

۱- به ازای کدام مقادیر a معادله $x^3 + (a-1)x^2 + (4-a)x = 4$ سه ریشه حقیقی متمایز مثبت است؟

$$ax^2 + bx + c = 0$$

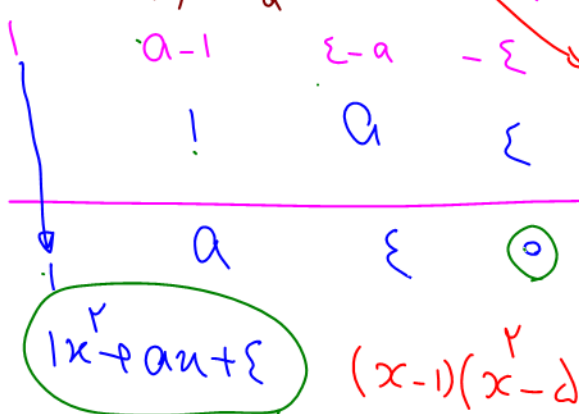
$$a+b+c=0 \quad \left| \begin{array}{l} \alpha=1 \\ \beta=-c/a \end{array} \right.$$

$$b=ae \quad \left| \begin{array}{l} \alpha=-1 \\ \beta=-c/a \end{array} \right.$$

$$① \quad x^3 + (a-1)x^2 + (\xi-a)x - \xi = 0$$

$$(x-1)(x^2 + ax + \xi) = 0$$

①



$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \rightarrow -a > 0 \\ P > 0 \rightarrow \xi > 0 \end{cases}$$

$$(-\infty, -4) - \{-5\} \quad (1)$$

$$(-\infty, -4) \quad (2)$$

$$(4, +\infty) \quad (3)$$

$$(4, +\infty) - \{5\} \quad (4)$$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

$$a^2 - 16 > 0 \rightarrow a > 4 \text{ or } a < -4$$

$$(x-1)(x^2 - ax + \xi) = 0$$

$$(x-1)(x-1)(x-\xi) = 0$$

$$(x-1)^2(x-\xi) = 0$$

$$x^2 < a^2 \rightarrow -a < x < a$$

$$x^2 > a^2 \rightarrow \begin{cases} x > a \\ x < -a \end{cases}$$

۲- به ازای کدام مقادیر m ، معادله درجه دوم $(m-6)x^2 - 2mx - 3 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی است؟

$\alpha, \beta < 0$

$$\Delta > 0 \rightarrow 4m^2 + 12(m-6) > 0 \rightarrow m^2 + 3m - 18 > 0 \rightarrow (m+6)(m-3) > 0$$

$$S < 0 \rightarrow -\frac{b}{a} < 0 \rightarrow \frac{2m}{m-6} < 0 \rightarrow 2m > 0 \rightarrow m > 0$$

$$P > 0 \rightarrow \frac{c}{a} > 0 \rightarrow \frac{-3}{m-6} > 0 \rightarrow m-6 < 0 \rightarrow m < 6$$

① $m < -6$
② $m > 3$
③ $0 < m < 3$
④ $3 < m < 6$ ✓

① $\cap$ ② $\rightarrow 3 < m < 6$

$$ax^2 + bx^2 + c = 0$$

$$- x^2 = t$$

$$at^2 + bt + c = 0$$

$$t_1 \quad t_2$$

$$ax + b\sqrt{x} + c = 0$$

$$\sqrt{x} = t \rightarrow x = t^2$$

$$at^2 + bt + c = 0$$

۳- اگر α و β صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = x^2 - 6x + 2$ باشند، مجموع ریشه‌های معادله $\alpha x^2 + 13x^2 - \beta = 1$

کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) این معادله فاقد ریشه است.

ریشه‌هاست.

هر دو $\alpha + \beta = 6 > 0$
 $\alpha \cdot \beta = 2 > 0$
 هر دو هم‌دست
 $\alpha, \beta > 0$

نمونه
 ضریب
 معادله

$\alpha x^2 + 13x^2 - \beta - 1 = 0$
 $x^2 = t$
 $\alpha t^2 + 13t - \beta - 1 = 0$
 $a \quad b \quad c$
 $a \cdot c = \alpha(-\beta-1) = -\alpha(\beta+1) < 0$
 $t_1^+ \quad t_2^-$
 $x^2 = t \rightarrow x = t_1^+ \rightarrow x = \pm \sqrt{t_1}$
 $x = t_2^-$ ~~X~~

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$
 $(ac < 0)$

$\alpha\beta = \frac{c}{a}$
 $\alpha \cdot \beta = \frac{a \cdot c}{a \cdot \beta}$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\alpha + \beta = S = -b/a$$

$$\alpha \cdot \beta = P = c/a$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P}$$

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$$

$$\alpha + \beta \leftarrow S = \frac{3}{2} \quad P = -\frac{1}{2} \quad \alpha \cdot \beta$$

۴- ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ یک واحد کم‌تر است؟

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{\alpha} - 1 & -1x^2 - 3u + 2 &= 0 \\ x_2 &= \frac{1}{\beta} - 1 & -(u+1)^2 - 3(u+1) + 2 &= 0 \\ & & -(u^2 + 2u + 1) - 3u - 3 + 2 &= 0 \\ & & -u^2 - 2u - 1 - 3u - 1 &= 0 \\ & & -u^2 - 5u - 2 &= 0 \\ & & x^2 + 5u + 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S' &= x_1 + x_2 \\ P' &= x_1 \cdot x_2 \end{aligned}$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + 5x + 2 = 0 \quad (4)$$

$$S = \alpha + \beta$$

$$P = \alpha \cdot \beta$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$\alpha = 2 + \sqrt{5} \quad S = \alpha + \beta = 2 + \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} = 4$$

$$\beta = 2 - \sqrt{5} \quad P = \alpha \cdot \beta = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$$

$$x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\alpha x^2 + bx + c = 0 \quad \text{ریشه‌ها ترنس}$$

$$a \leftrightarrow c$$

$$x \leftrightarrow x - k$$

$$x \rightarrow x + k$$

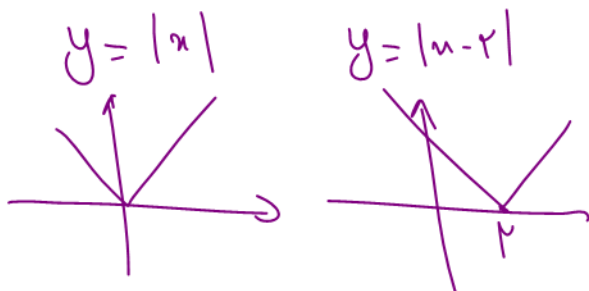
$$\begin{cases} a \rightarrow a \\ b \rightarrow b + k \\ c \rightarrow c + k^2 \end{cases}$$

$$(2) \text{ ریشه ها معکوس}$$

$$(3) \text{ ریشه ها یک واحد بیشتر}$$

$$(4) \text{ ریشه ها یک واحد کمتر}$$

$$(5) \text{ ریشه ها یک برابر باشد}$$



۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + 4 = 0$ باشند حاصل عبارت $\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} + \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha} = A$ کدام است؟

$$\alpha + \beta = 5 = 6$$

$$\alpha \cdot \beta = 4 = 4$$

$$\sqrt{6} \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{10} \quad (4)$$

$$A^2 = \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2} + \frac{2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta}$$

$$A^2 = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha^2\beta^2} + \frac{2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = \frac{S^3 - 3SP}{P^2} + \frac{2\sqrt{P}}{P} = \frac{6^3 - 3 \times 6 \times 4}{16} + \frac{2\sqrt{4}}{4}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS$$

$$A^2 = 10 \rightarrow A = \sqrt{10}$$

$$ax^n + bx^{n-1} + \dots + c = 0$$

اگر معادله درجه n ، n ریشه داشته باشد:

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{b}{a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{c}{a} \quad n \text{ زوج} \\ -\frac{c}{a} \quad n \text{ فرد} \end{array} \right.$$

۶- اگر یکی از ریشه‌های معادله $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه دیگر آن کدام است؟

$$x(2x^2 - x - 5) - 2 = 0$$

$$(2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0)$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 1/2 = -b/a$$

$$2 + \beta + \gamma = 1/2$$

$$\beta + \gamma = 1/2 - 2 = -3/2$$

$$\cancel{x(\sum \alpha - 2 - 5) = \cancel{x}}$$

$$\sum \alpha - 7 = 1$$

$$\alpha = 2$$

$$-2 \quad (1)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

۷- اگر رأس یک سهمی روی نیمساز ربع اول باشد و محور x ها را در دو نقطه، به طول های -1 و 3 قطع کند،

$$y = x$$

آن گاه این سهمی محور y ها را در نقطه ای با کدام عرض قطع می کند؟

$$y = ax^2 + bx + c$$

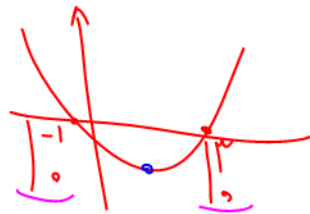


$$x_s = -\frac{b}{2a}$$

$$y_s = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$y = a(x - x_s)^2 + y_s$$

$$y = a(x - \alpha)(x - \beta)$$



$$x_s = \frac{3 + (-1)}{2} = 1$$

$$y = a(x - 3)(x + 1)$$

$$1 = a(-2)(4)$$

$$1 = -8a$$

$$a = -1/8$$

$$y = -1/8(x - 3)(x + 1)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -1/8(-3)(1) = 3/8$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-3 \quad (4)$$

$$p = \alpha \cdot \beta = -1/\gamma = q_a$$

$$x' - s'_{n+p} =$$

$$x_1 = \frac{1}{\beta} - 1$$

$$= -\mu - r = -d$$

$$= -\mu - r = -d$$

$$x + \partial u + v = c$$

$$-r - \frac{w}{-1} + 1 = -r + w + 1 = r$$

۱. به ازای کدام مقادیر a ، معادله $x^2 + (a-1)x + (4-a)x = 4$ دارای سه ریشه حقیقی متمایز مثبت است؟

(۱) $(-\infty, -4) - \{-5\}$

(۲) $(-\infty, -4)$

(۳) $(4, +\infty)$

(۴) $(4, +\infty) - \{5\}$

۲- به ازای کدام مقادیر m ، معادله درجه دوم $(m-6)x^2 - 2mx - 3 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی است؟

(۱) $m < -6$

(۲) $m > 3$

(۳) $0 < m < 3$

(۴) $3 < m < 6$

۳- اگر α و β صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = x^2 - 6x + 2$ باشند، مجموع ریشه‌های معادله $\alpha x^4 + 13x^2 - \beta = 1$

کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) این معادله فاقد ریشه است.

۴- ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 3x - 1 = 0$ یک واحد کم‌تر است؟

(۱) $x^2 - 3x + 1 = 0$

(۲) $x^2 + 3x + 1 = 0$

(۳) $x^2 - 5x + 2 = 0$

(۴) $x^2 - 5x + 2 = 0$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + 4 = 0$ باشند حاصل عبارت $\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} + \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{6}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{10}$

۶- اگر یکی از ریشه‌های معادله $2 = (ax^2 - x - 5)x$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه دیگر آن کدام است؟

(۱) -۲

(۲) $-\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{2}{2}$

۷- اگر رأس یک سهمی روی نیمساز ربع اول باشد و محور x ها را در دو نقطه، به طولهای $۱-$ و ۳ قطع کند، آن گاه این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$$(۱) \frac{۳}{۴}$$

$$(۲) -\frac{۳}{۴}$$

$$(۳) ۳$$

$$(۴) -۳$$