۱ـ تابع $f(x)=(m-3)x^3+(m^2-9)x+m-1$ تابعی ثابت است. حاصل m^3-m+7 کدام گزینه است؟

۱) ۱۷ ۲) ۲۰ ۳) ۳۱ ۴) صفر

$f(x)=K$

$y=K$

$m-3=0 \to m=3$

$m^2-9=0 \to m^2=9 \to m=\pm 3$

$m=3$ → x وجود ندارد. هر نوعی وجود ندارد.

$27-3+7=31$

اگر $f(x)=(\sin^4 x+\cos^4 x)+K(\sin^6 x+\cos^6 x)$ تابعی ثابت باشد، K چند است؟

$\sin^4 x+\cos^4 x=(\sin^2 x)^2+(\cos^2 x)^2=1-2\sin^2 x\cos^2 x$

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$\sin^6 x+\cos^6 x=(\sin^2 x)^3+(\cos^2 x)^3=1-3\sin^2 x\cos^2 x$

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$f(x)=1-2\sin^2 x\cos^2 x+K(1-3\sin^2 x\cos^2 x)=(1+K)+\sin^2 x\cos^2 x(-2-3K)$

$-2-3K=0 \to K=-\frac{2}{3}$

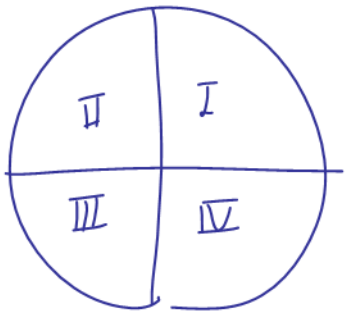
۲ـ اگر $f^{-1}=\{(2,3),(1,-1),(0,2),(-1,0)\}$ باشد آن‌گاه تابع $\frac{2f^{-1}}{f}$ شامل کدام زوج مرتب است؟

۱) $(0,4)$ ۲) $(0,-1)$ ۳) $(-4,0)$ ۴) $(-1,0)$

اگر $[\sin x]+[\cos x]=y$ باشد، چند مقدار برای y وجود دارد؟

۱ ۲ ۳ ۴

$I\begin{cases}0\le \sin x\le 1\\ 0\le \cos x\le 1\end{cases} \to 0+0=0 \to y=0$



اگر دامنه تابع f، R باشد، حدود a را بیابید.

$R-\{\cancel{\text{ریشه مخرج}}\}$

① $y=\dfrac{x^2-4}{x^2+2ax+1}$

$\Delta<0 \longrightarrow 4a^2-4<0 \longrightarrow a^2<1 \longrightarrow -1<a<1$

② $y=\sqrt{(a-1)x^2+x-4}\geq 0$

$(a-1)x^2+x-4\geq 0$

$\begin{cases} a-1>0 \longrightarrow a>1 \\ \Delta\leq 0 \sim 1+16(a-1)\leq 0 \sim 1+16a-16\leq 0 \\ 16a\leq 15 \longrightarrow a\leq \frac{15}{16} \end{cases}$

چند تابع یک به یک از $A=\{1,2,3,4\}$ به $B=\{1,2,3,4,5,6\}$ می‌توان نوشت؟

$f: \overset{m}{A} \longrightarrow \overset{n}{B}$

تعداد کل تابع $\longrightarrow n^m$

دامنه

6^4 ۲۴۰ ۳۶۰ ۱۲۰

$f(1)$	۶	چاپ
$f(2)$	۵	
$f(3)$	۴	$\sim 6\times5\times4\times3=360$
$f(4)$	۳	

اگر $f(x)=(2a-1)x^2+(a+1)x+a$ یک به یک باشد، a چند است؟

$2a-1=0 \longrightarrow a=\frac{1}{2}$

-1

$-\frac{1}{2}$

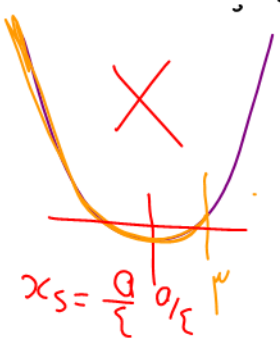
0

$\frac{1}{2}$

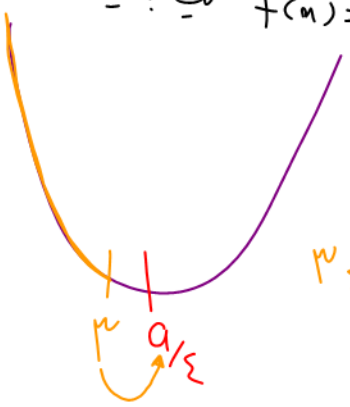
با فرض $x\leq 3$، تابع $f(x)=2x^2-ax+1$ یک به یک است، حدود a چند است؟

۱) $a\leq 12$ ۲) $a\geq 2$

۳) $a\geq 12$ ۴) $a\leq 2$



$x_s=\frac{a}{4}$ $a/4$ ۳



۳ $a/4$

$3\leq \frac{a}{4} \longrightarrow a\geq 12$

$f(x)=ax^2+bx+c$

$a>0$ $\cup$ $[x_s,+\infty)$

$a<0$ $\cap$ $(-\infty,x_s]$

1-1

$f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$

① $c=0 \to f(x)=\dfrac{ax+b}{d} \to$ خواست

$f(x)=\dfrac{a}{d}x+\dfrac{b}{d}$ (۱-۱) ✓

② $f(x)=\dfrac{10x+5}{2x+1}=\dfrac{5(2x+1)}{2x+1}=5$ ثابت $\to$ (۱-۱) ✗

$\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d} \to$ ثابت $\to$ ✗ (۱-۱)

اگر $f(x)=\dfrac{2x+a+1}{6x+2a}$ در $\mathbb{R}$ یک به یک نباشد، a چند است؟

۲ ، -2 ، ۳ ، -3

$\dfrac{2}{6}=\dfrac{a+1}{2a}$

$2a=3a+3$

$a=-3$

اگر $f(x)=ax+2|x|$ یک به یک باشد، مجموعه مقادیر a چند است؟

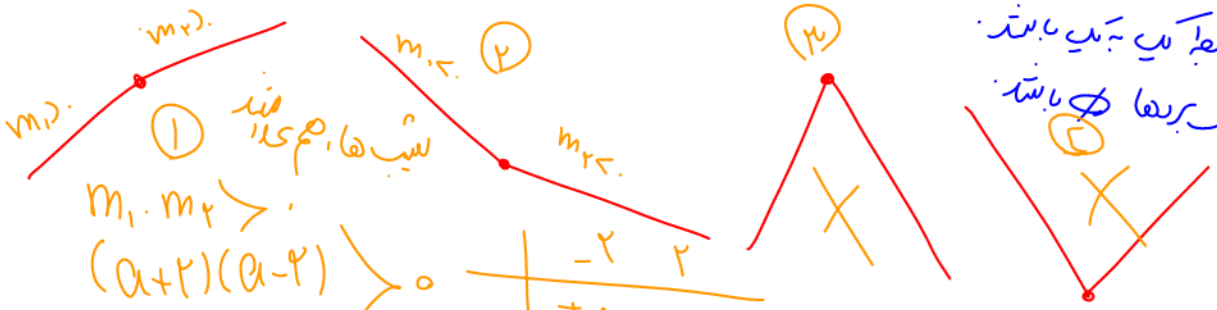
$f(x)=\begin{cases} ax+2x & x\geq 0 \\ x(a+2) & \\ ax-2x & x<0 \\ x(a-2) & \end{cases}$

۱) $a>2$ ۲) $-2<a<2$ ۳) $a<-2$ ۴) $a>2$ یا $a<-2$

در توابع چندضابطه‌ای برای آنکه (۱-۱) باشند

① هر ضابطه یک به یک باشد.

② اشتراک برد ها $\emptyset$ باشد.



① شیب‌ها هم‌علامت‌اند

$m_1 \cdot m_2 > 0$

$(a+2)(a-2) > 0$

$-2 \quad 2$

$+ \quad - \quad +$

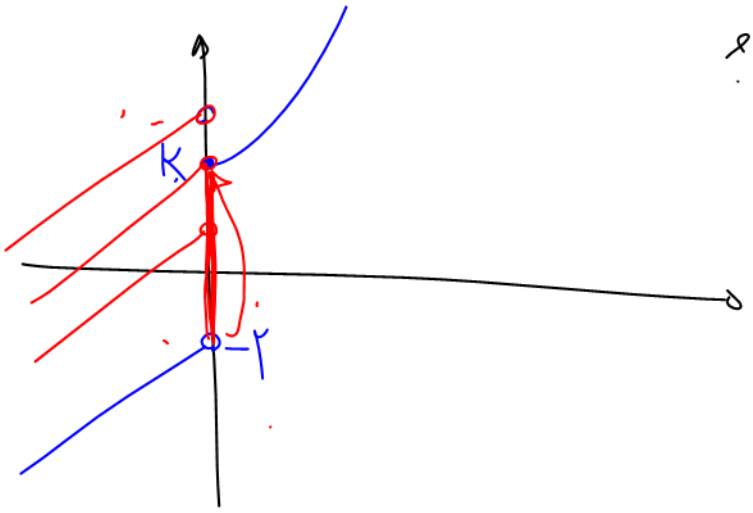
چند تابع مانند f وجود دارد که یک به یک باشند و در رابطه $9f^2+\frac{1}{81}\leq\frac{2}{3}f$ صدق کند.

$9f^2-\frac{2}{3}f+\frac{1}{81}\leq 0$

$(3f-\frac{1}{9})^2\leq 0 \to 3f-\frac{1}{9}=0 \to 3f=\frac{1}{9}$

$\to f=\frac{1}{27}$ ثابت

۲ ، ۳ ، ۰ بی‌نهایت



تابع $f(x)=\begin{cases} x^2+k & x\geq 0 \\ 3x-2 & x<0 \end{cases}$ در چه بازه‌ای یک به یک است؟

$k\geq -2$

$k\leq -2$

$-2\leq k\leq 2$

امکان‌پذیر نیست.

$A\left|\begin{matrix}a\\b\end{matrix}\right. \in f \longrightarrow f(a)=b$

$A'\left|\begin{matrix}b\\a\end{matrix}\right. \in f^{-1} \longrightarrow f^{-1}(b)=a$

ورودی f = خروجی f^{-1}

$D_f = R_{f^{-1}}$

خروجی f = ورودی f^{-1}

$R_f = D_{f^{-1}}$

معکوس تابع $y = 2x + a + \sqrt{x+1}$ از نقطه‌ی $(2,3)$ می‌گذرد. a چند است؟

$-3 \quad 3 \quad 6 \quad -6$

$(2,3) \in f^{-1} \longrightarrow (3,2) \in f$

$2 = 6 + a + 2 \longrightarrow a = -6$

اگر $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ و $g = \{(-1,3),(3,0),(4,9)\}$ باشد حاصل $f^{-1}(15) + g^{-1}(f(1))$ کدام است؟

$5 \quad 6 \quad 7 \quad 8$

$g^{-1} = \{(3,-1),(0,3),(9,4)\}$

$f^{-1}(15) = a$

$f(a) = 15$

$a + 2\sqrt{a} = 15$

$a = 9$

$f(1) = 3$

$x + 2\sqrt{x} = 15$

$x = 9$

$9 - 1 = 8$

اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $f^{-1}(x) = \left(\frac{\sqrt{ax+1} - 1}{b}\right)^2$ باشد، $a+b$ کدام است؟

$8 \quad 6 \quad 4 \quad 2$

$f(x) = x + \sqrt{x} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$

$f(x) = (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

$y = (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

$y + \frac{1}{4} = (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2$

$\frac{4y+1}{4} = (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2 \longrightarrow \sqrt{\frac{4y+1}{4}} = \sqrt{x} + \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{\sqrt{4y+1}}{2} - \frac{1}{2} = \sqrt{x}$

$y = \left(\frac{\sqrt{4x+1} - 1}{2}\right)^2$

$a = 4$

$b = 2$

$\longrightarrow a + b = 6$

واسطه $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 4}{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}$ محور y ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

$-1 - \sqrt[3]{3} \quad 1 - \sqrt[3]{3} \quad -1 + \sqrt[3]{3} \quad 1 + \sqrt[3]{3}$

$A\left|\begin{matrix}0\\a\end{matrix}\right. \in f^{-1}$

$f^{-1}(0) = a \longrightarrow f(a) = 0$

صورت $= 0 \longrightarrow a^3 + 3a^2 + 3a + 1 + 3 = 0$

$(a+1)^3 + 3 = 0 \longrightarrow (a+1)^3 = -3 \longrightarrow a + 1 = \sqrt[3]{-3} \longrightarrow a = -\sqrt[3]{3} - 1$