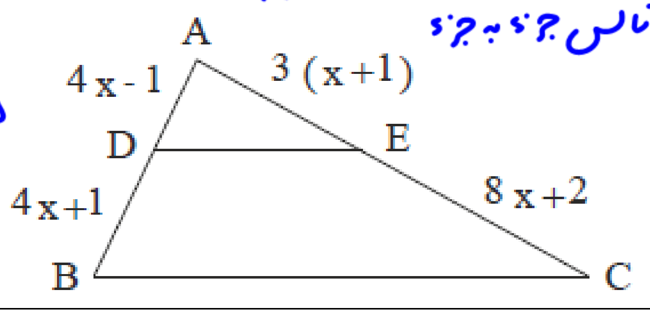
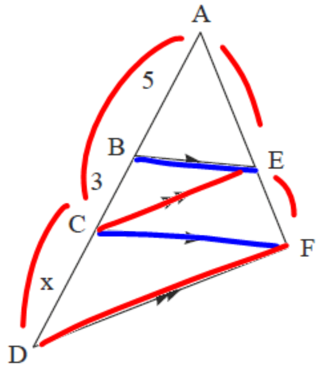
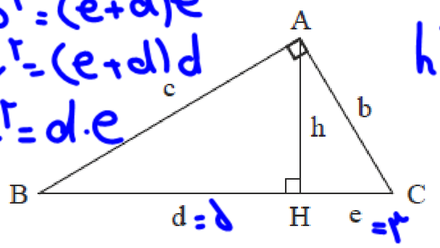
نام درس: ریاضی ۲
نام دبیر:
تاریخ امتحان: ۰۸ / ۱۰ / ۰
ساعت امتحان: ۸ : ۰۰ صبح / عصر
مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه تهران
دبیرستان
آزمون **پایان** ترم **نوبت اول** سال تحصیلی -

نام و نام خانوادگی: ....
مقطع و رشته: یازدهم تجربی
نام پدر: ....
شماره داوطلب: ....
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	

ردیف	**سؤالات**	بارم
۱	دو نقطه‌ی $A(۱۴,۳)$ و $B(۱۰,-۱۳)$ را در نظر بگیرید. الف) فاصله‌ی مبدأ مختصات را از وسط پاره خط AB بدست آورید. M وسط AM $\begin{cases} x = \frac{۱۴+۱۰}{۲} = ۱۲ \\ y = \frac{-۱۳+۳}{۲} = -۵ \end{cases}$ $OM = \sqrt{x^۲+y^۲} = \sqrt{(۱۲)^۲+(-۵)^۲} = \sqrt{۱۴۴+۲۵ = ۱۶۹} = ۱۳$ ب) معادله‌ی عمود منصف پاره خط AB را بنویسید. $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-۱۳-۳}{۱۰-۱۴} = ۴ \xrightarrow[\text{عکس و قرینه}]{} -\frac{۱}{۴} = m_{AM}$ $y-(-۵) = -\frac{۱}{۴}(x-۱۲)$ $y = -\frac{۱}{۴}x - ۲$	۲
۲	مقدار m را طوری بدست آورید که معادله‌ی $(m-۱)x^۲ + (m-۴)x - ۳m = ۰$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز و قرینه باشد و سپس این ریشه‌ها را بدست آورید. $\Delta > ۰$ $x_۱ + x_۲ = ۰$ $S = \frac{-b}{a} = ۰$ $b = ۰ \rightsquigarrow m - ۴ = ۰$ $m = ۴$ $۳x^۲ - ۱۲ = ۰$ $x^۲ = \frac{۱۲}{۳} = ۴ \longrightarrow x = \pm ۲$	۱
۳	معادله‌ی زیر را حل کنید. $(x+\frac{۱}{x})^۲ - ۲(x+\frac{۱}{x}) = ۰$ $x + \frac{۱}{x} = t \longrightarrow t^۲ - ۲t = ۰ \longrightarrow t(t-۲) = ۰ \longrightarrow t = ۰$ و ۲ $x + \frac{۱}{x} = ۰ \longrightarrow \frac{x^۲+۱}{x} = ۰ \longrightarrow x^۲ = -۱$ غ ق ق $x + \frac{۱}{x} = ۲ \longrightarrow \frac{x^۲+۱}{x} = ۲ \longrightarrow x^۲ - ۲x + ۱ = ۰$ $(x-۱)^۲ = ۰ \longrightarrow \boxed{x = ۱}$	۱
۴	معادله‌ی زیر را حل کنید $\frac{۲x}{x^۲-۱} + \frac{۲}{x+۱} = \frac{۲-x}{x^۲-x}$ $\frac{۲x}{(x+۱)(x-۱)} + \frac{۲}{x+۱} = \frac{۲-x}{x(x-۱)}$ $x(x-۱)(x+۱)$ ضرب در م.م.ک مخرج ها $\rightsquigarrow ۲x^۲ + ۲(x-۱)x = (۲-x)(x+۱)$ $۲x^۲ + ۲x^۲ - ۲x = ۲x + ۲ - x^۲ - x$ $۵x^۲ - ۳x - ۲ = ۰ \longrightarrow x = ۱$ غ ق ق و $\boxed{-\frac{۲}{۵} = x}$ جمع ضرایب صفر	۱
۵	معادله‌ی رادیکالی زیر را حل کنید. $\frac{۱-\sqrt{x}}{۱+\sqrt{x}} = ۱ - x = (۱-\sqrt{x})(۱+\sqrt{x}) \longrightarrow \frac{(۱-\sqrt{x})}{۱+\sqrt{x}} - (۱-\sqrt{x})(۱+\sqrt{x}) = ۰$ $(۱-\sqrt{x})\left(\frac{۱}{۱+\sqrt{x}} - (۱+\sqrt{x})\right) = ۰$ $\rightsquigarrow \frac{۱}{۱+\sqrt{x}} = ۱ + \sqrt{x} \longrightarrow ۱ + \sqrt{x} = ۱ \longrightarrow \boxed{x = ۰}$ $۱ - \sqrt{x} = ۰$ $۱ = \sqrt{x}$ $\boxed{۱ = x}$	۱
۶	در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است. مقدار x را بدست آورید.  تالس جزء به جزء $\frac{۴x-۱}{\cancel{۴x+۱}} = \frac{۳x+۳}{۸x+۲ = ۲(\cancel{۴x+۱})}$ $۸x - ۲ = ۳x + ۳$ $۵x = ۵$ $x = ۱$	۲

۷	در شکل زیر $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$ می‌باشد. مقدار x را بدست آورید.  $\frac{۵}{۳}=\frac{AE}{EF}$ $\frac{۸}{x}=\frac{AE}{EF}$ $\to \frac{۵}{۳}=\frac{۸}{x}$ $x=\frac{۳(۸)}{۵}=\frac{۲۴}{۵}\times\frac{۲}{۲}=\frac{۴۸}{۱۰}=۴{,}۸$	۲
۸	در مثلث قائم الزاویه‌ی روبرو مقادیر خواسته شده را بدست آورید. $d=۵, e=۳, b=?, c=?$ $b^۲=(e+d)e$ $c^۲=(e+d)d$ $h^۲=d.e$  $h^۲=۳(۵)\to h=\sqrt{۱۵}$ $b^۲=۸(۳)\to b=\sqrt{۲۴}=۲\sqrt{۶}$ $c^۲=۸(۵)\to c=\sqrt{۴۰}=۲\sqrt{۱۰}$	۲
۹	ضابطه‌ی تابع معکوس $f(x)=x^۳+۳x^۲+۳x+۳$ را بدست آورید. $y=(x^۳+۳x^۲+۳x+۱)+۲$ $y=(x+۱)^۳+۲ \to y-۲=(x+۱)^۳ \to \sqrt[۳]{y-۲}=x+۱$ $x=\sqrt[۳]{y-۲}-۱ \to y=\sqrt[۳]{x-۲}-۱=f^{-۱}(x)$	۲
۱۰	اگر تابع خطی f از نقاط $(-۱,۴),(۲,-۲)$ بگذرد، ضابطه‌ی تابع وارون آن را بدست آورید. $y=ax+b$ $\begin{cases}۴=-a+b\\-۲=۲a+b\end{cases}$ $\begin{cases}a-b=-۴\\+\ ۲a+b=-۲\end{cases}$ $۳a=-۶ \quad a=-۲ \quad b=۲$ $y=-۲x+۲$ $\frac{y-۲}{-۲}=x$ $\frac{x-۲}{-۲}=y=f^{-۱}(x)$	۲
۱۱	اگر $f(x)=\sqrt{x-۱}$ و $g(x)=x^۲-۴$ باشد، ابتدا تابع $\frac{f}{g}$ و دامنه‌ی آن را بدست آورده و سپس مقدار $(g-۳f)(۵)$ را محاسبه کنید. $D_g:\mathbb{R}$ $\quad D_f:[۱,+\infty)$ $y=\frac{f}{g}=\frac{\sqrt{x-۱}}{x^۲-۴}$ $\quad D_{\frac{f}{g}}: x\geq ۱$, $x^۲-۴=۰$, $x^۲=۴$, $x=\pm ۲$ $D_{\frac{f}{g}}:[۱,۲)\cup(۲,+\infty)$ $g(۵)-۳f(۵)=۲۱-۳(۲)=۲۱-۶=۱۵$	۲
۱۲	اگر $\sin\theta=\frac{۳}{۵}$ و انتهای زاویه θ در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $\frac{۱+\tan^۲\theta}{۱-\tan^۲\theta}$ را بدست آورید. $\cos\theta=-\frac{۴}{۵}$ $\tan\theta=-\frac{۳}{۴}$  $\frac{۱+(\frac{۹}{۱۶})=\frac{۲۵}{\cancel{۱۶}}}{۱-(\frac{۹}{۱۶})=\frac{۷}{\cancel{۱۶}}}=\frac{۲۵}{۷}$	۲

جمع بارم : ۲۰ نمره

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه تهران

دبیرستان

کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی

نام درس: ریاضی ۲

نام دبیر:

تاریخ امتحان: ۰۸ / ۱۰ /

ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر

۱

الف)
$$\left.\begin{array}{l} xM=\dfrac{xA+xB}{۲}=\dfrac{۱۴+۱۰}{۲}\to xM=۱۲ \\ yM=\dfrac{yA+yB}{۲}=\dfrac{۳+(-۱۳)}{۲}\to yM=-۵ \end{array}\right\}\to M(۱۲,-۵)$$

$$OM=\sqrt{x_M^۲+y_M^۲}=\sqrt{۱۲^۲+(-۵)^۲}=\sqrt{۱۴۴+۲۵}\to \boxed{OM=۱۳}$$

ب) $mAB=\dfrac{yA-yB}{xA-xB}=\dfrac{۳-(-۱۳)}{۱۴-۱۰}=\dfrac{۱۶}{۴}\to mAB=۴$

شیب خط عمود بر AB معادله عمودمنصف $=m'\to m'=\dfrac{-۱}{mAB}\to m'=-\dfrac{۱}{۴}$

$$y-yM=m'(x-xM)\to y-(-۵)=-\frac{۱}{۴}(x-۱۲)$$

$$\to y+۵=-\frac{۱}{۴}x+۳\to \boxed{y=-\frac{۱}{۴}x-۲}$$

۲

$$a=m-۱,b=m-۴,c=-۳m$$

دو ریشه ی حقیقی متمایز و قرینه $\to \begin{cases} b=۰\to m-۴=۰\to \boxed{m=۴} \\ \Delta>۰ \end{cases}$

$$\to ۳x^۲-۱۲=۰\to ۳(x^۲-۴)=۰\to (x-۲)(x+۲)=۰ \begin{array}{l} \nearrow x-۲=۰\to \boxed{x=۲} \\ \searrow x+۲=۰\to \boxed{x=-۲} \end{array}$$

۳

$$\to x+\frac{۱}{x}=u\to u^۲-۲u=۰\to u(u-۲)=۰\to u=۰,u=۲$$

معادله ريشه‌ي حقيقی ندارد.

$$u=۰\to x+\frac{۱}{x}=۰\to \frac{x^۲+۱}{x}=۰\to x^۲+۱=۰\to \Delta=۰^۲-۴(۱)(۱)=-۴<۰\to$$

$$u=۲\to x+\frac{۱}{x}=۲\to \frac{x^۲+۱}{x}=۲\to x^۲-۲x+۱=۰\to (x-۱)^۲=۰\to \boxed{x=۱}$$

۴

$$\to \frac{۲x}{(x-۱)(x+۱)}+\frac{۲}{(x+۱)}=\frac{۲-x}{x(x-۱)}$$

ک م م مخرج ها $=x(x-۱)(x+۱)$ $\begin{array}{l} x\neq ۰ \\ x\neq ۱ \\ x\neq -۱ \end{array}$

$$\to x(x-۱)(x+۱)\times\left[\frac{۲x}{(x-۱)(x+۱)}+\frac{۲}{(x+۱)}=\frac{۲-x}{x(x-۱)}\right]$$

$\rightarrow 2x(x)+2x(x-1)=(2-x)(x+1)$ $\rightarrow 2x^2+2x^2-2x=2x+2-x^2-x \rightarrow 4x^2-2x=-x^2+x+2$ $\rightarrow 5x^2-3x-2=0 \rightarrow \Delta=(-3)^2-4(5)(-2)=9+40=49$ $\rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{49}}{2(5)} \rightarrow x=\frac{3\pm 7}{10} \rightarrow \begin{array}{l} x=1 \\ \boxed{x=-\frac{2}{5}} \end{array}$	
$\xrightarrow{x\geq 0} \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}=(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x}) \rightarrow (1-\sqrt{x})=(1+\sqrt{x})^2(1-\sqrt{x})$ $\rightarrow (1+\sqrt{x})^2(1-\sqrt{x})-(1-\sqrt{x})=0$ $\rightarrow (1-\sqrt{x})((1+\sqrt{x})^2-1)=0 \begin{array}{l} 1-\sqrt{x}=0 \rightarrow 1=\sqrt{x} \rightarrow \boxed{x=1} \quad for: \frac{1-\sqrt{1}}{1+\sqrt{1}}=1-1 \\ (1+\sqrt{x})^2=1 \rightarrow \sqrt{x}=0 \rightarrow \boxed{x=0} \quad for: \frac{1-\sqrt{0}}{1+\sqrt{0}}=1-0 \end{array}$	۵
$DE \parallel BC \rightarrow \frac{AB}{DB}=\frac{AE}{AC} \rightarrow \frac{4x-1}{4x+1}=\frac{3x+3}{8x+2}$ $\rightarrow (4x-1)(8x+2)=(3x+3)(4x+1)$ $\rightarrow 32x^2+\cancel{8x}-\cancel{8x}-2=12x^2+3x+12x+3 \rightarrow 20x^2-15x-5=0$ $\rightarrow 5(4x^2-3x-1)=0 \rightarrow 4x^2-3x-1=0 \rightarrow (x-1)(4x+1)=0 \begin{array}{l} x-1=0 \rightarrow \boxed{x=1} \\ 4x+1=0 \rightarrow x=\frac{-1}{4} \end{array}$ غیرقابل قبول زیرا $AD<0$ و $DB=0$ می‌شود. $BE \parallel CF \longrightarrow \frac{AE}{EF}=\frac{AB}{BC} \qquad (1)$ $CE \parallel DF \longrightarrow \frac{AE}{EF}=\frac{AC}{DC} \qquad (2)$	۶
$(1),(2) \rightarrow \frac{AB}{BC}=\frac{AC}{DC} \rightarrow \frac{5}{3}=\frac{8}{x} \rightarrow 5x=24 \rightarrow \boxed{x=\frac{24}{5}}$	۷
$AB^2=BC.BH \rightarrow c^2=(d+e)d \rightarrow c^2=(5+3)\times 5 \rightarrow c^2=40 \rightarrow \boxed{c=2\sqrt{10}}$ $AC^2=BC.CH \rightarrow b^2=(d+e)e \rightarrow b^2=(5+3)\times 3 \rightarrow b^2=24 \rightarrow \boxed{b=2\sqrt{6}}$	۸
$f(x)=x^3+3x^2+3x+1+2 \rightarrow y=(x+1)^3+2 \rightarrow y-2=(x+1)^3$ $\rightarrow \sqrt[3]{y-2}=x+1 \rightarrow x=\sqrt[3]{y-2}-1 \rightarrow f^{-1}(y)=\sqrt[3]{y-2}-1$ $\rightarrow \boxed{f^{-1}(x)=\sqrt{x-2}-1}$	۹
روش اول: $(2,-2),(-1,4) \rightarrow a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-(-2)}{-1-2}=\frac{6}{-3}=-2$ $\rightarrow y=-2x+b \xrightarrow{(2,-2)} -2=-2(2)+b \rightarrow b=2 \rightarrow \boxed{f(x)=-2x+2}$	۱۰

$\rightarrow y=-۲x+۲ \rightarrow ۲x=-y+۲ \rightarrow x=\frac{-y+۲}{۲} \rightarrow f^{-۱}(y)=-\frac{y}{۲}+۱$ $\rightarrow \boxed{f^{-۱}(x)=-\frac{x}{۲}+۱}$ روش دوم: $(۲,-۲),(-۱,۴)\in f \rightarrow (-۲,۲),(۴,-۱)\in f^{-۱}$ $\rightarrow m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۲-(-۱)}{-۲-۴}=\frac{۳}{-۶}=-\frac{۱}{۲} \rightarrow y=-\frac{۱}{۲}x+b$ $\xrightarrow{(-۲,۲)} ۲=-\frac{۱}{۲}(-۲)+b \rightarrow ۲=۱+b \rightarrow b=۱ \rightarrow \boxed{f^{-۱}(x)=-\frac{۱}{۲}x+۱}$	
$f(x)=\sqrt{x-۱} \rightarrow x-۱\geq ۰ \rightarrow x\geq ۱ \rightarrow Df=[۱,+\infty)$ $g(x)=x^۲-۴ \rightarrow D_g=\mathbb{R}$ $D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x \mid g(x)=۰\}=([۱,+\infty)\cap\mathbb{R})-\{x \mid x^۲-۴=۰\}$ $\rightarrow Df_g=[۱,+\infty)-\{-۲,۲\} \rightarrow \boxed{Df_g=[۱,۲)\cup(۲,+\infty)}$ $(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\sqrt{x-۱}}{x^۲-۴} \rightarrow \boxed{(\frac{f}{g})(x)=\frac{\sqrt{x-۱}}{x^۲-۴}}$ $g(۵)=۵^۲-۴ \rightarrow g(۵)=۲۱$ $f(۵)=\sqrt{۵-۱} \rightarrow f(۵)=۲$ $(g-۳f)(۵)=g(۵)-۳f(۵)=۲۱-۳(۲) \rightarrow \boxed{(g-۳f)(۵)=۱۵}$	۱۱
$\cos^۲\theta=۱-\sin^۲\theta=۱-(\frac{۳}{۵})^۲=۱-\frac{۹}{۲۵} \rightarrow \cos^۲\theta=\frac{۱۶}{۲۵} \rightarrow \boxed{\cos\theta=-\frac{۴}{۵}}$ $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{-۴}{۵}} \rightarrow \boxed{\tan\theta=-\frac{۳}{۴}}$ $\frac{۱+\tan^۲\theta}{۱-\tan^۲\theta}=\frac{۱+(-\frac{۳}{۴})^۲}{۱-(-\frac{۳}{۴})^۲}=\frac{۱+\frac{۹}{۱۶}}{۱-\frac{۹}{۱۶}}=\frac{\frac{۱۶}{۱۶}+\frac{۹}{۱۶}}{\frac{۱۶}{۱۶}-\frac{۹}{۱۶}}=\frac{\frac{۲۵}{۱۶}}{\frac{۷}{۱۶}} \rightarrow \boxed{\frac{۱+\tan^۲\theta}{۱-\tan^۲\theta}=\frac{۲۵}{۷}}$	۱۲

امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح :	جمع بارم :۲۰نمره