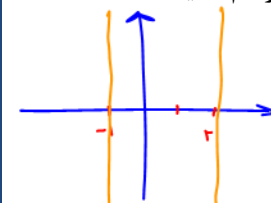




ردیف	سؤالات	بارم																									
۱	درست یا نادرست بودن هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید. (الف) اگر A یک مجموعه دلخواه باشد، آن گاه $A \times \emptyset = \emptyset$. $\checkmark$ (ب) اگر A و B دو پیشامد ناتهی و ناسازگار از یک فضای نمونه‌ای باشند، آن گاه A و B مستقل از یکدیگرند. $\times$ (پ) اگر تمام داده‌ها را در عدد ۳ ضرب کنیم، ضریب تغییرات داده‌ها ۳ برابر می‌شود. $\times$ $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ $\times$ $A \cap B = \emptyset$ $C \vee = \frac{6}{36} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = C \vee$	۰/۷۵																									
۲	هر جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (الف) اگر p یک گزاره دلخواه و F یک گزاره همواره نادرست باشد، آن گاه: (ب) اگر داده‌های $10, 8, 10, 12, 12, 12$ مد نداشته باشند، آن گاه x برابر است. (پ) اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند، می‌گویند آن روش نمونه‌گیری است. (اریب - نارایب) $p \vee F \equiv \dots$ $T \vee F \equiv T$ $F \vee F \equiv F$ کج = اریب	۰/۷۵																									
۳	با تکمیل جدول زیر، نشان دهید که: $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$ <table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \Rightarrow q$</th><th>$\sim p$</th><th>$\sim p \vee q$</th></tr><tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td></tr><tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr><tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr></table>	p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$	د	د	د	ن	د	د	ن	ن	ن	ن	ن	د	د	د	د	ن	ن	د	د	د	۱
p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$																							
د	د	د	ن	د																							
د	ن	ن	ن	ن																							
ن	د	د	د	د																							
ن	ن	د	د	د																							
۴	گزاره زیر را با استفاده از نماد سورها ($\exists$ یا $\forall$) بنویسید و سپس ارزش آن را با ذکر دلیل مشخص کنید. «هر عدد طبیعی از مربع خودش کوچک‌تر است.» $\forall x; x \in \mathbb{N} : x < x^2$ نادرست $x^2 = x \leftarrow x = 1$ و عدد دارد عدد طبیعی که مربع آن از خودش بزرگ‌تر باشد $\exists x; x \in \mathbb{N} : x^2 \leq x$ درست $x=1$	۱																									
۵	اگر A, B, C و D چهار مجموعه با مرجع U باشند، به روش عضوگیری دلخواه ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$، آن گاه $A \cup C \subseteq B \cup D$. $A \subseteq B \Rightarrow \forall x, x \in A \Rightarrow x \in B$ (۱) $C \subseteq D \Rightarrow \forall x, x \in C \Rightarrow x \in D$ (۲) $\forall x; x \in A \cup C \Rightarrow x \in A \vee x \in C \xrightarrow{A \subseteq B} x \in B \vee x \in C \xrightarrow{C \subseteq D} x \in B \vee x \in D \Rightarrow x \in B \cup D$ $(\forall x; x \in A \cup C \Rightarrow x \in B \cup D) \Leftrightarrow A \cup C \subseteq B \cup D$	۱																									
۶	اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند، با استفاده از جبر مجموعه‌ها عبارت $(A - B) \cup (A \cap B)$ را تا حد امکان ساده کنید. $(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A$	۱																									

ردیف	سؤالات	بارم
۷	اگر $A = \{-1, 2\}$ و $B = \mathbb{R}$ ، نمودار حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ را در دستگاه محورهای مختصات رسم کنید. 	۰/۵
۸	عددی به تصادف از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخابی بر ۳ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۴ بخش‌پذیر نباشد، را محاسبه کنید. $P(A \cap B') = \frac{n(A \cap B')}{n(S)} = \frac{n(A \cap B')}{200} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4} = 0.25$ $n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = \left[\frac{200}{3} \right] - \left[\frac{200}{12} \right] = 66 - 16 = 50$	۱
۹	یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد اول، چهار برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول است. در پرتاب این تاس، احتمال این که عدد زوج مشاهده شود را به دست آورید. $P(\{2, 4, 6\}) = P(2) + P(4) + P(6) = 4n + n + n = 6n$ $6n = 1 \rightarrow n = \frac{1}{6}$ $P(\text{اول}) = 4P(\text{غیر اول})$ $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$ $n + 4n + 4n + n + 4n + n = 1$ $18n = 1 \rightarrow n = \frac{1}{18}$	۱/۲۵
۱۰	فرض کنید A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(B) \neq 0$ ، ثابت کنید: $P(A' B) = 1 - P(A B)$ $1 - P(A B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B - A)}{P(B)} = \frac{P(B \cap A')}{P(B)} = P(A' B)$ $P(A' B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B \cap A')}{P(B)} = \frac{P(B - A)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - P(A B)$	۰/۷۵
۱۱	دروازه‌بان یک تیم فوتبال، اگر روحیه خوبی داشته باشد، با احتمال ۶۰ درصد و اگر روحیه بدی داشته باشد، با احتمال ۳۰ درصد ضربه پنالتی را مهار می‌کند. پیش از اولین ضربه پنالتی، روحیه این دروازه‌بان خوب است. احتمال آن را به دست آورید که این دروازه‌بان در سه ضربه پنالتی اول، دوم و سوم، دقیقاً دو ضربه آخر را مهار کند. (با مهار هر پنالتی، روحیه دروازه‌بان خوب و در غیر این صورت بد می‌شود). $P(A \cap B) = 0.6 \times 0.4 \times 0.4 = 0.096$ $P(A' B) = 0.4$ $P(A B') = 0.4$ $P(A' B') = 0.6$	۱

ردیف	سؤالات	بارم												
۱۲	در مدرسه‌ای ۶۰ درصد دانش‌آموزان در رشته تجربی و ۴۰ درصد دانش‌آموزان در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند. در این مدرسه، $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان رشته تجربی و $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان رشته ریاضی، معدل بالای ۱۸ کسب کرده‌اند. دانش‌آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب شده و معدل او بالای ۱۸ است. احتمال آن که این فرد، دانش‌آموز رشته تجربی باشد را به دست آورید. $P(\text{تجربی} \text{معدل بالای ۱۸}) = \frac{P(\text{تجربی} \cap \text{معدل بالای ۱۸})}{P(\text{معدل بالای ۱۸})} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{4}{10}}{\frac{1}{3} \times \frac{4}{10} + \frac{1}{4} \times \frac{4}{10}} = \frac{\frac{4}{30}}{\frac{4}{30} + \frac{1}{10}} = \frac{\frac{4}{30}}{\frac{4+3}{30}} = \frac{4}{7}$ تجزیه: $\frac{1}{3}$ تجربی $\rightarrow \frac{4}{10}$ معدل بالای ۱۸ ✓ $\frac{1}{4}$ ریاضی $\rightarrow \frac{4}{10}$ معدل بالای ۱۸ ✓	۱/۵												
۱۳	در پرتاب دو تاس، فرض کنید A پیشامد مشاهده عدد ۵ در تاس اول و B پیشامد مجموع ۹ در برآمدهای دو تاس باشد. مستقل بودن یا نبودن پیشامدهای A و B را بررسی کنید. $A = \{(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)\}$ $B = \{(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)\}$ $A \cap B = \{(5,4)\}$ $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ $\frac{1}{36} \neq \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$	۱/۲۵												
۱۴	جدول فراوانی زیر مربوط به قد دانش‌آموزان یک کلاس برحسب سانتی‌متر است. <table><thead><tr><th>قد دانش‌آموزان</th><th>فراوانی</th><th>فراوانی نسبی</th></tr></thead><tbody><tr><td>$120 \leq H < 140$</td><td>۶</td><td>$\frac{6}{20}$</td></tr><tr><td>$140 \leq H < 160$</td><td>۱۰</td><td>a</td></tr><tr><td>$160 \leq H < 180$</td><td>۴</td><td>b</td></tr></tbody></table> الف) مقدارهای عددی a و b را در جدول پیدا کنید. ب) نمودار بافت نگاشت فراوانی قد دانش‌آموزان را رسم کنید. $a = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ $b = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ نمودار بافت: $\sum f_i = 20$	قد دانش‌آموزان	فراوانی	فراوانی نسبی	$120 \leq H < 140$	۶	$\frac{6}{20}$	$140 \leq H < 160$	۱۰	a	$160 \leq H < 180$	۴	b	۱/۲۵
قد دانش‌آموزان	فراوانی	فراوانی نسبی												
$120 \leq H < 140$	۶	$\frac{6}{20}$												
$140 \leq H < 160$	۱۰	a												
$160 \leq H < 180$	۴	b												
۱۵	حسین در یک آزمون شرکت کرده و کارنامه آزمون او به شرح زیر است. اگر معدل موزون (میانگین وزن‌دار) نمره‌های این آزمون حسین، ۷۰ باشد، نمره فیزیک او را محاسبه نمایید. $\bar{x} = \frac{\sum x_i \times w_i}{\sum w_i}$ <table><thead><tr><th>مواد امتحانی</th><th>ریاضیات</th><th>فیزیک</th><th>شیمی</th></tr></thead><tbody><tr><td>نمره</td><td>۶۵</td><td>۸۰</td><td>۹۵</td></tr><tr><td>ضریب درس</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۲</td></tr></tbody></table> $95 \times 2 + 3x + 2 \times 65 = 70 \times 7 \Rightarrow 450 + 3x = 490 \Rightarrow 3x = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{3}$	مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	نمره	۶۵	۸۰	۹۵	ضریب درس	۲	۳	۲	۱/۲۵
مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی											
نمره	۶۵	۸۰	۹۵											
ضریب درس	۲	۳	۲											

ردیف	سؤالات	بارم
۱۶	انحراف معیار داده‌های زیر را به دست آورید. (مراحل محاسبه انحراف معیار را به شکل کامل بنویسید). ۱۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴	۱/۲۵
۱۷	چارک اول، میانه و چارک سوم داده‌های زیر را بیابید. ۲, ۵, ۷, ۳, ۹, ۴, ۱, ۶, ۶, ۷	۰/۷۵
۱۸	در هر مورد مناسب‌ترین روش نمونه‌گیری را بنویسید. (الف) می‌خواهیم میانگین نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک شهر را محاسبه کنیم. فهرست همه دانش‌آموزان را نداریم اما فهرست مدارس موجود است. (ب) مدیر یک مدرسه می‌خواهد نظرات دانش‌آموزان را برای تغییر ساعت تعطیلی مدرسه بداند. مدرسه ۶ پایه دارد و حدس می‌زنیم که نظر ۶ پایه با هم متفاوت است.	۰/۵
۱۹	در یک دانشگاه، میانگین سن یک نمونه تصادفی ۲۵ نفره از دانشجویان برابر ۲۲ سال است. اگر در بررسی‌های گذشته، انحراف معیار سن دانشجویان این دانشگاه برابر ۲ سال باشد، بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سن جامعه دانشجویان این دانشگاه را محاسبه کنید.	۱
۲۰	داده‌های مربوط به مطالعه یک جامعه ۷ عضوی به صورت زیر است: ۳, ۱, ۴, ۰, ۲, ۶, ۵ الف) تمام نمونه‌های دو عضوی از جامعه را بنویسید که میانگین آن‌ها ۳ باشد. ب) احتمال آن که یک نمونه دو عضوی که به تصادف انتخاب شده است، دارای میانگین ۳ باشد، را به دست آورید.	۱/۲۵