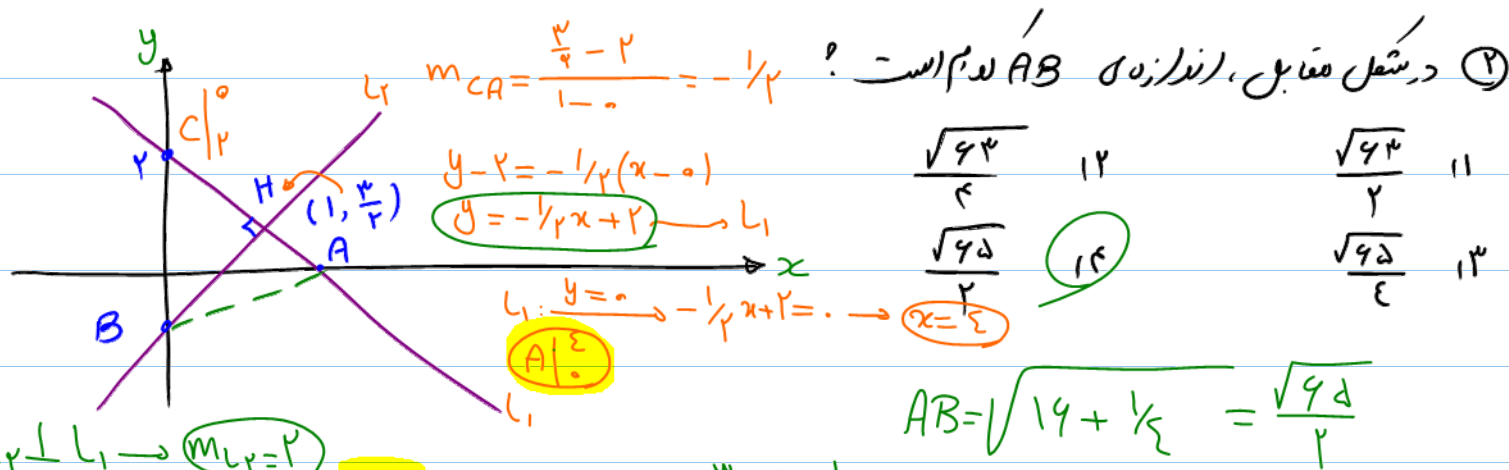
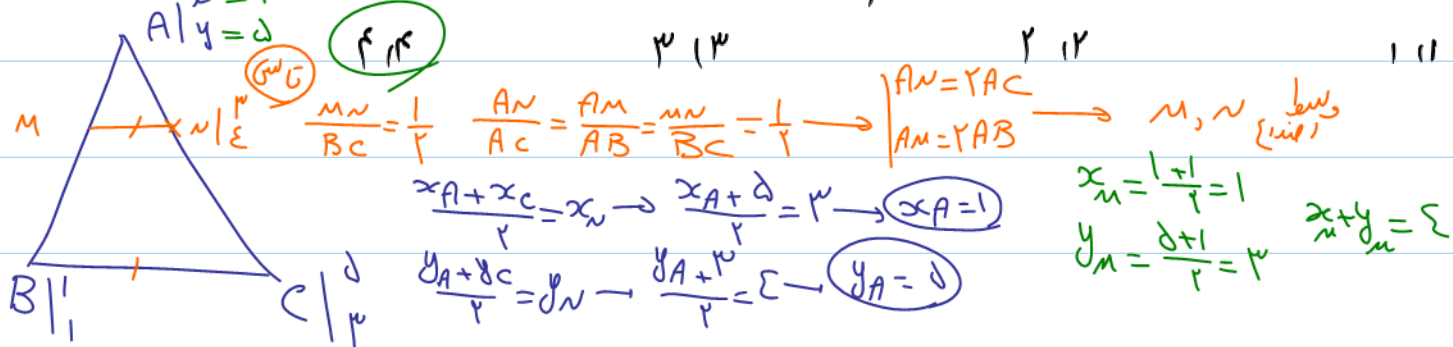
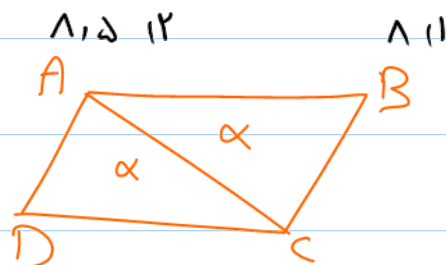


① نقاط $A(x, y)$, $B(1, 1)$, $C(5, 3)$ رئوس مثلث ABC باشند. از $N(3, 4)$ دایره برضلع AC حتماً به موازات BC رسم می‌کنیم تا AB را در M قطع کند. اگر $BC = 2MN$ باشد مجموع طول عرض M است.

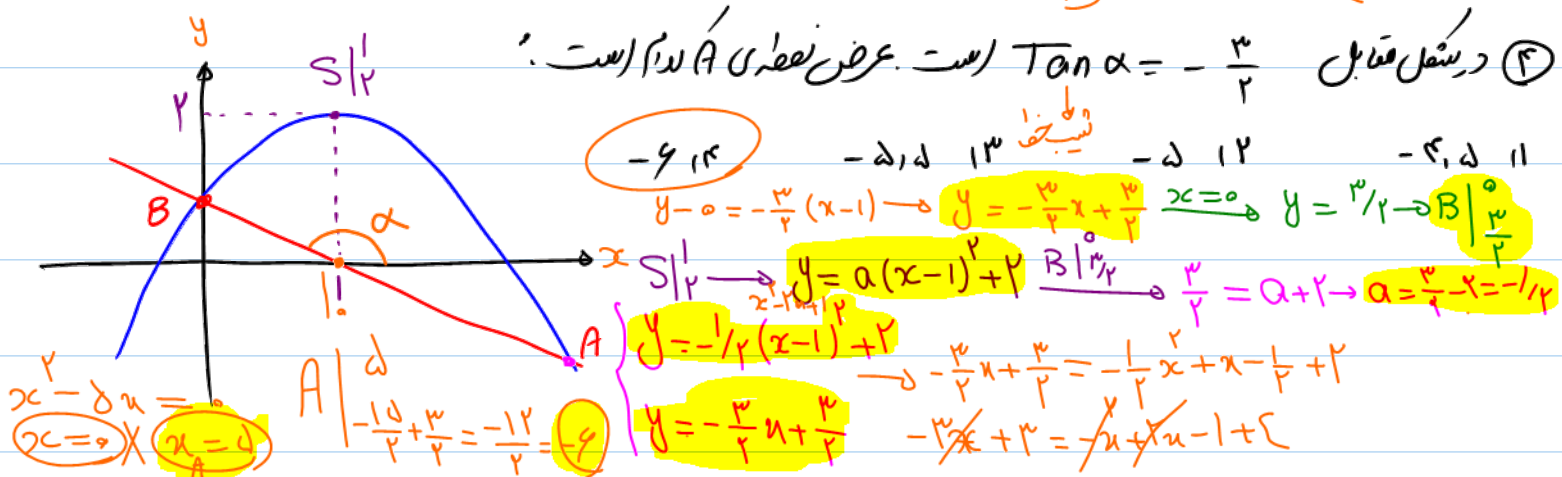


② نقاط $A(2, 4)$, $B(-1, 0)$, $C(3, 1)$ رئوس متوازی‌الاضلاع هستند. مساحت آن چند است؟

$S = \frac{1}{2} |(0 - 1 + 4) - (2 + 0 - 4)| = \frac{1}{2} |3 - (-2)| = \frac{1}{2} |5| = \frac{5}{2}$
 $S_{\Delta} = 2S = 2 \times \frac{5}{2} = 5$



③ در شکل مقابل $\tan \alpha = -\frac{3}{2}$ است. عرض نقطه A را می‌توانیم؟



۵) اگر α, β ریشه های معادله $x^2 - 7x + 1 = 0$ باشند، ریشه های دوم معادله $(\sqrt{\alpha}, \sqrt{\beta})$ است.

$x^2 + \sqrt{4}x + 1 = 0$ ۱۴ $x^2 - \sqrt{4}x + 1 = 0$ ۱۳ $x^2 + 3x + 1 = 0$ ۱۲ $x^2 - 3x + 1 = 0$ ۱۱
 $S = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2P} = \sqrt{7 + 2} = 3$ $S = 7, P = 1$
 $P' = \sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{1} = 1$ $x^2 - 3x + 1 = 0$

۶) ضرب ریشه های معادله $x^4 - 2x^2 - 1 = 0$ را بیابید.

$-\sqrt{2} - 1$ ۱۴ $-\sqrt{2} + 1$ ۱۳ $\sqrt{2} - 1$ ۱۲ $\sqrt{2} + 1$ ۱۱
 $x^2 = t \rightarrow t^2 - 2t - 1 = 0 \rightarrow t = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$
 $x^2 = 1 + \sqrt{2} \rightarrow x = \pm \sqrt{1 + \sqrt{2}}$ $x_1 \cdot x_2 = -\sqrt{(1 + \sqrt{2})^2} = -\sqrt{2} - 1$

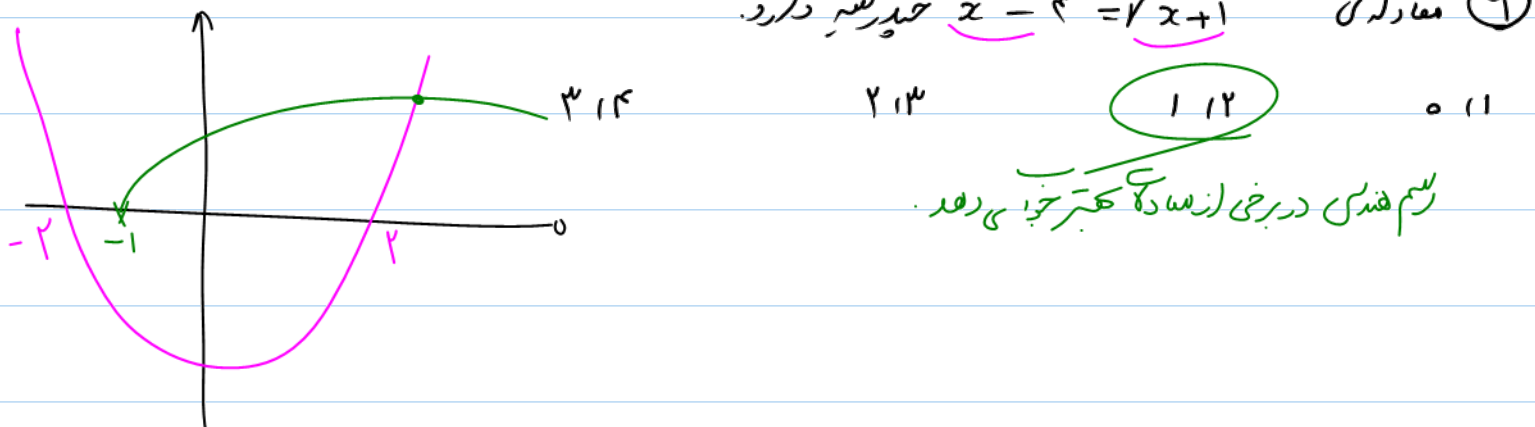
۷) به ازای چه مقادیری از m تابع $y = mx^2 + (2m+1)x + m+2$ فقط از سه ناحیه عبور کند؟

$(-\infty, \frac{1}{4})$ ۱۴ $(0, \frac{1}{4})$ ۱۳ $(-\infty, -2] \cup [0, \frac{1}{4})$ ۱۲ $(-\infty, -2] \cup (0, +\infty)$ ۱۱
 ۱) $\Delta \leq 0$
 ۲) از ۳ ناحیه $\Delta > 0, P > 0$
 ۳) از ۴ ناحیه $P < 0$
 $m < \frac{1}{4}$
 $m > 0 \rightarrow m > -2$
 $m \leq -2$
 $m = 0 \rightarrow y = x + 2$

۸) اگر $\sqrt{4d+x} - \sqrt{4d-x}$ را حاصل $\sqrt{4d+x} + \sqrt{4d-x} = x$ باشد،

$\frac{x}{14}$ ۱۴ $\frac{x}{8}$ ۱۳ $\frac{x}{4}$ ۱۲ $\frac{x}{2}$ ۱۱
 $\sqrt{4d+x} - \sqrt{4d-x} = x \rightarrow \sqrt{4d+x} = x + \sqrt{4d-x}$
 $4d+x = x^2 + 2x\sqrt{4d-x} + 4d-x \rightarrow 2x\sqrt{4d-x} = x^2 - 2x$
 $2\sqrt{4d-x} = x - 2$
 $4(4d-x) = x^2 - 4x + 4 \rightarrow 16d - 4x = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 = 16d - 4$
 $x^2 - 28x + 13 = 0 \rightarrow x = 28 \rightarrow x = 16$
 $\sqrt{4d+16} - \sqrt{4d-16} = \sqrt{11} - \sqrt{19} = 9 - \sqrt{2}$

۹) معادله $x^2 - 4 = \sqrt{x+1}$ چند ریشه دارد؟



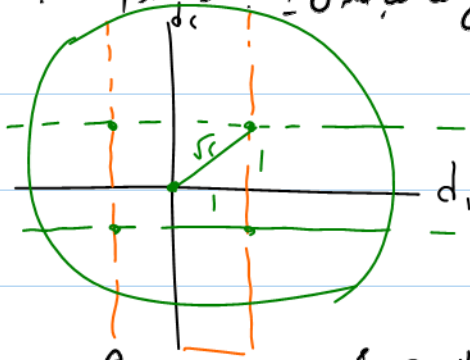
۱۰) مقدار تقاطع از صحنه که از فوق در خط عمود بر هم، به فاصله ۱ و از محل تقاطع آنها فاصله ۲ باشد، کدام است؟

۸ ۱۴

۴ ۱۳

۲ ۱۲

۵ ۱۱



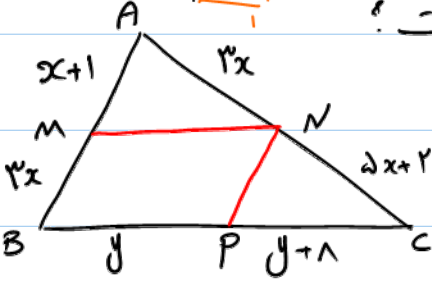
۱۱) در شکل مقابل، $MNPB$ متوازی الاضلاع است. اندازه ضلع BC کدام است؟

۲۸ ۱۴

۲۴ ۱۳

۲۰ ۱۲

۱۶ ۱۱



$$(x+1)(2x+2) = 2y$$

$$2x^2 + 4x + 2 = 2y$$

$$x^2 + 2x + 1 = y$$

$$\sum x^2 + 2x - 2 = 0 \quad \checkmark$$

$$\frac{2x+2}{2y} = \frac{y+1}{y} \rightarrow y = 1$$

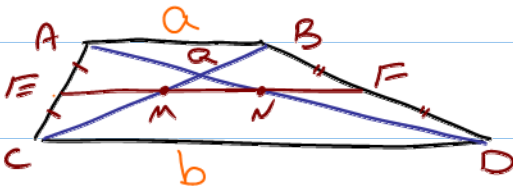
۱۲) در زونقه مقابل، EF موازی قاعده ها و دایره Q مماس بر AB و CD است. مساحت QCD چند برابر QAB است؟

۴۹ ۱۴

۲۵ ۱۳

۹ ۱۲

۴ ۱۱



$$EF = \frac{a+b}{2} \quad MN = \frac{b-a}{2}$$

$$\frac{a+b}{2} = x \left(\frac{b-a}{2} \right) \rightarrow a+b = 2b-2a \rightarrow b=2a$$

$$QCD \sim QAB \rightarrow \frac{S_{QCD}}{S_{QAB}} = \left(\frac{b}{a} \right)^2 = \left(\frac{2a}{a} \right)^2 = 4$$

۱۳) دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{x^2+ax+b}$ به صورت $g(x) = \sqrt{-x^2+ax+b}$ بر $(-\infty, 2) - \{0\}$ است.

۱۴ [۱، ۰]

۱۳ [۰، ۲]

۱۲ [۰، ۲]

۱۱ [۰، ۱]

$$2+0=2=-a \rightarrow a=-2$$

$$2 \times 0 = 0 = b$$

$$g(x) = \sqrt{-x^2-2x}$$

$$g(x) = \sqrt{-(x+1)^2+1}$$

$$(x+1)^2 \geq 0 \rightarrow -(x+1)^2 \leq 0$$

$$-(x+1)^2+1 \leq 1$$

$$0 \leq \sqrt{-(x+1)^2+1} \leq 1$$

۱۴) کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \sqrt{[x]+[-x]} + x - [x]$ درست است؟

۱۴ دامنه و برد برابر دارد.

۱۳ همانی است

۱۲ وارونگی ندارد

۱۱ ثابت است