



آموزش آنلاین

ریاضی دهم ریاضی و تجربی

مدرس: دکتر سامان سلامیان

درس - نکته - تست - سوالات امتحان نهایی

مقدمه:

به نام خردمند خرد آفرین

مجموعه پیش‌رو برای کلاس‌های آنلاین سالانه دهم تجربی و ریاضی دوره متوسطه دوم گردآوری و تنظیم شده‌است. هدف این مجموعه: نجات مخاطب از یادداشت‌برداری و نوشتن جزوه است. نکات مهم خلاصه‌وار و برای شب امتحان و آزمون آورده شده است. در کلاس آنلاین فرصتی برای گفتن و نوشتن جزوه نداریم. البته برای حل مثالهای سر کلاس و مقایسه میزان یادگیری دانش‌آموزان برای حل مسئله‌ها به طور آنلاین زمانی در کلاس خواهیم گذاشت ولی فرصت نوشتن تمیز و با وسواس نخواهیم داد. پس این جزوه؛ خلاصه اتفاقات هر جلسه درس خواهد بود. با توجه به اهمیت یافتن امتحان نهایی و نمره تشریحی درس ریاضی؛ ابتدا به کمک درسنامه‌ای همراه با تمرین‌های تشریحی امتحانات کشوری؛ بدنه اصلی درس برای آمادگی امتحانات تشریحی مدرسه و نهایی ارائه می‌شود که دانش‌آموز قدرت و توان برگه نویسی موثر برای امتحان مدرسه و تسلط بر کتاب وزارتخانه آموزش و پرورش را کسب کند و سپس با حل تمرین‌ها و تست‌های متنوع؛ نکات کنکوری و جالبی که در کنکورهای آزمایشی استاندارد طرح می‌شود؛ آموزش داده می‌شود. روش تدریس در کلاس منطبق بر آخرین تغییرات کتاب درسی وزارتخانه آموزش و پرورش و بخشنامه‌های سازمان سنجش آموزش کشور است. با توجه به سابقه ربع قرن تدریس ریاضیات کنکور، روش مفهومی و "حل مسئله به کمک حل مسئله" در این مجموعه به کار گرفته شده است که در تمام این سال‌ها موفق بوده است.

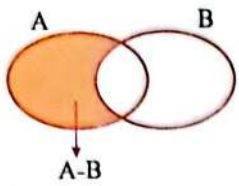
تکلیف: (Homework) در انتهای هر درس تست‌ها و تمرین‌های متعددی همراه با پاسخ تشریحی بسیار گویا و دقیق گذاشته شده که خارج از کلاس و به صورت خودآموز هم می‌توانند راهگشای حل مسئله‌ها و حل تست‌های جدید باشند. سعی شده است که دانش‌آموز با کار کردن کامل این مجموعه به "هیچ" سوال جدیدی از نظر محتوا در مدرسه و امتحان و کنکور آزمایشی برخورد نکند و پوشش کامل بر نکات داخل کتاب و حاشیه امن خارج از کتاب داشته باشد. اگر قصد دارید در ابتدای شروع کلاس‌ها به خودتان قول دهید که "امسال" ریاضی را "می‌خوانم" با من همراه نشوید؛ زیرا اصلاً ریاضی خواندنی نیست؛ بلکه نوشتنی و مسئله حل‌کردنی و توضیح‌دانی است. ریاضی را به این نیت یاد بگیرید که قرار است به کسی درس بدهید. مهمترین ابزار موفقیت در ریاضی؛ تمرین کردن و حل مسئله به کمک نوشتن در چرکنویس؛ توضیح دادن به خود یا یک شاگرد خیالی و حل مسئله‌های جدید است. سوالات مجموعه؛ سوالات رایج امتحانات مدارس برتر تهران؛ سوالات تالیفی؛ تست‌های کنکور سراسری و آزمونهای آزمایشی استاندارد است؛ به‌طوریکه با سلیقه طراحان مختلف در تمام کشور آشنا خواهید شد. همراهی آنلاین و بدون غیبت در کلاس آنلاین؛ حضور پر رنگ و شرکت فعال در بحث‌های کلاس و گروه رفع اشکال؛ حل همه تکالیف و مقایسه و تحلیل جواب‌ها با پاسخنامه؛ تنها راه گرفتن نمره کامل "بیست" در آزمون و درصد خوب در آزمونهای تستی است. اگر در ریاضی به مرحله‌ای رسیدید که؛ حل یک مسئله شما را شاد کرد و ذوق کردید و یا با خواندن و حل یک تست به طراح آن "آفرین" گفتید که به چه جالبی فلان موضوع را پنهان کرده است یا مورد سوال قرار داده؛ یعنی اینکه دارید؛ مسیر را درست می‌روید. تکرار می‌کنم پیشرفت در ریاضی فقط با حل مسئله و "تکرار و تمرین" ممکن است. بدون کاغذ چرکنویس و تمام کردن خودکارهای متعدد؛ ریاضی شما رشد نمی‌کند. تدریس به خود یا شاگرد واقعی یا حتی خیالی با صدای بلند نیز در رشد مهارت‌های ریاضی شما موثر است. سعی کنید؛ تکالیف (Homework) پاسخنامه‌دار آخر هر درس هر فصل را؛ خودتان حل کنید و به کمک پاسخنامه نمره یا درصد برای خود حساب کنید. مثل قد و وزن خود که آن را می‌دانید؛ دانستن درصد یادگیری ریاضی خودتان در هر لحظه شما را به پیشرفت علاقه‌مندتر خواهد ساخت. این مجموعه برای راهنمای تدریس معلمان ریاضی سراسر کشور و دانشجویان دانشگاه فرهنگیان گرایش دبیری ریاضی توصیه می‌شود. استفاده با ذکر منبع بلامانع است. در کلاس درس آنلاین ریاضی دهم؛ نحوه بیان موضوع‌های درسی، ورود به مطلب و توضیح درس با این جزوه کاملاً متفاوت است ولی چیدمان مطالب و سوالات، مشابه روند این مجموعه می‌باشد.

بهر روز باشید.

دکتر سامان سلامیان

فهرست مندرجات

صفحه	عنوان
	فصل اول:
۱.....	BOX 1: مجموعه اعداد - بازه‌ها.....
۱۷.....	BOX 2: مجموعه‌ای متناهی و نامتناهی، متمم یک مجموعه، تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه.....
۳۵.....	BOX 3: الگو و دنباله.....
۴۴.....	BOX 4: دنباله‌های حسابی و هندسی.....
	فصل دوم:
۷۲.....	BOX 1: نسبت‌های مثلثاتی.....
۹۰.....	BOX 2: دایره مثلثاتی.....
۱۰۴.....	BOX 3: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی.....
	فصل سوم:
۱۱۲.....	BOX 1: ریشه و توان.....
۱۲۲.....	BOX 2: ریشه n ام.....
۱۳۶.....	BOX 3: توان‌های گویا.....
۱۴۰.....	BOX 4: عبارتهای جبری.....
۱۵۴.....	BOX 5: عبارت‌های گویا.....
	فصل چهارم:
۱۶۶.....	BOX 1: معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن.....
۱۸۴.....	BOX 2: سهمی.....
۱۹۸.....	BOX 3: تعیین علامت.....
	فصل پنجم:
۲۴۶.....	BOX 1: مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن - دامنه و برد تابع.....
۲۶۲.....	BOX 2: انواع تابع - رسم تابع به کمک انتقال.....
	فصل ششم:
۲۸۵.....	BOX 1: شمارش.....
۲۹۱.....	BOX 2: جایگشت.....
۳۱۵.....	BOX 3: ترکیب.....
	فصل هفتم:
۳۴۱.....	BOX 1: پدیده‌های تصادفی - پیشامدهای تصادفی و برخی اعمال روی پیشامدها.....
۳۴۹.....	BOX 2: احتمال رخداد یک پیشامد (اندازه‌گیری شانس).....
۳۵۷.....	BOX 3: مقدمه‌ای بر علم آمار - جامعه، نمونه، متغیر و انواع آن.....



در مجموعه گذرار اعضا هم نسبت مثلا $A = \{7, 7\}$ با $\{7\}$ برابری است.

تعریف: اگر $A = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$ و $B = \{2, 3, 6, 8\}$ دو مجموعه باشند، هر یک از مجموعه‌های $A \cup B$ ، $A \cap B$ ، $A - B$ و $B - A$ را با اعضا مشخص کنید.

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A \cap B = \{2, 8\}$$

$$A - B = \{1, 4, 5, 7\}$$

$$B - A = \{3, 6\}$$

در این قسمت با تعریف بازه که یک نماد برای سازه نوشتن مجموعه‌هایی از اعداد حقیقی می‌باشد، آشنا می‌شویم.

بازه (فاصله): زیرمجموعه‌هایی از \mathbb{R} مانند A را که مشخص‌کننده یک قطعه از محور اعداد حقیقی باشد، بازه یا فاصله می‌نامیم.



فرض کنید A مجموعه شامل تمام اعداد حقیقی بین 0 و 4 باشد، یعنی $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 4\}$

مجموعه A را با نماد ساده‌تری به صورت $(0, 4)$ نمایش می‌دهیم و آن را بازه باز از 0 تا 4 می‌نامیم. بنابراین:

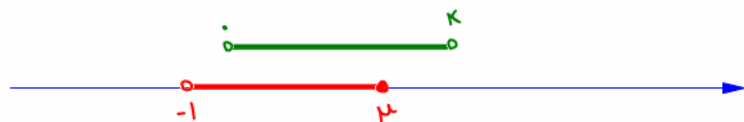
$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 4\} = (0, 4)$$

اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند، به طوری که $a < b$ ، آن‌گاه:

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	(a, b)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
بسته	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
نیم‌باز (نیم‌بسته)	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
نیم‌باز (نیم‌بسته)	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	

نکته: هر بازه، یک مجموعه است، بنابراین اجتماع، اشتراک و تفاضل بین بازه‌ها وجود دارد.

تعریف: اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 3\}$ و $B = (0, 4)$ باشند، $A \cup B$ و $A \cap B$ را به صورت بازه نوشته و روی محور اعداد مشخص کنید.



$$A \cup B = (-1, 4)$$

$$A \cap B = (0, 3]$$

همه عدد هایی که خرابی است -1 و 3 آفریده است که می‌شمارند

همه عدد هایی که خرابی است 0 و 3 آفریده است که می‌شمارند و نمی‌توانیم همه را بنویسیم برای همین به صورت بازه نمایش می‌دهیم

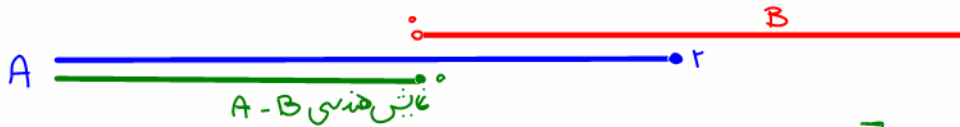
عضوهای حقیقی $\pm \infty$ هیچ بازه باز نیستند.

از دو نماد $+\infty$ (مثبت بی‌نهایت) و $-\infty$ (منفی بی‌نهایت) برای نمایش بازه‌هایی که از یک طرف نامحدود هستند، استفاده می‌کنیم. فرض کنیم a یک عدد حقیقی باشد، در این صورت داریم:

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
نیم‌باز	$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$	
نیم‌باز	$(-\infty, a]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	
باز	$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$	
باز	$(-\infty, a)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	

توجه: $+\infty$ و $-\infty$ عدد حقیقی نیستند. $\mathbb{R}: (-\infty, +\infty)$

تعریف: اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ باشد، $A - B$ را به صورت بازه نوشته و روی محور اعداد مشخص کنید.



بازه: $A - B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\} = (-\infty, 0]$ مجموعه

$(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$

نکته: بازه $(-\infty, +\infty)$ شامل تمام اعداد حقیقی است، به عبارت دیگر:

پرسش‌های تشریحی:

• درست‌ی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

(مشابه کار در کلاس ۱ صفحه ۵ کتاب درسی)

$1, \sqrt{2}, \dots = \sqrt{3} \in (1, 2) \rightarrow T$

$\frac{5}{6} \in (0, 1) \rightarrow T$

$-1 \in (-1, 2] \rightarrow F$

$\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\} \rightarrow F$

$(-1, 1) \subseteq [-1, 1] \rightarrow T$

$\emptyset \subseteq [-1, +\infty) \rightarrow T$

$0.10006 = 6 \times 10^{-4} \notin [2, +\infty) \rightarrow F$

$6 \times 10^{-4} \in [2, +\infty) \rightarrow F$

$-6 \times 10^{23} \in (-\infty, 1) \rightarrow T$

$0.10006 \in [2, +\infty) \rightarrow F$

$0 \leq 1 \rightarrow T$

۱۰- طرف دوم هر یک از تساوی‌های زیر را بنویسید.

۱) $\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$

۲) $\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{\dots, -3, -2, -1\}$

۳) $\mathbb{Q}' \cap \mathbb{Q} = \emptyset$

۴) $\mathbb{W} - \mathbb{Q}' = \mathbb{W}$

۵) $\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}$

۶) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$

۱۱- هر یک از بازه‌های زیر را به صورت مجموعه نمایش دهید و نمایش هندسی آن‌ها را مشخص کنید.

۱) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -2 < x < 2\}$

۲) $(-\infty, -2)$

۳) $(1, \sqrt{5})$

۴) $(-2, 2)$

۵) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, 1 < x < \sqrt{5}\}$

۶) $(-\infty, \frac{1}{2})$

۷) $[\sqrt{2}, +\infty)$

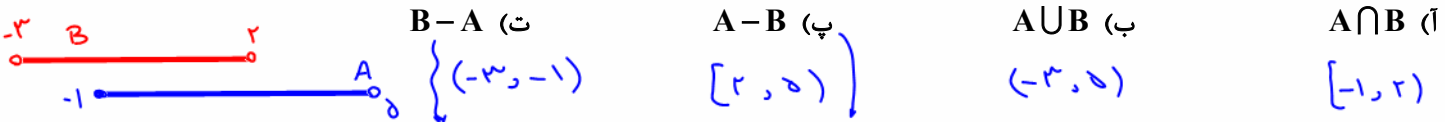
۸) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x < -2\}$

۹) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \leq \frac{1}{2}\}$

۱۰) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \geq \sqrt{2}\}$

پاوت ۱۲- نمایش هندسی دو بازه $A = [-1, 5]$ و $B = (-3, 2)$ را روی محور رسم کنید و سپس حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را بنویسید.

(مشابه کار در کلاس ۳ صفحه ۵ کتاب درسی)

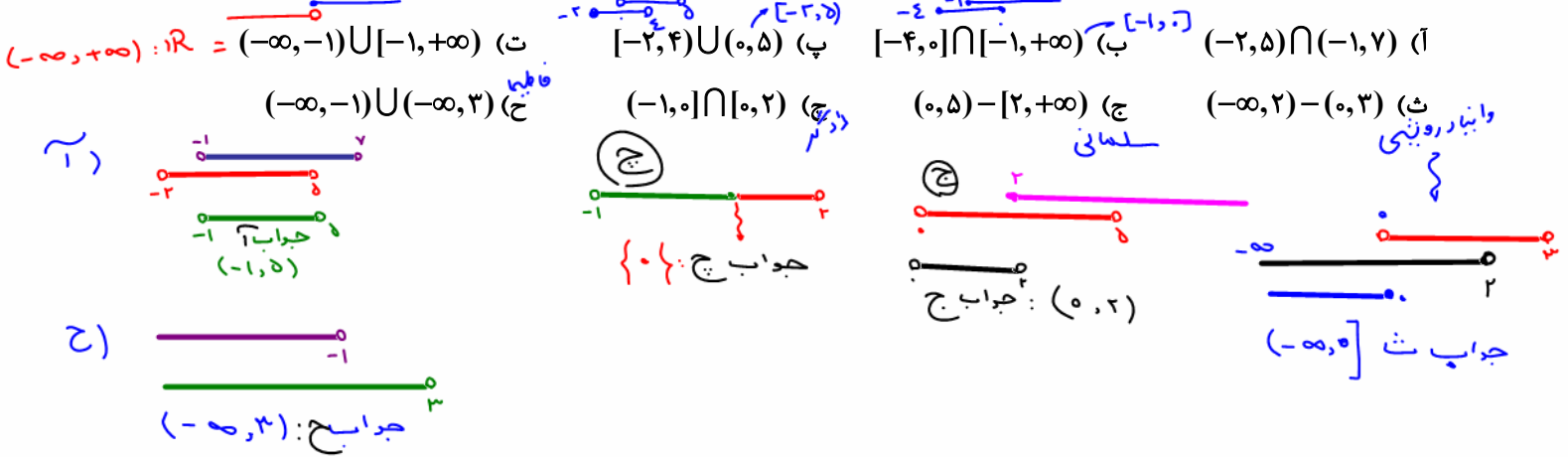


از $B \in A$ را بوزون A را اهدای داغ کن
از B بوزونش
تعمیری از A که
احتمالی B توش نیست

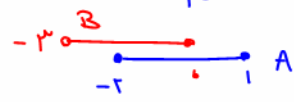
B را اهدای داغ کن بذار رد A بوزون (هر بی که توند جوابه)

(مشابه تمرین ۴ صفحه ۷ کتاب درسی)

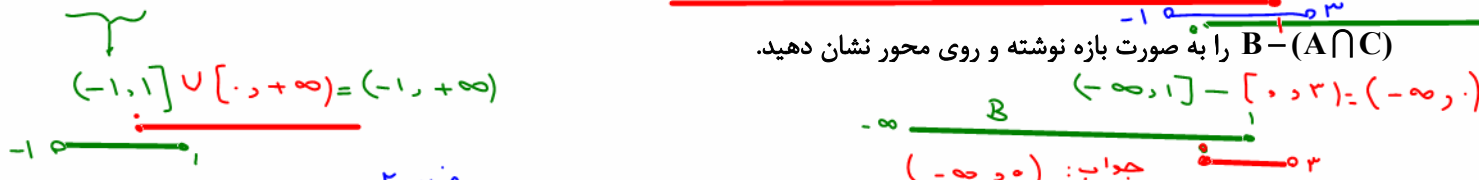
۱۳- حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آنها روی یک محور به دست آورید.



۱۴- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x+1 \leq 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 0\}$ باشند، مجموعه‌های زیر را به کمک بازه نمایش دهید.



۱۵- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 3\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ باشند، حاصل $(A \cap B) \cup C$ و $B - (A \cap C)$ را به صورت بازه نوشته و روی محور نشان دهید.



$-1 < \frac{m+1}{2} < 3$
 $-2 < m+1 < 6$
 $-3 < m < 5$

۱۶- اگر $\frac{m+1}{2} \in [-1, 4]$ باشد، حدود m را مشخص کنید.

Homework

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

A نوبی شکم B هت

- ۱ > اگر $A \subseteq B$ و A نامتناهی باشد، B هم حتماً نامتناهی است.
- ۲ > $\mathbb{Z} - \mathbb{Q}$ مجموعه‌ای متناهی است. جواب \emptyset است و \emptyset متناهی است.
- ۳ ن در بازه $[-2, \sqrt{5}]$ چهار عدد صحیح وجود دارد. غلط چون ۲، ۱، ۰، -۱، -۲ پنج تا است.
- ۴ > اگر $B' \subseteq A'$ باشد آن گاه $(A - B) \cap (A - C) = \emptyset$ هرگز $A \subseteq B$
- ۵ اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq 2x - 1 < 7\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ و C آن گاه حاصل مجموعه‌های زیر را به صورت بازه بنویسید و روی محور نشان دهید.

C - B الف

$-1 \in [-3, 0]$ A' ب



چند مورد از موارد زیر درست است؟

- ۶ غلط $-1 \in \{-3, 0\}$ (ب) درست $\emptyset \subseteq (1, +\infty)$ زیر مجموعه هر مجموعه‌ای است
- غلط $[-5, 4] \subseteq (-5, 4)$ (ب) غلط $\sqrt{2} \in (-1, 1)$ (ب)

- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۲ (۴)
- ۱ (۳)

۷ **بشتر** اگر $A_n = \left(\frac{-2}{n}, \frac{n-2}{n}\right)$ به صورت بازه باشد، مجموعه $A_3 \cup A_6 - A_3$ برابر کدام بازه است؟

$n=2 \rightarrow A_2: \left(-\frac{2}{2}, \frac{2-2}{2}\right) = (-1, 0)$

$n=6 \rightarrow A_6: \left(-\frac{2}{6}, \frac{6-2}{6}\right) = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

اجتماع $A_2 \cup A_6 = \left(-1, \frac{2}{3}\right)$

$(A_2 \cup A_6) - A_2 = \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

۱ $\left(\frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

۲ $\left[\frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

۳ $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

۸ اگر $A_i = \left[-i, \frac{9-i}{4}\right]$ و $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ، آنگاه مجموعه $(A_1 \cap A_9) \ominus (A_2 \cap A_5)$ به کدام صورت است؟

۱ $[-2, -1] \cup (1, 2]$

۲ $[-2, -1] \cup [1, 2]$

۳ $[-1, 1]$

$(A_2: [-2, \frac{7}{4}]) \cap (A_5: [-5, 2]) \ominus (A_1: [-1, \frac{8}{4}] \cap A_9: [-9, 1])$

$A_2 \cap A_5 = [-2, 2]$

$A_1 \cap A_9 = [-1, 1] = [-2, -1] \cup (1, 2]$

۵

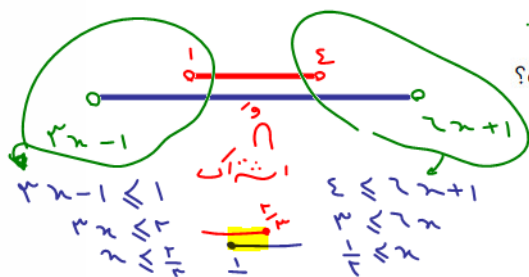
در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

- ۹ اگر A و B دو مجموعه و $A \cap B = \emptyset$ باشد، دو مجموعه A و B را دو مجموعه می‌گویند.
- ۱۰ اگر A یک مجموعه نامتناهی و B یک مجموعه متناهی باشد، آنگاه $A - B$ یک مجموعه است.
- ۱۱ $\sqrt[3]{64}$ بین دو عدد صحیح و قرار دارد.
- ۱۲ اعداد ۴ و ریشه‌های چهارم عدد می‌باشند.
- ۱۳ $(-1, 4) - (2, +\infty)$ برابر است با
- ۱۴ اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -x < -2\}$ باشد، آنگاه مجموعه $A \cap B$ شامل چند عدد گویا خواهد بود؟

- ۱ (صفر)
۲ (۱)
۳ (۲)
۴ (بی‌شمار)

- ۱۵ اگر $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$ و $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ، آنگاه مجموعه $(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7)$ چند عضو صحیح دارد؟

- ۱ (۴)
۲ (۱)
۳ (۲)
۴ (۳)



- ۱۶ اگر مجموعه $(1, 4)$ زیرمجموعه $(3x-1, 6x+1)$ باشد، حدود کامل x کدام است؟

- ۱ $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
۲ $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
۳ $[\frac{1}{3}, 1)$
۴ $(\frac{1}{3}, 1)$

- ۱۷ اگر $A_i = [-i, 2i+1]$ ، $i = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، آنگاه مجموعه $(A_2 \cap A_4) - (A_3 \cup A_1)$ به کدام صورت است؟

- ۱ $[-1, 3]$
۲ $[4, 6]$
۳ $[-1, 3] \cup [4, 9]$
۴ \emptyset

- ۱۸ اگر $(-5, 3k+2) \subseteq (-\infty, -4)$ باشد، چند مقدار صحیح برای k یافت می‌شود؟

- ۱ (صفر)
۲ (یک)
۳ (دو)
۴ (سه)

- ۱۹ حاصل $[-3, 7] - (-1, 9]$ کدام است؟

- ۱ \emptyset
۲ $[-3, -1]$
۳ $[-3, -1)$
۴ $(-3, -1]$

۲۰ مجموعه $A = \left\{ \frac{x+5}{2x^2+1} \mid x \in \mathbb{N}, -2 < x < 2 \right\}$ چند عضو دارد؟

- (۱) بی شمار
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۲۱ اگر $A = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in (-3, 4] \cap \mathbb{W} \right\}$ باشد، آنگاه A چند عضو دارد؟

- (۱) بی شمار
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

۲۲ باتوجه به مجموعه‌های $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -7 < 2x + 5 < 11\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < 3x - 1 < 8\}$ ، $(A - B) \cup C$ برابر کدام گزینه است؟

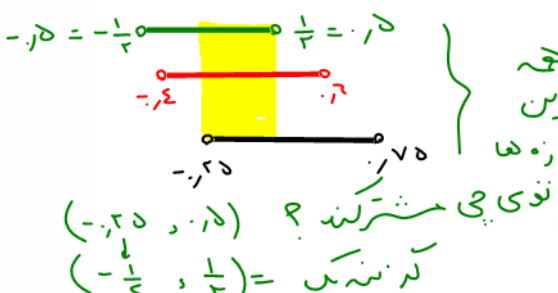
- (۱) $[1, 3)$
(۲) $(-6, 3)$
(۳) $(1, 3)$
(۴) \mathbb{R}

۲۳ باتوجه به مجموعه‌های $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -7 < 2x + 5 < 11\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < 3x - 1 < 8\}$ ، $(A - B) \cup C$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $[1, 3)$
(۲) $(-6, 3)$
(۳) $(1, 3)$
(۴) \mathbb{R}

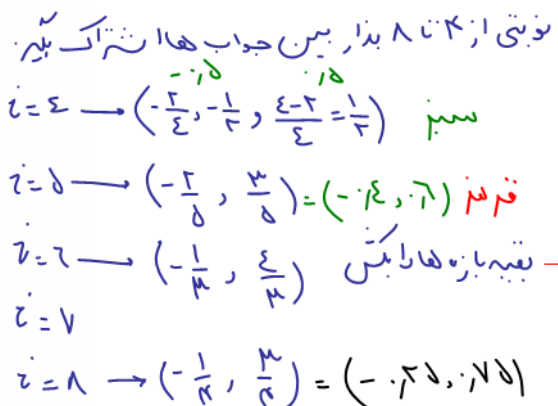
۲۴ اگر عدد ۲ به بازه $[-i + 1, 3i - 7]$ تعلق داشته باشد، آنگاه:

- (۱) $i \geq -1$
(۲) $-1 \leq i < 3$
(۳) $i > 3$
(۴) $1 \leq i \leq 3$



۲۵ اگر $n \in \mathbb{N}$ و $A_n = \left(-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n}\right)$ باشد، آنگاه $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ کدام است؟

- (۱) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$
(۲) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{2}{3}\right)$
(۳) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$
(۴) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$



۲۶ درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف $\{-1, 0, 2\} \subseteq [-1, 3)$

ب اگر $A - B$ متناهی باشد، $B - A$ متناهی است.

۲۷ اشتراک دو مجموعه $[-5, 7]$ و $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$ چند عضو دارد؟

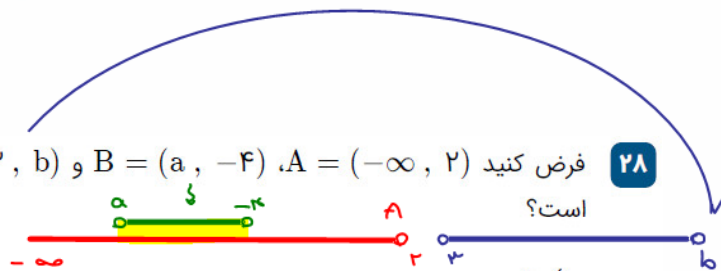
- (۱) ۶
(۲) ۱۲
(۳) ۴
(۴) ۵

چون $B \subseteq A$ پس اشتراک مینیمم کویپون
یعنی همان B

فرض کنید $A = (-\infty, 2)$ ، $B = (a, -4)$ و $C = (3, b)$ باشند، اگر $(B \cup C) - (A \cap B) = (3, 5)$ کدام است؟ **۲۸**

$$(a, -4) \cup (3, b) - B = (3, 5)$$

$$(a, -4) \cup (3, b) - (a, -4) = (3, b)$$



- ۳ (۲) ۵ (۱) ✓
۱ (۴) ۴ (۳)

اگر اشتراک دو بازه $[3a, 4a - 1]$ و $[-5, 3]$ یک مجموعه تک عضوی باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟ **۲۹**

- ۲ (۱) ۱ (۲)
-۲ (۴) ۲ (۳)

اگر عدد ۳ در بازه $[x - 3, 9x]$ باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای x کدام است؟ **۳۰**

- $(\frac{1}{3}, 6]$ (۲) $[\frac{1}{3}, 6]$ (۱)
 $[-6, \frac{2}{3})$ (۴) $(-6, \frac{2}{3}]$ (۳)

کدامیک از اعداد زیر در بازه $[\frac{-28}{10}, \sqrt{20}]$ قرار ندارند؟ **۳۱**

- π (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)
 $-\frac{2}{9}$ (۴) $-\sqrt{5}$ (۳)

پاسخ نامه Homework

درست ۱

درست ۲

نادرست ۳

درست ۴

الف ۵

ب

$$\{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

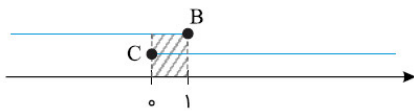
$$B' \subseteq A' \Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset$$

$$\emptyset \cap (A - C) = \emptyset$$

$$-3 \leq 2x - 1 < 7 \xrightarrow{+1} -2 \leq 2x < 8 \xrightarrow{\div 2} -1 \leq x < 4$$

$$A = [-1, 4) B = (-\infty, 1] C = [0, +\infty)$$

$$C - B = (1, +\infty)$$



$$A' = \mathbb{R} - [-1, 4) = (-\infty, -1) \cup [4, +\infty)$$



گزینه ۳

۶

عبارت‌های "آ"، "پ" و "ت" نادرست هستند و شکل صحیح آن‌ها به صورت زیر است:

$$\text{آ)} \quad -1 \in [-3, 0]$$

$$\text{پ)} \quad (-5, 4) \subseteq [-5, 4] \text{ یا } (-5, 4) \subseteq (-5, 4)$$

$$\text{ت)} \quad \sqrt{2} \notin (-1, 1) \text{ (زیرا: } \sqrt{2} \simeq 1/4 \text{)}$$

گزینه ۴

۷

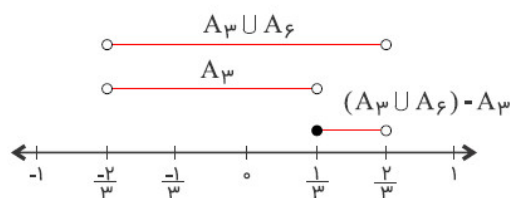
ابتدا باتوجه به رابطه $A_n = (-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n})$ ، مجموعه‌های A_3 و A_6 را به صورت بازه تعیین می‌کنیم. (برای به دست آوردن A_3 ، $n = 3$ و برای به دست آوردن A_6 ، $n = 6$ در نظر گرفته می‌شود). در ادامه برای تعیین بازه $A_3 \cup A_6$ ، ابتدای بازه کوچک‌ترین عضو ابتدای A_3 و A_6 و انتهای آن بزرگ‌ترین عضو انتهای A_3 و A_6 در نظر گرفته می‌شود.

$$A_n = (-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n}) \Rightarrow \begin{cases} A_3 = (-\frac{2}{3}, \frac{3-2}{3}) = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}) \\ A_6 = (-\frac{2}{6}, \frac{6-2}{6}) = (-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}) \end{cases}$$

$$A_3 \cup A_6 = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}) = (-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$$

$$(A_3 \cup A_6) - A_3 = (-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}) - (-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}) = [\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$$

در صورتی که تعیین اجتماع و اشتراک بازه‌ها برای شما دشوار بود می‌توانید از رسم نمودار هم به شکل زیر استفاده کنید:



گزینه ۱

۸

ابتدا باتوجه به تعریف مجموعه A_i ، مجموعه‌های A_1, A_2, A_5 و A_7 را به صورت بازه مشخص می‌کنیم. برای به دست آوردن اشتراک دو مجموعه که به صورت بازه مشخص شده‌اند، ابتدای بازه، بزرگ‌ترین عدد ابتدای دو مجموعه و انتهای بازه، کوچک‌ترین عدد انتهای دو مجموعه در نظر گرفته می‌شود. تست را با استفاده از رسم نمودار هم حل می‌کنیم تا اگر در مشخص کردن مجموعه‌ها به مشکل برخوردید، مشکلاتان به راحتی حل شود.

$$A_i = \left[-i, \frac{9-i}{2}\right]$$

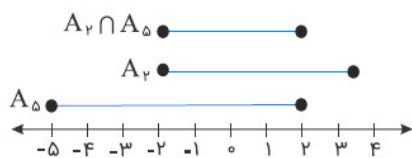
$$A_1 = \left[-1, \frac{9-1}{2}\right] = [-1, 4]$$

$$A_2 = \left[-2, \frac{9-2}{2}\right] = \left[-2, \frac{7}{2}\right]$$

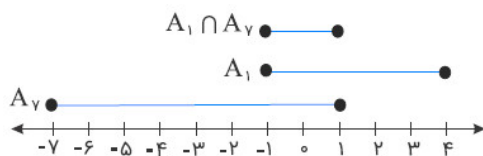
$$A_5 = \left[-5, \frac{9-5}{2}\right] = [-5, 2]$$

$$A_7 = \left[-7, \frac{9-7}{2}\right] = [-7, 1]$$

$$A_2 \cap A_5 = \left[-2, \frac{7}{2}\right] \cap [-5, 2] = [-2, 2]$$



$$A_1 \cap A_7 = [-1, 4] \cap [-7, 1] = [-1, 1]$$



$$(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7) = [-2, 2] - [-1, 1] = [-2, -1) \cup (1, 2]$$

جدا از هم

۹

نامتناهی

۱۰

بین ۳ و ۴

۱۱

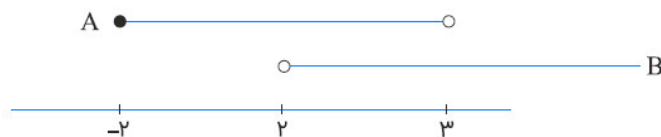
۱۲ ۲۵۶ و -۴

۱۳ $[-1, 2]$

گزینه ۴

۱۴

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -x < -2\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} \Rightarrow A \cap B = (2, 3)$$



می‌دانیم بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.

گزینه ۳

۱۵

مجموعه‌های A_1, A_2, A_5 و A_7 را مشخص می‌کنیم:

$$A_1 = [-1, 4], \quad A_2 = [-2, \frac{7}{5}]$$

$$A_5 = [-5, 2], \quad A_7 = [-7, 1]$$

$$A_2 \cap A_5 = [-2, 3/5] \cap [-5, 2] = [-2, 2]$$

$$A_1 \cap A_7 = [-1, 4] \cap [-7, 1] = [-1, 1]$$

$$\Rightarrow (A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7) = [-2, 2] - [-1, 1]$$

$$\Rightarrow [-2, -1) \cup (1, 2]$$

درنتیجه فقط شامل دو عدد صحیح است.

گزینه ۲

۱۶

$$(1, 4) \subseteq (3x - 1, 6x + 1) \Rightarrow \begin{cases} 6x + 1 \geq 4 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \\ 3x - 1 \leq 1 \Rightarrow x \leq \frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow x \in [\frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$$

گزینه ۴

۱۷

اعضای مجموعه‌های A_1, A_2, A_3, A_4 را مشخص می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = [-1, 3] \\ A_2 = [-2, 5] \\ A_3 = [-3, 7] \\ A_4 = [-4, 9] \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} (A_2 \cap A_4) = [-2, 5] \\ (A_1 \cup A_3) = [-3, 7] \end{cases}$$

$$\Rightarrow (A_2 \cap A_4) - (A_3 \cup A_1) = [-2, 5] - [-3, 7] = \emptyset$$

باتوجه به اینکه بازه $[-2, 5]$ زیرمجموعه بازه $[-3, 7]$ می‌باشد، لذا: $[-2, 5] - [-3, 7] = \emptyset$

گزینه ۲

۱۸

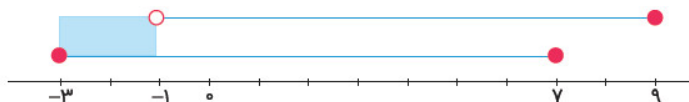
اگر رابطه داده شده برقرار باشد:

$$-5 < 3k + 2 \leq -4 \xrightarrow{-2} -7 < 3k \leq -6 \xrightarrow{\div 3} -\frac{7}{3} < k \leq -2 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = -2$$

پس به ازای $k = -2$ مسئله جواب دارد.

گزینه ۲

۱۹



$$[-3, 7] - (-1, 9] = [-3, -1]$$

گزینه ۲

۲۰

عددهای طبیعی متعلق به محدوده $-2 < x < 2$ تنها عدد ۱ می‌باشد.

$$A = \left\{ \frac{6}{3} \right\} = \{2\} \Rightarrow n(A) = 1$$

گزینه ۳

۲۱

$$(-3, 4] \cap \mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4\} \Rightarrow A = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \right\} \Rightarrow n(A) = 4$$

دقت کنید که مخرج نمی‌تواند صفر باشد، پس عضو $\frac{1}{0}$ نداریم.

گزینه ۳

۲۲

ابتدا اعضای مجموعه‌های A، B و C را مشخص می‌کنیم:

$$-7 < 2x + 5 < 11 \Rightarrow -12 < 2x < 6 \Rightarrow -6 < x < 3 \Rightarrow A = \{1, 2\}$$

$$B = [1, +\infty)$$

$$2 < 3x - 1 < 8 \Rightarrow 3 < 3x < 9 \Rightarrow 1 < x < 3 \Rightarrow C = (1, 3)$$

$$(A - B) \cup C = \emptyset \cup C = C = (1, 3)$$

گزینه ۱

۲۳

$$-7 < 2x + 5 < 11 \Rightarrow -12 < 2x < 6 \Rightarrow -6 < x < 3 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} A = \{1, 2\}$$

$$B = (1, +\infty)$$

$$2 < 3x - 1 < 8 \Rightarrow 3 < 3x < 9 \Rightarrow C = (1, 3)$$

$$A - B = \{1\} \Rightarrow (A - B) \cup C = [1, 3)$$

گزینه ۳

۲۴

$$\begin{cases} -i + 1 \leq 2 \Rightarrow -i \leq 1 \Rightarrow i \geq -1 \\ 2 < 3i - 7 \Rightarrow 3i > 9 \Rightarrow i > 3 \end{cases} \xrightarrow{\cap} i > 3$$

گزینه ۱

۲۵

طبق تعریف مجموعهٔ A_i داریم:

$$A_4 = \left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right), \quad A_5 = \left(-\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

$$A_6 = \left(-\frac{1}{6}, \frac{2}{6}\right), \quad A_7 = \left(-\frac{2}{7}, \frac{5}{7}\right), \quad A_8 = \left(-\frac{1}{8}, \frac{3}{8}\right)$$

بنابراین اشتراک این مجموعه‌ها به صورت زیر است:

$$\bigcap_{i=4}^8 A_i = \left(-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right)$$

درست

الف

۲۶

ب نادرست

$$A = \{1, 2, 4\}, B = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$$

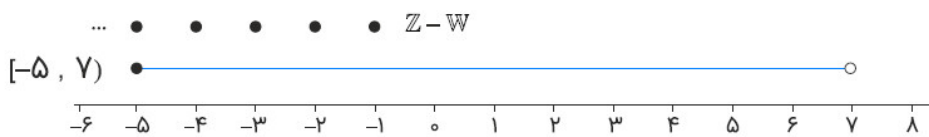
$$A - B = \{1\} \text{ متناهی}$$

$$B - A = \{0, 6, 8, \dots\} \text{ نامتناهی}$$

گزینه ۴

۲۷

باتوجه به نمودار، اشتراک دو مجموعه $\{-5, -4, -3, -2, -1\}$ است که ۵ عضو دارد.

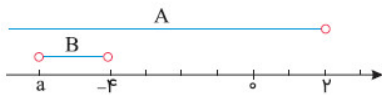


گزینه ۱

۲۸



$$(B \cup C) = (a, -4) \cup (3, b)$$



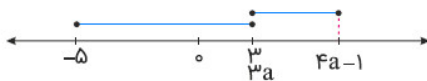
$$(A \cap B) = (-\infty, 2) \cap (a, -4) = (a, -4)$$

$$\Rightarrow (B \cup C) - (A \cap B) = (3, b) \Rightarrow b = 5$$

گزینه ۲

۲۹

اگر اشتراک این دو مجموعه تنها شامل یک عضو باشد، یکی از دو حالت زیر پیش خواهد آمد:
حالت اول:



$$3a = 3 \Rightarrow a = 1$$

حالت دوم:



$$3a - 1 = -5$$

$$3a = -4 \Rightarrow a = -1$$

گزینه ۲

۳۰

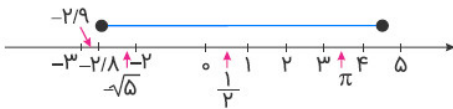
عدد ۳ باید در نامساوی $x - 3 \leq 3 < 9x$ صدق کند، پس:

$$\begin{cases} x - 3 \leq 3 \Rightarrow x \leq 6 \\ 3 < 9x \Rightarrow x > \frac{1}{3} \end{cases} \rightarrow x \in \left(\frac{1}{3}, 6\right]$$

گزینه ۴

۳۱

$$\left[-\frac{28}{10}, \sqrt{20}\right] = [-2/8, 2\sqrt{5}] \xrightarrow{\sqrt{5} \approx 2/2} [-2/8, 4/4]$$

بنابراین عدد $-2/9$ عضو بازه فوق نیست.