

همایش

جمع‌بندی هندسه

یازدهم

فصل ۱

زوایا
روابط طولی
چندضلعی‌ها

۸ نمره

فصل ۲

تبدیل‌ها
کاربرد تبدیل‌ها

۶ نمره

فصل ۳

سینوس‌ها
کسینوس‌ها
قضایای نیمساز
هرون و مساحت

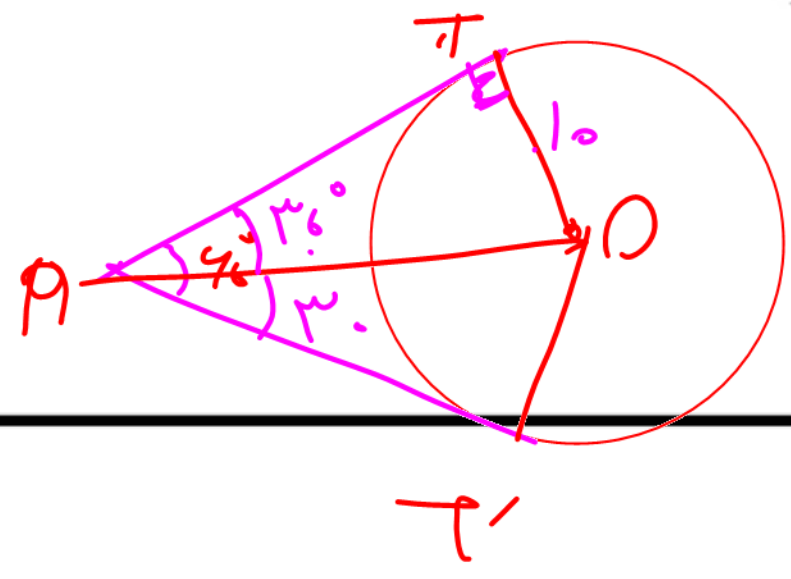
۶ نمره

سؤالات شبه‌نهایی درس: هندسه ۲	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۱۰ تعداد سوال: ۶۷
رشته: ریاضی و فیزیک	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) وتری از دایره که از مرکز دایره می گذرد، است. (ب) چند ضلعی را می گوئیم اگر و فقط اگر دایره ای باشد که بر همه ضلع های آن مماس باشد. (پ) در هر مثلث قائم الزاویه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبه رو به آن ضلع برابر است با اندازه دایره محیطی مثلث. (ت) اگر دو دایره $OO' = d, C'(O', R'), C(O, R)$ باشند دو دایره متقاطعند اگر $R - R' < d < R + R'$ (ث) در حالت کلی، بازتاب شیب خط را موازی نقطه انحنای خط و عمود بر خط مماس در آن نقطه. (ج) اگر فاصله ی یک خط از مرکز دایره شعاع دایره باشد آنگاه خط و دایره دو نقطه اشتراک دارند (چ) تعداد نقاط ثابت در هر بازتاب است. (د) ناحیه ای از درون و روی دایره را، که به دو شعاع دایره و آن دایره محدود است دایره می نامند. (ذ) اگر فاصله ی یک خط از مرکز دایره برابر شعاع دایره باشد آنگاه خط و دایره نقطه اشتراک دارند یعنی خط بر دایره مماس است (ر) اگر دایره ای بر تمام اضلاع یک چند ضلعی مماس باشد در این صورت دایره را دایره ی می نامیم. (ز) تبدیل یافته ی یک شکل را، آن می نامیم. (س) تبدیل هایی که طول پاره خط را حفظ می کنند، تبدیلات نامیده می شوند. (ش) در هر بازتاب تبدیل یافته یک مثلث، یک است که با مثلث اولیه است. (ک) در تبدیل طولیا، تبدیل یافته ی هر زاویه، زاویه ای آن است. (گ) یک خط و یک دایره اگر و تنها اگر خط در نقطه تماس بر شعاع باشد. (ل) در تجانس به مرکز O و نسبت k: اگر $k > 0$ تجانس را، تجانس مستقیم و اگر $k < 0$ تجانس را معکوس می نامیم. (ن) اگر $k > 1$ تصویر شکل کوچکتر می شود و آنرا انقباض و اگر $k < 1$ تصویر بزرگتر و آن را انبساط می نامیم.
۲	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. (الف) مستطیل هم محاطی و هم محیطی است. (ب) مرکز دایره محاطی مثلث محل همراستی عمود منصف ها است. (ج) بازتاب جهت شکل را حفظ نمی کند. (د) تبدیل همانی طولیاست. (ه) طول کمان دایره ای به شعاع ۴ و زاویه ۴۵ درجه برابر π است. (و) هفت ضلعی منتظم هم محاطی و هم محیطی است.

در هر مثلث قائم الزویه ABC ($A = 90^\circ$)، $AH = h_a$، همواره $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ درست است. پاسخ کوتاه دهید.	(الف) در چه شرایطی تجانس همانی است؟ $K=1$ (ب) مساحت هر شکل با مساحت مجانس آن چه رابطه ای دارند؟ $\frac{S'}{S} = K^2$ (پ) هرون به کمک کدام تبدیل دستور پیدا کردن کوتاه ترین مسیر را ارائه داد؟ بازتاب (ت) آیا در تجانس مستقیم جهت شکل حفظ می شود؟ هر صورت حفظ می شود (ث) در هر تبدیل نقطه ای را که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق می شود چه می نامند؟ هم آینه (ج) ترکیب دو بازتاب که محورهای بازتاب متقاطع باشند چه تبدیلی است؟ دوران (چ) در حالی که زاویه A قائمه باشد، رابطه کسینوس ها به چه قضیه ای تبدیل می شود؟ قضیه فیثاغورس (ح) اگر نقاط وسط وتر و کمان AB را داشته باشیم، چگونه می توانیم قطر عمود بر وتر AB را رسم کنیم؟ آماره
گزینه صحیح را انتخاب کنید. (الف) در دایره ای به شعاع ۱۰، فاصله وتر AB از مرکز دایره برابر ۶ است. طول وتر AB کدام است؟ (ب) کدام یک از تبدیل های زیر نمی تواند نقاط ثابت داشته باشد؟ انتقال (پ) در چند مورد از تبدیلات زیر مساحت شکل حفظ نمی شود؟ بازتاب - دوران - تجانس - انتقال (ت) مساحت مثلثی به اضلاع ۱۵ و ۱۴ و ۱۳ کدام است؟ ۸۴ (ث) با کدام یک از دسته اعداد زیر می توان مثلثی با زاویه باز کشید؟ ۱۷ و ۱۵ و ۸ (ج) اگر در مثلث ABC داشته باشیم $2 \sin A \sin B = ab$، شعاع دایره محیطی چقدر است؟ ۲ (چ) پاره خط AB و تبدیل انتقال T مفروض است. اگر $T(B) = B'$، $T(A) = A'$ باشد آنگاه چهار ضلعی $ABB'A'$ کدام است؟ متوازی الاضلاع (ح) اگر تصویر بازتاب مثلث ABC تحت محور d_1 را $A'B'C'$ نامیده و سپس تصویر بازتاب مثلث $A'B'C'$ را تحت محور d_2 را $A''B''C''$ بنامیم و فاصله ی دو خط موازی d_1 و d_2 برابر ۱۰ واحد باشد در این صورت مثلث $A''B''C''$ تصویر مثلث ABC تحت چه تبدیلی و طول AA'' کدام است؟ انتقال و $AA'' = 20$	(الف) ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۸ (۴) (ب) ۱ (انتقال) ۲ (دوران) ۳ (تجانس غیر همانی) ۴ (نقاط روی خط بازتاب) (پ) ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) (ت) ۸۰ (۱) ۸۱ (۲) ۸۳ (۳) ۸۴ (۴) (ث) ۹ و ۱۰ و ۱۱ (۱) ۹ و ۸ و ۴ (۲) ۸ و ۱۰ و ۱۲ (۳) ۱۷ و ۱۵ و ۸ (۴) (ج) ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) (چ) مستطیل (۱) متوازی الاضلاع (۲) دوزنقه متساوی الساقین (۳) کایت (۴) (ح) ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴)

خ) زاویه بین دو مماس رسم شده از نقطه A خارج دایره $C(O, 10)$ برابر 60° است طول پاره خط OA برابر کدام است؟



$$\sin 30^\circ = \frac{OT}{OA}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{10}{OA}$$

$$OA = 20$$

$$10 \quad (3)$$

$$10\sqrt{3} \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

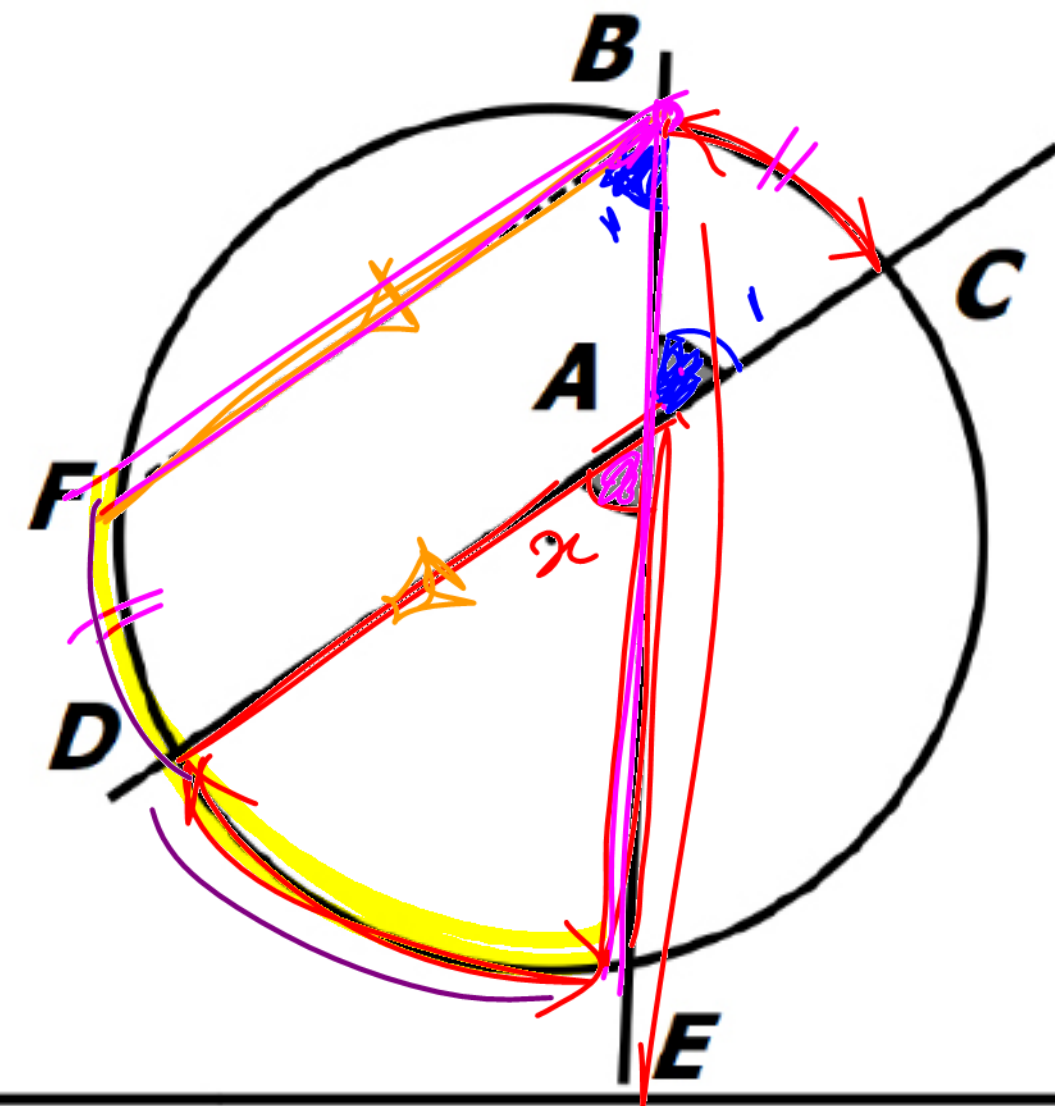
در شکل زیر ثابت کنید: $\widehat{DAE} = \frac{1}{2}(\widehat{BC} + \widehat{DE})$

$$BF \parallel DC \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{DF}$$

$$BF \parallel DC / BA \Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{BAC} = \widehat{DAE}$$

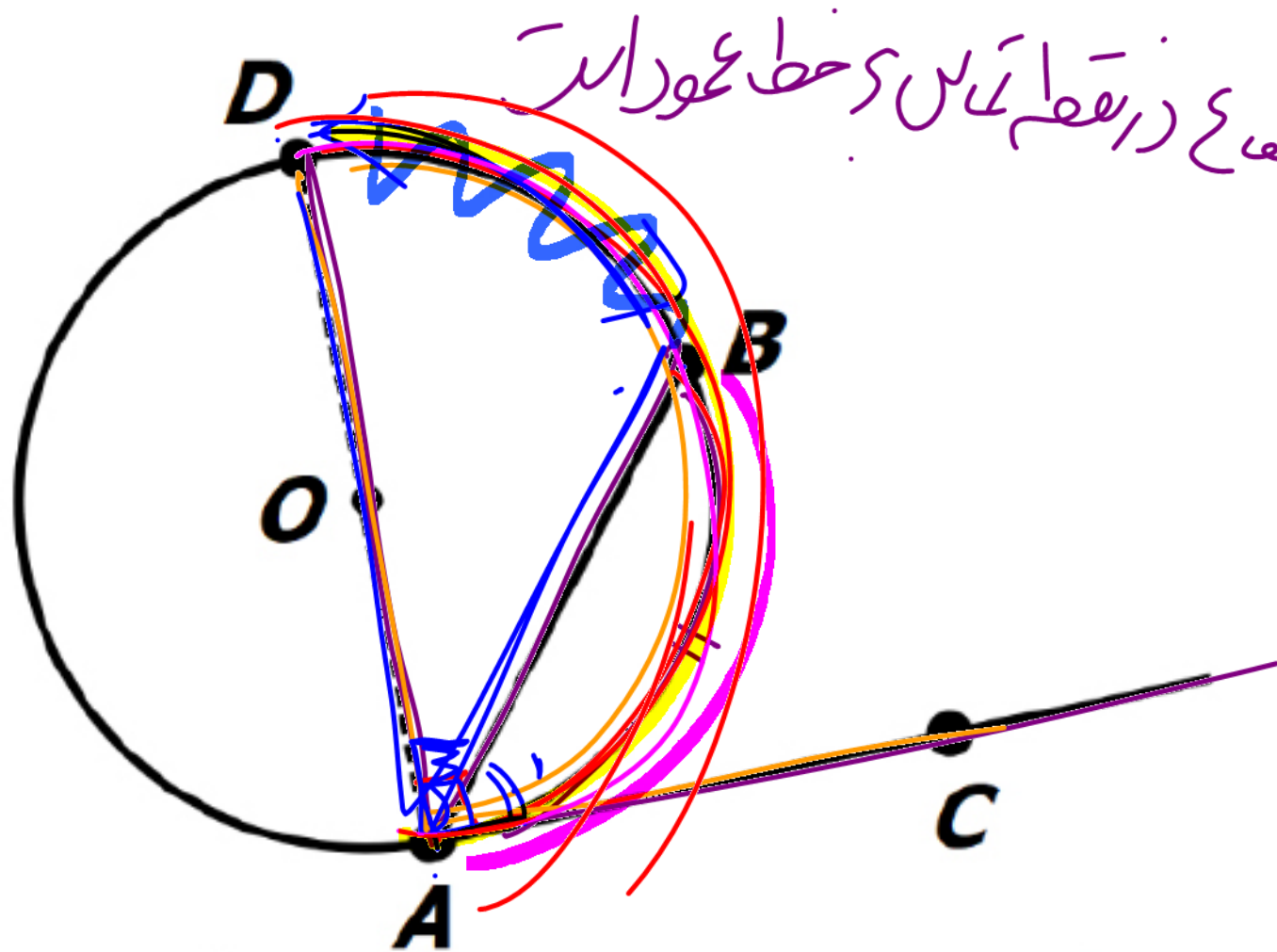
$$\widehat{BAE} = \widehat{FE} \Rightarrow \widehat{DAE} = \widehat{FE}$$

$$\widehat{DAE} = \widehat{FD} + \widehat{DE} \Rightarrow \widehat{DAE} = \frac{1}{2}(\widehat{BC} + \widehat{DE})$$



$$\widehat{BAC} = \frac{AB}{2}$$

قضیه: ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی برابر نصف کمان روبه رو است.



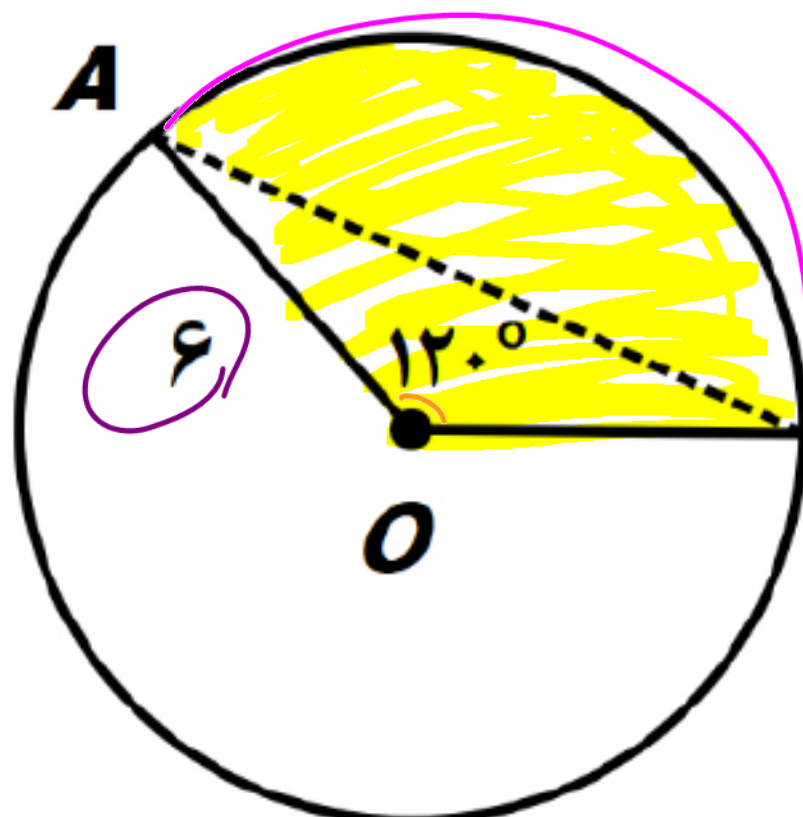
$$\widehat{DAC} = 90^\circ$$

$$\widehat{DBA} = 110^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \widehat{DAC} - \widehat{DAB} \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ - \frac{\widehat{DB}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{DB}}{2}$$

$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{DBA} - \widehat{DB}}{2} = \frac{\widehat{BA}}{2}$$

در دایره زیر مساحت قطاع AOB و طول کمان AB و طول وتر AB را تعیین کنید. $\widehat{AOB} = 120^\circ$

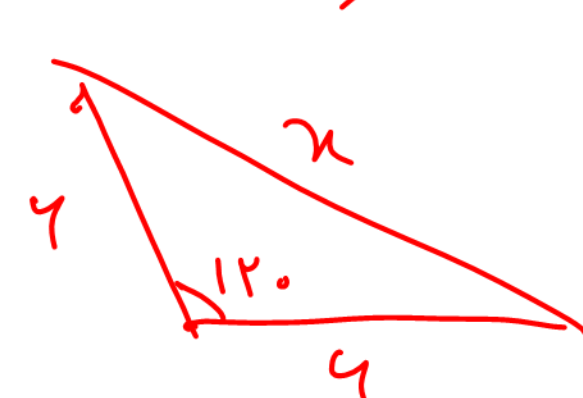


$$S = 12\pi$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{S}{\pi \times r^2}$$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{\theta}{12} = \frac{l}{2\pi r} = \frac{S}{\pi r^2}$$

$$\frac{l}{2\pi \times 4} = \frac{120^\circ}{360^\circ} \Rightarrow l = 4\pi$$

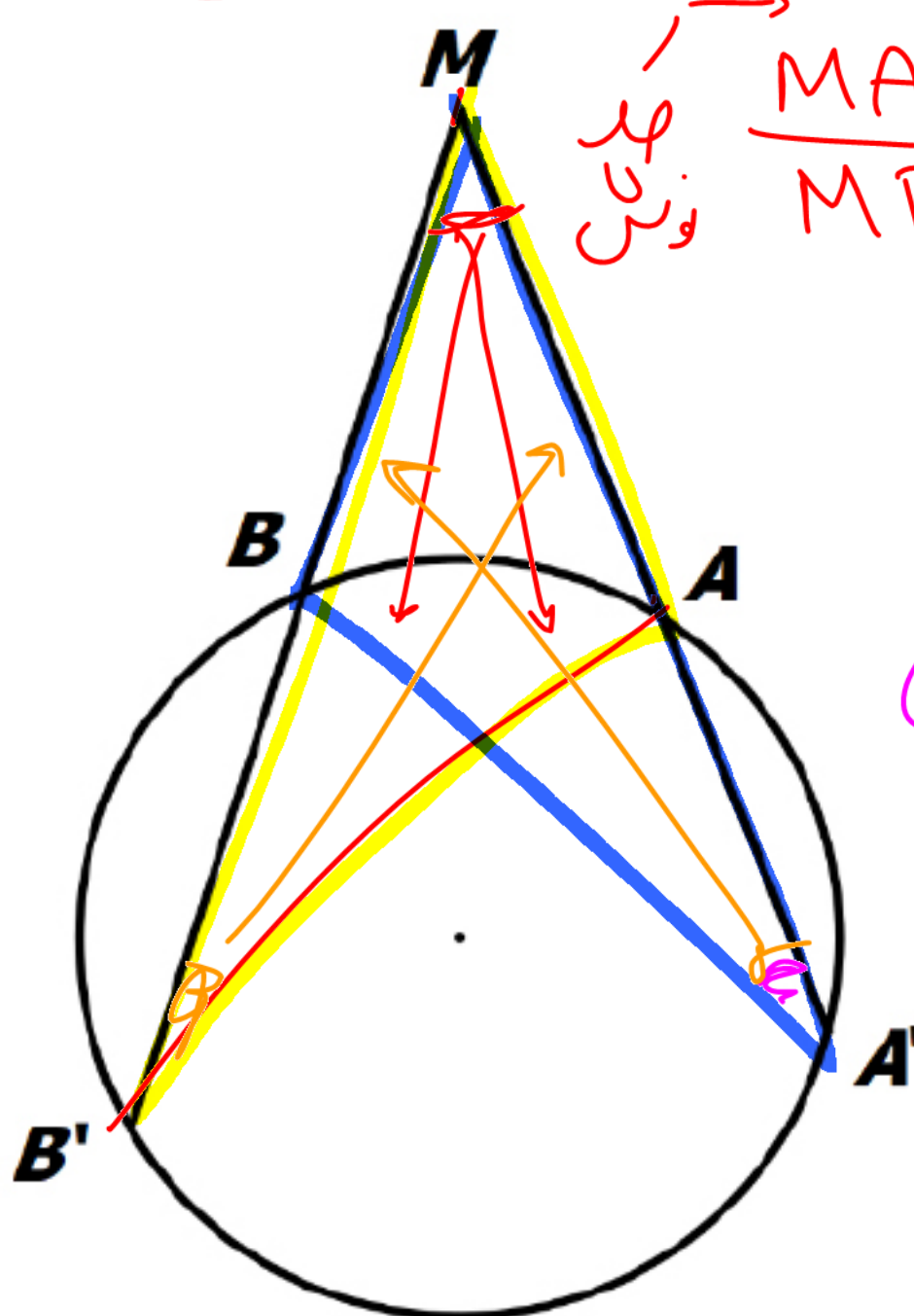


$$x^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \times 4 \times 4 \times \cos 120^\circ$$

$$x^2 = 3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48$$

$$x = \sqrt{48}$$

ثابت کنید اگر امتداد وترهای و همدیگر را در نقطه M قطع کنند، آنگاه $MA \times MA' = MB \times MB'$



$$\frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'}$$

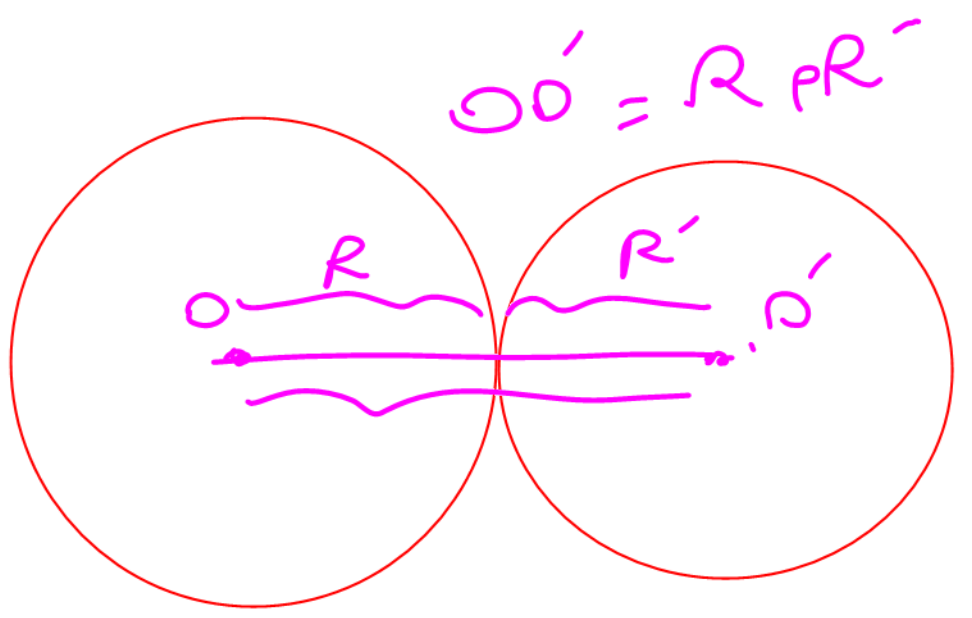
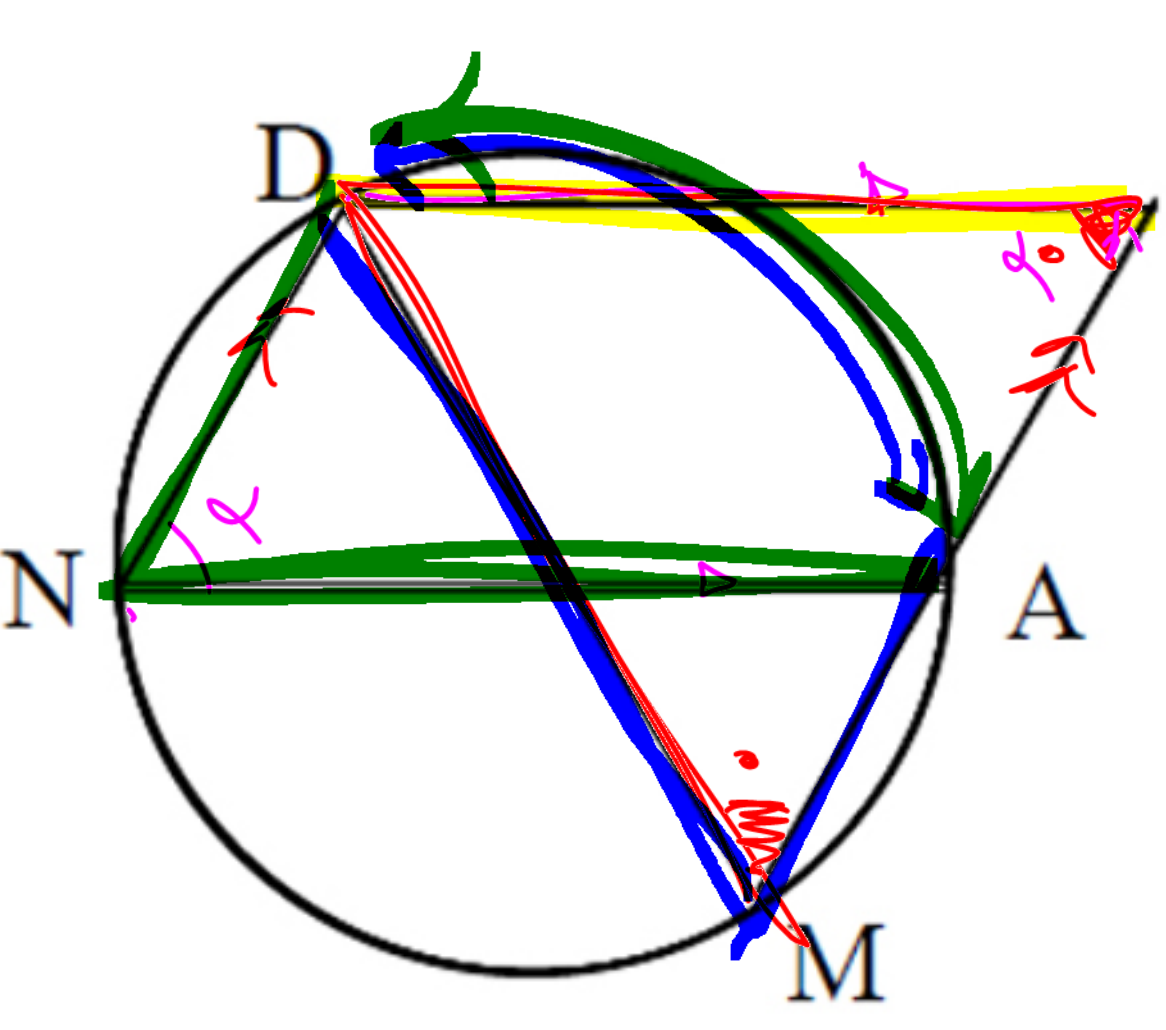
$$\widehat{M} = \widehat{M}$$

$$\widehat{BA'A'} = \widehat{B'A} = \widehat{AB}$$

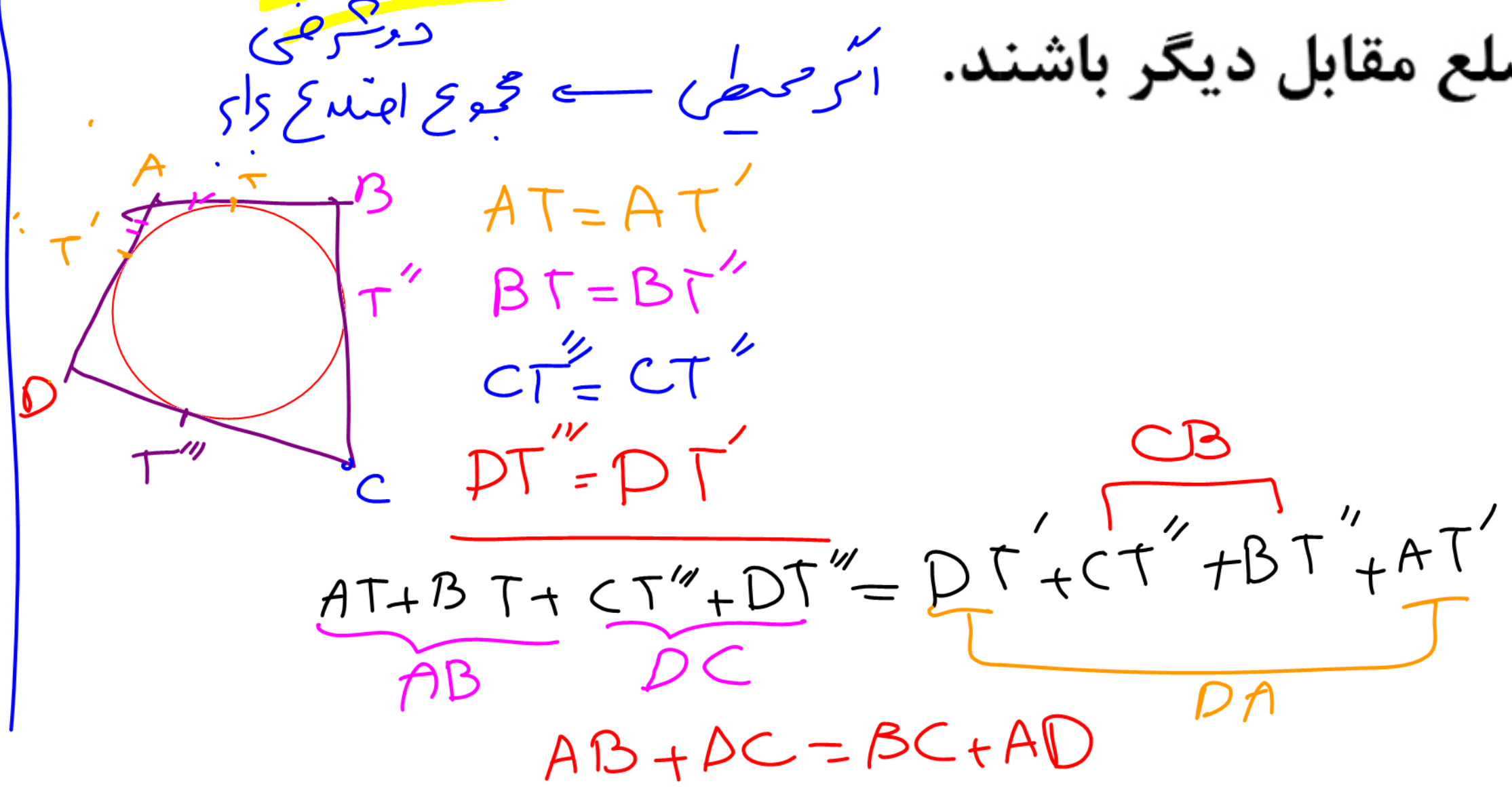
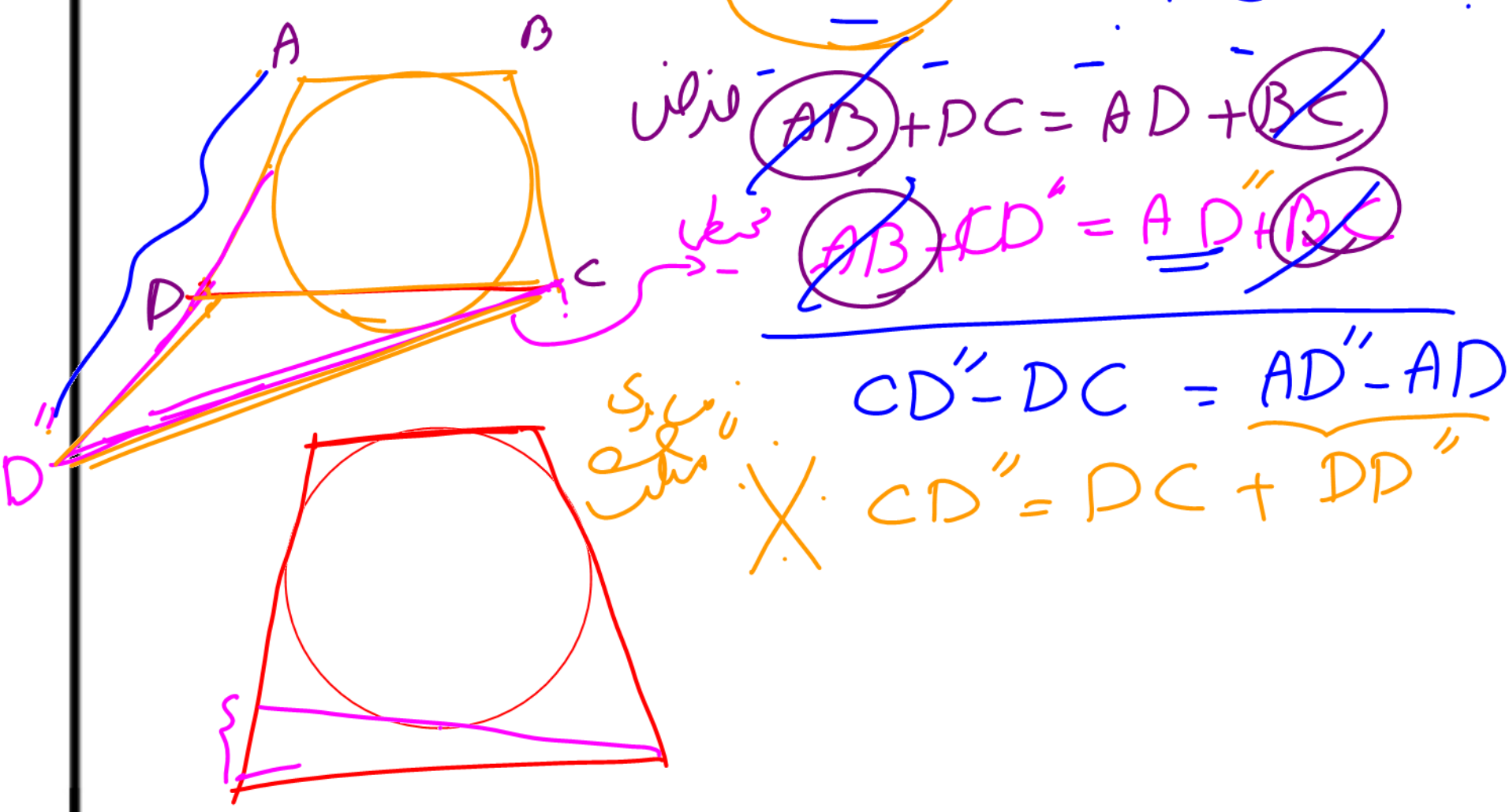
$$\triangle AMB' \sim \triangle A'MB$$

$$\frac{AB'}{BA'} = \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'}$$

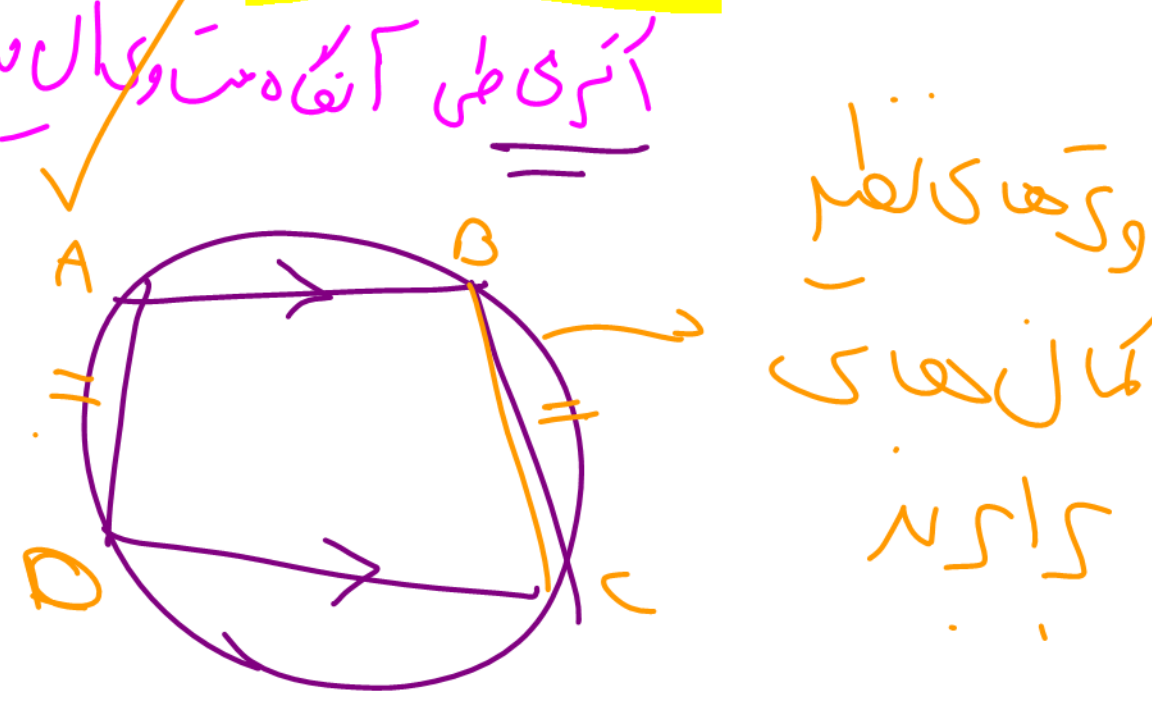
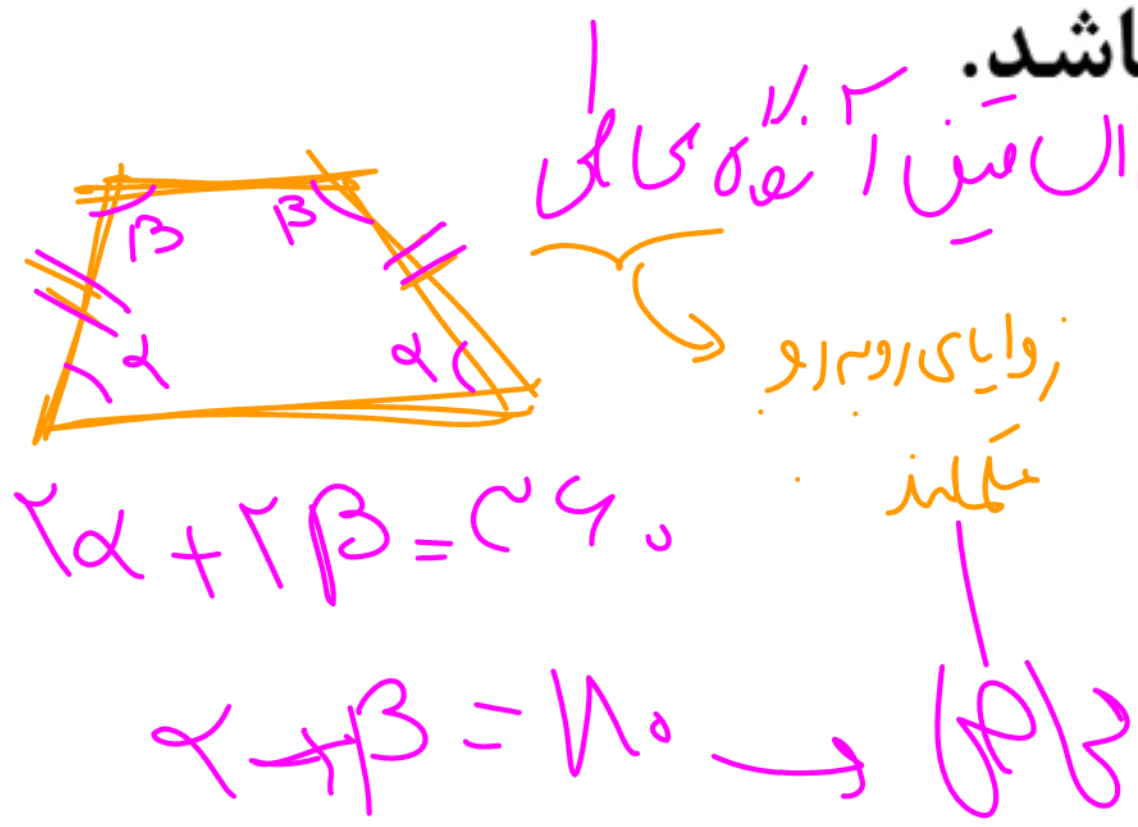
$$MA \times MA' = MB \times MB'$$

۹	دو دایره $C(O, 3)$ و $C'(O', 3)$ مماس بیرون هستند. اگر مختصات مرکز های دو دایره نقاط $O(3, -2)$ و $O'(m-1, 2)$ باشند مقدار m را تعیین کنید.  $OO' = R + R' = 6$ $OO' = \sqrt{(m-1-3)^2 + (2+2)^2} = 6$ $\sqrt{(m-4)^2 + 16} = 6$ $(m-4)^2 + 16 = 36$ $(m-4)^2 = 20$ $m-4 = \pm\sqrt{20}$ $m = 4 \pm 2\sqrt{5}$ $m = 4 + 2\sqrt{5}$ ✓ $m = 4 - 2\sqrt{5}$ ✗ $m^2 - 1m + 14 - 20 = 0$ $m^2 - 1m - 6 = 0$ $\Delta = 1 + 24 = 25$
۱۰	در شکل زیر چهارضلعی DIAN یک متوازی الاضلاع است و نقاط I و A روی یک خط راست قرار دارند. ثابت کنید: $DM = DI$  $\widehat{DIAN}$ متوازی الاضلاع $\Rightarrow \hat{I} = \hat{N}$ $\hat{N} = \frac{\widehat{DA}}{2}$ $\hat{M} = \frac{\widehat{DA}}{2}$ $\hat{N} = \hat{M}$ $\hat{I} = \hat{M}$ $DM = DI$
۱۱	مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را بدست آورید که در دایره به شعاع R محاط شده باشد.
۱۲	قضیه: ثابت کنید یک چهارضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.

۱۳ قضیه: یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل برابر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل دیگر باشند. اگر محیطی در مجموع اضلاع دایره

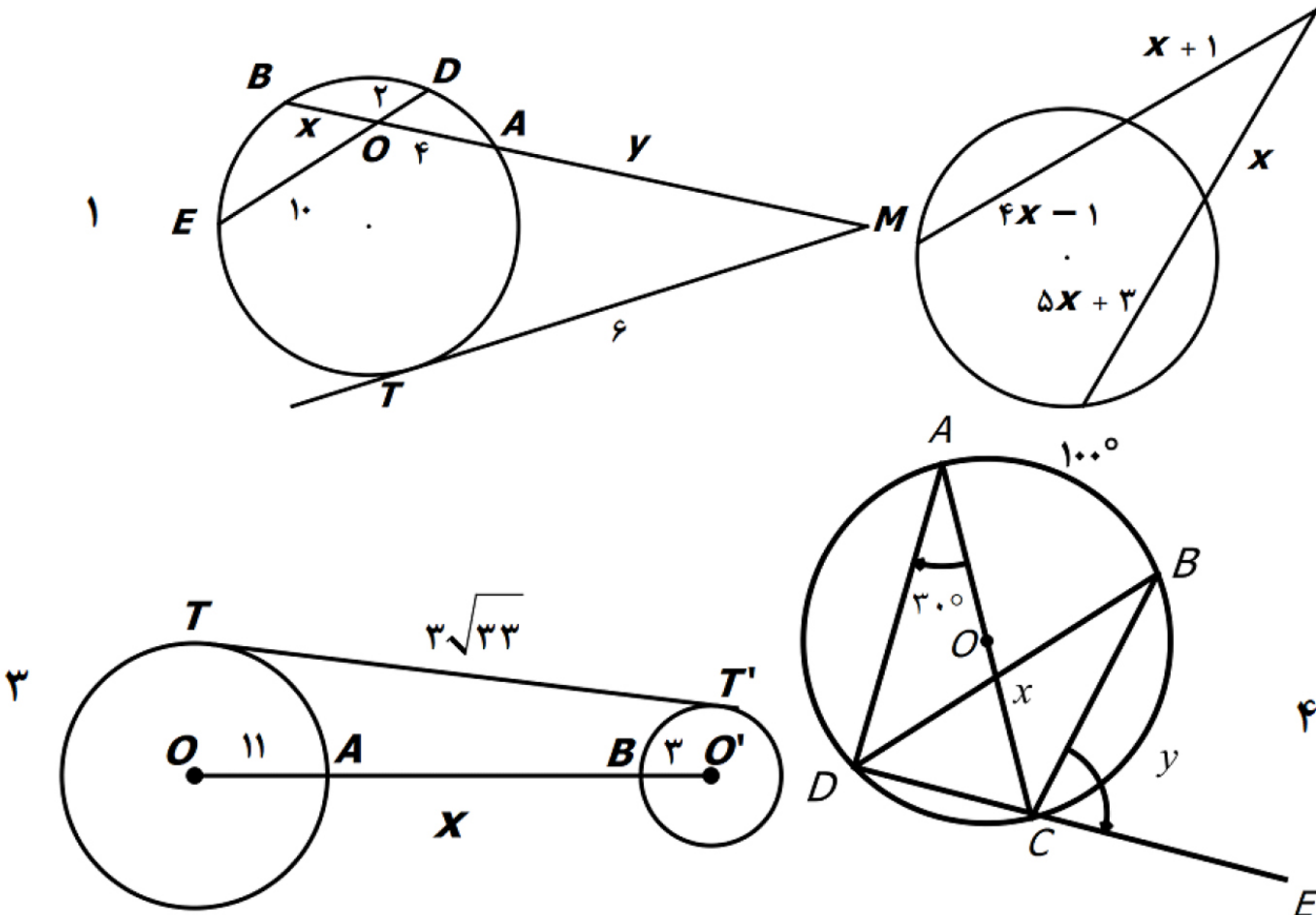


۱۴ ثابت کنید یک دوزنقه محاطی است اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد. اگر متساوی الساقین باشد

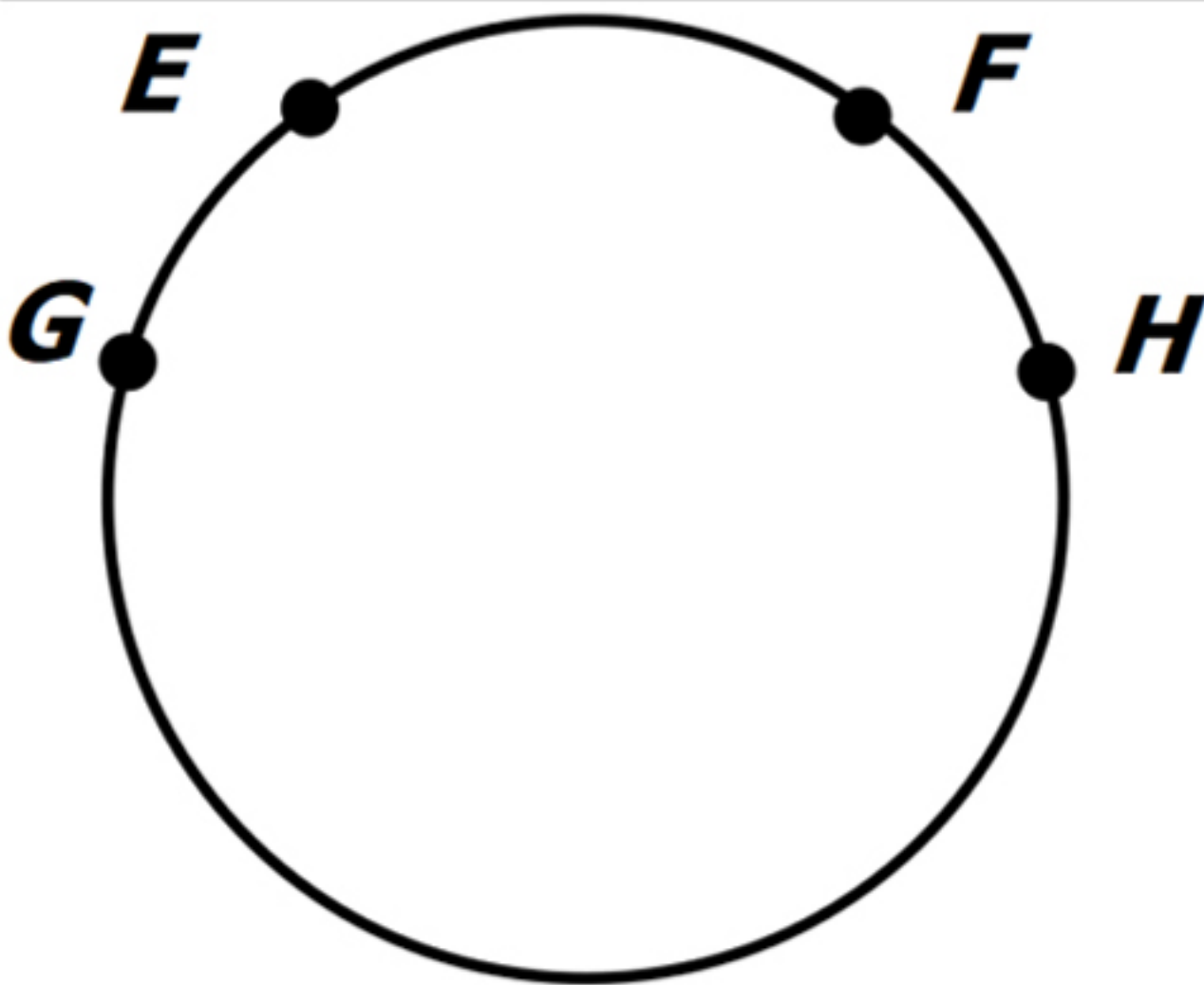
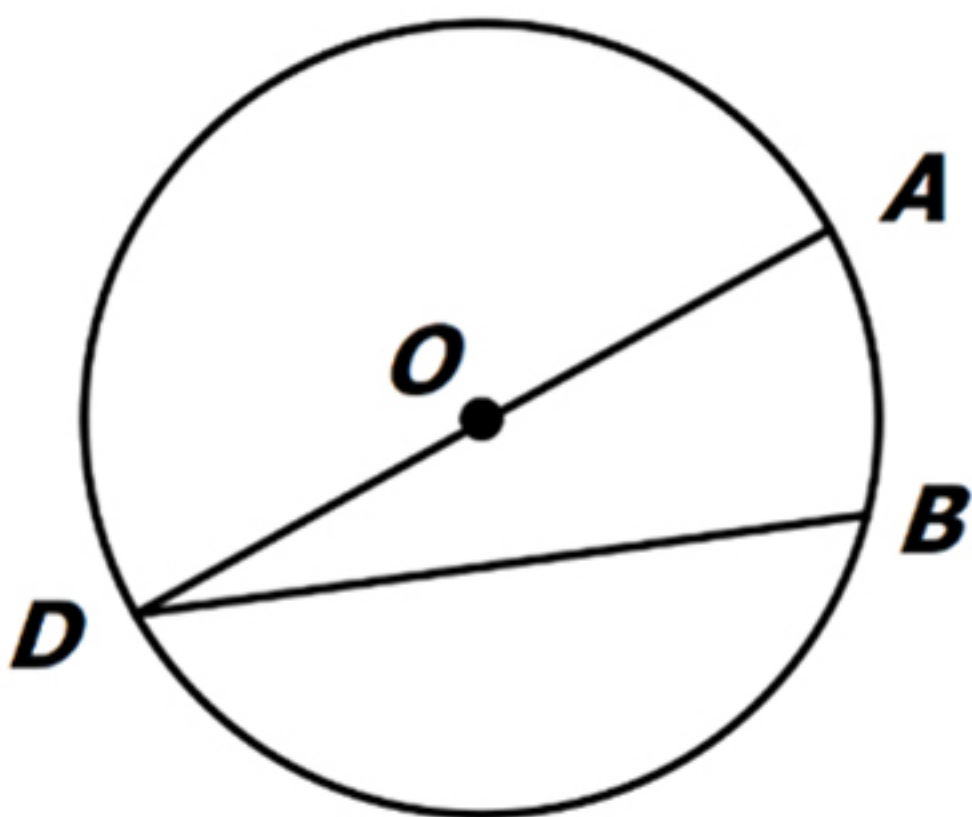


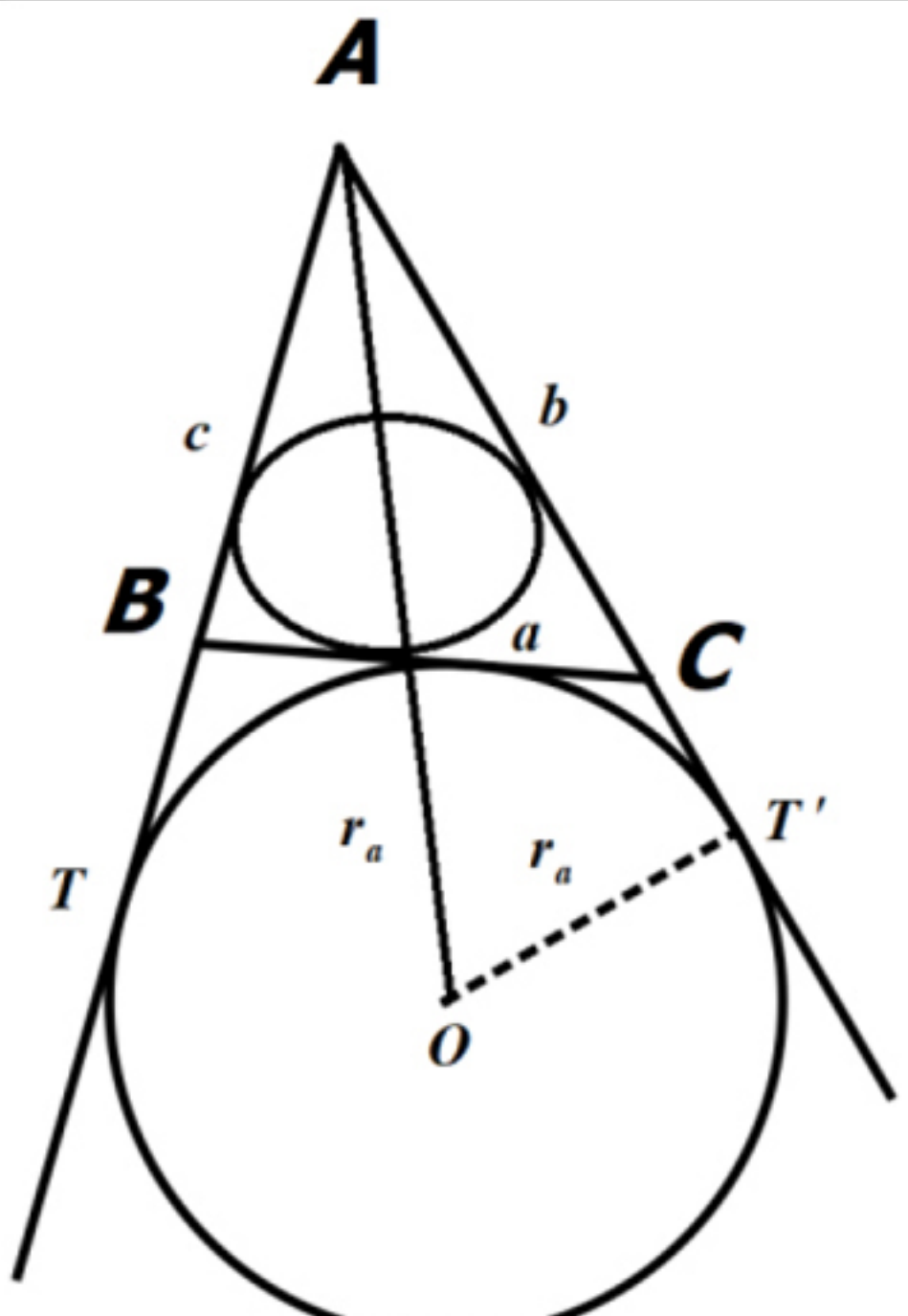
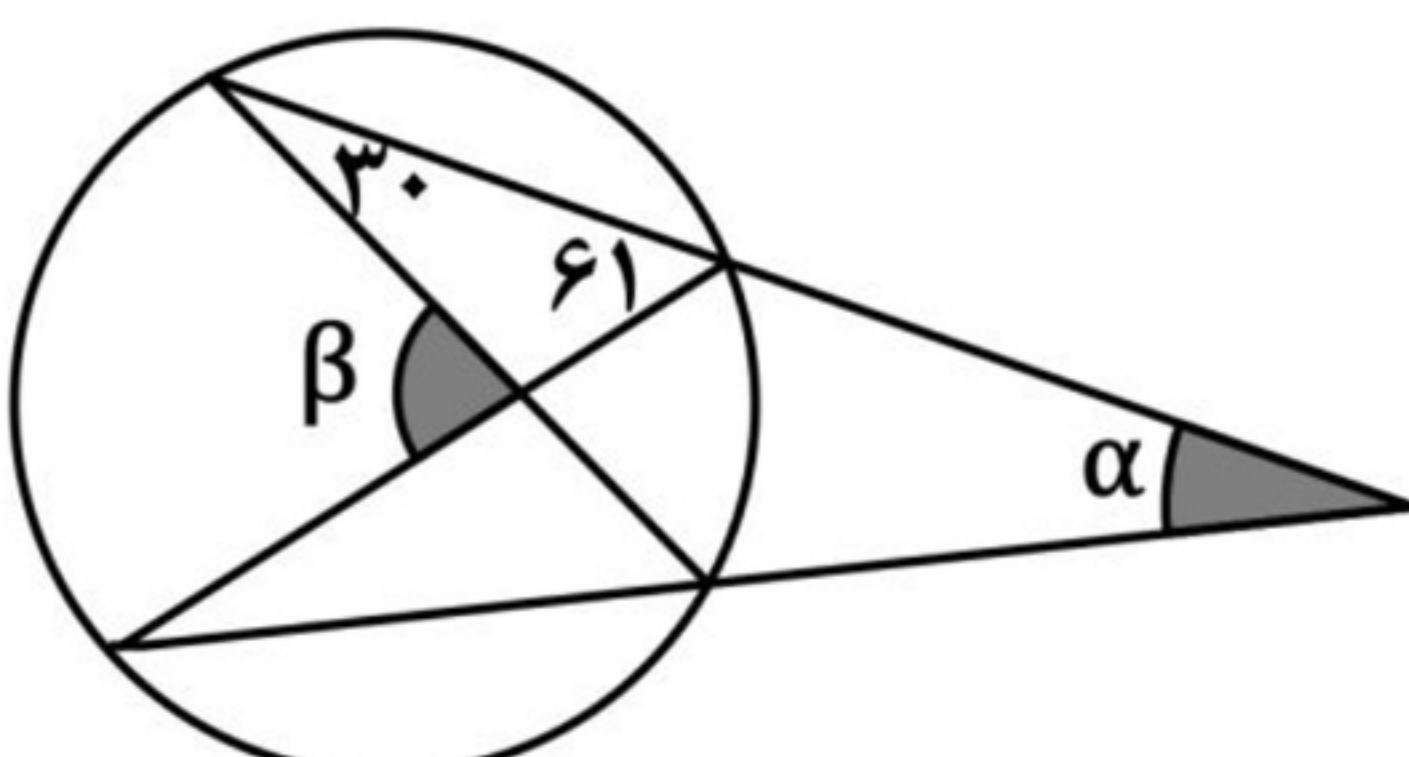
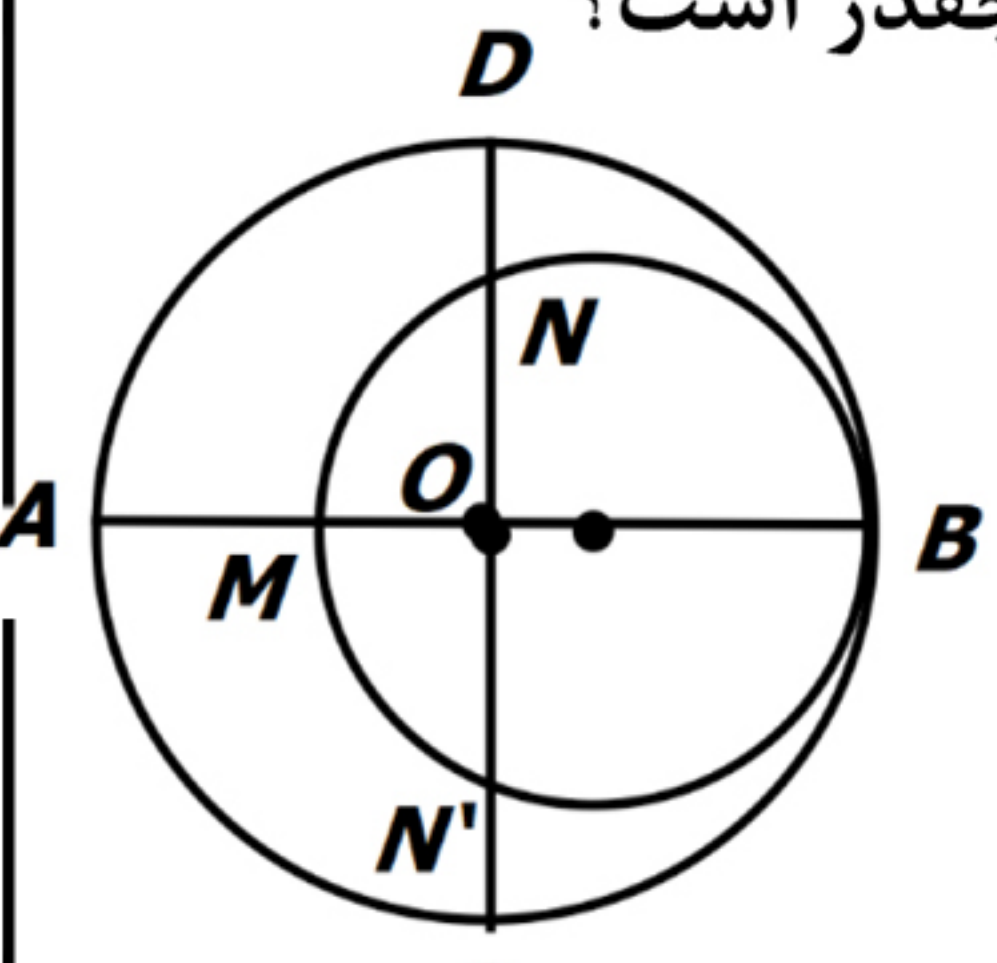
۱۵ شعاع دایره محاطی داخلی مثلثی را بیابید که شعاع سه دایره محاطی خارجی آن ۲، ۳ و ۶ باشد.

۱۶ در هر شکل مقدار x ، y را بیابید.



۱۷	یک دوزنقه هم محیطی و هم محاطی است. ثابت کنید مساحت این دوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آن ها.
۱۸	ثابت کنید در هر مثلث نیمساز هر زاویه و عمود منصف ضلع مقابل آن زاویه در نقطه ای روی دایره محیطی مثلث یکدیگر را قطع می کنند.
۱۹	ثابت کنید در شکل زیر اندازه ی زاویه محاطی برابر نصف کمان روبروی آن است .
۲۰	در شکل مقابل کمان های EG و FH هم اندازه هستند. الف) وتر های EF و GH و پاره خط EH را رسم کنید. ب) زوایای FEH و EHG نسبت به هم چگونه اند؟ چرا؟ پ) وتر های EF و GH نسبت به هم چگونه اند؟ چرا؟

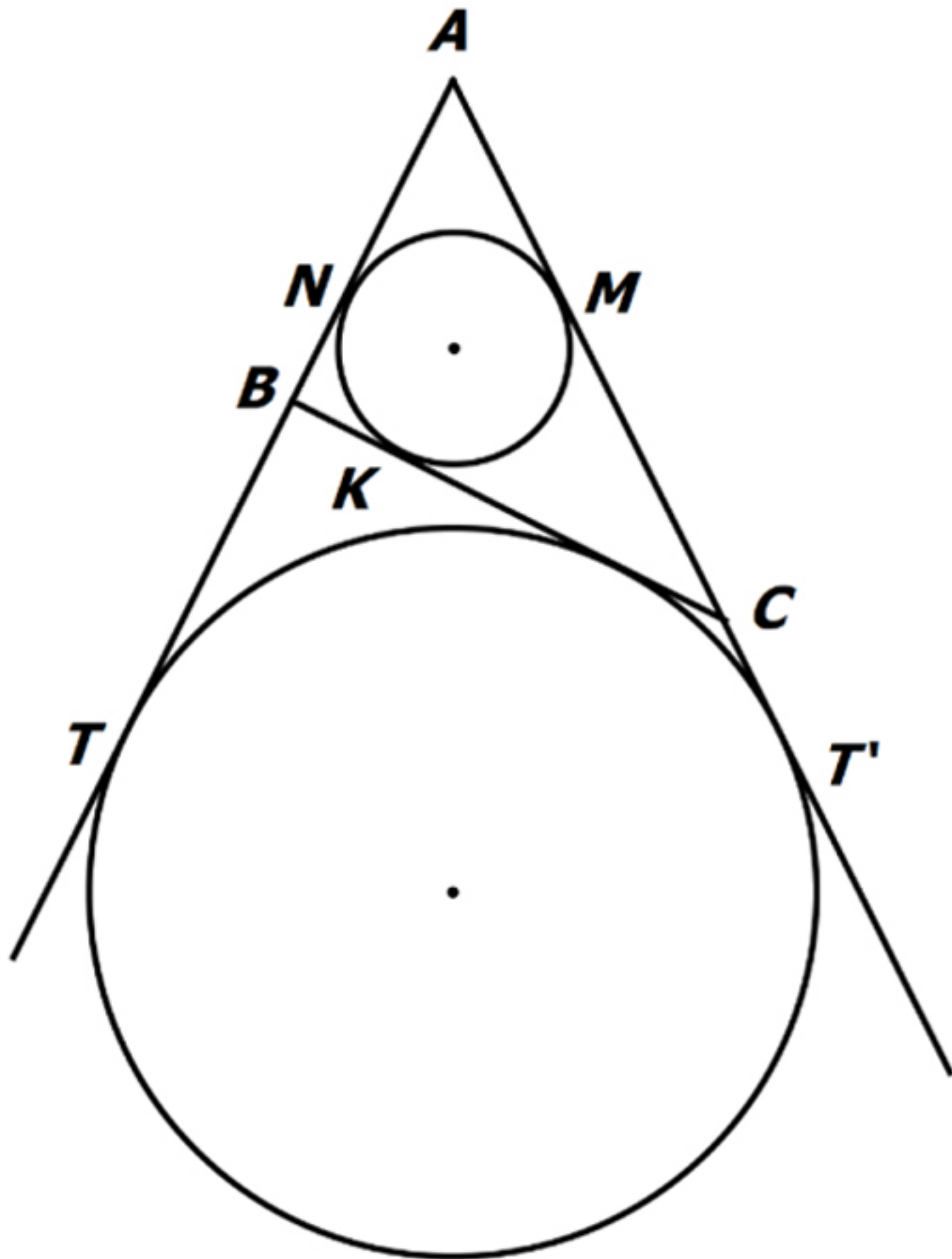


	۲۱ در هر مثلث اگر مساحت برابر S و محیط برابر $2p$ و r_a شعاع دایره محاطی خارجی باشد ثابت کنید. $r_a = \frac{S}{P - a}$
	۲۲ طول خط المکزین دو دایره مماس درونی ۲ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود آن ها 36π سانتی مترمربع است. طول شعاع های دو دایره را به دست آورید.
	۲۳ هرگاه M نقطه ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه های دو قطعه قاطع.
	۲۴ در شکل مقابل اندازه ی α و β را بدست آورید.
	۲۵ در شکل مقابل دو دایره مماس درون و دو قطر AB و CD از دایره بزرگتر بر هم عمودند. اگر $AM = 16, ND = 10$، نسبت مساحت دایره کوچکتر به مساحت دایره بزرگتر چقدر است؟

۲۶ رسم خط مماس بر دایره ای از نقطه ای خارج دایره را با رسم شکل توضیح دهید.

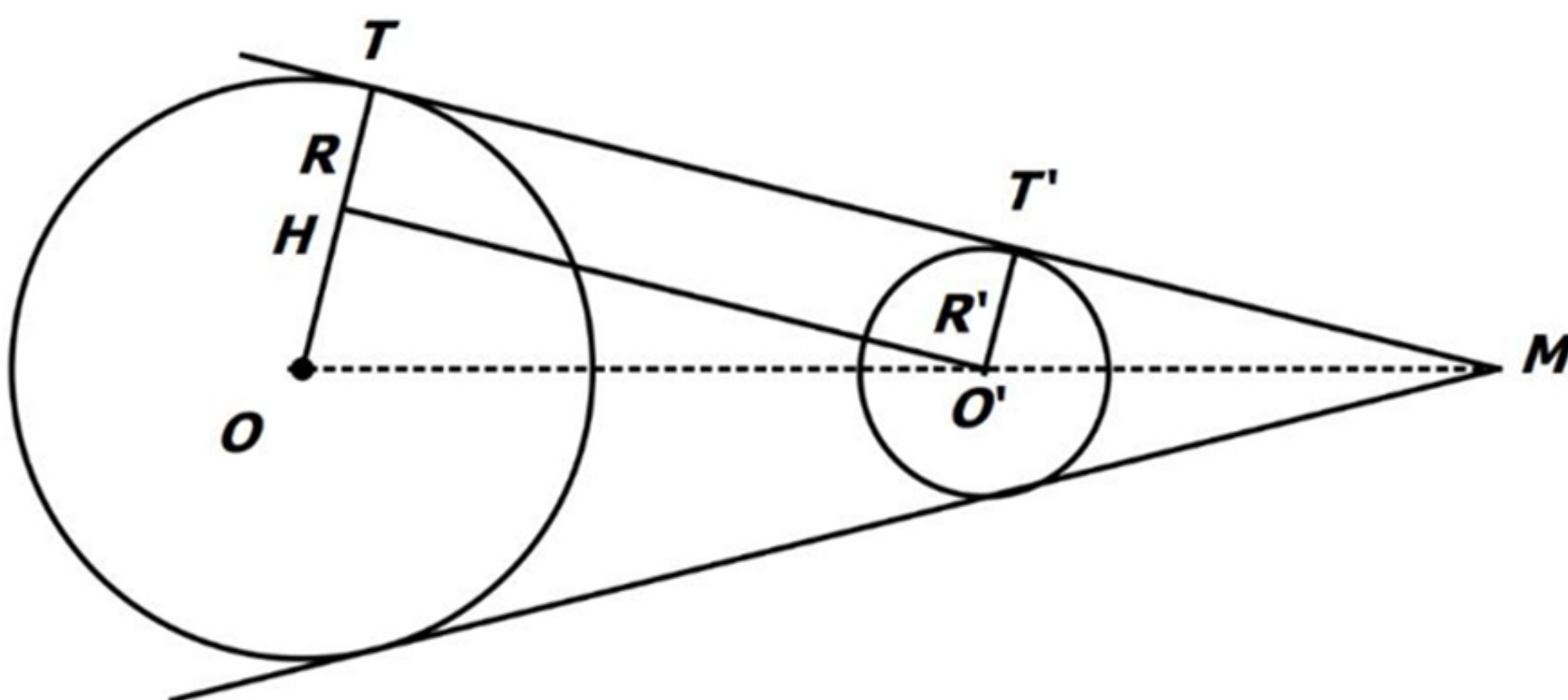
۲۷ با توجه به شکل های زیر ($BC = a, AC = b, AB = c$) ثابت کنید:

$$AM = AN = P - a, \quad AT = AT' = P$$



۲۸ ثابت کنید طول مماس مشترک خارجی دو دایره از رابطه زیر به دست می آید.

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$



۲۹ در دایره زیر $CD \parallel AB$ ، اندازه کمان CD را به دست آورید.

