

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

احتمال شرطی : احتمال A به شرط B

برابرات با احتمال اشتراک A و B مستقیم بر احتمال دومی

مثال : کارخانه ای هفت م لصب دستگاه های جدید به احتمال ۰.۴ به متخصصین جدید و به احتمال ۰.۳

به کارگران جدید به احتمال ۰.۵ به متخصصین جدید یا کارگران جدید نیاز دارد . اگر این کارخانه

به متخصصین جدید نیاز داشته باشد باید نام احتمال به کارگران جدید نیاز دارد

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$

A : کارخانه به متخصصین جدید نیاز دارد . B : کارخانه به کارگران جدید نیاز دارد

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.5 = 0.4 + 0.3 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0.2$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.2}{0.4} = \frac{1}{2}$$

نت : در پرتاب سه تاس احتمال آن که اعداد رو شده ۶ باشد مقدار است محتمل است

پیشامه مستقل اند پس احتمال اشتراک آنها برابر ضربشان است

تعریف دوبیشامه مستقل

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$$

رخداری یکی به دیگری ربطی ندارد و

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

(۳) دو تاس را با هم پرتاب می کنیم . اگر A باشد مشاهده عدد ۵ در تاس دوم و B پیشامه مجموع

۷ در برآمدهای دو تاس باشند

برابر  $P(A \cap B)$  ، A و B

$$A: \{(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5)\} \quad P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$B: \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\} \quad P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$A \cap B = \{(2,5)\} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

می بینیم  $P(A) \times P(B) = P(A \cap B) \rightarrow 0$  مستقلند A و B

گج  $P(A) = .12$  و  $P(B) = .17$  ،  $P(B|A) = .7$  آن گاه  $P = P(B'|A')$  ؟

$\checkmark .90$	$.184$
$.96$	$.92$

طبق تعریف :  $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A) = .12} \rightarrow P(B \cap A) = (.12)(.7) = .084$

از کلاس دوم :  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = .12 + .17 - .084 = .206$$

$$P(B'|A') = \frac{P(\overbrace{B' \cap A'})}{P(A')} = \frac{P(A \cup B)'}{1 - P(A)} = \frac{1 - P(A \cup B) = 1 - .206 = .794}{1 - .12 = .88} = .902$$

$$B' \cap A' = A' \cap B' = (A \cup B)'$$

سؤال : در یک کلاس ۲۰ نفری غزه آمار و افعال همه با هم متفاوت شده است. دو نوزده نفر

از این کلاس انتخاب می‌شوند. آری به اینم غزه ادلی از دومی بیشتر است. با چه احتمالی اولین نوزده

انتخاب شده بالاترین غزه را کب کرده است ؟

A : نوزادل بهترین غزه را دانسته باشد  
B : بهترین غزه نوزادل از نوزدهم

به نفع دومی بیشتر است

$$P(A \cap B) = \frac{1}{20}$$

$$P(B) = \frac{1}{20}$$

غزه نوزادل با از دومی بیشتره یا نیت

نوزادل غزه  
ادلی از دومی بیشتره

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{20}} = \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$$

ثبات از احتمال مستقل:  $P(A) = \frac{1}{2}$  و  $P(B) = \frac{1}{4}$  ،  $A, B$  مستقلند.  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \left( P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \right)$$

$$= \frac{2+4-1}{8} = \frac{5}{8}$$

مثال: ۳ تاس را می‌زنیم. احتمال این که اعداد رو شده معذب ۳ باشند  $\frac{1}{27}$

مستقل

$$\{3, 3, 3\} \rightarrow P(A) = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$P(3 \text{ تاس معذب } 3) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

اولی معذب ۳  
دومی معذب ۳  
سومی معذب ۳

نکته: اگر  $A$  و  $B$  مستقل باشند  $A'$  و  $B'$  ،  $A'$  و  $B$  نیز مستقلند.

درس ۲: شاخص‌های گرایش به مرکز در آمار

مثال: واریانس داده‌های زیر را بیابید.

گروه A:  $x_i$ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۵

$$\bar{x} = \frac{\text{جمع}}{\text{تعداد}} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

نکته:  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$  معذب صفر

اختلاف از میانگین:  $x_i - \bar{x}$ : ۲, ۱, ۰, ۱, ۲

نکته: به  $\bar{x}$  میانگین یک شاخص مرکزی گویند که نشان می‌دهد داده‌ها حول چه عددی پراکنده اند.

$$(x_i - \bar{x})^2: 4, 1, 0, 1, 4$$

$$V = S^2 = \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = 2$$

واریانس  $V = S^2 = \sigma^2 = 2$

انحراف از مجرب  $V = S = \sigma = \sqrt{2}$

نکته: شاخص گرایش به مرکزگی مثل واریانس یا انحراف مجرب نشان می‌دهد که تجمع و تمرکز داده‌ها حول  $\bar{x}$  میانگین چقدر است. هر چه واریانس بیشتر داده‌ها از  $\bar{x}$  پراکنده‌ترند. اگر واریانس معذب باشد یعنی همه داده‌ها برابر هستند و داده‌ها بسیار پراکنده هستند. واریانس کمتر مهم‌تر است و نشان از وقت و یک دستی محمولات است.

سؤال: در داده های روبه رو داریانش کدام است؟

گروه B  
 $x_i = 2, 5, 2, 7, 5$  و  $\bar{x} = 3$

$x_i - \bar{x} = -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}$

$(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{16}, 0, \frac{1}{16}, 0, \frac{1}{16} \rightarrow S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}}{5} = \frac{1}{20}$

داده های گروه B بدست ترند، بهترین مجموعه

$S^2_{گروه A} = 2 < S^2_{گروه B} = \frac{1}{20}$

نکته: داریانش  $S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$  میانگین مربعات انحراف از میانگین

نکته: داریانش صفر یعنی داده های برابر

نکته: داریانش n داده که دنباله عددی با قدریت d هستند:  $S^2 = \frac{d^2}{12}(n^2 - 1)$

مثلاً داریانش 5 داده متوالی (d=1)

داریانش 7 داده متوالی (d=1)

$S^2 = \frac{(1)^2}{12}(5^2 - 1) = 2$

$S^2 = \frac{(1)^2}{12}(7^2 - 1) = 4$

حال ممکن است آگروه داریانش برابر داشته باشند بجز حجم بینیم کدام دسته بدست تر و بهتر است

مثلاً عزات آکلاسیمی از بیت و دیگری از صدات که اسم کلاس بدست تری است؟

A: 13, 14, 15, 16, 17

B: 23, 24, 25, 26, 27

از بیت عز  
 $S^2_A = S^2_B = 2$   
 انحراف معیار  
 داده متوالی

از صد عز  
 $S^2_B = S^2_A = 2$   
 داده متوالی

چون داریانش ها برابرند می ریم سراغ ضریب تغییرات

$C.V_A = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{15}$

$C.V_B = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{25}$

گروه B بدست تره زیرا ضریب تغییرات کمتری داره

کارخانه ای ۳ مدل لایپ A, B, C دارد. کدام نوع لایپ بهترین است؟

لایپ	اخراج هیار	میانگین طول عمر
A	۲۰۰۰	۱۱۰۰۰
B	۱۰۰۰	۱۰۰۰۰
C	۱۵۰۰	۱۲۰۰۰

چون هم نمره ها هم متفاوتند.

$$C.V_A = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{2000}{11000} = \frac{2}{11} = \frac{2}{11} \approx 0.18$$

$$C.V_B = \frac{1000}{10000} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$C.V_C = \frac{1500}{12000} = \frac{15}{120} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 0.125$$

داستان چارک ها: داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب کن. تکراری ها را هم بنویس. وسطی (یا عدل ۲ تا وسطی) میانگین یا چارک دوم یا  $Q_2$  است. که نصف داده ها کمتر و نصف داده ها بیشتر از آنند.



