

فصل ۱

گزاره ها
مجموعه
ضرب دکارتی
۵ نمره

فصل ۲

تبدیل ها
احتمال
احتمال ناهم شانس
احتمال شرطی
احتمال مستقل
قانون بیز
۷ نمره

فصل ۳

شاخص های مرکزی
شاخص های پراکندگی
۵ نمره

فصل ۴

برآورد
نمونه گیری
۳ نمره

همایش

جمع بندی آمار و احتمال یازدهم

سؤالات امتحانی درس: آمار و احتمال	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه
پایه یازدهم - منتخب [۱]	آزمون نوبت دوم (۱)

۱	الف) اگر r, q, p سه گزاره باشند به طوری که ارزش هر سه گزاره نادرست باشد، آن گاه ارزش گزاره $(\neg p \wedge \neg q) \vee r$ را مشخص کنید. <i>درست</i> $(\neg \wedge \neg) \vee \neg = \neg$ ب) اگر $q \wedge p$ گزاره ای درست باشد، درباره ارزش $q \vee (p \wedge r)$ چه می توان گفت؟ $T \vee \text{...} = T$																									
۲	الف) با استفاده از جدول ارزش گزاره ها نشان دهید $\neg(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$ ب) ارزش نقیض گزاره $(p \wedge \neg q) \Rightarrow p$ را مشخص کنید. <table border="1"><tr><th>p</th><th>q</th><th>$\neg q$</th><th>$p \wedge \neg q$</th><th>$(p \wedge \neg q) \Rightarrow p$</th></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td></tr><tr><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td></tr></table> $p \Rightarrow q \equiv (\neg p) \vee q$ $(p \wedge \neg q) \Rightarrow p \equiv \neg(p \wedge \neg q) \vee p$ $(\neg p \vee q) \vee p \equiv T$	p	q	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$(p \wedge \neg q) \Rightarrow p$	T	T	F	F	T	T	F	T	T	T	F	T	F	F	T	F	F	T	F	T
p	q	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$(p \wedge \neg q) \Rightarrow p$																						
T	T	F	F	T																						
T	F	T	T	T																						
F	T	F	F	T																						
F	F	T	F	T																						
۳	بدون استفاده از جدول و با استفاده از قوانین و خاصیت های هم ارزی ثابت کنید: الف) $p \Leftrightarrow F \equiv \neg p$ ب) $r \Leftrightarrow [s \wedge (\neg s \Rightarrow r)] \equiv \neg r$ $A \vee (A \wedge B) = A$ $A \wedge (A \vee B) = A$ $p \vee (q \wedge p) \equiv p$ $p \wedge (q \vee p) \equiv p$ $\neg p \vee F \equiv \neg p$ $Q \vee F \equiv Q$																									
۴	ابتدا ارزش گزاره های زیر را مشخص کنید، سپس نقیض آن را بنویسید. الف) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$ ب) $\exists x \in \mathbb{R} : \sqrt{-x} \in \mathbb{Z}$ الف) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 1 \wedge (-1 \leq x \leq 1)$ ب) $\forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{-x} \notin \mathbb{Z}$ $\neg(p \Rightarrow q) \equiv \neg(\neg p \vee q) \equiv p \wedge \neg q$																									

۱۳	اگر تعداد بازیکنان تیم ملی فوتبال ۲۵ نفر باشند و جدول فراوانی سن بازیکنان به صورت زیر باشد، جدول را کامل کرده و میانگین سن بازیکنان را حساب کرده و نمودار بافت نگاشت داده‌های مربوطه را رسم کنید.	۲																								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>حدود سن</th> <th>فراوانی</th> <th>درصد فراوانی</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۱۸-۲۲</td> <td>۵</td> <td>۲۰٪</td> </tr> <tr> <td>۲۲-۲۶</td> <td>۱۰</td> <td>۴۰٪</td> </tr> <tr> <td>۲۶-۳۰</td> <td>۴</td> <td>۱۶٪</td> </tr> <tr> <td>۳۰-۳۴</td> <td>۶</td> <td>۲۴٪</td> </tr> </tbody> </table> $\bar{x} = \frac{5 \times 10 + 10 \times 24 + 4 \times 28 + 6 \times 32}{25} = \frac{100 + 240 + 112 + 192}{25} = \frac{644}{25} = 25.76$ $\bar{x} = \frac{244}{25} = 25.76$	حدود سن	فراوانی	درصد فراوانی	۱۸-۲۲	۵	۲۰٪	۲۲-۲۶	۱۰	۴۰٪	۲۶-۳۰	۴	۱۶٪	۳۰-۳۴	۶	۲۴٪										
حدود سن	فراوانی	درصد فراوانی																								
۱۸-۲۲	۵	۲۰٪																								
۲۲-۲۶	۱۰	۴۰٪																								
۲۶-۳۰	۴	۱۶٪																								
۳۰-۳۴	۶	۲۴٪																								
۱۴	میان، چارک اول، چارک سوم، دامنه میان چارکی داده‌های زیر را به دست آورده و نمودار جعبه‌ای داده‌های مربوط را رسم کنید. ۶، ۱۴، ۱۵، ۲۰، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۱۶، ۱۸، ۱۹، ۵، ۱۸ $Q_1 = \frac{15+16}{2} = 15.5$ $Q_3 = \frac{19+19}{2} = 19$ $IQR = Q_3 - Q_1 = 19 - 15.5 = 3.5$	۱/۵																								
۱۵	اگر واریانس داده‌های $X_1, X_2, \dots, X_n$ برابر ۱۶ باشد، انحراف معیار داده‌های $3X_1, 3X_2, \dots, 3X_n$ چقدر است؟ $\sigma = 4 \rightarrow \sigma^2 = 16 \rightarrow \sigma = 4$	۰/۵																								
۱۶	دو دستگاه تعدادی کالا را در زمان‌های داده شده تولید می‌کنند دقت کدام دستگاه بیشتر است؟ <table border="1"> <thead> <tr> <th>شماره کالا</th> <th>۱</th> <th>۲</th> <th>۳</th> <th>۴</th> <th>۵</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>نام دستگاه</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>۲</td> <td>۵</td> <td>۸</td> <td>۳</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>۴</td> <td>۳</td> <td>۲</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> </tbody> </table> $\rightarrow \frac{20}{5} = 4 = \bar{x}_A$ $\rightarrow \frac{20}{5} = 4 = \bar{x}_B$	شماره کالا	۱	۲	۳	۴	۵	نام دستگاه						A	۲	۵	۸	۳	۲	B	۴	۳	۲	۵	۶	۱/۵
شماره کالا	۱	۲	۳	۴	۵																					
نام دستگاه																										
A	۲	۵	۸	۳	۲																					
B	۴	۳	۲	۵	۶																					

CV ضریب تغییرات $\Rightarrow$ دقت

$$\sigma_A^2 = \frac{(2-4)^2 + (5-4)^2 + (8-4)^2 + (3-4)^2 + (2-4)^2}{5} = \frac{24}{5} \rightarrow \sigma_A = \sqrt{\frac{24}{5}}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(4-4)^2 + (3-4)^2 + (2-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2}{5} = \frac{10}{5} = 2 \rightarrow \sigma_B = \sqrt{2}$$

$$CV_A = \frac{\sqrt{\frac{24}{5}}}{4} \Rightarrow \text{دقت کم}$$

$$CV_B = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \text{دقت زیاد}$$

۱۷	در هر مورد نمونه گیری به کدام روش صورت گرفته است؟ به لحاظ هزینه، زمان و دقت هر روشی را بررسی کرده، کدامیک بهتر است؟ (الف) برای به دست آوردن میانگین نمره ریاضی دانش آموزان یک مدرسه، یک کلاس از پایه دهم و یک کلاس از پایه ی دوازدهم انتخاب کرده و میانگین تمام نمرات دانش آموزان این دو کلاس را به دست می آوریم. نمونه ای (ب) برای به دست آوردن سن تماشاگران یک تئاتر در یک سالن که هر ردیف ۲۰ صندلی دارد از ردیف اول نفرات دوم و پانزدهم را به تصادف انتخاب کرده از ردیف های بعد نیز همین شماره ها را انتخاب می کنیم. ساده
۱۸	در هر مورد کدام روش گردآوری داده مناسب است؟ (الف) بررسی تأثیر شنیدن صدای قرآن بر رشد گیاهان مشاهده (ب) تعداد کشته شدگان در حوادث رانندگی در سال ۱۴۰۱ دارگان (ج) میزان رضایت شرکت کنندگان در یک تئاتر آیینی پرسشنامه (د) علت شرکت مردم یک شهر در انتخابات مصاحبه
۱۹	اگر انحراف معیار برآورد میانگین یک جامعه توسط یک نمونه ی n عضوی حداقل برابر ۱۶ باشد، و انحراف معیار جامعه برابر ۴۰ باشد. حداکثر اندازه ی نمونه چقدر است؟ $\delta_{نمونه} = \frac{\delta_{جامعه}}{\sqrt{n}} \Rightarrow 16 > \frac{40}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} > \frac{40}{16} \Rightarrow \sqrt{n} > \frac{5}{2} \Rightarrow n > \frac{25}{4} \Rightarrow n \geq 7$
۲۰	اگر واریانس یک جامعه ی آماری برابر ۱ باشد. و از این جامعه نمونه ای به اندازه ی ۸۱ عضو انتخاب کنیم. اگر میانگین نمونه برابر ۱۷ باشد. بازه ی اطمینان بیش از ۹۵٪ برای این جامعه را به دست آورید. $\sigma^2 = 1 \Rightarrow \sigma = 1$ $n = 81 \Rightarrow \delta_{نمونه} = \frac{\delta}{\sqrt{n}} = \frac{1}{9}$ $\left[\frac{151}{9}, \frac{155}{9} \right]$

$$\bar{X} - 2 \times \frac{1}{9} < \mu < \bar{X} + 2 \times \frac{1}{9} \Rightarrow$$

برآورد نقطه ای پارامتر جامعه

برابر است با مقدار عددی حاصل از جای گذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر. به بیان دیگر مقدار عددی آماره را برآورد یا برآورد نقطه ای می نامند.

$$17 - \frac{2}{9} < \mu < 17 + \frac{2}{9}$$

$$\frac{153-2}{9}, \frac{153+2}{9}$$

اگر در جامعه ای که میانگین داده های آن μ و انحراف معیار داده های آن σ باشد، برای برآورد نقطه ای پارامتر μ ، همه نمونه های تصادفی n عضوی ممکن را از جامعه انتخاب کرده و میانگین $\bar{X}$ را در آن ها حساب کنیم انحراف معیار آماره های به دست آمده ($\bar{X}$ ها) از رابطه زیر به دست می آید:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

انحراف معیار جامعه = انحراف معیار برآورد میانگین جامعه

برآورد بازه ای یا بازه اطمینان پارامتر جامعه

عبارت است از بازه ای عددی برای پارامتر به همراه یک درصد اطمینان که به ضریب اطمینان شهرت دارد.

برآورد بازه ای برای میانگین جامعه: اگر نمونه ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵ درصد

می توانیم بگوییم:

μ میانگین جامعه
 σ انحراف معیار جامعه

$$\bar{X} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

فصل ۱

زوایا
روابط طولی
چندضلعی ها

۸ نمره

فصل ۲

تبدیل ها
کاربرد تبدیل ها

۶ نمره

فصل ۳

سینوس ها
کسینوس ها
قضایای نیمساز
هرون و مساحت

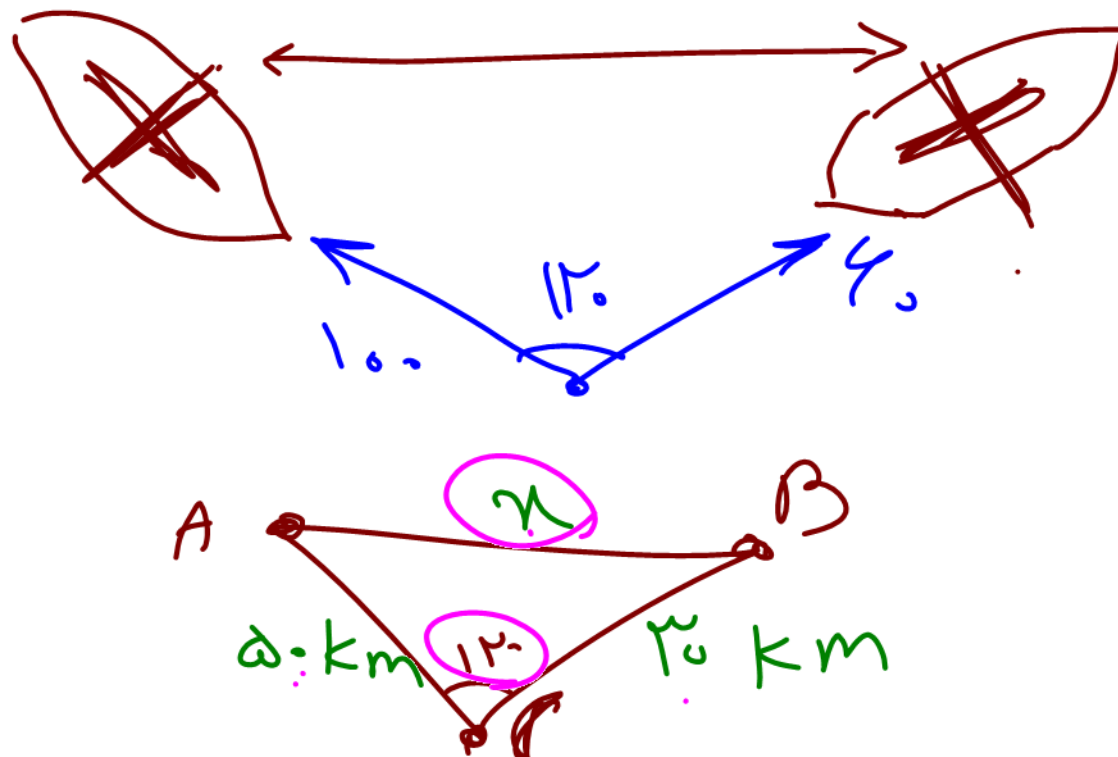
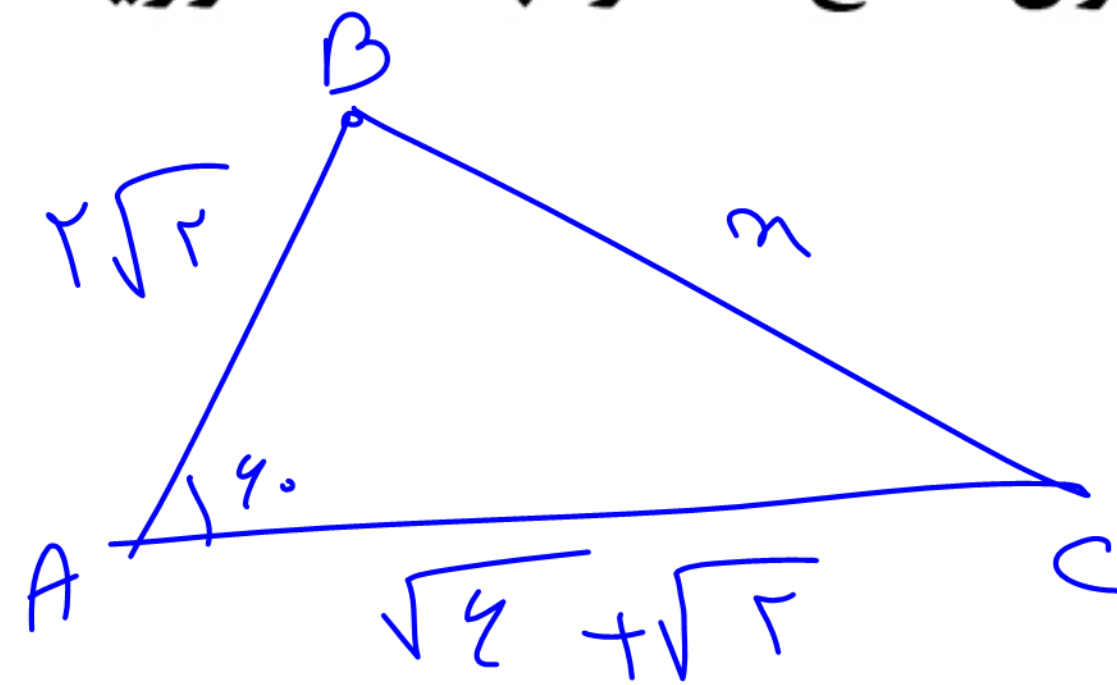
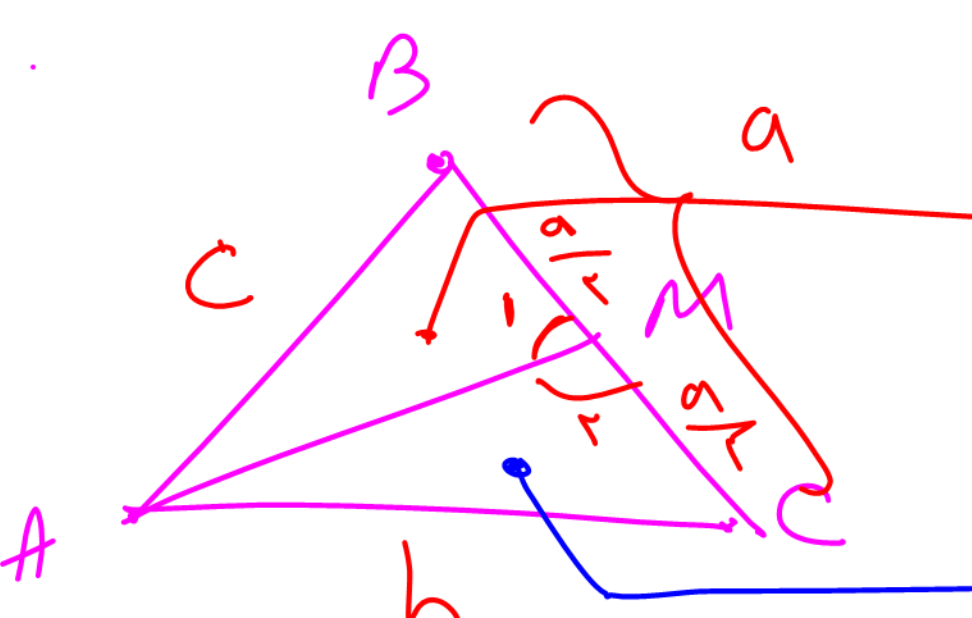
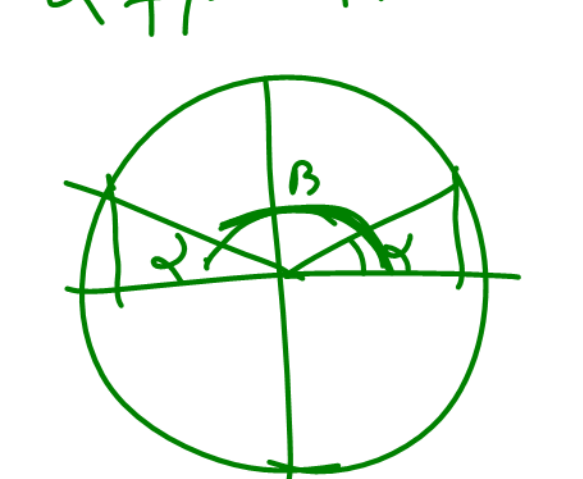
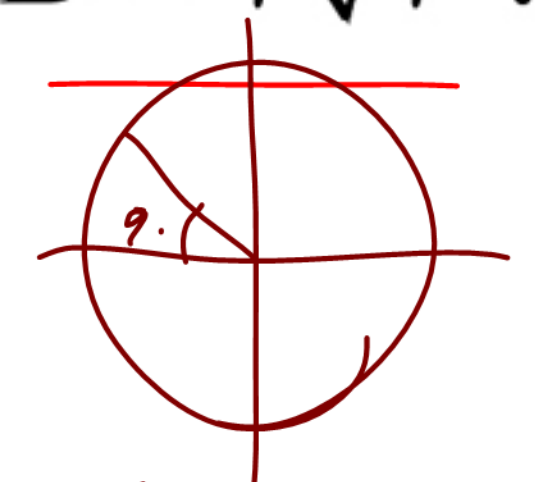
۶ نمره

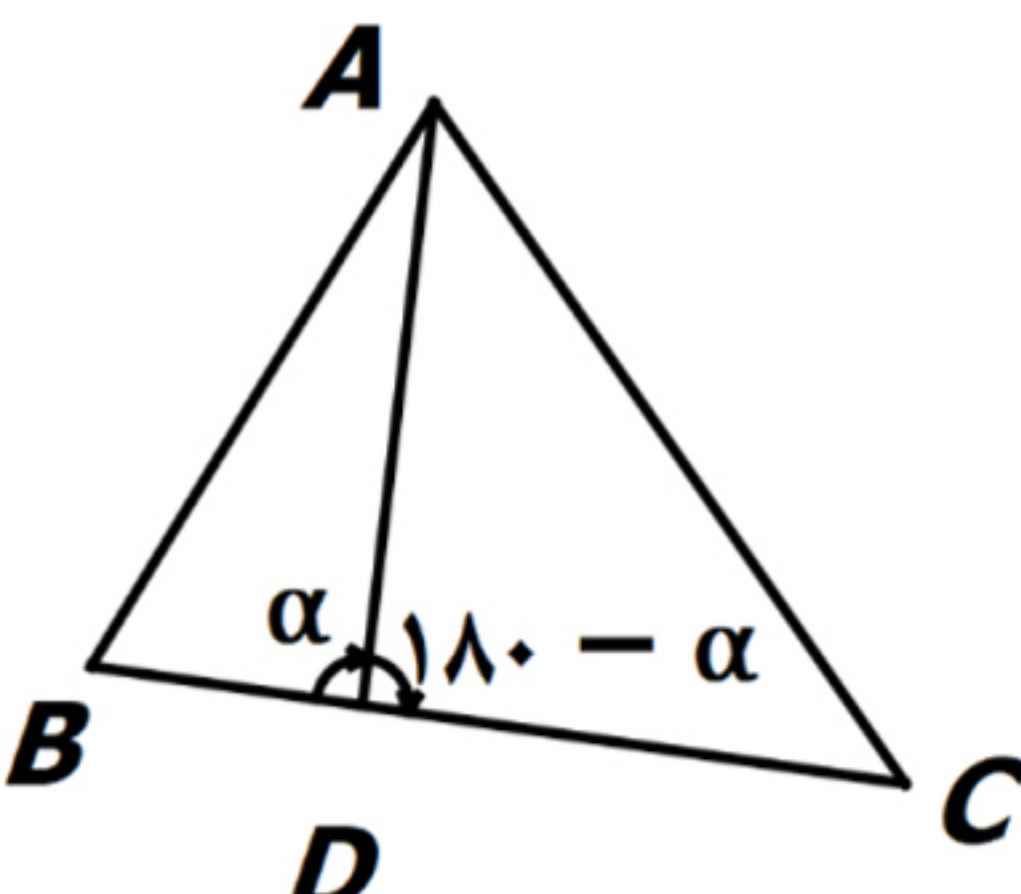
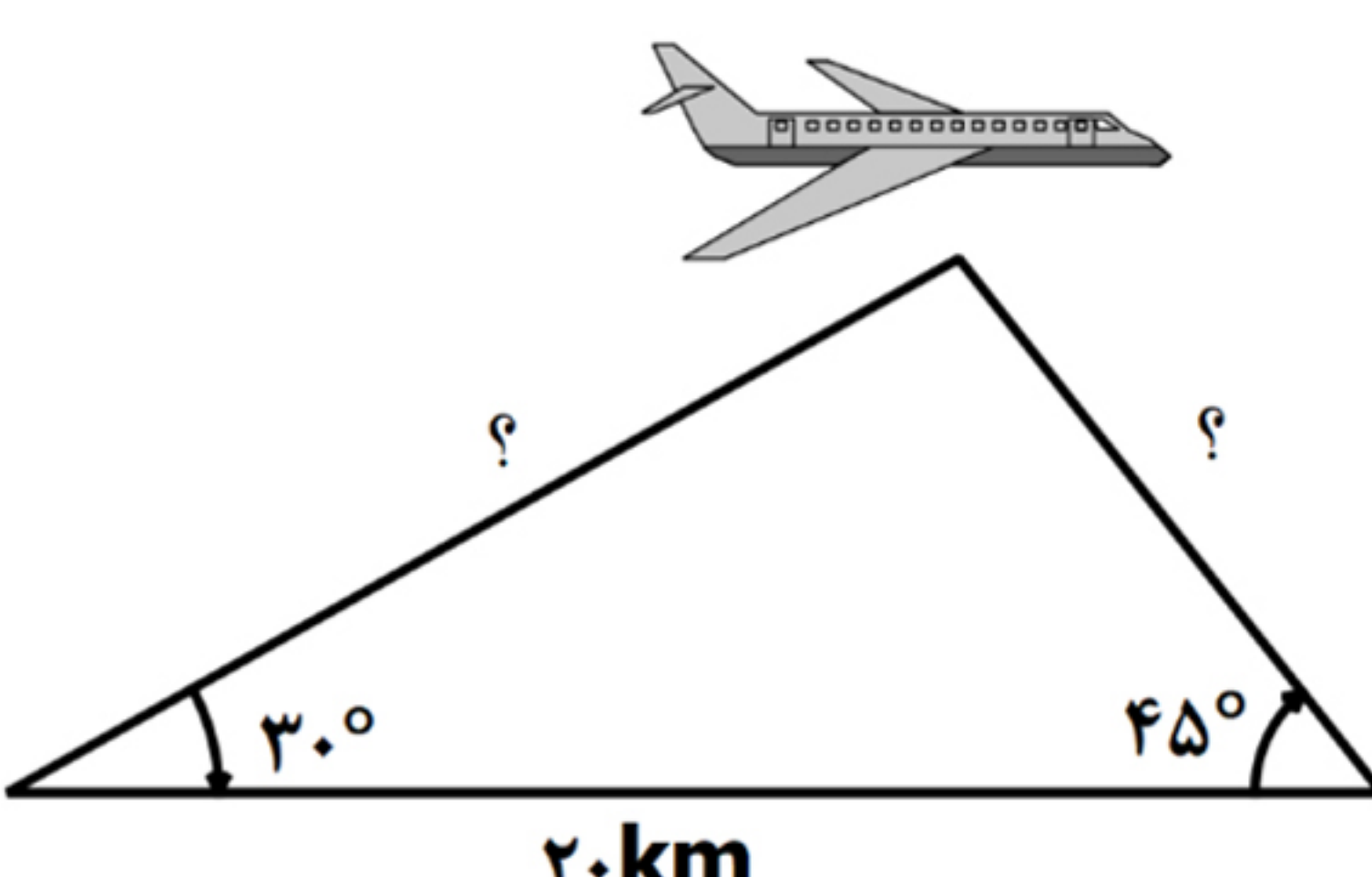
همایش

جمع‌بندی

هندسه

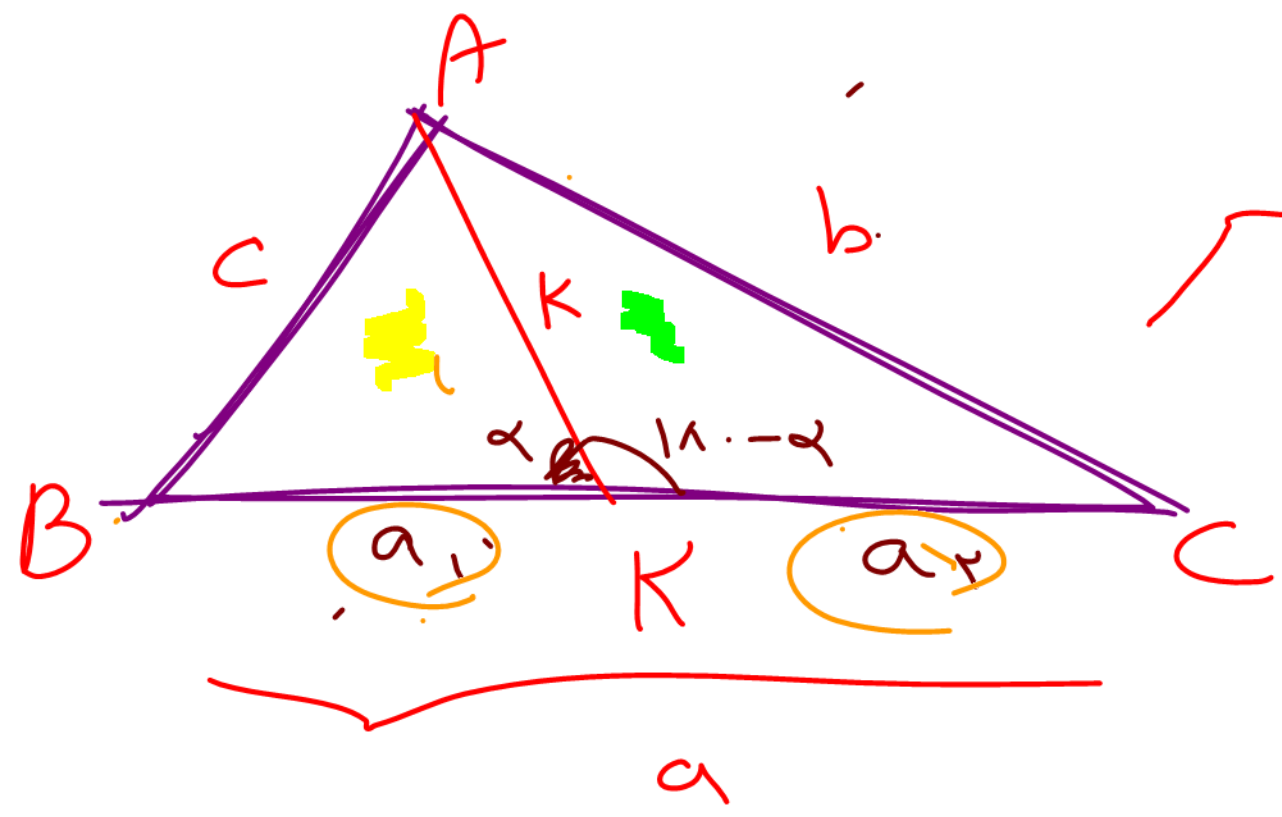
یازدهم

سوال: ۲ هندسه	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۱۰ تعداد سوال: ۶۷
رشته: ریاضی و فیزیک	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۳	
۴۹	دو قایق از یک نقطه در دریاچه ای با سرعت 60 km/h و 100 km/h و با زاویه 120° درجه از هم دور می شوند. نیم ساعت بعد دو قایق در چه فاصله ای از یکدیگر هستند؟ $100 \times \frac{1}{2} = 50 \text{ km}$ $60 \times \frac{1}{2} = 30 \text{ km}$ $n^2 = 30^2 + 50^2 - 2 \times 30 \times 50 \times \cos 120^\circ \Rightarrow n^2 = 900 + 2500 - 3000 \times (-\frac{1}{2})$ $n^2 = 1900 \Rightarrow n = 10\sqrt{19}$ 	
۵۰	در مثلث ABC، $AB = 2\sqrt{2}$، $AC = \sqrt{6} + \sqrt{2}$، $A = 60^\circ$ است طول ضلع BC را بدست آورید. $n^2 = (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - 2 \times (2\sqrt{2}) \times (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times \frac{1}{2}$ $n^2 = 8 + 6 + 2 + 2\sqrt{12} - (2\sqrt{12} + 2\sqrt{4})$ $n^2 = 14 + 2\sqrt{12} - 2\sqrt{12} - 4 = 10$ $n = \sqrt{10}$ 	
۵۱	در مثلث ABC میانه AM را رسم کرده ایم $MB = MC = \frac{a}{2}$، $AB = c$، $AC = b$ با استفاده از قضیه کسینوس ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2}$ $c^2 = (\frac{a}{2})^2 + AM^2 - 2(\frac{a}{2})(AM)\cos M_1$ $b^2 = (\frac{a}{2})^2 + AM^2 + 2(\frac{a}{2})(AM)\cos M_2$ $b^2 + c^2 = \frac{a^2}{2} + 2AM^2$ $\cos \alpha = -\cos \beta$ $\alpha + \beta = 180^\circ$  	
۵۲	در مثلث ABC، $AB = 2\sqrt{2}$، $AC = \sqrt{6} + \sqrt{2}$، $BC = 2\sqrt{3}$ اندازه ی زاویه ها را تعیین کنید. $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A$ $(2\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - 2(2\sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \cos A$ $12 - 14 + 12 = 8 + 6 + 2 + 2\sqrt{12} + 4\sqrt{4} - (4\sqrt{12} + 8) \cos A \Rightarrow \frac{1}{2} = \cos A \Rightarrow A = 60^\circ$ 	
۵۳	در مثلثی به اضلاع ۷ و ۸ و ۹ اندازه ارتفاع وارد بر ضلع متوسط را حساب کنید.	

سوال: ۲ هندسه	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۱۰ تعداد سوال: ۶۷
رشته: ریاضی و فیزیک	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۳	
۵۴	محیط باغچه مثلث شکلی به مساحت $۱۵\sqrt{۳}$ متر مربع و به اضلاع ۶ و ۱۰ و x متر (که همگی اعدادی صحیح می باشند) چند متر می باشد؟	
۵۵	در مثلث ABC ، $AB = ۳$ ، $AC = ۵$ ، $BC = ۷$ است، طول نیمساز زاویه A را پیدا کنید .	
۵۶	قضیه استوارت : در مثلث ABC ، نقطه دلخواه D روی BC مفروض است. ثابت کنید: $AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot DB = AD^2 \cdot BC + DB \cdot DC \cdot BC$	
۵۷	در مثلث ABC ، به اضلاع ۵ و ۶ و ۷ سانتی متر، نقطه ای که از اضلاع به طول های ۵ و ۶ ، به فاصله ۲ و ۳ سانتی متر است که از ضلع بزرگ تر چه فاصله ای دارد؟	
۵۸	دو ایستگاه رادار، که در فاصله ۲۰ کیلومتری از هم واقع اند، هواپیمایی را با زاویه های ۳۰° و ۴۵° درجه رصد کرده اند. فاصله هواپیما را از دو ایستگاه به دست آورید.	

سوالات شبه نهایی درس: هندسه ۲	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۱۰ تعداد سوال: ۶۷
رشته: ریاضی و فیزیک	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۳	
۵۹	در شکل زیر فرمول طول نیمساز زاویه داخلی زاویه A را بیان و اثبات کنید.	
۶۰	در چهار ضلعی ABCD، $A = 90^\circ$ ، $AB = 60$ ، $AD = 80$ ، $BC = 50$ ، $CD = 90$ می باشد. مساحت چهارضلعی را به دست آورید.	
۶۱	قضیه: در مثلث ABC، AD نیمساز راس A می باشد و ضلع BC را در نقطه ی D قطع می کند نشان دهید:	
۶۲	ثابت کنید مساحت هر متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آن دو ضلع.	
۶۳	در مثلث ABC، $A = 60^\circ$ ، $AB = 10$ ، $AC = 6$.	
الف) طول BC را بیابید.		ب) مساحت مثلث را تعیین کنید. پ) مقدار $\sin B$ را بیابید.

قضية ستوارت



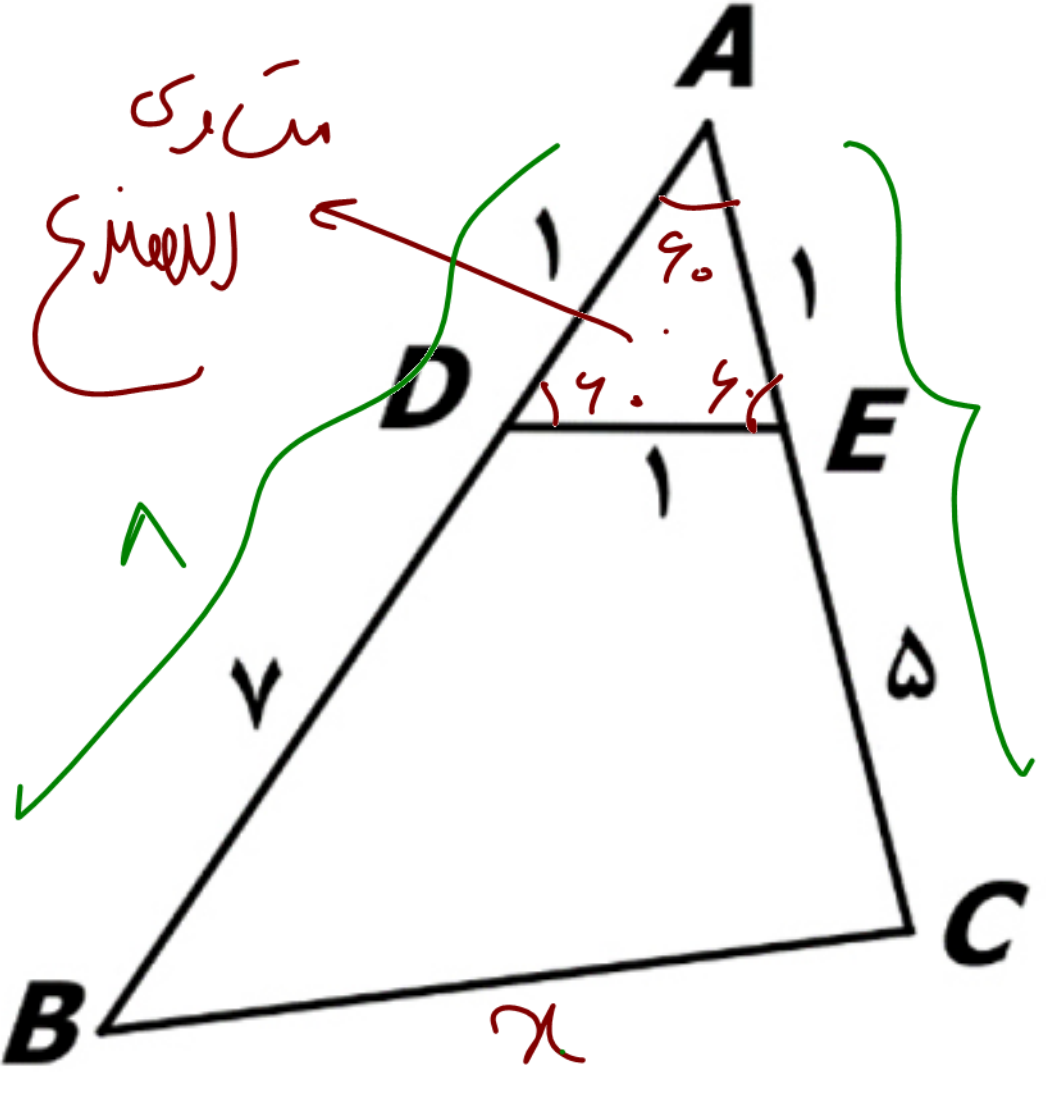
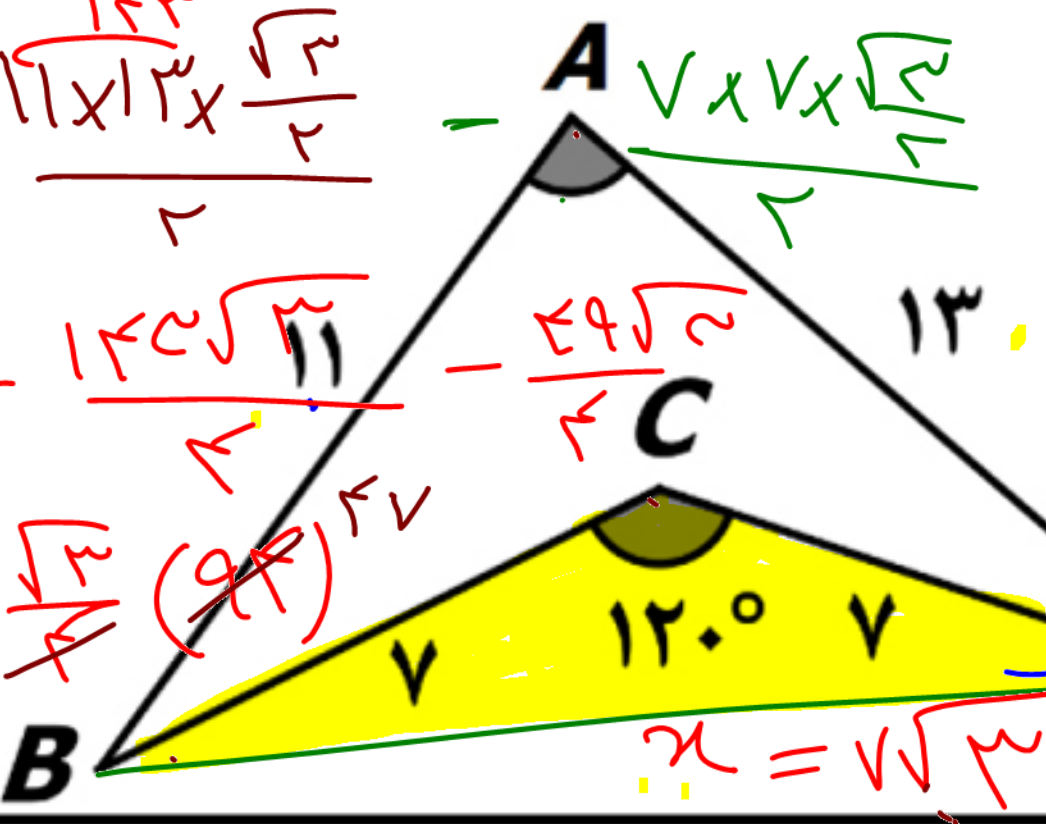
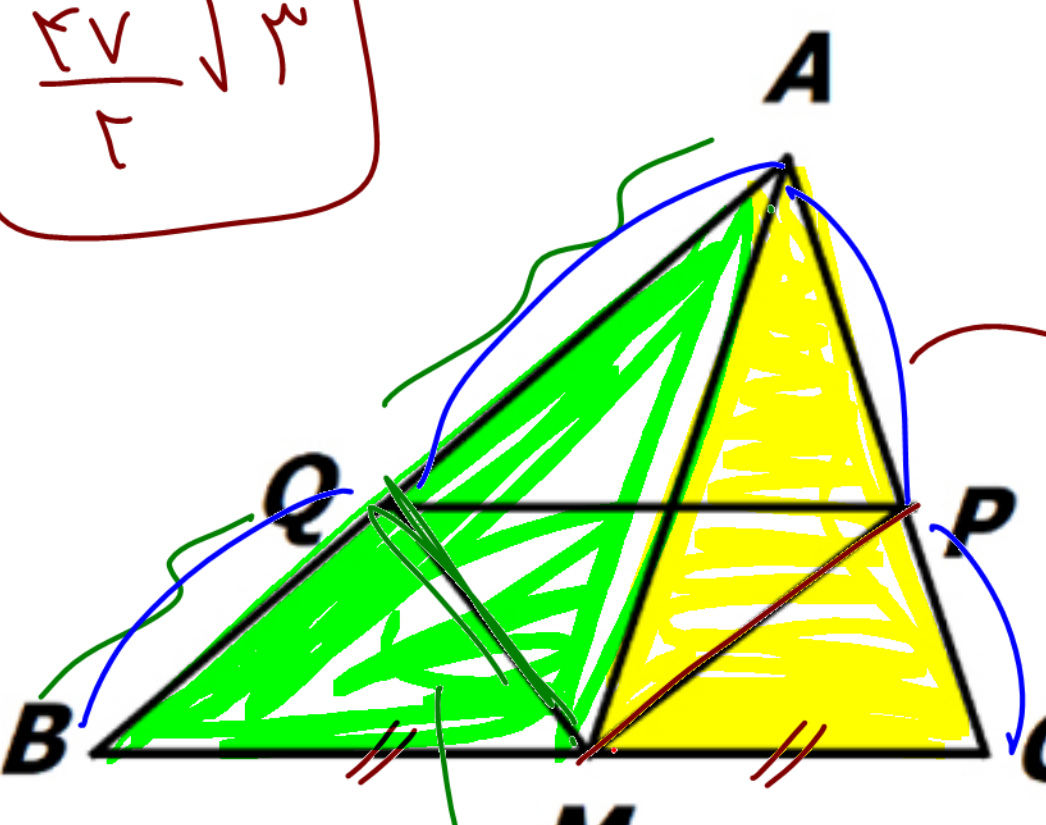
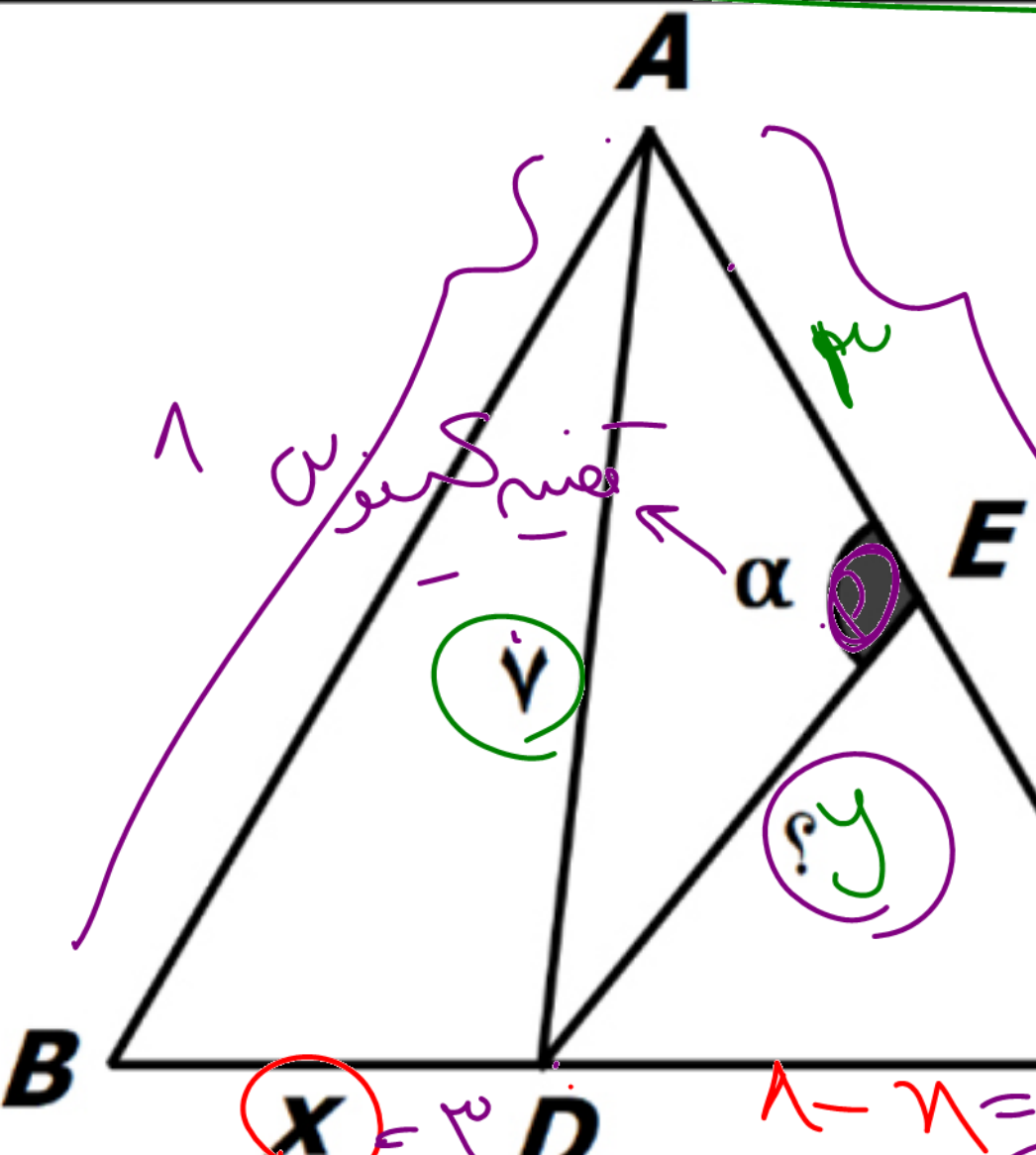
$$AC^2 \times BK + AB^2 \times KC = AK^2 \times BC + BK \times KC \times BC$$

$$b^2 = a_1^2 + k^2 - 2a_1 k \cos(180 - \alpha) \xrightarrow{-\cos \alpha} a_1 b^2 = a_1^2 + k^2 + 2a_1 k \cos \alpha$$

$$c^2 = a_2^2 + k^2 - 2a_2 k \cos(\alpha) \xrightarrow{\times a_2} a_2 c^2 = a_2^2 + k^2 - 2a_2 k \cos \alpha$$

$$a_1 b^2 + a_2 c^2 = a k^2 + a_1 a_2 a$$

$$a_1 b^2 + a_2 c^2 = \underbrace{a_1 a_1^2 + a_2 a_2^2}_{a_1 a_2 (a_1 + a_2)} + \underbrace{k^2 a_1 + k^2 a_2}_{k^2 (a_1 + a_2)}$$

سوال: ۲ هندسه	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۱۰ تعداد سوال: ۶۷
رشته: ریاضی و فیزیک	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۳	
۶۴	در شکل مقابل اولاً طول BC را بدست آورید، ثانياً مساحت چهارضلعی DECB را بیابید.	 $S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ $S = \frac{AB \times AC \times \sin A}{2} = \frac{9 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 12\sqrt{3}$ $S_{\triangle ADE} = \frac{\sqrt{3}}{4} (1)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$ $S_{DECB} = 12\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{3} = \sqrt{3} \times \frac{47}{4}$ $a^2 = 9^2 + 8^2 - 2 \times 9 \times 8 \times \cos 60^\circ$ $a^2 = 81 + 64 - 72 = 73 \rightarrow a = \sqrt{73} = 2\sqrt{18}$
۶۵	در شکل زیر اولاً اندازه A را به دست آورید، ثانياً مساحت چهارضلعی ABCD را بیابید.	 $a^2 = 11^2 + 13^2 - 2 \times 11 \times 13 \times \cos 120^\circ$ $a^2 = 121 + 169 + 286 = 576 \rightarrow a = 24$ $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 11 \times 13 \times \sin 120^\circ = 14\sqrt{3}$ $S_{ABD} - S_{BCD} = S_{ABC}$ $\frac{1}{2} \times 11 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times 13 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$ $11 - 13 = 28 \rightarrow 2 = 28 \rightarrow 1 = 14$ $\cos A = \frac{1}{2} \rightarrow A = 60^\circ$
۶۶	در مثلث ABC، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای AMC و AMB هستند. ثابت کنید BC موازی PQ است.	 $\frac{AP}{PC} = \frac{AM}{MC}$ $\frac{AQ}{BQ} = \frac{AM}{MB}$ $\frac{AP}{PC} = \frac{AQ}{BQ} \rightarrow PQ \parallel BC$
۶۷	در مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع ۸ واحد، نقطه D، که به فاصله ۷ واحد از راس A قرار دارد از B و C چه فاصله ای دارد؟ نقطه E که به فاصله ۵ واحد از C قرار دارد از D به چه فاصله ای است؟ اندازه زاویه AED چند درجه است؟	 $1^2 \times (1-x) + 1^2(x) = \sqrt{3} \times 1 + x(1-x) \times 1$ $24 - 12x + 12x = 49 + 12x - x^2$ $x^2 - 12x + 15 = 0 \rightarrow (x-3)(x-5) = 0$ $x = 3 \text{ or } x = 5$