T برای این که وقتی خودرو به چهارراه بعدی می رسد چراغ سبز باشد چند ثانیه است؟ (المپیاد فیزیک)

۲۳(۴)

۹(۳)

۱۲(۲)

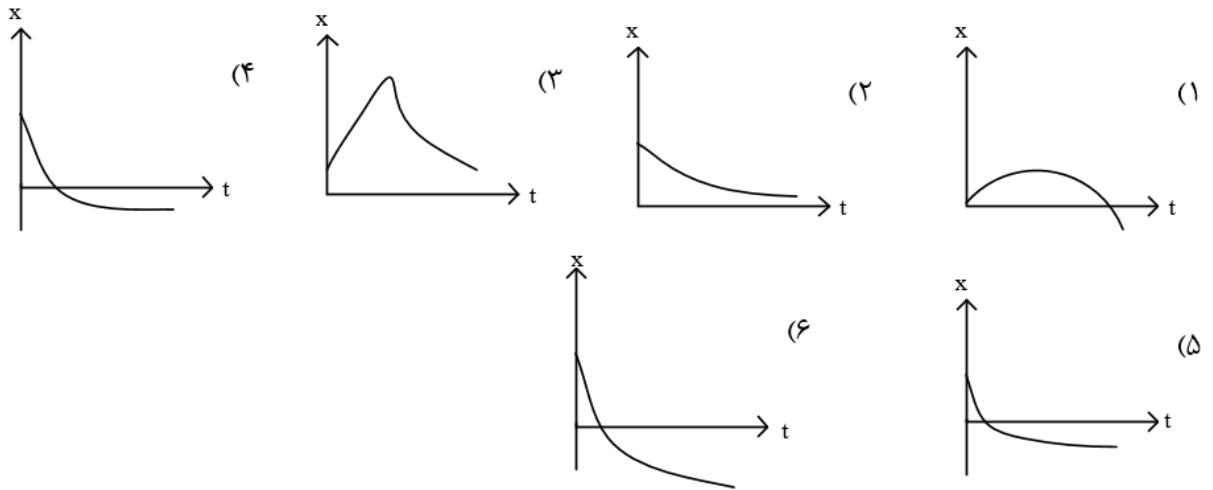
۱۰(۱)



تست ۵۷:

سرعت جریان یک رود V_1 است. رود به طرف شرق جریان دارد. روی این رود قایقی با سرعت ثابت V_2 نسبت به آب به طرف شرق حرکت می کند. در $t = 0$ تکه چوبی از قایق با سرعت V_2 به طرف شرق، نسبت به قایق، به رود پرتاب می شود. جهت مثبت را رو به شرق بگیرید. نمودار مکان این تکه چوب نسبت به قایق x بر حسب زمان کدام گزینه یا گزینه ها می تواند باشد؟

- (۱) فقط مورد ۱ (۲) مورد ۱ یا ۳ (۳) مورد ۴ یا ۵ یا ۶ (۴) فقط مورد ۲



تست ۵۸:

دو خودروی A و B به ترتیب با سرعت های $16 \frac{m}{s}$ و $8 \frac{m}{s}$ روی یک خط راست به سمت یکدیگر در حرکت اند. هنگامی که فاصله ی دو خودرو از هم 45m است، خودروی A با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ و خودروی B با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ ترمز می کند. چند ثانیه پس از شروع ترمز، دو خودرو به هم می خورند و سرعت خودروی B در لحظه ی برخورد چه قدر است؟ (المپیاد فیزیک)

- (۱) 2/8s و صفر (۲) 13/2s و صفر

- (۳) 3s و $4 \frac{m}{s}$ (۴) 5s و $12 \frac{m}{s}$

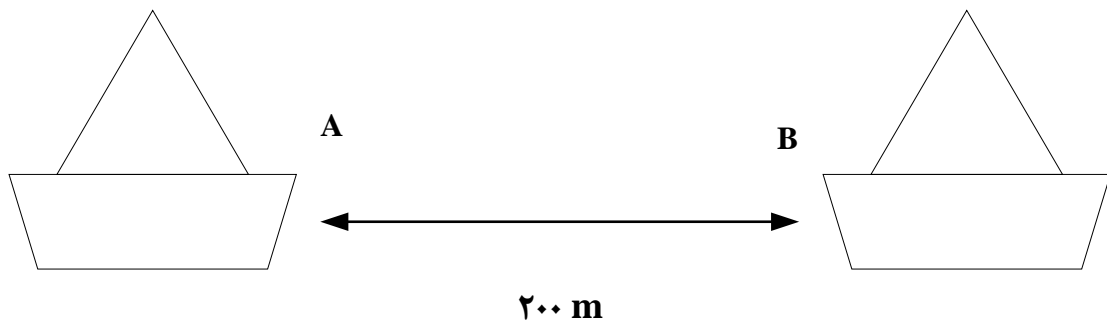


تست ۵۹:

مطابق شکل زیر در رودخانه‌ای آب با تندی ثابت 5 m/s در حرکت است و دو قایق تندروی مشابه در لحظه $t_0 = 0$ از نقاط A و B که در فاصله 200 m یکدیگر قرار دارند با تندی ثابت به سمت دیگر حرکت می‌کنند اگر تندی حرکت این قایق‌ها در آب ساکن 10 m/s باشد در چه لحظه‌ای بر جسب تانیه دو قایق به هم می‌رسند؟

۱۰ (۱) ۸ (۲)

۱۵ (۳) ۱۲ (۴)



تست ۶۰:

دو قطار یکی به طول 100 m و با تندی 10 m/s و دیگری به طول 150 m و با تندی 8 m/s روی دو ریل موازی و مجاور هم در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند. مسافر قطار اول، قطار دوم را در چه زمانی مقابل کوبه خود می‌بیند؟

۹,۴ (۱) ۸,۳۳ (۲) ۶,۴ (۳) ۳,۲ (۴)



پاسخنامه تشریحی سوالات و تکالیف پایان فصل حرکت

تست ۱:

الف غلط هست - بخش اولش درسته ولی بخش دومش غلطه یعنی در حرکت روی خط راست اگر تغییر جهت داشته باشیم باز هم مسافت بزرگتر از جابه جایی میشود

ب: غلط هست دقت کنید که اسکالر و نرده ای یکی هستند! و مسافت کمیتی نرده ای (اسکالر) و جابه جایی کمیتی برداری است

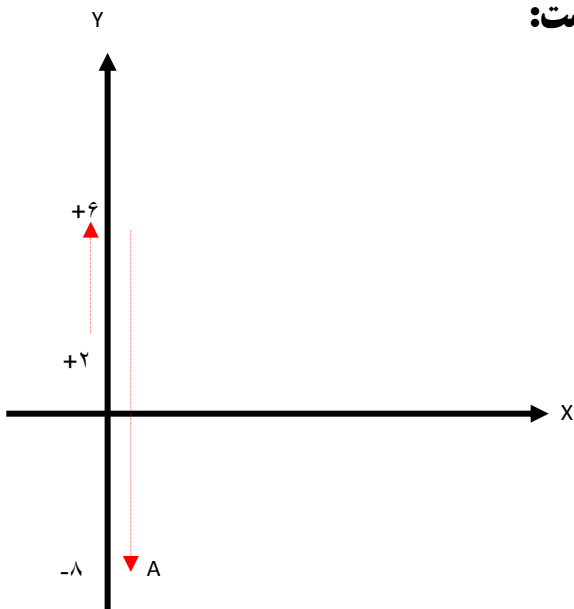
ج: هیچگاه!!! چرا؟ اگه تصادفا نقطه شروع حرکت مبدا مکان باشد، در اینصورت بردار مکان و بردار جابه جایی میتوانند یکی شوند پس این گزینه هم غلطه

و: وقتی یک نفر از نقطه آغاز حرکت کند و مجدد به جای اولیه خود بازگردد جابه جایی صفر است و مسافت رو به جابه جایی تقسیم کنیم تعریف نشده میشه و این گزینه هم غلط است

جواب گزینه ۱

تست ۲:

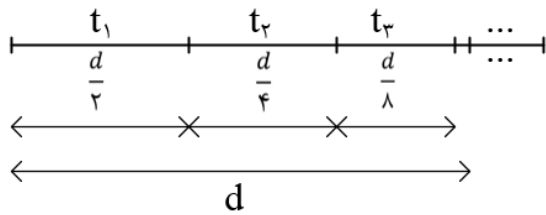
حرکت متحرک روی محور Y ها به صورت زیر بوده است:



پاسخ: گزینه ۱



تست ۳: گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. شکل زیر مسیر حرکت متحرک روی خط راست را نشان می‌دهد، جابه‌جایی‌های $\frac{1}{2}$ میسر، $\frac{1}{4}$ میسر و $\frac{1}{8}$ میسر و ... نیز روی آن مشخص شده است.



متحرک فاصله‌ی $\frac{d}{2}$ را با سرعت V و در نتیجه در زمان،

$t_1 = \frac{\frac{d}{2}}{V} = \frac{d}{2V}$ ، فاصله‌ی $\frac{d}{4}$ را با سرعت $\frac{V}{2}$ و در نتیجه در زمان $t_2 = \frac{\frac{d}{4}}{\frac{V}{2}} = \frac{d}{2V}$ ، فاصله‌ی $\frac{d}{8}$ را با سرعت

$\frac{V}{4}$ و در نتیجه در زمان $t_3 = \frac{\frac{d}{8}}{\frac{V}{4}} = \frac{d}{2V}$ و ... طی می‌خواهد کرد. بنا به تعریف سرعت متوسط متحرک

در کل حرکت، برابر

(یک تصاعد هندسی دارای حد مجموع) $\frac{d}{2} + \frac{d}{4} + \frac{d}{8} + \dots = d$ کل جابه‌جایی متحرک

کل زمان حرکت $t_{\text{کل}} = \frac{d}{2V} + \frac{d}{2V} + \frac{d}{2V} + \dots$ $t_1 + t_2 + t_3 + \dots =$

$$\bar{V} = \frac{d}{t_{\text{کل}}} = \frac{d}{\frac{d}{2V} + \frac{d}{2V} + \frac{d}{2V} + \dots} = \frac{d}{\frac{d}{2V}(1 + 1 + 1 + \dots)} = \frac{2V}{\underbrace{1 + 1 + 1 + \dots}_{\text{تا } n}} = \frac{\text{عدد}}{\text{بینهایت}} = 0$$

تست ۴:

بردار مکان خلاف جهت محور ایکس‌ها یعنی جاهایی که ایکس منفی هست یعنی زیر نمودار یعنی از ۱۶ تا ۴۶ ثانیه

$$S_{av} = \frac{10 + 10}{46 - 16} = \frac{2}{3}$$

سرعت خلاف جهت محور ایکس‌ها یعنی جاهایی که سرعت منفی هست یعنی جاهایی که شیب منفی هست یعنی از ۸ تا ۲۶ ثانیه

$$|V_{av}| = \left| \frac{-10 - 10}{26 - 8} \right| = \frac{20}{18} = \frac{10}{9} \qquad \frac{S_{av}}{|V_{av}|} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{10}{9}} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

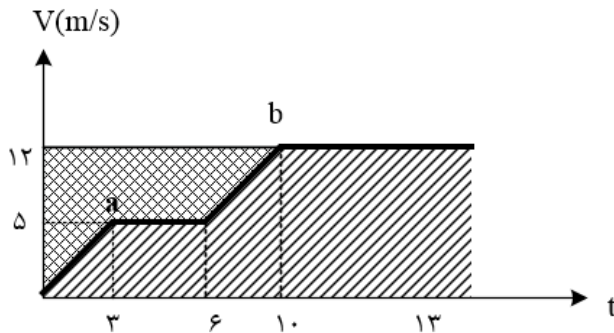
پاسخ گزینه ۳ می‌باشد



تست ۵:

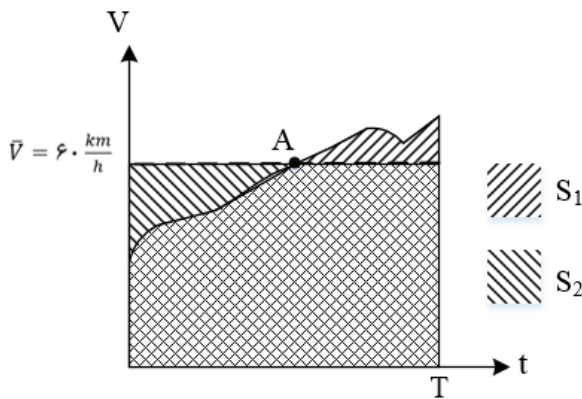
گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در لحظه‌ی $t = 0$ ، دو متحرک a و b در یک مکان بوده اند، لذا اگر قرار باشد دوباره به یکدیگر برسند، باید دارای جابه‌جایی‌های برابر شوند. از طرف دیگر می‌دانیم جابه‌جایی در یک بازه‌ی زمانی برابر سطح زیر نمودار سرعت - زمان متحرک در آن بازه‌ی زمانی می‌باشد، اما همان‌گونه که در شکل روبه‌رو ملاحظه می‌شود سطح زیر (نمودار دو متحرک a و b هیچ‌گاه نمی‌تواند با هم برابر شود. در این شکل سطح زیر نمودار سرعت - زمان متحرک a با هاشور مشخص شده است و مشاهده می‌شود که این سطح همواره از سطح زیر نمودار سرعت - زمان متحرک b کمتر است، لذا متحرک a همواره از متحرک b عقب‌تر خواهد بود. در ضمن می‌بینیم که در ۱۰ ثانیه‌ی اول سرعت متحرک a همواره از سرعت متحرک b کم‌تر است، پس متحرک a کم‌تر جابه‌جا می‌شود.

در واقع پس از لحظه‌ی $t = 0$ متحرک b از متحرک a جلو می‌زند و تا زمان $t = 10s$ متحرک b به اندازه‌ی مساحت سطح ضربدری مشخص شده در شکل، یعنی $\frac{1}{2} \times 5 \times 3 + \frac{1}{2} \times (6 + 10) \times 7 = 63/5m$ از متحرک a جلوتر خواهد بود، از لحظه‌ی $t = 10s$ به بعد سرعت هر دو متحرک ثابت و یکسان و برابر $12 \frac{m}{s}$ خواهد بود لذا فاصله‌ی اولیه‌ی $5/63$ متر را نسبت به هم حفظ می‌کنند و هیچ‌گاه به یکدیگر نخواهند رسید.



تست ۶:

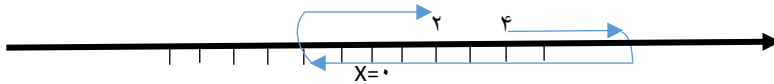
گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. همان طور که می دانیم مفهوم سرعت متوسط $60 \frac{km}{h}$ این نیست که سرعت متحرک در طی مسیر همواره ثابت و برابر $60 \frac{km}{h}$ بوده است، بلکه مفهوم آن این است که به طور متوسط این متحرک در هر ساعت $60km, 1h$ جابه جا می شود. برای پاسخ گویی به این مسئله می توان از نمودار $v-t$ نیز استفاده نمود. سطح زیر نمودار منحنی $v-t$ معرف جابه جایی متحرک در یک بازه زمانی است، که این منحنی می تواند هر شکل دلخواهی داشته باشد. اما هنگامی که صحبت از سرعت متوسط در آن حرکت می شود، منظور سرعت ثابتی است که اگر متحرک با آن سرعت حرکت کند، می تواند آن جابه جایی را در همان بازه ی زمانی انجام دهد. سرعت متوسط که مقداری ثابت است به صورت خطی افقی در نمودار $v-t$ رسم می شود. با رسم منحنی سرعت لحظه ای و خط افقی سرعت متوسط در یک نمودار $v-t$ و با توجه به این که سطح زیر نمودار این دو باید با هم برابر باشند، شکل مقابل قابل رسم است. در این نمودار S_1 سطح زیر نمودار منحنی سرعت لحظه ای و S_2 سطح زیر نمودار خط افقی سرعت متوسط یکسان است. همان طور که از شکل پیداست در بازه ی زمانی 0 تا T که مساحت های S_1 و S_2 با هم برابرند، منحنی سرعت لحظه ای و خط افقی سرعت متوسط در نقطه ی A با هم تلاقی داشته اند. به هر ترتیب اگر منحنی دلخواهی برای سرعت لحظه ای رسم شود تا شرط، $S_1 = S_2$ برقرار شود، باید حداقل یک بار خط افقی سرعت متوسط $60 \frac{km}{h}$ را قطع کند و این به معنای آن است که سرعت اتومبیل حداقل یک بار $60 \frac{km}{h}$ بوده است.



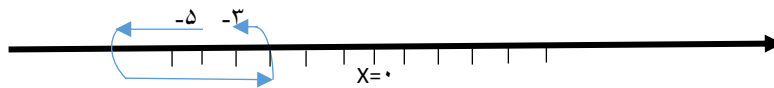
تست ۷:

قبلا هم گفته بودم، هر کدوم که تغییر جهت داشته باشه، سرعت و تندی متوسطش یکی نیست، پس باید مسیر حرکت هر کدوم رو به صورت تقریبی حدس بزنیم و ببینیم کدومش تغییر جهت داره

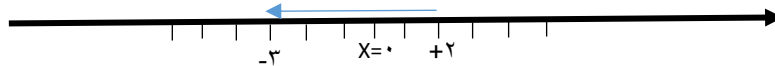
مسیر حرکت A



مسیر حرکت B



مسیر حرکت C



در حالت A و B قطعا تغییر جهت داریم ولی در حالت C ممکن است داشته باشیم و ممکن است نداشته باشیم

جواب گزینه ۳ می باشد

تست ۸:

الف درسته چون بین بازه گفته شده تغییر جهت نداریم

ب: غلط هست چون توی این بازه تغییر جهت داریم پس سرعت و تندی متوسط همیشه مساوی باشند

ج: غلط هست توی این بازه متحرک تغییر جهت داده ولی در مورد بردار مکانش نمیتونیم نظر بدیم

د غلط هست در لحظات t_1 و t_3 جهت حرکت متحرک تغییر نمیکند



پاسخ گزینه ۲ می باشد

تست ۹:

الف: اگر معادله مکان زمان درجه دو باشد، سرعت متوسط با سرعت لحظه ای در نقطه وسط زمانی برابر است و چون ۲۵ ثانیه وسط لحظات ۱۲ ثانیه تا ۳۸ است پس این گزینه صحیح است

ب: از معادله مکان باید مشتق بگیریم و مساوی صفر قرار دهیم

میشود $t = 2$ $v = 2t - 4 = 0$ بنابراین متحرک در لحظه ۲ ثانیه تغییر جهت میدهد

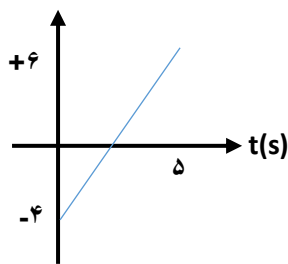
ج: از معادله مکان را باید مساوی صفر قرار دهیم $t = 1, t = 3$ $t^2 - 4t + 3 = 0$

بنابراین بردار مکان در لحظات ۱ ثانیه و ۳ ثانیه تغییر جهت میدهد

د: برای پیدا کردن سرعت و تندی متوسط در این سوال کافیست نمودار سرعت زمان را در ۵ ثانیه

اول رسم کنید

v(m/s)



$$V_{\text{سرعت متوسط}} = \frac{|\text{مساحت پائین}| - |\text{مساحت بالا}|}{\text{زمان}} = \frac{9 - 4}{5} = 1$$

$$S_{\text{تندی متوسط}} = \frac{|\text{مساحت بالا}| + |\text{مساحت پائین}|}{\text{زمان}} = \frac{9 + 4}{5} = 2.6$$

همانطور که دیدیم در ۵ ثانیه اول، سرعت متوسط ۱ متر برثانیه و تندی متوسط ۲/۶ متر برثانیه است پس این گزینه هم درست است

ج: برای محاسبه سرعت و تندی لحظه ای داریم:

$$V_{\text{لحظه ای}} = \text{مشتق از } x = 2t - 4 = +6$$

$$S_{\text{لحظه ای}} = |\text{مشتق از } x| = 2t - 4 = +6$$

پس این گزینه هم درسته



پس جواب گزینه ۱ می باشد

تست ۱۰:

الف: غلط است زیرا از t_1 تا t_2 شتاب منفی و از t_2 تا t_3 شتاب مثبت است

ب: غلط است زیرا از t_1 تا t_2 سرعت در حال زیاد شدن است (به شیب نگاه نکنی ها !! اون مال نمودار ایکس هست!)

پ: غلط است، اگر میگفت اندازه شتاب، درست میبود!!

ت: غلط است زیرا در بازه زمانی t_2 تا t_3 سرعت منفی ولی شتاب مثبت است

و: صحیح است

ه: صحیح است

پس گزینه ۱ جواب است

تست ۱۱: گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ی ۱: $V_1 > V$ غلط

گزینه ی ۲: غلط

گزینه ی ۳: در بازه $t_1 - 0$ در جهت xها و در بازه $t_2 - t_1$ در خلاف جهت xها است.

$$\text{گزینه ی ۴: } \bar{a}_{1-2} = \frac{v_1^0 - v_1}{t_2 - t_1}, \bar{a}_{0-1} = \frac{v_1 - v_0}{t}$$

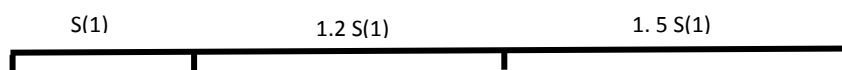
همان طور که از شکل مشخص است، شیب \bar{a}_{1-2} بیشتر است

تست ۱۲:

$$S_2 = S_1 + \frac{20}{100} S_1 \quad S_2 = 1.2 S_1$$

$$S_3 = 1.25 S_2 \quad S_3 = 1.5 S_1$$

و چون بازه زمانی ها یک ثانیه است بنابراین، مسافت با تندی ها یکسان است:



حالا تست گفته که تندی متوسط در دو ثانیه اول $24/2$ هست پس رابطه تندی رو براش مینویسم

$$S_{0-2} = \frac{S_1 + 1.2S_1}{2 - 0} = 24.2 \quad S_1 = 22$$

حالا فاصله A از B یعنی جمع تکه تکه مسیر یعنی:

$$AB = S_1 + 1.2S_1 + 1.5S_1 = 3.7S_1 = 3.7 \times 22 = 81.4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

تست ۱۳: گزینه ۲ پاسخ صحیح است

$$tg \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \rightarrow \frac{18 - x}{x} = \frac{16}{8} \rightarrow x = 12$$

$$tg \beta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \rightarrow \frac{y}{12} = \frac{12}{18} \rightarrow y = 6$$

بزرگی جابه جایی متحرک B برابر مساحت ذوزنقه ABCD

$$|\Delta x_B| = S_{ABCD} = \left(\frac{12 + 20}{2} \right) \times 12 = 192m$$

تست ۱۴:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کافی است لحظه ای را که سرعت صفر می شود به دست آوریم.

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{-8 - 4}{14 - 2} = \frac{-12}{12} = -1 \frac{m}{s^2}$$

$$V = a\Delta t + V_0 \rightarrow -\Delta t + 4 = 0 \rightarrow \Delta t = 4s$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t = 2 + 4 = 6$$

متحرک از ثانیه ۶ تا ۱۴ خلاف جهت محور x حرکت کرده است، یعنی ۸ ثانیه.



تست ۱۵:

گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است

$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{30 \times 6}{2} = 90m$$

$$\Delta x_2 = S_2 = \frac{-20 \times 4}{2} = -40m \rightarrow |\Delta x_2| = 40m$$

$$d = 200 - (90 + 40) = 70m$$

تست ۱۶:

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر سرعت در $t = 4s$ برابر $-V_1$ باشد، سرعت در $t = 8s$ برابر $3V_1$ است.

$$S_1 = \frac{V_1}{2}$$

$$\rightarrow |S_1| + |S_2| = \frac{10V_1}{2} = 5V_1$$

$$S_2 = \frac{9V_1}{2}$$

$$L = |S_1| + |S_2| = 5V_1$$

$$\bar{S} = \frac{L}{\Delta t} \rightarrow 15 = \frac{|5V_1|}{4} \rightarrow |V_1| = 12 \frac{m}{s} \rightarrow V_1 = -12 \frac{m}{s}$$

$$\frac{|V_1|}{|V_0|} = \frac{1}{5} \rightarrow |V_0| = 5 \times 12 = 60 \frac{m}{s} \rightarrow V_0 = -60 \frac{m}{s}$$

$$0 < t < 5 \rightarrow S_1 = -\frac{5 \times 60}{2} = -150m$$

$$\bar{V} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{-150 + 6}{6} \rightarrow \bar{V} = -\frac{144}{6} = -24 \frac{m}{s} \rightarrow |\bar{V}| = 24 \frac{m}{s}$$

تست ۱۷:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مسافتی که متحرک در مدت ۹ ثانیه روی محیط این مربع طی می کند:

$$I = st \xrightarrow{s=5 \frac{cm}{s}} I = 5 \times 9 = 45cm$$

محیط این مسیر مربع شکل، ۶۰ سانتی متر است، بنابراین می توان نتیجه گرفت که این متحرک $\frac{3}{4}$ مسیر مربع شکل را طی می کند. اگر حرکت متحرک از یکی از رئوس شروع شود، پس از طی کردن



۳ ضلع، روی رأس مجاور توقف می کند و اگر متحرک از وسط یکی از اضلاع شروع به حرکت کند، پس از طی $\frac{3}{4}$ محیط روی وسط ضلع مجاور قرار می گیرد:

با روابط ریاضی می توان اثبات کرد که کمترین میزان جابه جایی هنگامی است که متحرک از مرکز ضلع شروع کند و بیشترین میزان جابه جایی هنگامی است که متحرک از یکی از رئوس شروع به حرکت کند، بنابراین:

$$\Delta x_{min} \leq \Delta x \leq \Delta x_{max} \rightarrow \frac{15\sqrt{2}}{2} \leq \Delta x \leq 15$$

$$\xrightarrow[\Delta t=9s \text{ طرفین تقسیم}]{\frac{15\sqrt{2}}{2}} \leq v_{av} \leq \frac{15}{9} \rightarrow \frac{5}{6}\sqrt{2} \leq v_{av} \leq \frac{5\sqrt{2}=1/5}{3} \frac{5}{4} \leq v_{av} \leq \frac{5}{3}$$

فقط گزینه ۴ در این بازه قرار دارد.

تست ۱۸:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است

اگر بنا بر فرض بعد از t ثانیه به یک دیگر برسند و حرکت متحرک B فقط با سرعت ثابت باشد.

$$S_A = S_B$$

$$(2 + 12)\frac{5}{2} + (t - 5)12 = 10t$$

$$35 + 12t - 60 = 10t$$

$$2t = 25 \rightarrow t = 12/5$$

چون در لحظه $t = 11$ ثانیه حرکت کندشونده B آغاز شده است یعنی سرعت کم شده و B جلوتر است، بنابراین جواب از $12/5$ کمتر و از ۱۱ بیش تر یعنی $t = 12$ ثانیه است



تست ۱۹:

گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\Delta}{t'DC} \text{ و } \frac{\Delta}{ABt'} \text{ با استفاده از تشابه دو مثلث: } \frac{8}{2} = \frac{t' - 4}{9 - t'} \rightarrow 36 - 4t' = t' - 4 \rightarrow t' = 8s$$

برای آن که از مبدا عبور کند، باید 36m جابه جا شود که ملاحظه می کنید متحرک تا لحظه ی $t = 8s$ به اندازه ی سطح زیر نمودار یعنی $\frac{(8+2) \times 8}{2} = 40m$ و جابه جا می شود، پس زمان مورد نظر قبل از $8s$ است که با توجه به گزینه ها جواب ۶ ثانیه است.

(زیرا تا لحظه ی $t = 2s$ به اندازه ی $\frac{2 \times 8}{2} = 8m$ جابه جا می شود.)

تست ۲۰:

جواب گزینه ۲ است

در حرکت با سرعت ثابت معادله به صورت $x = vt + x_0$ است

و وقتی میگه در مبدا بوده و ۲ ثانیه بعد به ۶- رسیده یعنی برخلاف محور ایکسها حرکت میکرده و سرعتش منفی بوده (گزینه ۳ و ۴ بچ!) خب چون توی حرکت سرعت ثابت اجازه داریم تناسب ببندیم پس ۲ ثانیه قبل از رسیدن به مبدا هم در تقظه ۶+ بوده پس جواب همیشه

$$x = -3t + 6$$

تست ۲۱:

جواب گزینه ۱ می باشد

t_1 شامل زمانی است ابتدای قطار وارد پل شده تا زمانی که ته قطار از روی پل خارج میشود . که کلا از لجاظ متر میشود

$$500 + 300$$

$$t_1 = \frac{\Delta x}{v} = \frac{800}{20} = 40s$$

و t_2 از لحظه ای است که قطار کاملا وارد پل شده تا زمانی که نوک آن میخواهد خارج شود که از لجاظ متر میشود



500 – 300

$$t_2 = \frac{\Delta x}{v} = \frac{200}{20} = 10s \quad \frac{t_1}{t_2} = 4$$

تست ۲۲:

- الف: صحیح است زیرا اگر نمودار مکان-زمان درجه یک باشد، حرکت سرعت ثابت است
- ب: غلط است، سرعت ثابت به معنای سرعت یکسان نیست و چون شیبهایشان فرق دارد پس سرعت ها یکسان نیستند
- د: غلط است، امیدوارم مساحت زیر نمودار ها را مقایسه نکرده باشی!! چون این نمودار مکان زمان است و نه سرعت زمان!
- ج: غلط است، کافیست سرعت هر دو نمودار را حساب کنیم سپس از هم تفریق کنیم که عدد همان ۷ میشود

$$V_B - V_A = \frac{Y - (-35)}{5} - \frac{Y}{5} = 7$$

جواب گزینه ۳ می باشد

تست ۲۳:

جواب گزینه ۳ است

بردار جابه جایی B در سه ثانیه یکصد و بیست و ششم حرکت به صورت $18i$ - باشد یعنی:

$$\Delta x = vt_2 - vt_1 \quad -18 = V_B (126 - 123) \quad V_B = -6$$

حالا چون در لحظه ۴ ثانیه، مکان یکسان هست میتوانیم بنویسیم:

$$X_A = X_B \quad V_A t + X_{0A} = V_B t + X_{0B} \quad V_A t + 6t = 40 \quad V_A = 4$$

$$\text{درصد} = \frac{6 - 4}{4} \times 100 = 50$$

تست ۲۴:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: زمان تلاقی دو جسم را حساب کنیم:

$$V_A = 2V_B$$



$$\frac{x}{t-5} = 2 \frac{x}{20-t} \rightarrow 20-t = 2(t-5)$$

$$\rightarrow 30 = 3t \rightarrow t = 10s$$

به دلیل تشابه مثلث‌ها فاصله دو متحرک در زمان $t = 20s$ ، $150m$ می‌شود

تست ۲۵:

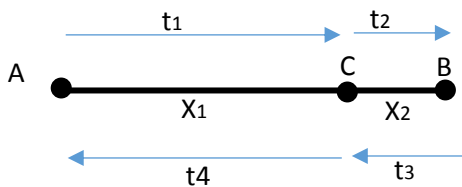
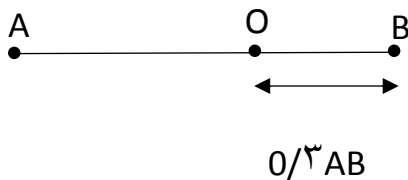
پاسخ گزینه ۱ است

خطوط موازی یعنی نمودارها سرعتشان باهم برابرست و چون سرعتشان برابر است بنابراین فاصله شان از هم در تمام لحظات ثابت میماند و چون حرکت سرعت ثابت است داریم:

$$\Delta X = V\Delta t \quad \Delta X = 5 \times 80 = 400$$

تست ۲۶: اگر یادتون باشه توی متن درس بهتون یاد دادم که در حرکت با سرعت ثابت اجازه

داریم تناسب ببندیم



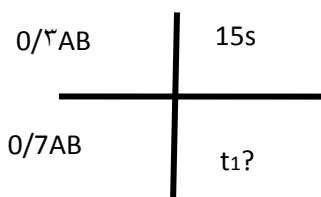
راه اول راه تستی:

$$t_4 = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 \times t_2$$

$$t_4 = \left(\frac{0.7}{0.3}\right)^2 \times 15 = 81.6s$$

راه دوم استفاده از روش تناسب:

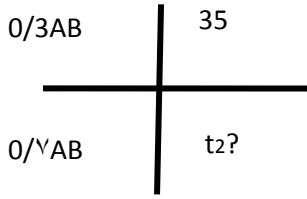
متحرک اول وقتی $0/3$ مسیر رو در 15 ثانیه میره پس $0/7$ مسیر رو در 35 میره



$$t_1 = 35$$

اما متحرک دوم چون $0/3$ مسیر رو در 35 ثانیه میره پس $0/7$ مسیر رو در $81/7$ ثانیه میره

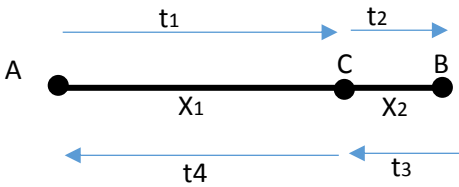




گزینه ۲ چون تقریبی پرسیده!

تست ۲۷: گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

از راه تستی بریم این سوال رو:



$$t_4 = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 \times t_2$$

$$25 = \left(\frac{180 - x}{x}\right)^2 \times 16 \rightarrow x = 80$$

$$\Delta x = vt \quad 80 = v \times 16 \quad v = 5$$

تست ۲۸:

امواج رادیویی با سرعت ثابت منتشر میشوند پس فرمول $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ برای آنها صادق است و برای

محاسبه اختلاف زمان بین دو موج از رابطه روبرو استفاده میکنیم

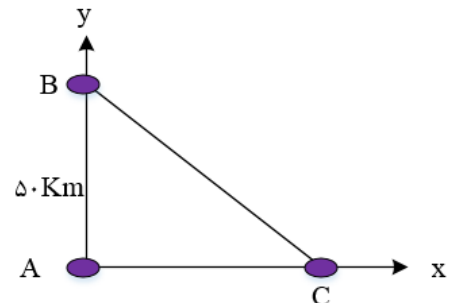
$$\Delta t = \frac{x_1}{v} - \frac{x_2}{v} \quad \Delta t = \frac{x_1 - x_2}{v} \quad \Delta t = \frac{\sqrt{x^2 + 50^2} - x}{3 \times 10^5}$$

$$10^{-4} = \frac{\sqrt{x^2 + 50^2} - x}{3 \times 10^5}$$

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + 2500} - x = 30 \rightarrow \sqrt{x^2 + 2500} = x + 30$$

$$\rightarrow x^2 + 2500 = (x + 30)^2 = x^2 + 60x + 900$$

$$\rightarrow 60x = 2500 - 900 = 1600 \rightarrow x = \frac{1600}{60} = 26.7 \text{ Km}$$



پاسخ گزینه ۱ است

تست ۲۹:

امواج صوتی با سرعت ثابت منتشر می شوند پس فرمول $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ برای آنها هم صادق است و برای هر کدام رابطه را جدا مینویسیم:

دقت کنید که فاصله ها یکسان است اما چیزی که باعث اختلاف زمانی شده آنست که وزش باد تاثیر داشته پس برای یکی سرعت صوت را با باد جمع میکنیم و برای دیگری تفریق میکنیم

$$\begin{cases} 88 = \frac{30}{C+V} \rightarrow C+V = \frac{30}{88} \\ 92 = \frac{30}{C-V} \rightarrow C-V = \frac{30}{92} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C+V = \frac{30}{88} \\ (-1) \times C - V = \frac{30}{92} \end{cases} \rightarrow 2V = \frac{30}{88} - \frac{30}{92}$$

$$\rightarrow V = 15 \left(\frac{1}{88} - \frac{1}{92} \right) \rightarrow V = \frac{60}{88 \times 92} \frac{Km}{s} \rightarrow V = \frac{60}{88 \times 92} \times 3600 = 26/67 \frac{Km}{h}$$

$$\approx 27 \frac{Km}{h}$$

پاسخ گزینه ۱ است

تست ۳۰: اگر جابه جایی در ثانیه یازدهم حرکت ۲۰ متر باشد است یعنی مساحت زیر نمودار از ۱۰ تا ۱۱ ثانیه برابر ۲۰ است پس یعنی ماکزیمم تابع ۲۰ میشود و کلیه نقاطی که روی یک خط قرار دارند شیبشان یکسان است، بنابراین اگر شیب بین ۵ تا ۱۰ ثانیه را پیدا کنیم سایر نقاط روی این خط نیز همان شیب را دارند پس شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $3/5s \leq t \leq 8/3s$ همان شتاب بین ۵ تا ۱۰ است



که این شیب $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-0}{10-5} = 4$ است و سرعت اولیه هم باید -20 باشد تا شیب 4 شود
بنابراین گزینه 4 درست است

تست ۳۱:

از اطلاعات سوال متوجه میشویم که شتاب 2 است و سرعت اولیه -1 و مکان اولیه -12 -
حال باید معادلات مکان-زمان و سرعت-زمان را تشکیل دهیم

$$X = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad X = t^2 - t - 12 \quad v = 2t - 1$$

حالا این دو را مساوی صفر قرار میدهیم تا ببینیم کجا صفر میشوند

$$X = t^2 - t - 12 = 0 \quad t = 4s \quad v = 2t - 1 = 0 \quad t = 0.5$$

پاسخ گزینه ۱ است

تست ۳۲:

پاسخ گزینه ۲

به جز مورد (و) همه موارد صحیح است

(و) چرا غلط است؟ زیرا در لحظه $t = 5s$ جهت سرعت عوض میشود اما جهت و شتاب تغییر نمی کند (شتاب میشود $a = -8t$) علامت شتاب همواره منفی است و عوض نمیشود

تست ۳۳:

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در این سوال یک نمودار تقریبی بکشیم میبینیم نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم، به صورت یک سهمی است که نسبت به نقطه ی اوج (نقطه ای که سرعت صفر می شود و متحرک تغییر جهت می دهد) متقارن است. در این مسئله، متحرک در لحظه ی $t = 4s$ در جهت مثبت محور x ها در بیش ترین فاصله ی خود از مبدا قرار دارد، بنابراین در این نقطه سرعت صفر می شود و متحرک تغییر جهت خواهد داد، در نتیجه متحرک در لحظه های $t = 0$ و $t = 8s$ در یک مکان خواهد بود و ایکس برای هردوشون عدد 4 میشود

تست ۳۴:



۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$C \text{ تا } B \text{ برای حرکت از } \Delta x = \frac{V_B + V_C}{2} t \Rightarrow 120 = \frac{V_B + 20}{2} \times 10 \Rightarrow V_B = 4 \frac{m}{s}$$

$$V_C = at + V_B \Rightarrow 20 = a \times 10 + 4 \Rightarrow a = \frac{1}{6} \frac{m}{s^2}$$

$$V_B^2 - V_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16 - 0 = 2 \times \frac{1}{6} \times AB \Rightarrow AB = 5m$$

تست ۳۵:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{طول خط ترمز} = \frac{-V_0^2}{2a} = \frac{-900}{-6} = 150m$$

$$(108 \frac{km}{h} = 30 \frac{m}{s} \text{ است: } \frac{108}{3.6} = 30)$$

مسافتی که اتومبیل از لحظه رویت مانع تا لحظه ی ترمز جابه جا شده است.

$$165 - 150 = 15m \rightarrow$$

در این فاصله، با همان سرعت و $30 \frac{m}{s}$ حرکت کرده پس:

$$\Delta x = v\Delta t \rightarrow 15 = 30t_1 \rightarrow t_1 = \frac{1}{2} s$$

$$\text{پس از ترمز داریم} \rightarrow V = at + V_0 \rightarrow 0 = -3t + 30 \rightarrow t_2 = 10s$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 20$$

تست ۳۶:



گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. با رسم نمودار سرعت - زمان به راحتی می توان گزینه ی درست را انتخاب کرد. ابتدا سرعت در لحظه های مختلف را به دست می آوریم:

$$\xrightarrow{t=10s} V = at + V_0 = -2 \times 10 = -20 \frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{t=35s} V = at + V_0 = 2 \times 15 - 20 = 10 \frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{t=40s} V = at + V_0 = 2 \times 20 - 20 = 20 \frac{m}{s}$$

در بازه ی ۲۰ تا ۳۵ ثانیه حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده و متحرک ابتدا خلاف محور x و سپس در جهت محور x حرکت کرده است و در لحظه ی برخورد نمودار با محور زمان، جهت حرکت تغییر کرده است.

تست ۳۷:

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار ارایه شده در متن سوال، مشخص است که شتاب متحرک در بازه ی زمانی نشان داده شده همواره مثبت است. برای به دست آوردن علامت سرعت سطح زیر منحنی را در فاصله ی زمانی نشان داده شده به دست می آوریم.

$$S = \Delta V_x = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \text{ m/s}$$

$$\Delta V_x = 10 \frac{m}{s} \rightarrow V_x - V_{0x} = 10 \frac{m}{s} \rightarrow V_x - (-6) = 10 \frac{m}{s} \rightarrow V_x = 4 \text{ m/s}$$

بنابراین سرعت متحرک در لحظه ی $t = 0$ برابر -6 m/s است و در لحظه ی $t = 5 \text{ s}$ برابر 4 m/s است. در نتیجه سرعت متحرک ابتدا منفی و سپس مثبت شده است در حالی که شتاب همواره مثبت است. بنابراین در می یابیم که حرکت متحرک ابتدا کندشونده ($a_x V_x < 0$) و سپس تندشونده ($a_x V_x > 0$) است.

تست ۳۸:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$d = S_{av} \Delta t = 3 \times 6 = 18 \text{ m} \rightarrow d_{0-3} = 18 \div 2 = 9 \text{ m} \rightarrow x_0 = 16 - 9 = 7 \text{ m}$$



$$\Delta x = \frac{V_0 + V}{2} \Delta t \rightarrow 9 = \frac{V_0}{2} \times 3 \rightarrow V_0 = 6 \rightarrow a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{-6}{3} = -2 \frac{m}{s^2}$$

دقت کنید در بازهی زمانی (۰،۷) بر دار مکان در جهت محور xها و از ۷ به بعد، خلاف جهت محور xها است.

$$x = -t^2 + 6t + 7 = 0 \begin{cases} t = -1 \text{ ✗} \\ t = 7 \text{ s } \checkmark \end{cases}$$

تست ۳۹:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$V = at + V_0 \rightarrow 1 = 2 \times 3 + V_0 \rightarrow V_0 = -5 \frac{m}{s}$$

$$\frac{15}{5} = \frac{10 - t'}{t'} \rightarrow t' = 2/5s$$

تشابه مثلث ها

$$V = 2t - 5 \xrightarrow{t=7} V = 9 \quad V = -3t + 45 \xrightarrow{t=12} V = 9$$

$$V_{av} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{\frac{24 \times 3}{2} + \frac{24 \times 2}{2}}{5} = 12 \frac{m}{s}$$

تست ۴۰:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. رسم نمودار $V - t$

$$\frac{(t - 10)}{2} \times 10 = \frac{(20 - t) \times 20}{2} \rightarrow t = \frac{50}{3} s$$

تست ۴۱:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$V_{av} = \frac{3x + 5x + 7x}{5} = 3 \rightarrow x = 1$$

$$\text{مسافت طی شده} = 2x + 3x + 5x + 7x = 17x = 17$$

تست ۴۲:

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که می دانیم سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه جایی می باشد داریم:

$$t = 0 \rightarrow V = 30 \frac{m}{s}$$



$$t = 0 - 10 \rightarrow \Delta V = -20 = V_2 - 30 \rightarrow t = 10$$

$$\rightarrow V = 10 \frac{m}{s}$$

$$t = 10 - 15 \rightarrow V = const = 10 \frac{m}{s}$$

$$t = 15 - 30 \rightarrow \Delta V = 30 = V_2 - 10$$

$$\rightarrow t = 30 \rightarrow V = 40 \frac{m}{s}$$

با مساحت گیری زیر نمودار سرعت زمان و رابطه سرعت متوسط داریم:

$$\bar{v} = \frac{(5 \times 10) + \left(\frac{10 + 40}{2}\right) \times 15}{30 - 10} = 21/25 \text{ m/s}$$

تست ۴۳:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در لحظه رسیدن دو متحرک به یک دیگر، مکان هایشان با هم برابر است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)t^2 = \frac{3}{4}t^2 \\ x_B = \frac{1}{2}a_Bt^2 - 75 \end{cases} \rightarrow x_A = x_B = +75$$

$$\rightarrow \frac{3}{4}t^2 = 75 \rightarrow t = 10s$$

با جایگزینی زمان در رابطه مکان متحرک B شتاب متحرک به دست می آید:

$$\frac{1}{2}(a_B)(100) - 75 = 75 \rightarrow a_B = 3$$

$$V = at + V_0 \rightarrow \begin{cases} V_B = 3 \times 10 = 30 \\ V_A = 1.5 \times 10 = 15 \end{cases} \rightarrow \frac{V_B}{V_A} = 2$$

تست ۴۴:



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای این که حرکت تندشونده باشد، شتاب و سرعت متحرک باید هم علامت باشند. در این تست شتاب مثبت است ($a = 4 > 0$)، پس سرعت اولیه ی آن هم باید مثبت باشد ($v_0 \geq 0$) تا حرکت تندشونده باشد. از تندشونده بودن حرکت پیدا است که متحرک تغییر جهت نمی دهد، بنابر این مسافت طی شده با جابه جایی برابر است. حال سرعت ها را در لحظه های $t = 12s$ و $t = 4s$ محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} t = 4s \rightarrow v = 16 + v_0 \\ t = 8s \rightarrow v = 32 + v_0 \\ t = 12s \rightarrow v = 48 + v_0 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times t$$

$$(4 \text{ ثانیه ی اول}) \Delta x = \frac{16 + v_0 + v_0}{2} \times 4 = 32 + 4v_0$$

$$(t = 12s \text{ تا } t = 8s) \Delta x = \frac{48 + v_0 + 32 + v_0}{2} \times 4 = 160 + 4v_0$$

$$\frac{\Delta x_{8-12}}{\Delta x_{0-4}} = \frac{39}{23} \rightarrow \frac{160 + 4v_0}{32 + 4v_0} = \frac{39}{23} \rightarrow \frac{40 + v_0}{8 + v_0} = \frac{39}{23} \rightarrow 23 \times 40 + 23v_0 = 39 \times 8 + 39v_0$$

$$\rightarrow v_0 = 38 \frac{m}{s}$$

$$v = 4t + 38 \rightarrow v = 4 \times 4/5 + 38 = 56 \text{ m/s}$$

حال سرعت در لحظه ی $t = 4/5s$ را محاسبه می کنیم:

تست ۴۵:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a = \frac{0 - v_0}{t_1}$$

$$v = at + v_0 \rightarrow v_{t=2} = \left(\frac{-v_0}{t_1}\right)(2) + v_0$$

$$v_{t_1-2} = \frac{-v_0}{t_1}(t_1 - 2) + v_0$$

$$\Delta x = \bar{v}_0 t$$

$$\Delta x = \frac{v_0 + \left(v_0 - \frac{2v_0}{t_1}\right)}{2} \times 2 = 36$$

دو ثانیه اول

$$\Delta x = \frac{\left[\left(-v_0 + \frac{2v_0}{t_1}\right) + 0\right]}{2} \times 2 = 4$$

دو ثانیه آخر

$$\rightarrow 2v_0 - \frac{2v_0}{t_1} = 36, \quad \frac{2v_0}{t_1} - v_0 = 4 \rightarrow v_0 = 20 \rightarrow t_1 = 10s$$



تست ۴۶:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با بررسی جابه جایی بین $t_1 = 0$ و $t_2 = 1/5s$ با کمک معادله ی مستقل از شتاب، V_0 را محاسبه می کنیم:

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2} \Delta t$$

$$\begin{cases} t_1 = 0s \rightarrow V_1 = V_0 \\ t_2 = 1/5s \rightarrow V_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{مماس ترسیمی بر نمودار مکان - زمان افقی است.})$$

$$(10 - 1) = \frac{V_0 + 0}{2} \times (1/5 - 0) \rightarrow V_0 = 12 \text{ m/s}$$

در ادامه با توجه به معادله ی سرعت-زمان مقدار شتاب را محاسبه می کنیم:

$$V = at + V_0$$

$$\begin{cases} t = 1/5s \\ V = 0 \end{cases}, 0 = 1/5a + 12 \rightarrow a = -8 \frac{m}{s^2}$$

در نهایت با رسم نمودار سرعت-زمان مسافت طی شده از $t_1 = 0/5s$ تا $t_2 = 4/5s$ را محاسبه می کنیم:

$$V = -8t + 12 \rightarrow \begin{cases} t = 0/5s \rightarrow V = 8 \frac{m}{s} \\ t = 4/5s \rightarrow V = -24 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\text{مسافت طی شده} = |S_1| + |S_2| = \frac{8 \times 1}{2} + \frac{3 \times 24}{2} = 40m$$

تست ۴۷:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$v = at + v_0 = 2 \times 5 + 2 = 12 \frac{m}{s}$$

باید سطح زیر نمودار را در قسمت هایی که با هم اشتراک ندارند به دست آورد.

$$t = 14 \text{ در } \begin{cases} V_A = 8 \\ V_B = 12 \end{cases} \rightarrow V_B - V_A = 4$$

تست ۴۹:

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.



$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t \rightarrow \begin{cases} 80 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \rightarrow t = 4s \\ 80 - 35 = \frac{1}{2} \times 10 \times t'^2 \rightarrow t' = 3s \end{cases} \rightarrow \Delta t = 1s$$

تست ۵۰:

گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم مسافت طی شده در هر بازه ی زمانی، برابر است با مجموع قدر مطلق مساحت های زیر نمودار سرعت - زمان در آن بازه زمانی. بنابراین ابتدا باید نمودار سرعت - زمان متحرک را با توجه به نمودار شتاب - زمان آن رسم کنیم:

می دانیم در نمودار شتاب - زمان، مساحت زیر نمودار برابر است با تغییرات سرعت لذا داریم:

$$S_1 = V_4 - V_0 \rightarrow 16 = V_4 - 4 \rightarrow V_4 = 20 \frac{m}{s}$$

$$S_2 = V_{12} - V_4 \rightarrow -40 = V_{12} - 20 \rightarrow V_{12} = -20 \frac{m}{s}$$

همچنین با نوشتن معادله سرعت متحرک در بازه زمانی $4 < t < 12$ ، می توانیم زمانی را که سرعت متحرک صفر می شود (متحرک تغییر جهت می دهد.) را بدست آوریم:

$$V = -5t + V_4 \rightarrow V_t = -5t + 20$$

$$V_t = 0 \rightarrow t = 4$$

یعنی ۴ ثانیه پس از $t = 4$ سرعت متحرک صفر می شود به عبارت دیگر در لحظه ی $t = 8s$ سرعت متحرک صفر است. حال با محاسبه ی مساحت زیر نمودار سرعت - زمان، مسافت طی شده متحرک را بدست می آوریم:

$$d = |S_1| + |S_2| + |S_3|$$

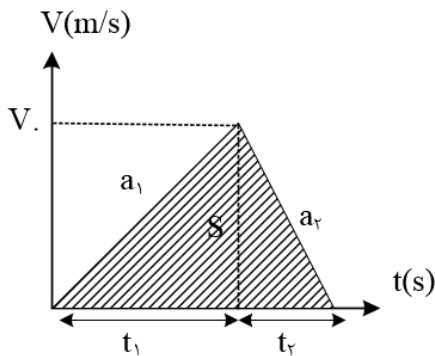
$$\rightarrow d = \frac{(4 + 20) \times 4}{2} + \frac{20 \times 4}{2} + \frac{4 \times 20}{2}$$

$$d = 48 + 40 + 40 = 128m$$



تست ۵۱:

برای حل مسئله از نمودار سرعت - زمان قطار استفاده می کنیم. می دانیم که مساحت زیر نمودار سرعت - زمان در یک بازه ی زمانی برابر جابه جایی متحرک در آن بازه ی زمانی است. برای آن که قطار کمترین زمان ممکن را در پیمایش مسافت بین دو ایستگاه داشته باشد باید از شتاب تند شونده ی خود حداکثر بهره را ببرد و به بیشترین سرعت ممکن دست پیدا کند و پس از آن نیز با استفاده از شتاب کندشونده ی خود ترمز کرده تا در ایستگاه دوم متوقف شود. مطابق شکل زیر:



$$a_1 = +0/2 \frac{m}{s^2}, \quad a_2 = -0/8 \frac{m}{s^2}$$

$$\begin{cases} V_0 = a_1 t_1 \rightarrow V_0 = 0/2 \times t_1 \rightarrow t_1 = \frac{0/8}{0/2} = 4 \rightarrow t_2 = \frac{t_1}{4} \\ -V_0 = a_2 t_2 \rightarrow V_0 = 0/8 \times t_2 \end{cases}$$

$$S = \frac{1}{2} V_0 \times (t_1 + t_2) = 3200 \rightarrow \frac{1}{2} \times 0.2 \times t_1 \times \left(t_1 + \frac{t_1}{4} \right) = 3200$$

$$\rightarrow 0/125 t_1^2 = 3200 \rightarrow t_1 = 160s \rightarrow t_2 = \frac{160}{4} = 40s$$

$$t = t_1 + t_2 \rightarrow t = 160 + 40 = 200s$$

تست ۵۲:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به این که فاصله ی کیسه ی دوم تا کیسه ی سوم ۳۰ متر و فاصله ی کیسه ی اول تا کیسه ی دوم ۲۰ متر است، نتیجه می گیریم که مسافت پیموده شده توسط اتومبیل، در بازه ی زمانی $t = 2s$ و $t = 3s$ بیشتر از مسافت پیموده شده توسط اتومبیل در بازه زمانی $t = 1s$ و $t = 2s$ بوده است. و از آن جایی که $\Delta t_1 = \Delta t_2 = 1s$ از است، می توان گفت حتما سرعت متوسط اتومبیل بین $t = 2s$ و $t = 3s$ از سرعت متوسط اتومبیل بین $t = 1s$ و $t = 2s$ بیشتر است.

$$\bar{v} = \frac{d}{\Delta t}$$



$$\begin{cases} \bar{v}_1 = \frac{d_1}{\Delta t_1} = \frac{d_1}{1s} = d_1 \\ \bar{v}_2 = \frac{d_2}{\Delta t_2} = \frac{d_2}{1s} = d_2 \rightarrow \bar{v}_2 > \bar{v}_1 \\ \text{و } d_2 > d_1 \end{cases}$$

تست ۵۳:

روش اول: با استفاده از مفهوم حرکت نسبی، معادله حرکت شخص را نسبت به اتوبوس مینویسیم:
 $d = 8m$ فاصله ی اولیه ی شخص نسبت به اتوبوس و $v' = v - 0 = v$ سرعت اولیه ی شخص نسبت به اتوبوس

$$a' = 0 - a = -a = -1 \frac{m}{s^2}$$

شتاب شخص نسبت به اتوبوس

در این حرکت نسبی فرض بر آن است که اتوبوس ساکن است و شخص با سرعت v و شتاب کند شونده ی $-1 \frac{m}{s^2}$ در حال نزدیک شدن به آن است و می خواهیم شرط برخورد و به هم رسیدن آنها را بررسی کنیم.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a' \Delta x, \quad \Delta x > d = 8m$$

$$0^2 - v^2 = 2 \times (-1) \times \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{v^2}{2}, \quad \Delta x > 8$$

$$\rightarrow \frac{v^2}{2} > 8 \rightarrow v^2 > 16 \rightarrow v > 4 \frac{m}{s}$$

$$d = \frac{1}{2} a' t^2 + v' t \rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times (-1) t^2 + v \times t$$

با استفاده از رابطه ی جابه جایی - زمان

برای رسیدن شخص به اتوبوس این معادله باید جواب داشته باشد و Δ معادله ی درجه ی ۲ منفی نباشد.

$$\rightarrow t^2 - 2vt + 16 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-2v)^2 - 4 \times (1) \times (16) = 4v^2 - 64$$

$$4v^2 - 64 > 0 \rightarrow v^2 > 16 \rightarrow v > 4 \frac{m}{s}$$

پاسخ گزینه ۱ است



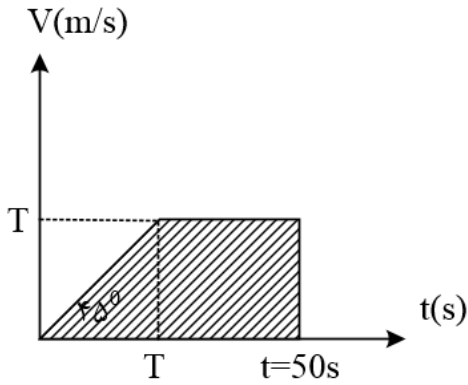
تست ۵۴:

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر در خودرو، یکی در پشت دیگری باشد و سرعت خودرو پشتی از خودرو جلویی زیادتر باشد، به تدریج فاصله‌ی آنها کم می‌شود و در نقطه‌ای به هم برخورد می‌کنند و به علت سرعت بیشتری که دارد با آن تصادف می‌کند. اگر در خودرو به طرف هم حرکت کنند، با هر سرعتی که به سمت هم بیایند، به تدریج فاصله‌ی آنها کم می‌شود و از رو به رو با هم تصادف می‌کنند با توجه به دو حالت برخورد و تصادف دو خودرو که بررسی شد، شرط قطعی برای تصادف آن است که دو خودرو در یک لحظه، در یک محل و مکان از جاده قرار داشته باشند. بنابراین این گزینه‌ی ۳ بیانگر لحظه‌ای است که در آن دو خودرو در مکانی یکسان قرار دارند. نقطه تلاقی این دو خط بیانگر تصادف دو خودرو می‌باشد. نقطه‌ی تلاقی دو خط در نمودار (۱) زمانی را نشان می‌دهد که شتاب دو خودرو یکسان است، اما مکان و سرعت دو خودرو معلوم نمی‌باشد، پس تصادف قطعی نیست. نقطه تلاقی دو خط در نمودار (۲) زمانی را نشان می‌دهد که سرعت دو خودرو یکسان است. با گذشت زمان، سرعت خودروی B افزایش می‌یابد تا با سرعت خودروی A برابر می‌شود. اما در این لحظه معلوم نیست که دو خودرو در کجا هستند و ممکن است در دو نقطه‌ی مختلف از جاده باشند پس تصادف قطعی نیست. نقطه تلاقی دو خط در نمودارهای (۴) و (۵) نشان می‌دهد که در یک محل از جاده شتاب با سرعت دو خودرو با هم برابر است، اما زمان این برابری معلوم نمی‌باشد، چون ممکن است برای شتاب با سرعت در یک محل از جاده که نقطه‌ی تلاقی دو خط است، در زمان‌های متفاوت اتفاق افتاده باشد، پس تصادف قطعی نیست.

تست ۵۵:

نمودار سرعت - زمان این خودرو به صورت زیر می‌باشد. برای این که وقتی خودرو به چهارراه بعدی می‌رسد، چراغ سبز باشد، مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان که بیان گر جابه‌جایی خودرو است، حداقل باید برابر 450m باشد. به ازای این جابه‌جایی حداقل مقدار T را محاسبه می‌کنیم.





چون شتاب خودرو برابر $1 \frac{m}{s^2}$ است $\rightarrow V = aT = 1 \times T = T$

$$S = \frac{1}{2} \times (50 + (50 - T)) \times T = \frac{-1}{2} T^2 + 50T$$

$$S > 450 \rightarrow \frac{-1}{2} T^2 + 50T > 450 \rightarrow \frac{-1}{2} T^2 + 50T - 450 > 0$$

$$\frac{-1}{2} T^2 + 50T - 450 = 0 \rightarrow T = \frac{-50 \pm \sqrt{50^2 - 4 \times (-\frac{1}{2}) \times (-450)}}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 50 \pm \sqrt{1600} \begin{cases} T_1 = 10s \\ T_2 = 90s \end{cases}$$

می دانیم که مقدار تابع مورد نظر بین $T_1 = 10s$ و $T_2 = 90s$ (مخالف علامت a) مثبت است که مورد نظر ما می باشد. صورت سؤال باید کمینه ی T را مورد پرسش قرار دهد نه بیشینه ی آن را، پس حداقل مقدار T که از $t = 50s$ نیز کوچک تر است $T = 10s$ است.

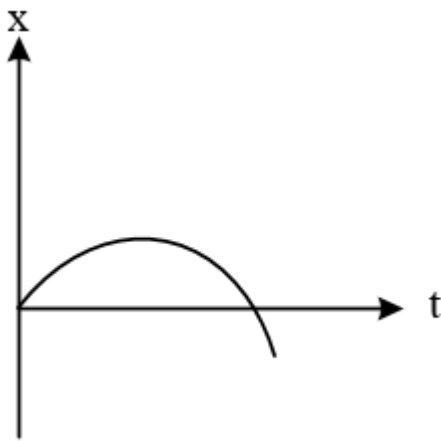
پاسخ گزینه ۱ است

تست ۵۷:

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در لحظه ی $t = 0$ تکه چوب پرتاب می شود. در لحظه ی پرتاب، چوب در قایق قرار دارد پس در $t = 0$ مکان چوب نسبت به قایق صفر است و از آنجایی که چوب با سرعت مثبت نسبت به قایق پرتاب شده است، در نمودار مکان چوب نسبت به قایق بر حسب زمان، شیب نمودار در $t = 0$ باید مثبت باشد. پس تا این جا می دانیم منحنی مورد سؤال از نقطه ی $(0,0)$ و با شیب مثبت شروع می شود. بعد از این که تکه چوب از قایق پرتاب می شود، از قایق جلو می زند و پس از مدتی به سطح آب فرود می آید و سپس اندکی روی آب سر می خورد. در این فاصله



ی زمانی، مکان چوب نسبت به قایق در حال افزایش است. در نهایت سرعت چوب با سرعت آب رودخانه برابر خواهد شد، اما سرعت قایق از سرعت آب رودخانه بیشتر است چون قایق با سرعت V_2 نسبت به آب رودخانه حرکت می کند. در نتیجه پس از مدتی به تکه چوب می رسد. تا این لحظه مکان چوب نسبت به قایق در حال کاهش است و در این لحظه به صفر می رسد. در ادامه قایق از چوب جلو می زند و فاصله ی آن با گذشت زمان بیشتر می شود. یعنی مکان چوب نسبت به قایق منفی خواهد بود و با گذشت زمان اندازه ی آن افزایش می یابد. در واقع شیب این منحنی، سرعت نسبی چوب به قایق را نشان می دهد. با توجه به توضیحات فوق، این سرعت در لحظه $t = 0$ مثبت است، سپس کاهش می یابد تا مقدار آن به صفر می رسد و در ادامه منفی خواهد بود در حالی که اندازه ی آن در حال افزایش است.



تست ۵۸:

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر لحظه ای که فاصله ی دو خودرو از هم ۴۵ متر است را مبدأ زمانی در نظر بگیریم، خودروی B پس از ۲ ثانیه متوقف می شود. در این مدت جابه جایی دو خودرو به صورت زیر است:

$$\Delta x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + V_{0A} t = \frac{1}{2} (-2)(2^2) + 16 \times 2 = 28m$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + V_{0B} t = \frac{1}{2} (+4)(2^2) - 8 \times 2 = -8m$$



فاصله ی دو خودرو در لحظه ی توقف خودروی B ($t = 2s$) برابر خواهد بود با :

$$d = 45 - (|\Delta x_A| + |\Delta x_B|) = 45 - (28 + 8) = 9m$$

از این لحظه به بعد خودروی B متوقف است و خودروی A با سرعت اولیه ی V'_A و شتاب ثابت a به خودروی B نزدیک می شود. اگر مدت زمان T طول بکشد تا از لحظه ی $t = 2s$ خودروی A به خودروی B برخورد کند، خواهیم داشت:

$$V'_A = V_{0A} + a_A t = 16 + (-2) \times 2 = 12 \frac{m}{s}$$

$$d = \frac{1}{2} a_A T^2 + V'_A T \rightarrow 9 = -T^2 + 12T \rightarrow T^2 - 12T + 9 = 0 \rightarrow T = 0/8s$$

زمان برخورد برابر $2 + T = 2/8s$ می باشد. و همان طور که بررسی شد سرعت خودروی B در این لحظه صفر است.

تست ۵۹:

بچه ها اگر جهت حرکت آب را از سمت قایق A به سمت قایق B بگیریم، تندی قایق A $10 + 5 = 15$ m/s و تندی قایق B $10 - 5 = 5$ m/s می شود؛ چون ۲ قایق به سمت هم حرکت می کنند می توان یکی را ساکن گرفت و دیگری را با تندی $V_A + V_B$ مسافت 200 m را طی کند.
 $\Delta x = V \Delta t \rightarrow 200 = (15 + 5) \Delta t \rightarrow \Delta t = 10s$
 گزینه ۱ صحیح است.

تست ۶۰:

با توجه به صورت سؤال قطار اول مهم نیست و سرعت نسبی قطارها $10 + 8 = 18$ m/s می باشد.
 $\Delta x = 7 \Delta t$
 $150 = 18 \Delta t \rightarrow \Delta t = 8.33$ s
 (گزینه ۲ صحیح است)



