

BOX 2: ریشه n ام

(صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

در این BOX با تعریف ریشه n ام آشنا می‌شویم و در ادامه برنی از قواعد ریشه‌ها و رادیکال‌ها گفته می‌شود.

ریشه n ام: اگر $n \geq 2$ یک عدد طبیعی باشد، b را یک ریشه n ام عدد a می‌نامیم، هرگاه $b^n = a$

مثال: چون $2^7 = 128$ باشد، بنابراین ریشه هفتم عدد ۱۲۸ برابر ۲ است.

نکته: (۱) اگر a یک عدد حقیقی مثبت و n یک عدد طبیعی زوج باشد، آن‌گاه a دارای دو ریشه n ام به صورت $\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$ است.

(۲) اگر a یک عدد حقیقی و n یک عدد طبیعی فرد باشد، آن‌گاه a دارای یک ریشه n ام به صورت $\sqrt[n]{a}$ است.

مثال: عدد ۵۰ دارای دو ریشه دهم $\pm \sqrt[10]{50}$ می‌باشد.

فرجه: در عبارت $\sqrt[n]{a}$ ، عدد طبیعی n را فرجه رادیکال می‌گوییم.

نکته: (۱) اگر a یک عدد حقیقی منفی باشد، آن‌گاه:

(آ) اگر n زوج باشد، آن‌گاه a ریشه n ام ندارد.

(ب) اگر n فرد باشد، آن‌گاه a فقط یک ریشه n ام منفی دارد.

مثال: ریشه ششم عدد ۲۰ وجود ندارد، ولی ریشه پنجم عدد ۳۲ برابر ۲ است. $(-2)^5 = -32$

(۲) اگر n یک عدد طبیعی باشد، آن‌گاه ریشه n ام عدد صفر برابر صفر است.

ریشه‌های زوج برای اعداد منفی بی‌معنی هستند، بنابراین قرارداد زیر را خواهیم داشت:

قرارداد: هرگاه n زوج باشد و بنویسیم $\sqrt[n]{a}$ ، آن‌گاه a را مثبت یا برابر صفر در نظر می‌گیریم.

تعریف: در عبارت $\sqrt{x-1}$ ، حدود x را مشخص کنید.

برای آن که عبارت با معنی باشد باید: $x-1 \geq 0$ و $x \geq 1$

قواعد ریشه

(۱) اگر n یک عدد طبیعی زوج باشد، آن‌گاه:

اگر n یک عدد طبیعی فرد باشد، آن‌گاه:

(۲)

(توجه کنید وقتی که n زوج است، a و b نباید اعداد منفی باشند و در حالتی که n فرد است، a و b می‌توانند هر عدد حقیقی دلخواه باشند.)

مثال: $\sqrt[3]{24} \times \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{24 \times 9} = \sqrt[3]{2^3 \times 3 \times 3^2} = \sqrt[3]{2^3 \times 3^3} = \sqrt[3]{6^3} = 6$

(۳)

$(\sqrt[k]{a})^m = \sqrt[k]{a^m}$; $\begin{cases} \text{زوج } k & a > 0 \\ \text{فرد } k & a \in \mathbb{R} \end{cases}$

زیر رادیکال بنه زوج منعی نباشد

$(\sqrt[3]{-2})^5 = \sqrt[3]{(-2)^5} = \sqrt[3]{-32}$, $(\sqrt[4]{3})^3 = \sqrt[4]{3^3} = \sqrt[4]{27}$

مثال: ۲ عدد دیت ۴۱: $\sqrt[3]{-27} = -3$ $\sqrt[4]{27}$ $\sqrt[3]{-27} = -3$ $\sqrt[4]{27}$

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$; $\begin{cases} \text{زوج } k & a \geq 0, b > 0 \\ \text{فرد } k & a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0 \end{cases}$

(۴)

دیشودم چهار ۲ و ۲- هفت
اما $\sqrt{4} = 2$

دقت

زیر رادیکال فرجه زوج
بزرگتر یا مساوی صفره

خودش

قرینش

توان را با فرجه خط بزن ساده کن
 $\sqrt[n]{a^n} = |a| \Rightarrow \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$
 $\sqrt[n]{a^n} = a$
 $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

$$\sqrt[5]{\frac{-1}{32}} = \frac{\sqrt[5]{-1}}{\sqrt[5]{32}} = \frac{\sqrt[5]{(-1)^5}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{-1}{2}, \quad \sqrt{\frac{54}{6}} = \sqrt{\frac{54}{6}} = \sqrt{9} = 3$$

مثال:

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

(۵) اگر $a \geq 0$ ، آن گاه به ازای هر $n \geq 2$ و $n \in \mathbb{N}$ داریم:

$$(\sqrt[n]{a})^n = \begin{cases} \text{زوج } n & \text{بی معنی} \\ \text{فرد } n & a \end{cases}$$

ذیر را دیکال خذ زوج منعی نشه

و اگر $a < 0$ ، آن گاه:

نکته: (۱) تساوی $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ برقرار نیست، مگر آن که $a = 0$ یا $b = 0$

$$\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3, \quad \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{1} = 1 \Rightarrow \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = 3 + 1 = 4$$

مثال: اگر $n = 3$ ، $a = 27$ و $b = 1$ باشد، آن گاه:

$$\sqrt[3]{27+1} \neq \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{1}$$

از طرفی $\sqrt[3]{a+b} = \sqrt[3]{28} \neq 4$ است، بنابراین:

علامت منعی از زیر را دیکال خذ زوج فرد در میاد

(۲) اگر n یک عدد طبیعی فرد باشد، آن گاه:

$$\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$$

مثال:

$$\sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{32} = -\sqrt[5]{2^5} = -2$$

پرسش‌های تشریحی:

• کدام یک از گزاره‌های زیر، درست و کدام یک نادرست است؟

(ب) $\sqrt[5]{(-0.1)^5} = -0.1$

(ع) $\sqrt[4]{(-2)^4} = -2$

(د) $\sqrt{-5^2} = |-5| = 5$

(غ) $\sqrt[3]{2^3} = -2$

(و) برای هر عدد طبیعی $n (n \geq 2)$ ، و هر دو عدد حقیقی a و b داریم $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ **آر** $n=2$ ، $a=-16$ ، $b=-4$ باشد:

یعنی $\sqrt{\frac{-16}{-4}} = 2 = \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}}$

(ح) برای هر عدد طبیعی $n (n \geq 2)$ ، و هر عدد حقیقی a ، داریم $(\sqrt[n]{a})^n = a$ ، جاهای خالی را کامل کنید.

۷- ریشه‌های زوج عدد 100 وجود **ندارد**، زیرا عددی وجود ندارد که به توان زوج برسد و مساوی عدد زوج شود.

۸- اگر n یک عدد طبیعی فرد باشد، آن‌گاه ریشه n ام عدد حقیقی a وجود **دارد**.

۹- اگر n یک عدد طبیعی زوج و a یک عدد حقیقی منفی باشد، آن‌گاه حاصل $\sqrt[n]{a^n}$ برابر $|a|$ است.

۱۰- اگر n یک عدد طبیعی فرد و a یک عدد حقیقی منفی باشد، آن‌گاه حاصل $\sqrt[n]{a^n}$ برابر a است.

۱۱- تساوی $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ وقتی برقرار است که a و b دو عدد حقیقی **نامنفی** باشند.

← مثبت یا منفی

۱۲- تساوی $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ برای هر دو عدد حقیقی a و b **نه** برقرار است.

• در صورت وجود، هر یک از اعداد زیر را مشخص کنید.

۱۳- ریشه‌های ششم ۶۴ برابر 2 ، -2 ، $\pm 2i$ ، $\pm 2i^2$

۱۴- ریشه هفتم -1 $\sqrt[7]{-1} = -1$

۱۵- ریشه‌های هشتم -2 **تعریف نشده**

۱۶- ریشه‌های چهارم $(-7)^4 = (-7)^4$ که 7 **نه**

۱۷- ریشه یازدهم -1 $\sqrt[19]{(-1)^{19}} = -1$

(۱۹) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = 2$

(۲۰) $\sqrt[3]{-1} = -\sqrt[3]{1} = -1$

مخفی از زیر رادیکال فرجه فرد بیرون می‌آید

(۲۱) $\sqrt[3]{4^{-3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{4}\right)^3} = \frac{1}{4}$

(۲۲) $\sqrt[3]{-1} = -1$

(۲۳) $\sqrt[5]{1.5} = 1.5$

(۲۴) $\sqrt[2]{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{3}$

(۲۵) $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^3} = \frac{1}{3}$

(۲۶) $\sqrt[1]{-1} = -1$

• حاصل هر عبارت را به دست آورید.

۲۲- $\sqrt{0.00000001}$

۲۱- $\sqrt[3]{4^{-3}}$

۲۰- $\sqrt[3]{-1}$

۱۹- $\sqrt[3]{64}$

۲۵- $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$

۲۴- $\sqrt[6]{3^{-6}}$

۲۳- $\sqrt[5]{0.0000000001}$

۲۶) $\sqrt{3(16)} \times \sqrt{3(4)} = (4\sqrt{3})(2\sqrt{3}) = (4)(2)(\sqrt{3})^2 = 8(3) = 24$

$$\begin{array}{r} 1296 \sqrt{2} \\ 768 \sqrt{2} \\ 324 \sqrt{2} \\ 162 \sqrt{2} \\ 81 \sqrt{2} \end{array}$$

$1296 = 2^4 \times 3^6$

۲۷) $\sqrt[3]{2^2 \times 3^2 \times 5} \times \sqrt[3]{5 \times 2^2 \times 3^2} = \sqrt[3]{2^4 \times 3^4 \times 5^2} = 2(3)(5) = 30$

• حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. اعداد زیر را بی‌نیاز را تجزیه کن.

تم

۲۷) $\sqrt[6]{180} \times \sqrt[6]{5^5} \times 1296$

۲۶) $\sqrt{48} \times \sqrt{12}$

۲۹) $\sqrt{3-\sqrt{5}} \times \sqrt{3+\sqrt{5}}$

۲۸) $\sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^4} + \sqrt[5]{(2-\sqrt{2})^5}$

۲۸)
$$\begin{aligned} \sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^4} &= |1-\sqrt{2}| = -1+\sqrt{2} \\ + \sqrt[5]{(2-\sqrt{2})^5} &= 2-\sqrt{2} \\ \hline (-1+\sqrt{2}) + (2-\sqrt{2}) &= 1 \end{aligned}$$

۳۰)
$$\frac{2\sqrt{48} - 4\sqrt{75} + \sqrt{12}}{\sqrt{147} + 2\sqrt{108} - 3\sqrt{48}}$$

۲۹) $\sqrt{(3-\sqrt{5})} \times \sqrt{(3+\sqrt{5})} = \sqrt{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = \sqrt{9+3\sqrt{5}-3\sqrt{5}-5} = \sqrt{9-5} = \sqrt{4} = 2$

نکته: اعداد بین صغریک
برکنند هر چه توان
بیشتر کوچکتر و هر چه
فرد بیشتر باشد بزرگترند.

۳۰)
$$\frac{2\sqrt{(16)(4)} - 4\sqrt{3(25)} + \sqrt{4(9)}}{\sqrt{(49)3} + 2\sqrt{(36)3} - 3\sqrt{(16)3}} = \frac{8\sqrt{3} - 20\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{7\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 12\sqrt{3}} = \frac{-6\sqrt{3}}{7\sqrt{3}} = -\frac{6}{7}$$

• در جاهای خالی، علامت < یا > قرار دهید.

۳۳) $\sqrt[3]{-0.1/2} \square \sqrt[5]{-0.1/2}$

۳۲) $\sqrt[3]{0.1} \square \sqrt[5]{0.1}$

۳۱) $(1/2)^3 \square (1/2)^5$

(مشابه تمرین ۱ صفحه ۵۷) $-\sqrt[3]{1/2} \square -\sqrt[5]{1/2}$

• یکی از علامت‌های < یا > را در جاهای خالی قرار دهید.

۳۴- فرض کنیم $a > 1$ باشد؛

پ) $\sqrt[n]{a} \square \sqrt{a}$

ب) $\sqrt{a} \square \sqrt[n]{a}$

آ) $a^3 \square a^5$

۳۵- فرض کنیم $0 < a < 1$ باشد؛

ب) $a^{3/5} \square \sqrt[5]{a} \square \sqrt[3]{a}$

آ) $a^4 \square a^5$

۳۶- فرض کنیم $a = -1$ باشد؛

آ) $a^3 \square a^4 = -1$ ب) $\sqrt[3]{a} \square \sqrt[4]{a} = -1$ پ) $a^{25} \square a^{2n+1} = -1$ (n ∈ N)

۳۷- فرض کنیم $-1 < a < 0$ باشد؛

پ) $a^{1/3} \square \sqrt[3]{a} \square \sqrt{a}$

ب) $a^5 \square a^7$

آ) $a^2 \square a^3$

۳۸- فرض کنیم $a < -1$ باشد؛

پ) $-1 \square \sqrt[3]{a}$

ب) $a^{1/5} \square \sqrt[5]{a} \square \sqrt[3]{a}$

آ) $a^3 \square a^5$

۳۹- به سوالات زیر پاسخ دهید:

آ) به ازای چه مقادیر طبیعی از n، تساوی $\sqrt[n]{-1} = -1$ برقرار است؟ n فرد

ب) به ازای چه مقادیر طبیعی از n، تساوی $\sqrt[n]{1} = 1$ برقرار است؟

n فرد یا زوج n عدد طبیعی بزرگتر مساوی ۲ n > ۱

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{a^1} &= a^{1/n} \\ \sqrt[m]{a} &= a^{1/m} \\ \sqrt{a} &= a^{1/2} \end{aligned}$$

توان فرد

$(-1) = -1$

Homework

۱ اگر $0 < a < 1$ باشد آنگاه یکی از علامت‌های ($<$ یا $>$) را در جای خالی قرار دهید.

$$a^2 \square a^3$$

$$\sqrt{a} \square \sqrt[3]{a}$$

حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$2\sqrt{48} - \sqrt{75} + \sqrt{12}$$

۲

$$\sqrt[3]{-0.001} + \sqrt[5]{\frac{1}{3125}}$$

۳

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۴ زاویه‌ای که خط d با جهت مثبت محور x می‌سازد 3° درجه است. مقدار شیب خط برابر است با

۵ واسطه هندسی بین دو عدد ۲ و ۱۸ عدد است.

۶ اگر a عددی مثبت و $\sqrt[5]{a} < a$ باشد آنگاه a عددی است.

۷ اولین مرحله علم آمار است.

در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

۸ اگر A و B دو مجموعه و $A \cap B = \emptyset$ باشد، دو مجموعه A و B را دو مجموعه می‌گویند.

۹ اگر A یک مجموعه نامتناهی و B یک مجموعه متناهی باشد، آنگاه $A - B$ یک مجموعه است.

۱۰ $\sqrt[3]{64}$ بین دو عدد صحیح و قرار دارد.

۱۱ اعداد ۴ و ریشه‌های چهارم عدد می‌باشند.

۱۲ $(-1, 4) - (2, +\infty)$ برابر است با

۱۳ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف

$$\frac{5^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{2}{3}}}{5^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}}}$$

ب

$$\sqrt[3]{3\sqrt{3}} + \sqrt{75} - \sqrt[4]{(-5)^4}$$

۱۴ عبارات زیر را مقایسه کنید.

$$\sqrt[3]{-0/3} \square \sqrt{-0/3} \quad (1/5)^{90} \square (1/5)^{95}$$

۱۵ اگر a عددی مثبت باشد، کدام عبارت همواره صحیح است؟

- (۱) اگر $\sqrt{a} < a$ آنگاه a قطعاً عددی بین صفر و یک است.
- (۲) اگر $\sqrt[3]{a} = a$ آنگاه دو مقدار مختلف برای a وجود دارد.
- (۳) اگر $\sqrt[3]{a} < a$ آنگاه a هر عدد دلخواه مثبتی می‌تواند باشد.
- (۴) اگر $\sqrt{a} > a$ آنگاه a قطعاً عددی بین صفر و یک است.

۱۶ حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف

$$\sqrt[6]{32} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}}$$

ب

$$\sqrt[4]{(-3)^4} + \sqrt[5]{(-2)^5} + 27^{\frac{2}{3}}$$

پ

$$\sqrt{2 - \sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6 + 4\sqrt{2}}$$

۱۷ ریشه سوم عدد a برابر -5 است. ریشه نهم این عدد برابر کدام گزینه است؟

- | | |
|---------------------|--------------------|
| (۱) $\sqrt[9]{-25}$ | (۲) $\sqrt[5]{25}$ |
| (۳) $\sqrt[3]{5}$ | (۴) $\sqrt[3]{-5}$ |

۱۸ اگر A برابر با ریشه چهارم و منفی عدد 1296 و B برابر با ریشه پنجم عدد -243 باشد، آنگاه حاصل $A - B$ کدام است؟

- | | |
|---------|----------|
| (۱) 9 | (۲) -9 |
| (۳) 3 | (۴) -3 |

۱۹ حاصل عبارت $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{72} + \sqrt{3}(\sqrt{96} - \sqrt{12}) - \sqrt{162}$ کدام است؟

- | | |
|-----------------|----------------|
| (۱) $\sqrt{3}$ | (۲) $\sqrt{2}$ |
| (۳) $\sqrt{18}$ | (۴) $\sqrt{6}$ |

۲۰ کدام تساوی درست است؟

$$-2\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{(-2)^4 \times 3} \quad (۲)$$

$$\sqrt[4]{81} = \pm 3 \quad (۱)$$

$$2\sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2^4} \quad (۴)$$

$$\sqrt[6]{(-2)^2} = \sqrt[3]{-2} \quad (۳)$$

۲۱ اگر ریشه پنجم عدد ۳۲ برابر α و ریشه چهارم منفی عدد $\frac{1}{\alpha}$ برابر β باشد، آنگاه $\alpha^2 \times \frac{2}{\beta}$ کدام است؟

$$۱۲ \quad (۲)$$

$$۲۴ \quad (۱)$$

$$-۲۴ \quad (۴)$$

$$-۱۲ \quad (۳)$$

۲۲ حاصل عبارت $\sqrt[6]{0/000064} \times \sqrt[4]{(0/0081)^{-1}}$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

$$۲ \quad (۴)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۳)$$

۲۳ $\sqrt[4]{49}$ را با فرجه ۶ بنویسید.

۲۴ درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

الف اگر U مجموعه‌ای نامتناهی و A نیز نامتناهی باشد، A' متناهی است.

ب اگر $A \subseteq B$ ، آنگاه $B' \subseteq A'$.

$$\sqrt[y]{x^y} = |x| \quad (پ)$$

$$\sin 80^\circ > \sin 20^\circ \quad (ت)$$

۲۵ با فرض آنکه $0 < a < 1$ باشد، عبارات زیر را باهم مقایسه کنید.

$$\sqrt[n]{a} \square \sqrt[n+1]{a}$$

$$a^n \square a^{n-1}$$

۲۶ اگر $0 < a < 1$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|\sqrt{a} - a| + |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| - |a - \sqrt[3]{a}| =$$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{16}}$$

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}}$$

۲۹ نسبت منفی ریشهٔ چهارم ۱۶ به ریشهٔ سوم ۱۲۵ - کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{2}{5}$
 (۲) $-\frac{2}{5}$
 (۳) $(\frac{2}{3})^{\frac{4}{5}}$
 (۴) $-(\frac{2}{3})^{\frac{4}{5}}$

۳۰ ریشهٔ پنجم عدد -243 - کدام است؟

- (۱) ۴
 (۲) ۳
 (۳) -3
 (۴) ریشهٔ پنجم ندارد.

۳۱ ریشهٔ سوم ۶۴ چند برابر ریشهٔ دوم ۳۲ است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
 (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۳) $\pm\sqrt{2}$
 (۴) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۲ اگر $0 < a < 1$ باشد، حاصل عبارت $A = |a - \sqrt[5]{a}| + |-\sqrt{a} + \sqrt[5]{a}|$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt[5]{a}$
 (۲) $\sqrt{a} - a$
 (۳) $a - \sqrt{a}$
 (۴) $2\sqrt[5]{a} - \sqrt{a} - a$

۳۳ به ازای $x = \sqrt[4]{2}$ و $y = \sqrt[4]{32}$ مقدار عبارت $\frac{(x + y^2)(x^2 + y^4)(x^4 + y^8)}{x^2 y^2}$ کدام است؟

- (۱) ۲۵۵
 (۲) ۲۵۰
 (۳) $8\sqrt{2}$
 (۴) $10\sqrt{2}$

۳۴ اعداد $a = \sqrt{\sqrt{26} + \sqrt[3]{65}}$ و $b = \sqrt{\sqrt[3]{26} + \sqrt{65}}$ و $c = \sqrt[3]{\sqrt{26} + \sqrt{65}}$ به ترتیب در کدام گزینه آمده‌اند؟

- (۱) $c > a > b$
 (۲) $b > a > c$
 (۳) $b > c > a$
 (۴) $a > b > c$

پاسخ نامه Homework

۱

$$a^2 > a^3 \quad \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$$

پاسخ سؤالات ۲ تا ۳

۲

$$2\sqrt{16 \times 3} - \sqrt{25 \times 3} + \sqrt{4 \times 3} = 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

۳

$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{2} = \frac{-1+5}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

پاسخ سؤالات ۴ تا ۷

۴

$$m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ مقدار شیب خط برابر است با}$$

۵

$$b^2 = ac = 2 \times 18 = 36 \Rightarrow b = \pm 6 \text{ واسطه هندسی بین دو عدد ۲ و ۱۸ عدد}$$

۶

$$a > 1 \text{ (بزرگتر از یک)}$$

۷

جمع آوری اعداد و ارقام

پاسخ سؤالات ۸ تا ۱۲

۸

جدا از هم

۹

نامتناهی

۱۰

بین ۳ و ۴

۱۱

-۴ و ۲۵۶

۱۲ [-۱, ۲]

۱۳ الف

ب

۱۴

۱۵

گزینه ۴

گزینه "۱": $\sqrt[n]{a} < a, a > 0 \Rightarrow a > 1$ گزینه "۲": $\sqrt[n]{a} = a, a > 0 \Rightarrow a = 1$ مقدار دارد.گزینه "۳": $\sqrt[n]{a} < a, a > 0 \Rightarrow a > 1$ گزینه "۴": $\sqrt[n]{a} > a, a > 0 \Rightarrow 0 < a < 1$

۱۶ الف

ب

پ

$$\frac{5^{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}}}{5^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}} = \frac{5^{\frac{2}{3}}}{5^{\frac{3}{3}}} = 5^{\frac{2}{3}-\frac{3}{3}} = 5^{-\frac{1}{3}} = 5^{-\frac{2}{6}} = 5^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{5^{\frac{2}{3}}}$$

$$\sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{3^2} \times 3} = \sqrt[6]{3^3} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt[4]{(-5)^4} = |-5| = 5$$

$$\text{حاصل} = \sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 5 = 6\sqrt{3} - 5$$

$$\sqrt[5]{-0/3} > \sqrt[3]{-0/3} \quad (1/5)^{90} < (1/5)^{95}$$

$$\sqrt[6]{25} \times \sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{25 \times 2} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

$$|-3| + (-2) + (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3 - 2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$$

$$\begin{aligned} \sqrt[2 \times 2]{(2 - \sqrt{2})^2} \times \sqrt[4]{6 + 4\sqrt{2}} &= \sqrt[4]{(6 - 4\sqrt{2})(6 + 4\sqrt{2})} \\ &= \sqrt[4]{36 - 32} = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

گزینه ۴

۱۷

طبق صورت سؤال ریشه سوم عدد a برابر -5 است:

$$\sqrt[3]{a} = -5$$

دو طرف به توان ۳:

$$(\sqrt[3]{a})^3 = (-5)^3 \Rightarrow a = -125 = (-5)^3$$

ریشه نهم عدد عبارت است از:

$$\sqrt[9]{-125} = \sqrt[9]{(-5)^3} = (-5)^{\frac{3}{9}} = (-5)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-5}$$

گزینه ۴

۱۸

$$a \geq 0: \begin{cases} \text{زوج } n & \text{ریشه } n \text{ ام } a = \sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a} \\ \text{فرد } n & \text{ریشه } n \text{ ام } a = \sqrt[n]{a} \end{cases}$$

$$a < 0: \begin{cases} \text{زوج } n & \text{ریشه ندارد} \\ \text{فرد } n & \text{ریشه } n \text{ ام } a = \sqrt[n]{a} \end{cases}$$

$$A = -\sqrt[4]{1296} = -\sqrt[4]{6^4} = -6$$

$$\Rightarrow B = \sqrt[5]{-243} = \sqrt[5]{(-3)^5} = -3 \Rightarrow A - B = -6 + 3 = -3$$

گزینه ۳

۱۹

تک تک رادیکال‌ها را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt[3]{72} = \sqrt[3]{8 \times 9} = 2\sqrt[3]{9}$$

$$\sqrt{96} = \sqrt{16 \times 6} = 4\sqrt{6}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{162} = \sqrt{81 \times 2} = 9\sqrt{2}$$

حال عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{72} + \sqrt{3}(\sqrt{96} - \sqrt{12}) - \sqrt{162}$$

$$= \sqrt[3]{3} \times 2\sqrt[3]{9} + \sqrt{3}(4\sqrt{6} - 2\sqrt{3}) - 9\sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt[3]{27} + 4\sqrt{18} - 6 - 9\sqrt{2}$$

$$= (2 \times 3) + 12\sqrt{2} - 6 - 9\sqrt{2} = 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

گزینه ۴

۲۰

$$2\sqrt[3]{-2} \xrightarrow[\text{رادیکال با فرجه فرد}]{\text{خارج کردن منفی از}} -2\sqrt[3]{2} \xrightarrow[\text{رادیکال با فرجه ۳}]{\text{بردن عدد ۲ داخل}} -\sqrt[3]{2^3 \times 2} = -\sqrt[3]{2^4}$$

$$۱) \sqrt[4]{\lambda 1} = 3$$

$$۲) -2\sqrt[4]{3} = -\sqrt[4]{2^4 \times 3}$$

$$۳) \sqrt[4]{(-2)^2} = \sqrt[4]{2}$$

گزینه ۴

۲۱

$$\sqrt[5]{3^2} = \alpha \Rightarrow \alpha = 2:3^2$$

$$-\sqrt[4]{\frac{1}{\lambda 1}} = \beta \Rightarrow \beta = -\frac{1}{3} : \frac{1}{\lambda 1}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 \times \frac{2}{\beta} = (2)^2 \times 2 \times (-3) = -24$$

گزینه ۲

۲۲

$$\sqrt[5]{\frac{0/000064}{0/0001}} \times \sqrt[4]{\frac{1}{0/0001}} = 0/2 \times \frac{1}{0/3} = \frac{0/2}{0/3} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt[4]{49} = \sqrt[4]{7^2} = \sqrt{7} = \sqrt[4]{7^3}$$

۲۳

الف نادرست

۲۴

ب درست

پ نادرست

ت درست

$$\sqrt[n]{a} < \sqrt[n+1]{a}$$

$$a^n < a^{n-1}$$

۲۵

$$0 < a < 1 \Rightarrow a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \dots$$

$$\sqrt{a} - a - \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} - (-a + \sqrt[3]{a}) = \sqrt{a} - a - \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + a - \sqrt[3]{a} = 0$$

۲۶

$$\frac{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{16}} = \frac{\sqrt[3]{3^3 \times 2} + \sqrt[3]{2^6 \times 2}}{\sqrt[3]{5^3 \times 2} - \sqrt[3]{2^3 \times 2}} = \frac{3\sqrt[3]{2} + 2^2\sqrt[3]{2}}{5\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2}} = \frac{7\sqrt[3]{2}}{3\sqrt[3]{2}} = \frac{7}{3}$$

۲۷

$$\begin{aligned} \sqrt{2 + \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}} &= \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} \times \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{2^2 + \sqrt{3^2} + 2(2)(\sqrt{3})} \times \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{(7 + 4\sqrt{3})(7 - 4\sqrt{3})} = \sqrt{(7^2 - (4\sqrt{3})^2)} = \sqrt{49 - 48} = \sqrt{1} = 1 \end{aligned}$$

۲۸

گزینه ۱

۲۹

دربارهٔ ریشهٔ n ام عددی مانند a داریم:

$$a \geq 0 \begin{cases} n \text{ زوج} \Rightarrow a \text{ ریشه } n \text{ام} = \sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a} \\ n \text{ فرد} \Rightarrow a \text{ ریشه } n \text{ام} = \sqrt[n]{a} \end{cases}$$

$$a < 0 \begin{cases} n \text{ زوج} \Rightarrow \text{ریشه ندارد} \\ n \text{ فرد} \Rightarrow a \text{ ریشه } n \text{ام} = \sqrt[n]{a} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 16 \text{ منفی ریشه چهارم} &= -\sqrt[4]{16} = -\sqrt[4]{2^4} = -2 \text{ یا } -(-\sqrt[4]{2^4}) = 2 \\ -125 \text{ ریشه سوم} &= \sqrt[3]{-125} = \sqrt[3]{(-5)^3} = -5 \end{aligned} \Rightarrow \text{نسبت} = \frac{\pm 2}{-5} = \pm \frac{2}{5}$$

گزینه ۳

۳۰

$$-243 = -3 \times 81 = -3 \times 3^4 = -3 \times (-3)^4 = (-3)^5 \Rightarrow \sqrt[5]{-243} = \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$$

گزینه ۴

۳۱

می‌دانیم هر عدد مثبت دو ریشه زوج قرینه هم دارد.

$$\frac{\sqrt[3]{64}}{\pm\sqrt{32}} = \frac{\sqrt[3]{4^3}}{\pm\sqrt{16 \times 2}} = \frac{4}{\pm 4\sqrt{2}} = \frac{1}{\pm\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۴

۳۲

می‌دانیم: اعداد بین صفر و یک هرچه رادیکال به فرجهٔ بزرگ‌تری از آن‌ها بگیریم، بزرگ‌تر می‌شوند.

$$a < \sqrt[3]{a} \Rightarrow a - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt[3]{a}| = \sqrt[3]{a} - a$$

$$\sqrt{a} < \sqrt[3]{a} \Rightarrow \sqrt[3]{a} - \sqrt{a} > 0 \Rightarrow |-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}| = -\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt[3]{a} - a - \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} = 2\sqrt[3]{a} - \sqrt{a} - a$$

گزینه ۱

۳۳

$$\left. \begin{aligned} x^2 &= (\sqrt[4]{2})^2 = \sqrt{2} \\ y^2 &= (\sqrt[4]{32})^2 = 2\sqrt{2} \\ x^6 &= (\sqrt{2})^2 = 2 \\ y^6 &= (\sqrt[4]{25})^2 = 5\sqrt{2} \\ y^8 &= (\sqrt[4]{32})^4 = 32 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{(\sqrt[4]{2} + 2\sqrt[4]{2})(\sqrt{2} + 4\sqrt{2})(2 + 32)}{\sqrt{2} \times 2\sqrt[4]{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt[4]{2} \times 5\sqrt{2} \times 34}{\sqrt{2} \times 2\sqrt[4]{2}} = \frac{3 \times 5 \times 34}{2} = 255$$

گزینه ۲

۳۴

سه عدد a و b و c را به صورت تقریبی حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} a &= \sqrt{\sqrt{26} + \sqrt[3]{65}} \simeq \sqrt{\sqrt{25} + \sqrt[3]{64}} = \sqrt{5 + 4} = \sqrt{9} = 3 \\ b &= \sqrt[3]{\sqrt{26} + \sqrt{65}} \simeq \sqrt[3]{\sqrt[3]{27} + \sqrt{64}} = \sqrt[3]{3 + 8} = \sqrt[3]{11} \simeq 3/3 \\ c &= \sqrt[4]{\sqrt{26} + \sqrt{65}} \simeq \sqrt[4]{\sqrt{25} + \sqrt{64}} = \sqrt[4]{5 + 8} = \sqrt[4]{13} \simeq 2/3 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow b > a > c$$

BOX 3: توان‌های گویا

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ کتاب درسی)

تعریف توان‌های گویای اعداد حقیقی مثبت در این قسمت گفته می‌شود. هم‌پنین روابط تکمیلی برای رادیکال‌ها نیز بیان می‌شود.

تعریف: برای هر عدد طبیعی n ، $(n \geq 2)$ ، توان $\frac{1}{n}$ عدد مثبت a را چنین تعریف می‌کنیم:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

مثال:

$$3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}, \quad 2^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{2}, \quad 6^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{6} = \sqrt[6]{2 \cdot 3} = \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{3} = 2^{\frac{1}{6}} \cdot 3^{\frac{1}{6}}$$

تذکر مهم: عبارت‌هایی مانند $(-1)^{\frac{1}{5}}$ ، $(-3)^{\frac{2}{8}}$ و ... را که در آن‌ها پایه a منفی است، تعریف نمی‌شوند. **اعداد منفی را با توان کسری ننویس.**

تعریف: هرگاه $a > 0$ ، برای هر دو عدد طبیعی m و n ، توان کسری و غیر صحیح $\frac{m}{n}$ عدد a را چنین تعریف می‌کنیم:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

(توجه کنیم عدد مخرج، در کسر $\frac{m}{n}$ در فرجه رادیکال قرار می‌گیرد.)

اگر $a > 0$ و m و n دو عدد طبیعی باشند، $a^{\frac{m}{n}}$ به صورت $a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}}$ تعریف می‌شود. بنابراین داریم

هم‌چنین $a^{-\frac{m}{n}}$ به صورت روبه‌رو تعریف می‌شود: **هر عدد به توان منفی برابر است با عکس همان عدد به همان توان مثبت**

تعرین: هر یک از اعداد توان‌دار زیر را در صورت امکان به شکل رادیکال بنویسید.

$$\sqrt[4]{2^7} = \sqrt[2]{2^7} = 2^{\frac{7}{2}} \quad (2) \qquad \sqrt[7]{3^4} = 3^{\frac{4}{7}} \quad (1)$$

قواعد توان: قواعد توان، برای اعداد گویا مانند اعداد صحیح برقرار است. اگر r و s دو عدد گویا و $a > 0$ باشد، آن‌گاه:

- ۱) $a^r \times a^s = a^{r+s}$
- ۲) $a^r \times b^r = (ab)^r$
- ۳) $a^r \div a^s = a^{r-s}$
- ۴) $a^r \div b^r = (\frac{a}{b})^r, b \neq 0$
- ۵) $(a^r)^s = a^{rs}$
- ۶) $1^r = 1$

$2^5 \times 2^3 = 2^8 = 256$
 $(2^3)^2 = 2^6 = 64$
 به توان ۳ می‌رسد

تعرین: عبارت $\frac{2^4 \times 2^3}{2^5 \times 6^3}$ را به صورت یک عبارت رادیکالی بنویسید.

$\frac{2^4 \times 2^3}{2^5 \times 6^3} = \frac{2^7}{2^5 \times (2 \cdot 3)^3} = \frac{2^7}{2^5 \times 2^3 \times 3^3} = \frac{2^7}{2^8 \times 3^3} = \frac{1}{2 \times 3^3} = \frac{1}{2 \cdot 27} = \frac{1}{54}$

تذکره: ۱) اگر $a > 0$ و r یک عدد گویا باشد، آن‌گاه:

$a^{-r} = \frac{1}{a^r}$

هر عدد به توان منفی برابر است با عکس همان عدد به همان توان مثبت

$9^{-\frac{3}{4}} = (3^2)^{-\frac{3}{4}} = 3^{2 \times (-\frac{3}{4})} = 3^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{3^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3^3}} = \frac{1}{\sqrt{27}}$

۲) اگر a یک عدد حقیقی مثبت، n یک عدد طبیعی و m یک عدد صحیح منفی باشد، آن‌گاه:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$5^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{5^2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25}}$$

مثال:

(۳) اگر $a > 0$ و هم‌چنین m و n دو عدد طبیعی باشند، آن‌گاه:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} \quad (\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m]{a^{\frac{1}{n}}} = (a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{n} \times \frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{nm}} = \sqrt[mn]{a})$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{4}} = \sqrt[3 \times 5]{4} = \sqrt[15]{4}$$

مثال:

$$a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$$

(۴) اگر a و b دو عدد مثبت و n یک عدد طبیعی باشد، آن‌گاه:

از این نکته برای انتقال ضریب رادیکال به داخل رادیکال و یا در ساده‌کردن رادیکال‌ها استفاده می‌کنیم.

$$3\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{3^3 \times 5} = \sqrt[3]{27 \times 5} = \sqrt[3]{135}$$

مثال:

$$\sqrt[n]{a^m} = k \sqrt[n]{a^{km}} \quad ; (a > 0)$$

(۵) اگر k, n و m سه عدد طبیعی باشند، آن‌گاه:

می‌دانیم در ضرب رادیکال‌ها، فرجه‌ها باید با هم برابر باشند. اگر دو رادیکال با فرجه‌های غیربرابر ضرب شده باشند، با استفاده از این نکته، فرجه‌ها را یکسان می‌کنیم: **فرجه مشترک**

$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt{2} = \sqrt[3 \times 2]{4^2} \times \sqrt[2 \times 3]{2^3} = \sqrt[6]{4^2} \times \sqrt[6]{2^3} \stackrel{4^2=2^4}{=} \sqrt[6]{2^4} \times \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{2^7} = \sqrt[6]{2^6} \times \sqrt[6]{2} = 2\sqrt[6]{2}$$

مثال:

تعریف: عدد $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}\sqrt[5]{3}}$ را به صورت یک عبارت با یک رادیکال بنویسید.

$$\ominus \sqrt[3]{2\sqrt{5}\sqrt[3]{3}} = \ominus \sqrt[3]{2\sqrt[5]{5^3}\sqrt[3]{3}} = \ominus \sqrt[3]{2\sqrt[5]{(3^5)(3)}} = \ominus \sqrt[3]{2\sqrt[5]{(3^6)}} = \ominus \sqrt[3]{(2 \times 3^2)\sqrt[5]{(3^2)}} = \ominus \sqrt[3]{(108)\sqrt[5]{9}}$$

پرسش‌های تشریحی:

(مشابه تمرین ۱ صفحه ۶۱ کتاب درسی)

۱- توان‌های کسری را به شکل رادیکال بنویسید.

$$\sqrt[5]{3^6} = \frac{6}{5} \quad \text{(ت)} \quad \sqrt[2]{(18)^3} = 18^{\frac{3}{2}} \quad \text{(پ)} \quad \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} \quad \text{(ب)} \quad \sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{4}} \quad \text{(آ)}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{2^{-\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^{-2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{4}}} = \sqrt[3]{4} \quad \text{(ج)}$$

$$\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{32^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{32^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{1024}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^{10}}} = \frac{1}{2^{\frac{10}{3}}} = 2^{-\frac{10}{3}} = \frac{1}{2^{\frac{10}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^{10}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{1024}}$$

$$15^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{15^{\frac{3}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{15^3}} = \frac{1}{\sqrt[5]{3375}}$$

$$3^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{5^{\frac{3}{2}}} \times 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5}$$

$$\sqrt[4]{\frac{1}{18}} = \sqrt[4]{5^{-3}} = 5^{-\frac{3}{4}} = 5^{-0.75}$$

۲- رادیکال‌های زیر را به شکل توان کسری بنویسید.

$$\sqrt[5]{5^4} = 5^{\frac{4}{5}} \quad \text{(پ)} \quad \sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{4}} \quad \text{(ب)} \quad \sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}} \quad \text{(آ)}$$

$$\sqrt[5]{\sqrt{2}} = \sqrt[5]{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{1}{10}} \quad \text{(ج)}$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{16}} = \sqrt[5]{2^{-4}} = 2^{-\frac{4}{5}} \quad \text{(ت)}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{25}} = \sqrt[3]{5^{\frac{2}{2}}} = \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} \quad \text{(ح)}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{2^{\frac{1}{3}}} = 2^{\frac{1}{9}} \quad \text{(ز)}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{32}} = \sqrt[4]{2^{\frac{5}{3}}} = 2^{\frac{5}{12}} \quad \text{(ع)}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[7]{5^1} = (5)^{\frac{1}{7}}$$

$$\sqrt[1]{\frac{1}{2}} = \sqrt[1]{2^{-1}} = 2^{-\frac{1}{1}} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{7}} = \frac{1}{3} \quad \text{و به توان}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

نکته: اعداد بیشتر از یک هر چه توانشان بیشتر باشد بزرگترند.

$$2 < 3 \rightarrow 2^2 = 4 < 3^2 = 9$$

$$2^3 = 8 < 3^3 = 27$$

اعداد بین صفر و یک برعکس هر چه توان بیشتر باشد کوچکترند.

$$\sqrt[3]{0.1} \circ \sqrt[2]{0.1} \text{ (مثال الف)}$$

$$0.1 \circ 0.1$$

$$\sqrt[4]{0.11} \circ \sqrt[5]{0.11} \text{ (مثال ب)}$$

$$0.11 \circ 0.11$$

$$\sqrt[7]{-0.1} \circ \sqrt[9]{-0.1} \text{ (مثال د)}$$

$$-\sqrt[7]{0.1} = -\sqrt[9]{0.1} \text{ (مثال د)}$$

تعریف: حاصل عبارت متقابل را به صورت یک عدد رادیکالی بنویسید.

$$\sqrt[3]{\frac{12}{5}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 5^2}{5^3}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 25}{125}} = \sqrt[3]{\frac{300}{125}} = \sqrt[3]{\frac{12}{5}}$$

جواب: $\sqrt[3]{\frac{12}{5}}$

- فرد $\sqrt{-a} = -\sqrt{a}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$

تعریف: حاصل عبارت متقابل را به صورت یک رادیکال بنویسید. قوانین:

$$A = \sqrt[3]{-2 \sqrt{2} \sqrt[5]{3}}$$

$$A = \sqrt[3]{-2 \sqrt{2} \sqrt[5]{3}} = \sqrt[3]{-2 \sqrt{2} \sqrt[5]{3}} = \sqrt[3]{-2 \sqrt{2} \sqrt[5]{3}} = \sqrt[3]{-2 \sqrt{2} \sqrt[5]{3}}$$

$$= \sqrt[3]{-2 \sqrt{2} \sqrt[5]{3}} = \sqrt[3]{-2 \sqrt{2} \sqrt[5]{3}} = \sqrt[3]{-2 \sqrt{2} \sqrt[5]{3}}$$

دو توان فرد به هم ضرب شود زیر رادیکال عدد پشته

$$A = \sqrt[3]{(1.24)(96)}$$

جواب