دکتر رها مسیح

کارنامه خرد

فصل اول

فصل اول هندسه دهم

ترسیم های هندسی استدلال

نمره در امتحان نهایی

سه نمره

تعداد تست

یک تست

پیش نیاز

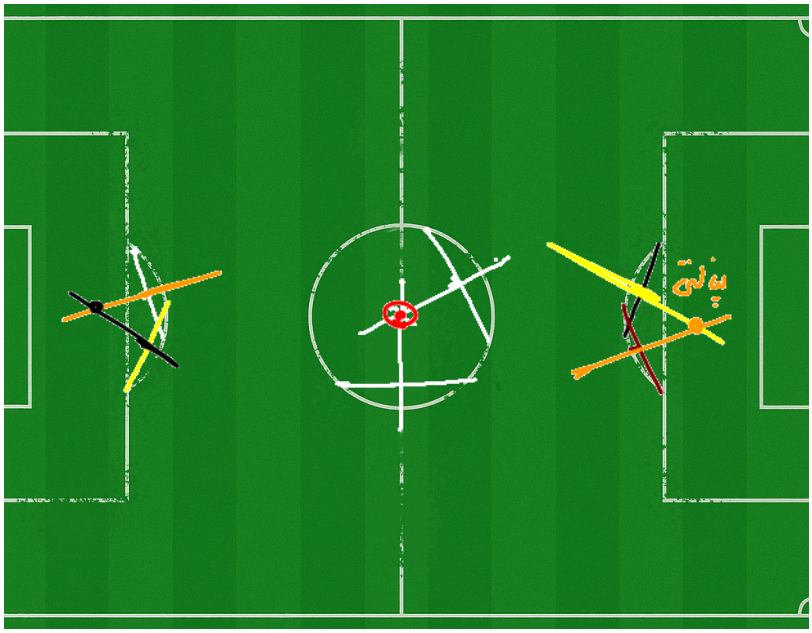
هندسه هفتم
هندسه هشتم
هندسه نهم

درس ۱: ترسیم های هندسی

چرا باید ترسیم هندسی یاد بگیریم؟

ترسیم‌های هندسی فقط یک سری شکل‌های خشک با پرگار و خط‌کش نیستند! آن‌ها زبان طراحی دقیق در دنیای واقعی هستند. از معماری گرفته تا طراحی مسیر ربات‌ها و حتی در بازی‌های ویدیویی، همه‌جا ترسیم هندسی دیده می‌شود. در اینجا چند مثال کاربردی در دنیا واقعی را بیان می کنیم:

مثال ۱: زمین فوتبال



زمین فوتبال فرسوده شده است. نقطه پنالتی و نقطه شروع بازی را پیدا کنید.

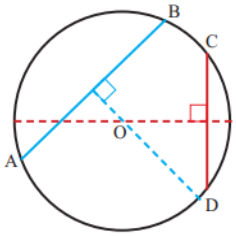
یادآوری هشتم

صفحه ۱۴۰ کتاب درسی

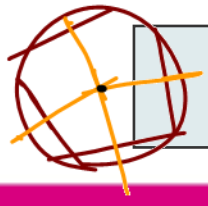
خطی از O بر AB عمود می‌کنیم و پای عمود را H می‌نامیم. دو زاویهٔ H_1 و H_2 قائمه‌اند؛ پس دو مثلث قائم‌الزاویه AOH و BOH در حالت وتر و یک ضلع برابرند؛ پس $\overline{AH} = \overline{BH}$

وسط AB را M می‌نامیم و O را به M وصل می‌کنیم. $\overline{AM} = \overline{BM}$؛ پس دو مثلث AOM و BOM در حالت سه ضلع با هم برابرند؛ پس $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ و چون حاصل‌جمع این دو زاویه ۱۸۰ درجه است، پس هر کدام از آنها ۹۰ درجه است.

نتیجه: خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می شود، آن وتر را نصف می‌کند و برعکس، پاره‌خطی که مرکز دایره را به وسط وتر وصل می‌کند، بر آن وتر عمود است.

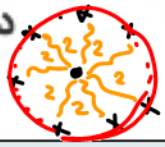


مثال ۲: مرکز ظرف



مرکز دایره = محل تلاقی عمودمنصف دو وتر است
محل هرسی عمودمنصف‌های وترهای دایره.

دکتر رها مسیح



دایره و فاصله

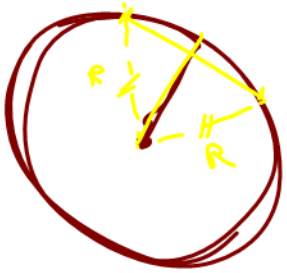
دایره : مجموعه نقاطی است که فاصله آن‌ها از نقطه‌ای ثابت برابر است.
آن نقطه را مرکز دایره و آن فاصله را شعاع دایره می‌نامند.

برای پیدا کردن نقاطی که از یک نقطه به فاصله ثابت هستند باید یک دایره رسم کنیم.
در واقع آن نقطه مرکز دایره و فاصله ثابت شعاع دایره می‌باشد

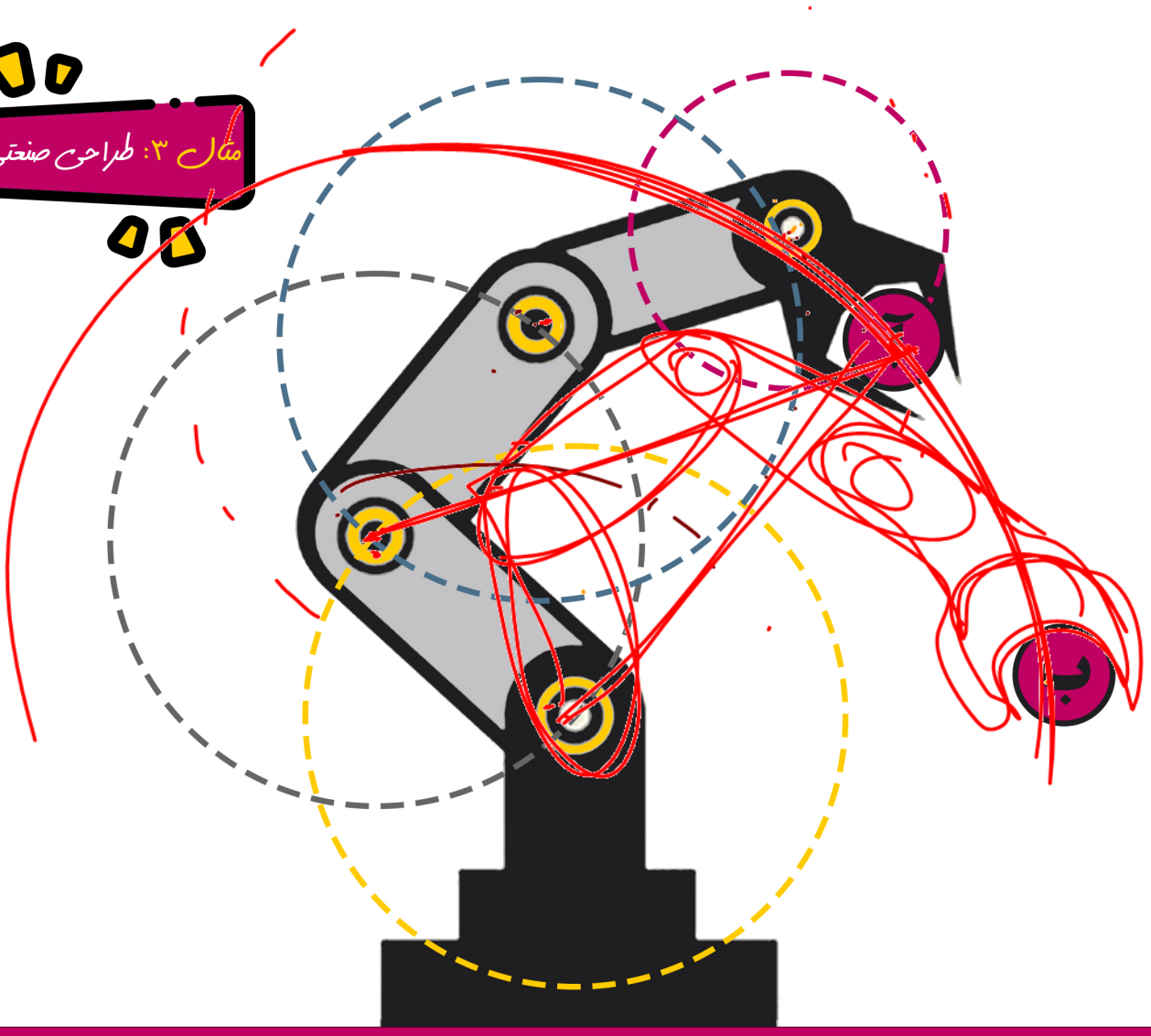
دایره مکان هندسی نقاطی است که از یک نقطه به فاصله ثابت

هر نقطه که از یک نقطه (مرکز) به فاصله ثابت است (شعاع) روی دایره قرار دارد.

هر نقطه روی دایره از یک نقطه ثابت به فاصله ثابت (شعاع) قرار دارد.



مثال ۳: طراحی صنعتی



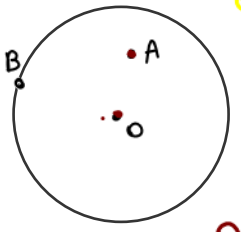
دکتر رها مسیح

هر دایره صفحه را به ۳ بخش تقسیم می کند:

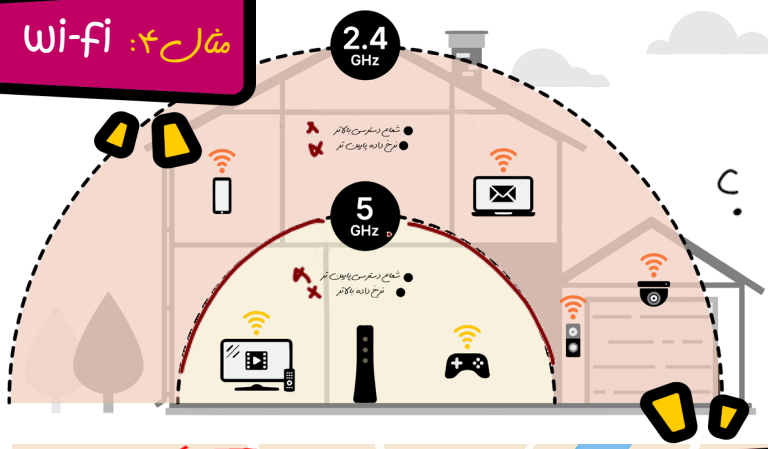
۱) داخل دایره $OA < r$

۲) خارج دایره $OC > r$

۳) روی دایره $OB = r$



مثال ۴: Wi-fi



مثال ۵: مکان یابی

با توجه به آنکه بدون در نظر گرفتن مساحت ایستگاه، شعاع تحت پوشش یک ایستگاه آتش‌نشانی معمولاً ۵ کیلومتر است. به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) آیا این ایستگاه همه محدوده را تحت پوشش قرار می دهد؟ خیر شعاع کمی را پوشش میدهد

ب) در صورت نیاز کدام قطعه برای ایستگاه دوم مناسب است؟ ۱؟ ۲؟

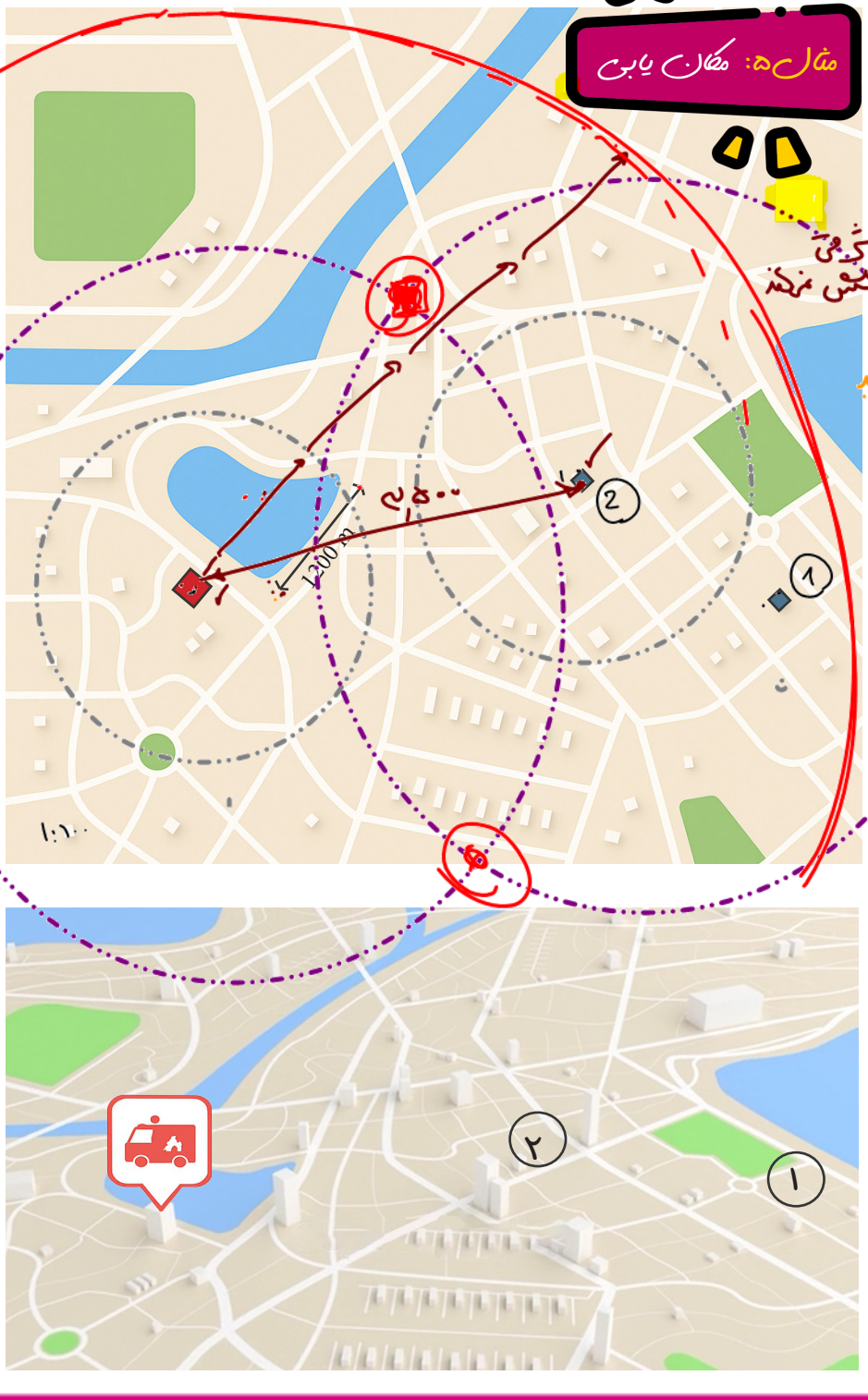
هردو چه کیفیتی را تامین میکنند

ب) در صورت نیاز کدام قطعه برای ایستگاه دوم مناسب است؟

ایستگاه ۲ به شهر نزدیک تر

پ) میخواهیم منبع آبی در فاصله ۱۲۵۰ هریک از این ایستگاه ها قرار دهیم این منبع کجا میتواند قرار گیرد؟

ت) اگر این منبع در فاصله ۲۵۰۰ قرار گیرد چطور؟

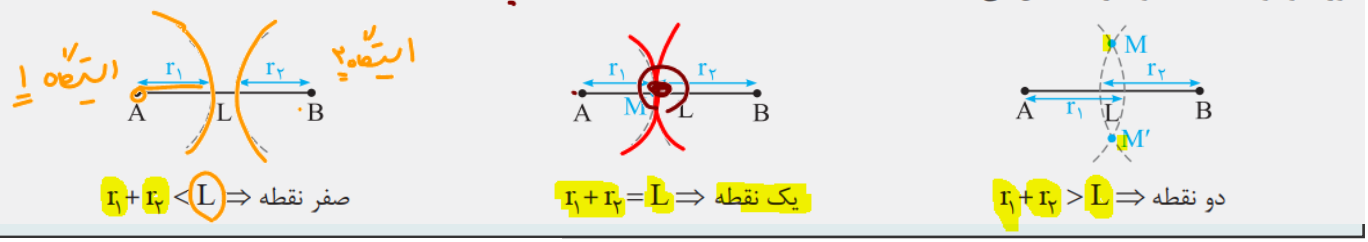


یادآوری نهم

مقیاس = اندازه نقشه / اندازه در واقعیت

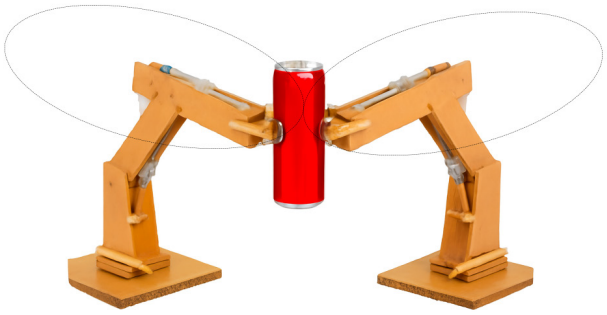
۱ / ۱۰۰۰ = ۱:۱۰۰ ۱:۱۰۰۰

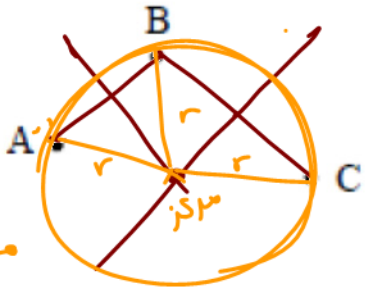
نکته: اگر در مسأله‌ای دنبال نقاطی هستیم که دارای دو ویژگی می‌باشند، باید نقاط مطلوب هر ویژگی را جداگانه رسم کنیم، آن‌گاه محل تلاقی آن‌ها، در صورت وجود، جواب مسأله است. مثلاً اگر دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ L از هم قرار داشته باشند، برای پیدا کردن نقاطی که به فاصلهٔ r_1 از A و به فاصلهٔ r_2 از B باشند، کافی است یک بار به مرکز A و به شعاع r_1 و بار دیگر به مرکز B و شعاع r_2، دایره‌ای رسم کنیم. محل برخورد این دو دایره، در صورت وجود، نقاط مطلوب را مشخص می‌کند.



۱ چند دایره از نقطه های زیر می گذرد؟

۱) صفر
۲) یک
۳) دو
۴) بیشمار

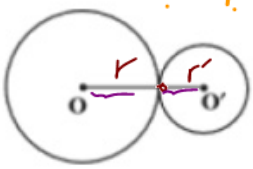




«متخارج»:

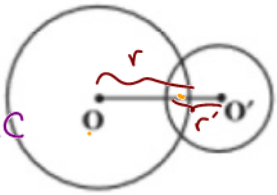
$r+r'<OO'$

«مماس خارج»:



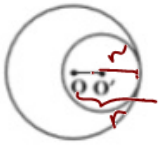
$r+r'=OO'$

«متقاطع»:



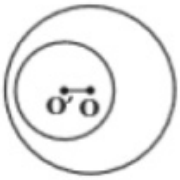
$|r-r'|<OO'<r+r'$

«مماس داخل»:



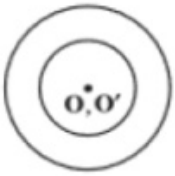
$OO'=|r-r'|$

«متداخل»:



$OO'<|r-r'|$

«هم مرکز»:



$OO'=0$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

نامساوی مثلث

قضیه خط: مجموع دو ضلع از ضلع سوم بزرگتر است.

$AB < AC + BC$

دایره: مثلث $AB < CB + CA$

در یک مثلث: $|AC - BC| < AB < AC + BC$

$AB \leqslant AC + BC$ در حالت تساوی روی یک خط راست.

۲ اگر اضلاع مثلثی قابل رسم با خطکش و پرگار اعداد $۴, ۱۱, ۲a-۱$ باشد، حدود a کدام است؟

۱) $۴ < a < ۹$ ۲) $۲ < a < ۶$ ۳) $۳ < a < ۷$ ۴) $۴ < a < ۸$

$۲a-۱+۴ > ۱۱ \rightarrow ۲a > ۸ \rightarrow a > ۴$

$۲a-۱+۱۱ > ۴ \rightarrow ۲a > -۷$ ✗

$۴ < ۲a-۱ < ۱۵$

$۵ < ۲a < ۱۶$

$۲ < a < ۸$

۳ در یک مثلث متساوی‌الساقین با محیط ۱۸ ساق مثلث در کدام نامساوی صدق می‌کند؟

۱) $۶ < a < ۹$ ۲) $۹ < a < ۱۵$ ۳) $۴/۵ < a < ۹$ ۴) $۶ < a < ۱۲$

$a + a > b \rightarrow ۲a > ۱۸ \rightarrow a > ۹ > ۴/۵$

$a + a + b > a \rightarrow ۱۸ > ۲a \rightarrow ۹ > a$

مثلث های ویژه

در مثلث متساوی‌الاضلاع به ساق a

$۳a > \text{محیط} = ۲P \rightarrow a > \frac{P}{۲}$

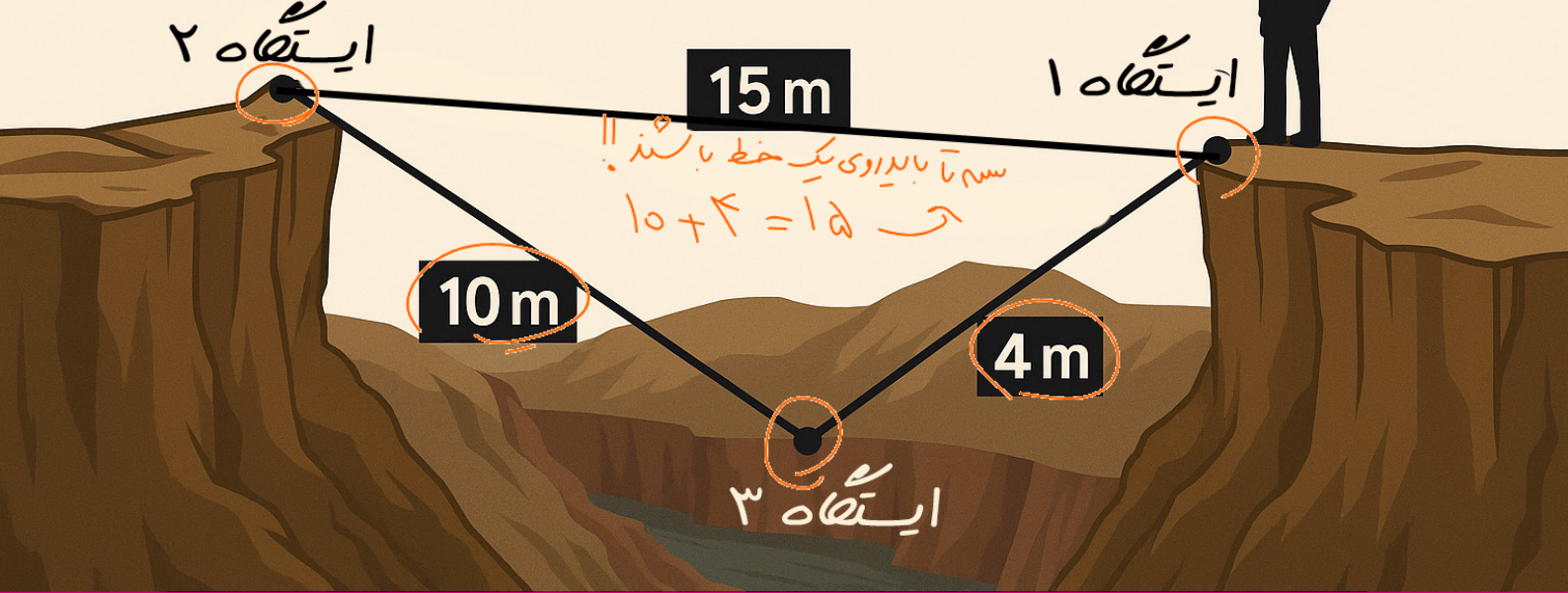
$۲P = \text{محیط} > ۳a \rightarrow a < P$

نصف محیط < ساق < نصف محیط

$\text{محیط} = ۲P$

$\text{نصف محیط} = P$

مثال: نقشه برداری



سه تا باید روی یک خط باشند!!

$۱۰ + ۴ = ۱۴$

۴ اگر محیط یک مثلث برابر با ۷۲ باشد و اندازه اضلاع مثلث برابر نباشند کدام عدد می‌تواند باشد؟

۴۰ (۱) ~~۳۶~~ (۲) ۳۳ (۳) ~~۲۴~~ (۴)

$a<b<c$

$c<a+b+c$

$2c<$ محیط

$c<$ نصف محیط $=36$

ستون الضلاع

$a=b=c=\frac{\text{محیط}}{3}=\frac{72}{3}=24$

بزرگترین و کوچکترین ضلع

$\frac{\text{محیط}}{3}<$ ضلع بزرگ $<$ نصف محیط

$\frac{\text{محیط}}{3}<$ کوچکترین ضلع

۵ اگر اعداد $2x+1$ ، $2x-1$ ، x اضلاع و قطریک مستطیل باشند، آنگاه .....

۱) $x>2$ ۲) $\frac{1}{2}<x<2$ ۳) $x=8$ ۴) $2<x\leq 8$

$2n+1$ ، n ، $2n-1$

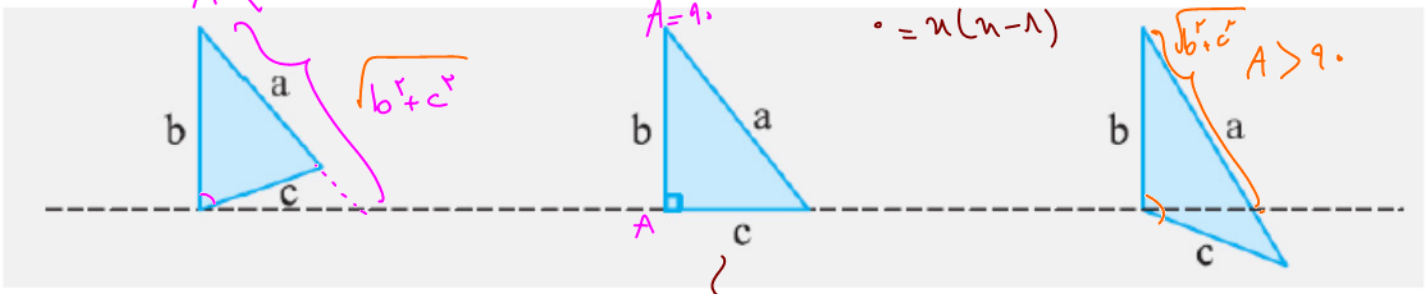
فیثاغورس $(2n+1)^2=n^2+(2n-1)^2$

$4n^2+4n+1=n^2+4n^2-4n+1$

$0=n^2-8n$

$0=n(n-8)$

نوع مثلث



$a^2<b^2+c^2$ $a^2=b^2+c^2$ $a^2>b^2+c^2$

همرسی عمود منصف‌ها مرکز دایره محیطی

داخل مثلث

ارتفاع و همرسی آنها

داخل

همرسی نیمسازها مرکز دایره محاطی

داخل

همرسی میانه‌ها مرکز ثقل

داخل

نیمساز دقیقاً وسط ضلع

$S=\frac{a\times h_a}{2}=\frac{b\times h_b}{2}=\frac{c\times h_c}{2}$

ارتفاع

ارتفاع

S رابطه مساحت روی مثلث

داخل

تلاقی خارج مثلث

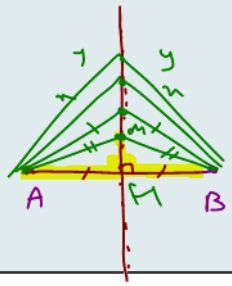
دو ارتفاع خارج مثلث

همرسی خارج

داخل

عمود منصف

عمود منصف یک پاره خط مجموعه نقاطی است که فاصله‌ی آن‌ها از دو سر پاره‌خط برابر است.



۲ فرض: $AH=HB \quad H_1=H_2=90^\circ$

۲ حکم: $MA=MB$

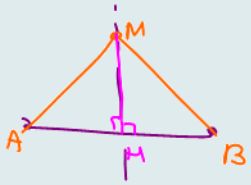
هر نقطه که روی عمودمنصف وجود دارد، ..... به یک فاصله است.

فرض: $MA=MB$

حکم: $HA=HB$ عمود رسم می‌کنیم

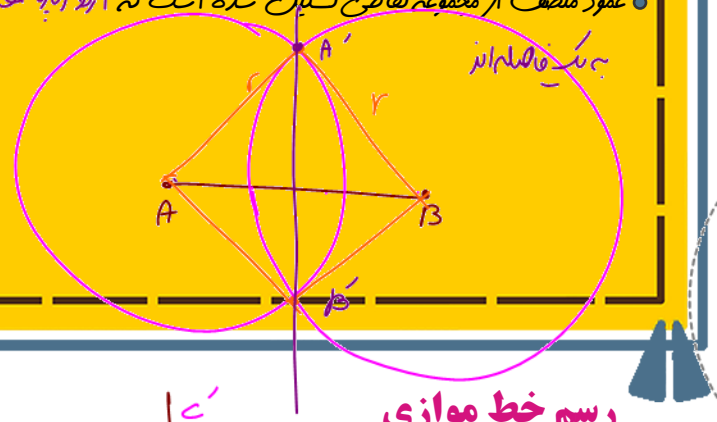
عمودمنصف

عمودمنصف نقاط هندسی تقاطی است که از دو سر پاره خط به یک فاصله اند.

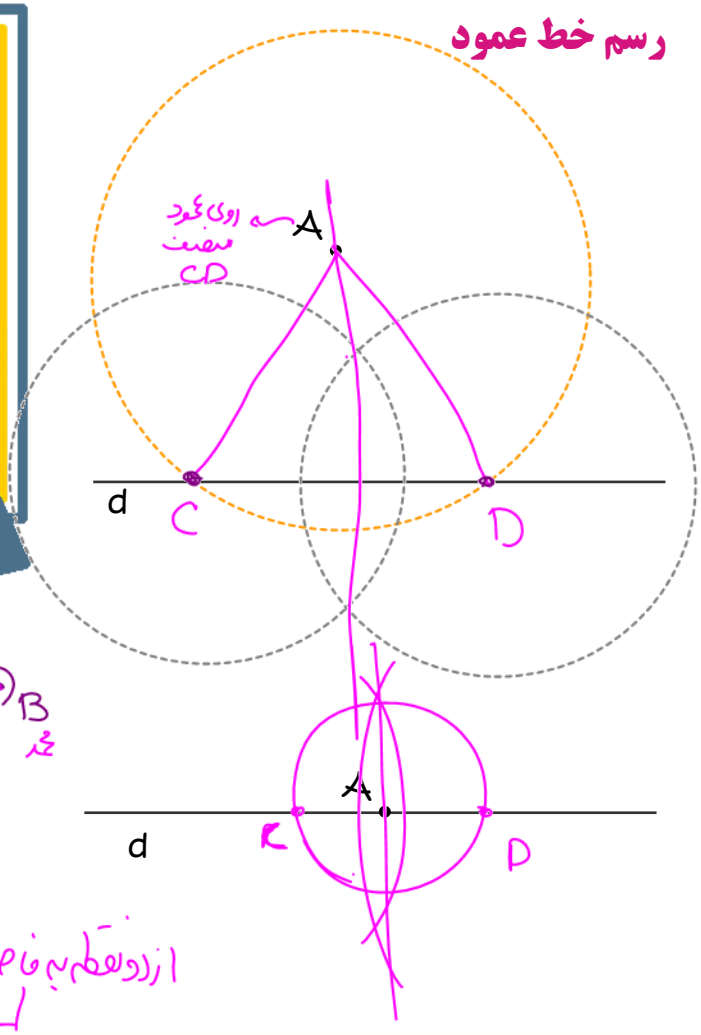


روش رسم عمودمنصف

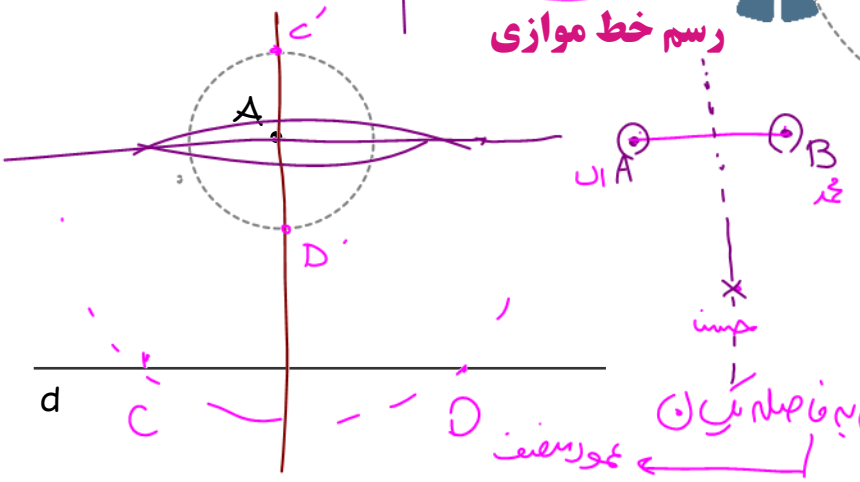
- برای کشیدن یک خط ۲ نقطه لازم است
- عمودمنصف از مجموعه نقاطی تشکیل شده است که از دو سر پاره خط به یک فاصله اند



رسم خط عمود



رسم خط موازی



در یک سالن بازی کامپیوتری، یک مسابقه حرفه‌ای بین بازیکنان برگزار می‌شود. این مسابقه جزو بازی‌های عادلانه محسوب می‌شود، یعنی همه بازیکنان باید در شرایط فنی و ارتباطی کاملاً برابر قرار بگیرند برای حفظ عدالت، باید مودم Wi-Fi در موقعیتی قرار گیرد که فاصله‌اش از بازیکنان مساوی یا نزدیک به مساوی باشد. نقشه سالن به‌صورت پلان زیر طراحی شده است و در آن یازده میز با نام‌های الف تا ذ مشخص شده‌اند. بازیکنان در حالت‌های مختلف پشت میزها می‌نشینند.

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) اگر دو بازیکن در مسابقه شرکت کنند:
۱. اگر بازیکنان پشت میزهای الف و ج بنشینند، وای‌فای باید کجا قرار گیرد تا فاصله‌اش از هر دو برابر باشد؟
۲. اگر بازیکنان پشت میزهای ج و ر بنشینند چطور؟
۳. اگر بازیکنان پشت میزهای ت و الف بنشینند، جای مناسب مودم کجاست؟

روی عمود منصف (یا پره خط دایره دو بازیکن)
در نهایت حالت مختلف

مرکز دایره محیطی مثلث
همرسی عمود منصف‌های مثلث

پره خط‌های دایره

ب) اگر سه بازیکن در مسابقه باشند:
۱. بازیکنان روی میزهای ز، ب، ب
۲. بازیکنان روی میزهای ح، ب، الف

تلاقی عمود منصف‌های دو به دو نقاط!

بازیکن ۱
بازیکن ۲
بازیکن ۳

مثال ۷: توزیع عادلانه

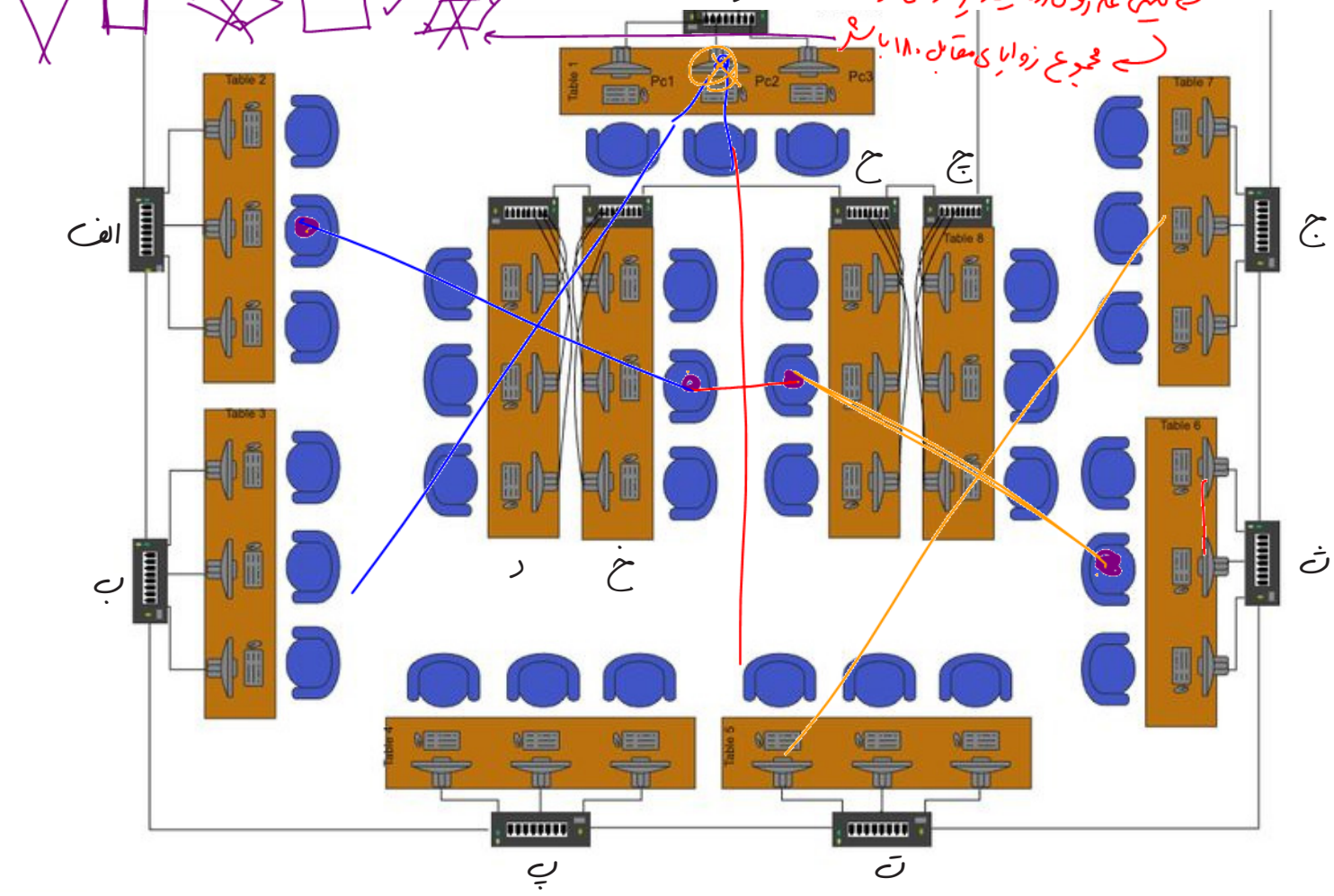
پ) اگر چهار بازیکن در مسابقه باشند:
۱. چه ترکیبی از میزها را پیشنهاد می‌دهید تا وای‌فای در مرکز هندسی بین آن‌ها قرار گیرد؟
۲. با توجه به پلان، آیا ترکیب میزهای ح، ت، ح، الف مناسب است؟ چرا؟

خیر زیرا عمود منصف‌ها همرس نیستند

باید چهار ضلعی محاطی داشته باشیم
یعنی هم رئوس روی یک دایره واقع شوند.
مجموع زوایای مقابل ۱۸۰ باشد

الف

مدل تقریبی مودم را در هر حالت رسم یا توصیف کنید.



خط

همهٔ همهٔ نقاطی که یک ویژگی را دارند.

مکان هندسی **تعریف:** مجموعه‌ی نقاطی از صفحه یا فضا که دارای یک ویژگی مشترک هستند را مکان هندسی می‌نامیم، یعنی هر نقطه در این مجموعه دارای این ویژگی است و هر نقطه که این ویژگی را دارد، عضو این مجموعه است.

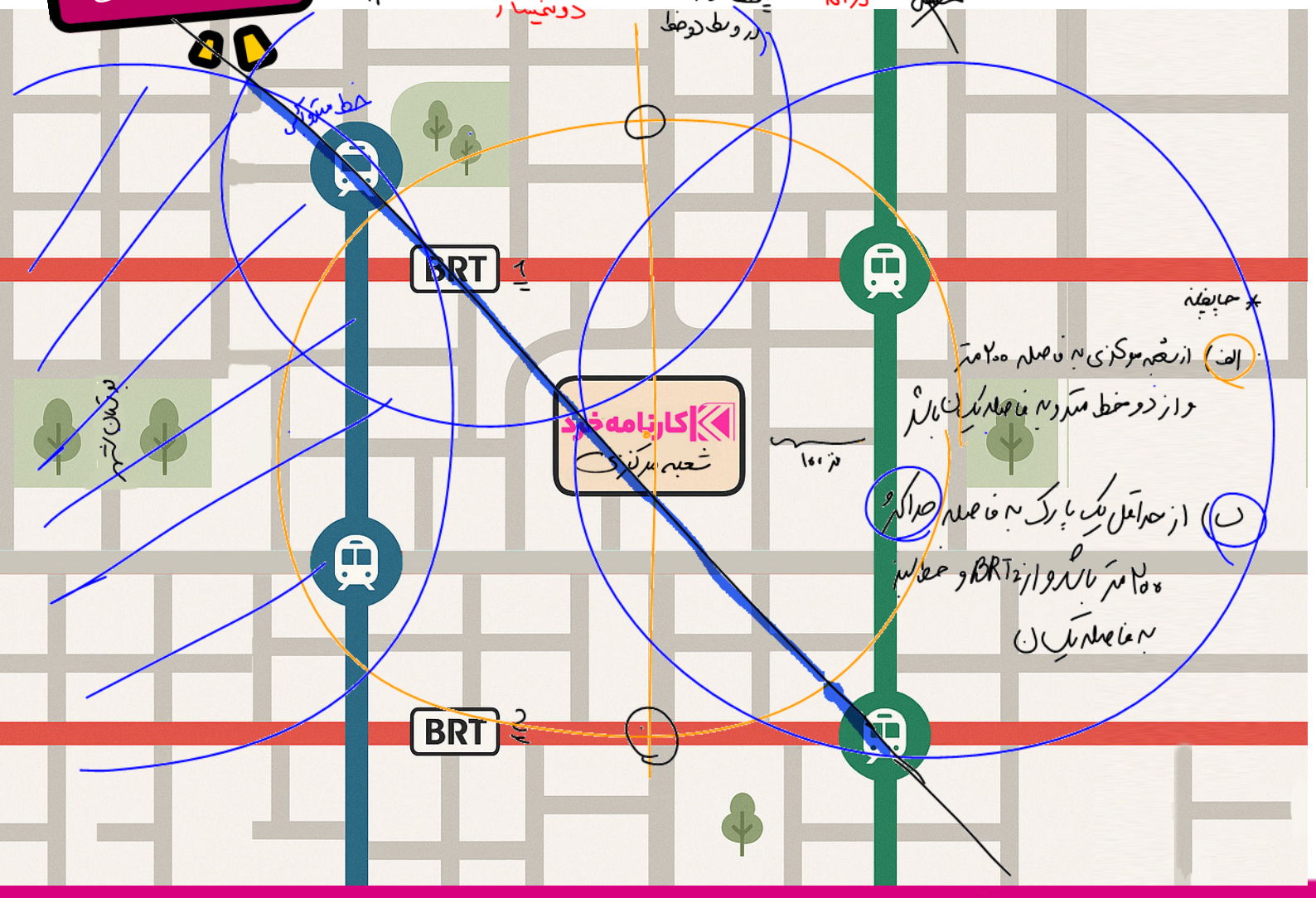
مکان هندسی نقاط به فاصله ثابت از یک نقطه = دایره $C(O,R)$ — مرکز O، شعاع R

مکان هندسی نقاط به فاصله یکسان از دو نقطه = عمود منصف AB — A و B مشخص نیست

مکان هندسی نقاط به فاصله ثابت از یک خط = دو خط موازی با خط

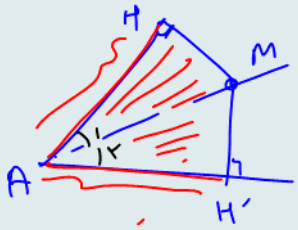
مکان هندسی نقاط به فاصله یکسان از دو خط = نیمساز

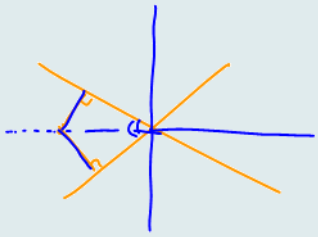
مثال ۸: بهینه یابی



نیمساز

نیمساز یک زاویه مجموعه نقاطی است که ... فاصله ... آن‌ها از دو ضلع زاویه برابر است.





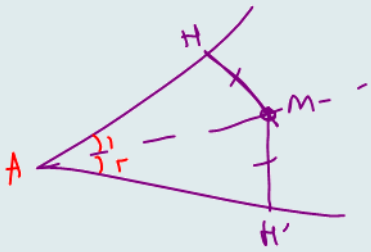
فرض: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

حکم: $MH = MH'$

اما ای مشاهم $AH = AH'$

هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه است، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

نیمساز محل هندسی نقاطی که از دو ضلع زاویه (دو خط) به فاصله یکسان هستند

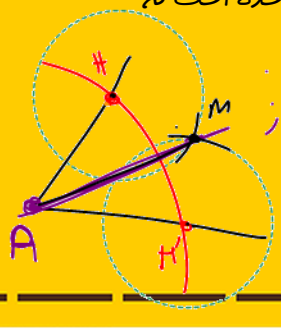


فرض: $MH = MH'$

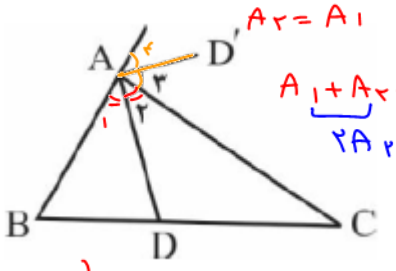
حکم: $A_1 = A_2$

روش رسم نیمساز

- برای کشیدن یک خط ۲ نقطه لازم است
- نیمساز از مجموعه نقاطی تشکیل شده است که



نکته:
همواره نیمسازهای زاویه داخلی و خارجی در یک مثلث بر هم عمودند.



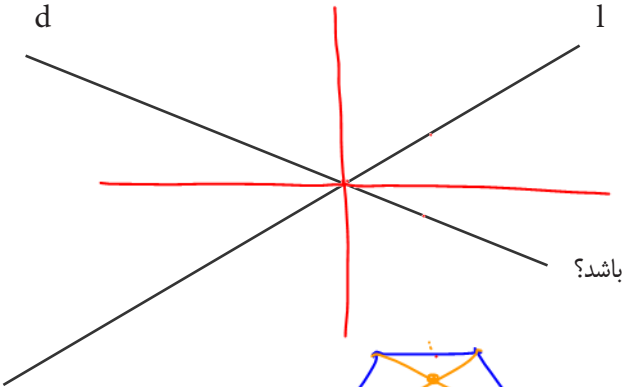
$A_5 = A_4$

$A_2 = A_1$

$A_1 + A_2 + A_5 + A_4 = 180$

$2A_2 + 2A_3 = 180$

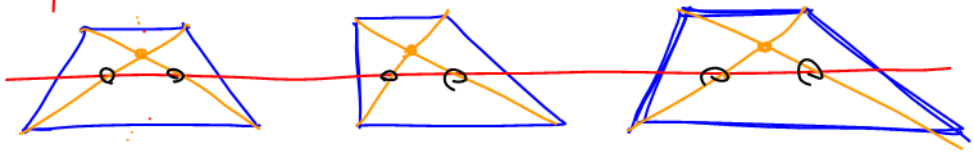
$A_2 + A_3 = 90$



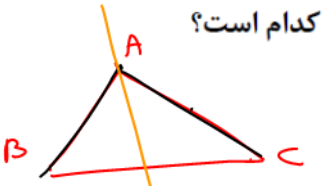
نکته:
مجموعه نقاطی که از دو خط d و l به یک فاصله‌اند = دو خط عمود بر هم

۶ چند نقطه روی قطرهای ذوزنقه ABCD وجود دارد که فاصله آن از دو قاعده یکسان باشد؟

۱) نامشخص
۲) ۲
۳) ۴
۴) بی‌شمار

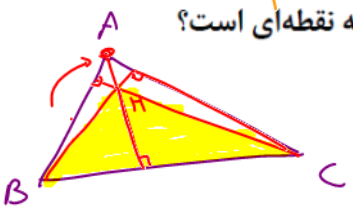


۷ مکان هندسی نقاطی از داخل مثلث که از دو ضلع AB و AC به یک فاصله باشند، کدام است؟

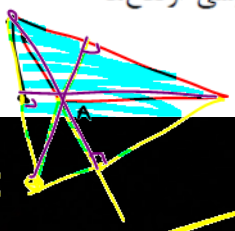


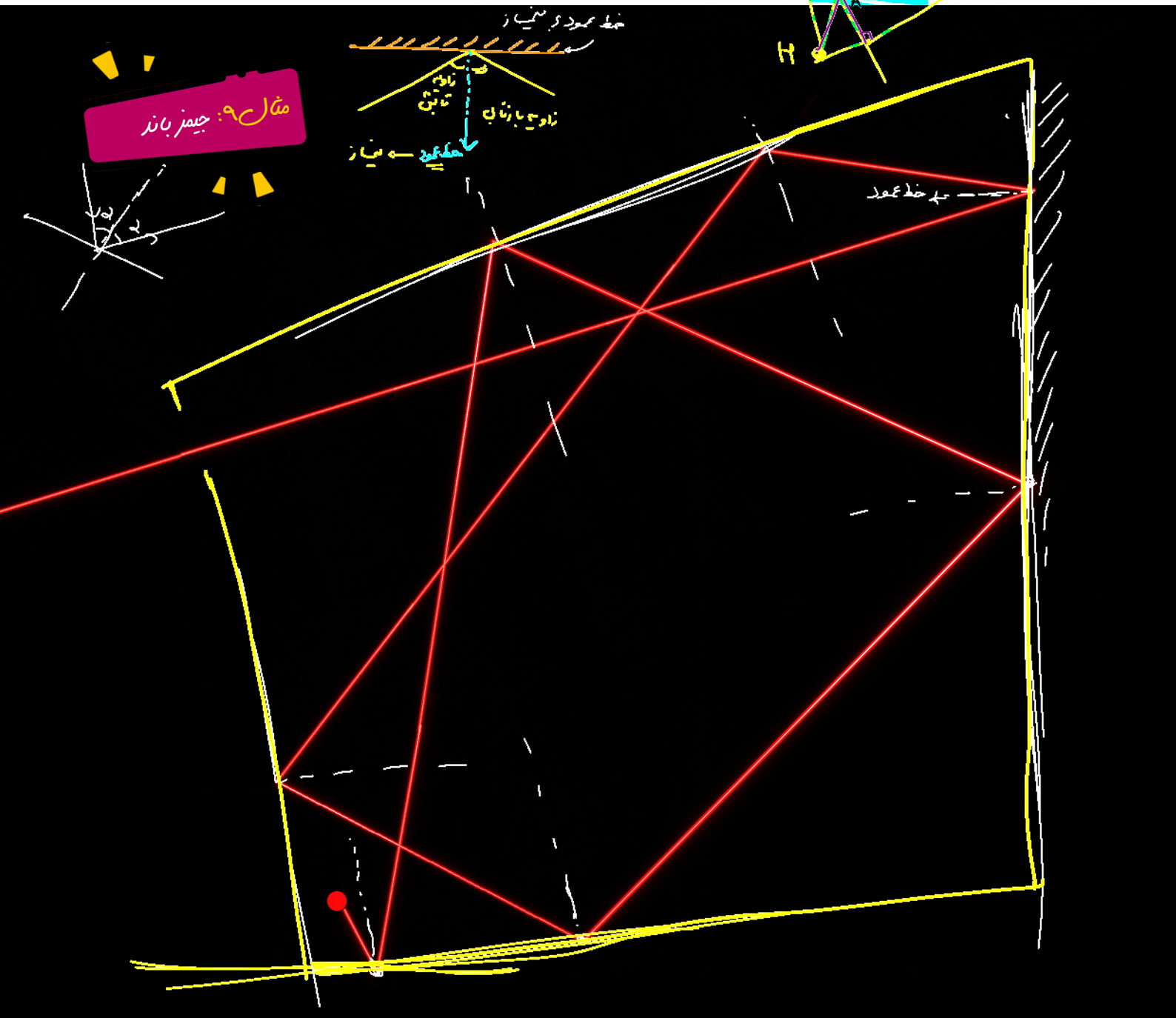
۱) میانه‌ی BC
۲) عمودمنصف BC
۳) نیمساز A
۴) نیمساز B

۸ نقطه‌ی H محل همرسی ارتفاع‌های مثلث ABC می‌باشد. نقطه‌ی A برای مثلث BHC چه نقطه‌ای است؟



۱) محل همرسی ارتفاع‌ها
۲) مرکز ثقل
۳) محل همرسی عمودمنصف‌ها
۴) محل همرسی نیمسازها



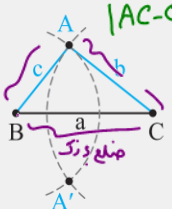


رسم مثلث

سه ضلع

۱ رسم مثلث با معلوم بودن سه ضلع

اگر a ، b و c اندازهٔ اضلاع مثلث ABC باشند، برای رسم آن ابتدا پاره‌خط $BC = a$ را رسم می‌کنیم. سپس یک بار به مرکز C و شعاع b و بار دیگر به مرکز B و شعاع c دایره‌ای رسم می‌کنیم. محل تلاقی این دو دایره، رأس A از مثلث ABC است.



نامساوی مثلث

$|BC-AC| < AB < BC+AC$

$BM+MC < AB+AC$ ← M هر نقطه‌ای داخل مثلث

$P < MA+MB+MC < 2P$ (P: نصف محیط)

در سوالات رسم ← ابتدا داخل شکل بیضی را رسم کنید ← در غیر خاص‌ترین حالات ممکن!

۹ اگر در شکل مقابل $MA+MB+MC = 12$ باشد، آنگاه حاصل $a+b+c$ کدام عدد ممکن است؟

نامساوی ؟ درست نواب ـ نادرست

محیط < 12 ← محیط

$MC+MB < AB+AC$

$MC+MA < AB+BC$

$MA+MB < AC+BC$

$2(MA+MB+MC) < 2(AB+AC+BC)$

$2P$

$a+b+c < 2(MA+MB+MC)$

$a < MB+MC$

$c < MB+MA$

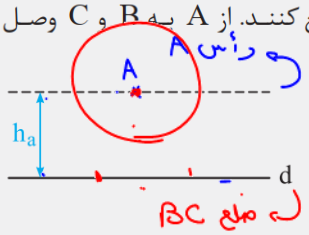
$b < MC+MA$

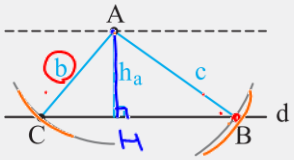
۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴ ✓

ارتفاع

۲ رسم مثلث با معلوم بودن دو ضلع و ارتفاع وارد بر ضلع سوم

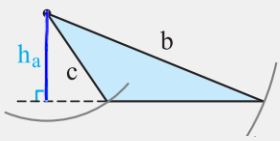
اگر b و c دو ضلع مثلث و h_a ارتفاع وارد بر ضلع a در مثلث ABC داده شده باشند، ابتدا خط d را رسم می‌کنیم، چون فاصلهٔ رأس A از ضلع BC برابر h_a می‌باشد، پس A روی خطی به موازات d و به فاصلهٔ h_a از آن است. روی این خط نقطهٔ دلخواه A را معلوم می‌کنیم. حال به مرکز A، یک بار به شعاع b و بار دیگر به شعاع c یک کمان رسم می‌کنیم تا خط d را در دو نقطهٔ C و B قطع کنند. از A به B و C وصل می‌کنیم. مثلث ABC، مثلث مطلوب است.

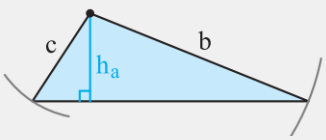


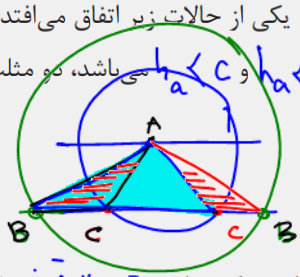


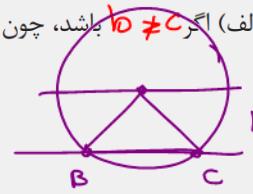
با توجه به اندازه‌های b ، c و h_a یکی از حالات زیر اتفاق می‌افتد:

الف) اگر $b \neq c$ باشد، چون $h_a < c$ و $h_a < b$ می‌باشد، دو مثلث حاصل می‌شود که یکی حاده‌الزاویه و دیگری منفرجه‌الزاویه است:

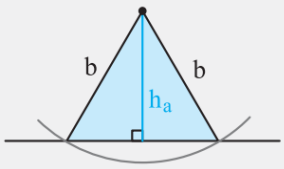


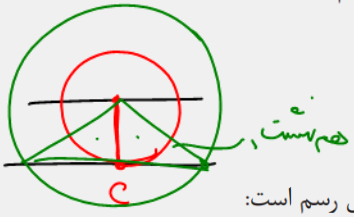






ب) اگر $h_a = b = c$ باشد، یک مثلث متساوی‌الاضلاع قابل رسم است:

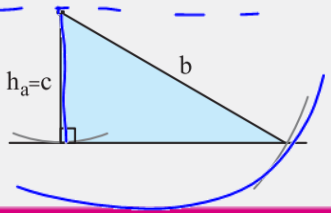


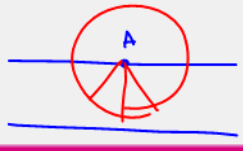


هم‌ارزند

$h_a = c \leftarrow c < b$

پ) اگر ارتفاع برابر ضلع کوچک‌تر باشد، یک مثلث قائم‌الزاویه قابل رسم است:



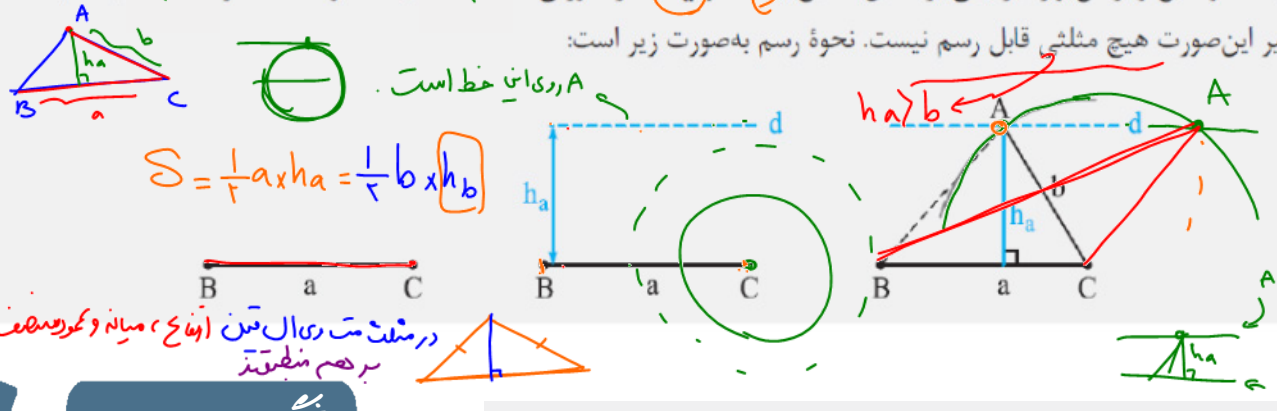


$h_a > b, c$

غیر از موارد فوق، هیچ مثلثی قابل رسم نیست.

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

با معلومات دو ضلع و ارتفاع وارد بر یکی از همان اضلاع (a) b و h_a در صورتی‌که $h_a < b$ باشد، دو مثلث، اگر $h_a = b$ باشد یک مثلث و در غیر این‌صورت هیچ مثلثی قابل رسم نیست. نحوهٔ رسم به‌صورت زیر است:

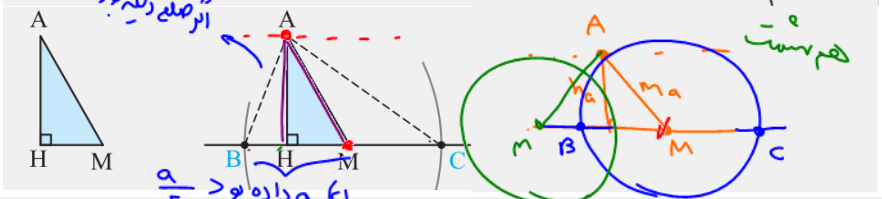


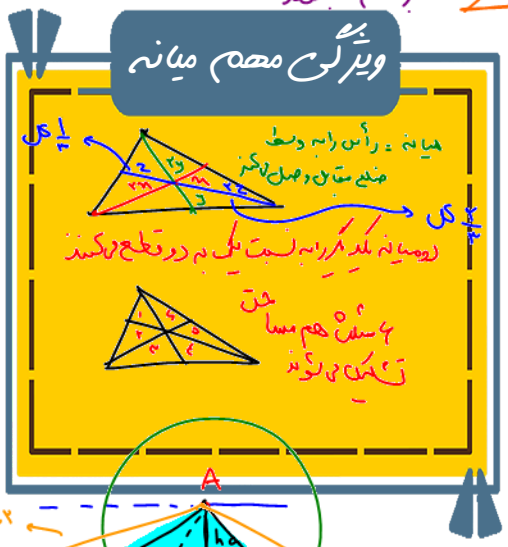
$S = \frac{1}{2}a \times h_a = \frac{1}{2}b \times h_b$

میانه

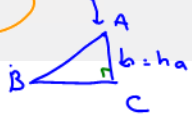
اگر a یک ضلع و h_a ارتفاع وارد بر آن و m_a میانهٔ نظیر همان ضلع باشد، در صورتی‌که $m_a > h_a$ باشد، یک مثلث و اگر $m_a = h_a$ باشد، یک مثلث متساوی‌الساقین می‌توان رسم کرد. اگر $m_a < h_a$ باشد، هیچ مثلثی وجود ندارد.

طریقهٔ رسم به این‌صورت است که چون h_a و m_a معلوم هستند، پس می‌توان مثلث AHM را با دو ضلع معلوم رسم کرد. حال HM را امتداد داده و به مرکز M و شعاع $\frac{a}{2}$ دو کمان می‌زنیم تا B و C معلوم شوند.



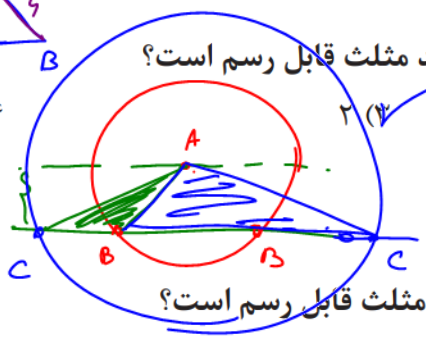


نکته: اگر b یک ضلع، m_a و h_a میانه و ارتفاع وارد بر ضلع a باشند که هیچ اطلاعاتی در مورد a نداریم، در صورتی‌که $b < m_a$ و هم کوچک‌تر باشد، دو مثلث و اگر h_a با عدد کوچک‌تر از بین m_a و b برابر باشد، یک مثلث می‌توان رسم کرد. اما اگر h_a بزرگ‌تر از میانه یا ضلع باشد، هیچ مثلثی نمی‌توان رسم کرد.



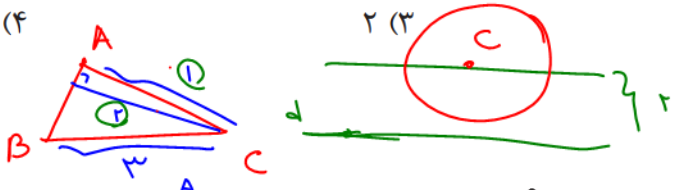
۱۰ در رسم مثلث ABC با معلومات $c = ۶$، $b = ۱۰$ و $h_a = ۴$ چند مثلث قابل رسم است؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۲ ۴) بیش از ۲



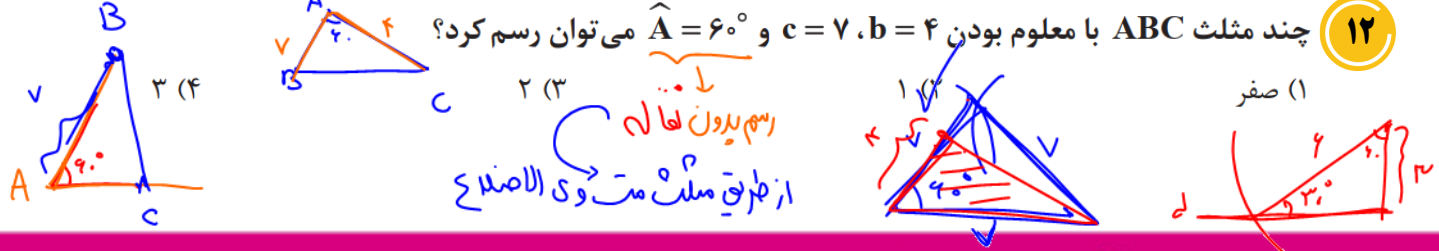
۱۱ در رسم مثلث ABC با معلومات $a = ۳$، $b = ۱$ و $h_c = ۲$ چند مثلث قابل رسم است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بیش از ۲



۱۲ چند مثلث ABC با معلوم بودن $b = ۴$، $c = ۷$ و $\hat{A} = ۶۰^\circ$ می‌توان رسم کرد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳



آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

اگر b و c دو ضلع مثلث و m_a میانهٔ وارد بر ضلع سوم مثلث باشد، در صورتی که $m_a < \frac{b+c}{2}$، یک مثلث می‌توان رسم کرد و در غیر این‌صورت هیچ مثلثی قابل رسم نیست.

نحوهٔ رسم به این‌صورت است که میانهٔ AM را به اندازهٔ خودش امتداد می‌دهیم تا به نقطهٔ A' برسیم، چون سه ضلع مثلث $AA'C$ معلوم است، قابل رسم می‌باشد، پس آن را رسم می‌کنیم. سپس از C به وسط AA' وصل کرده و به اندازهٔ خودش امتداد می‌دهیم تا نقطهٔ B به‌دست آید. حالا دلیل روشن شد، چون داستان اصلی، قابل رسم بودن مثلث $AA'C$ است.

۱۳ چند مثلث ABC با معلوم بودن $b=۴$، $\hat{B}=۶۰^\circ$ و $\hat{C}=۷۵^\circ$ قابل رسم است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۴ چند مثلث می‌توان رسم کرد که دو زاویهٔ آن ۳۵° و ۴۵° و یک ضلع آن ۸ باشد؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۲ ۴) ۳

۱۵ با معلومات $AB=۶$، $AC=۶$ و $\hat{B}=۴۵^\circ$ چند مثلث مشخص می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۱۶ در رسم مثلث ABC با معلوم بودن $a=۵$، $h_b=۴$ و $h_a=۶$، تعداد جواب‌های غیرهم‌نهشت کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) صفر

۱۷ مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه است. فاصلهٔ نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها از نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع برابر کدام است؟

۱) $\frac{AB}{2}$ ۲) $\frac{AC}{2}$ ۳) $\frac{BC}{2}$ ۴) صفر

۱۸ با معلومات a و h_c و دانستن زاویهٔ B چند مثلث ناهم‌نهشت می‌توان رسم کرد؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۲ ۴) صفر یا بی‌شمار

* قطرهای آن منصف

* زوایای مجاور مکمل

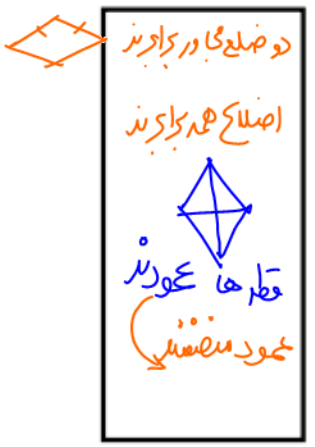
* زوایای روبه رو برابرند

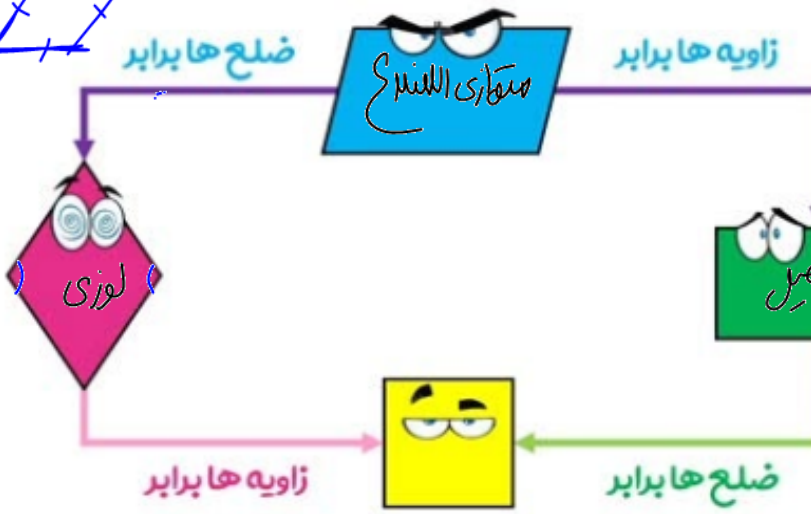
* اضلاع آن دو به دو موازی با هم

* دو ضلع موازی و مساوی دارد

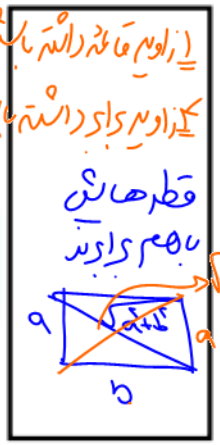
* اضلاع روبه رو هم برابرند

متوازی الاضلاعی است که ...





متوازی الاضلاعی است که ...



لوزی که ۱ زاویه ۹۰ / قطرها برابرند / زاویه های آن برابرند

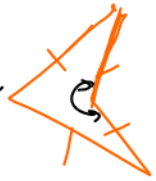
مستطیلی که اضلاع آن برابرند / دو ضلع مجاور برابرند / قطرهای آن عمود منصف

متوازی الاضلاعی است که یکی از لوزی / یکی از مستطیل

- مربع مستطیلی است که ... قطرهای آن عمودند
- مربع لوزی است که ... قطرهای آن برابرند
- مربع متوازی الاضلاعی است که ... قطرهای برابر و عمود دارد
- مستطیل متوازی الاضلاعی است که ... قطرهای برابر دارد
- لوزی متوازی الاضلاعی است که ... قطرهای عمود دارد

	اضلاع برابر دارد
	یک زاویه ۹۰° دارد / زوایای برابر
	زوایا و اضلاع برابر دارد
	یک زاویه ۹۰
	اضلاع برابر دارد

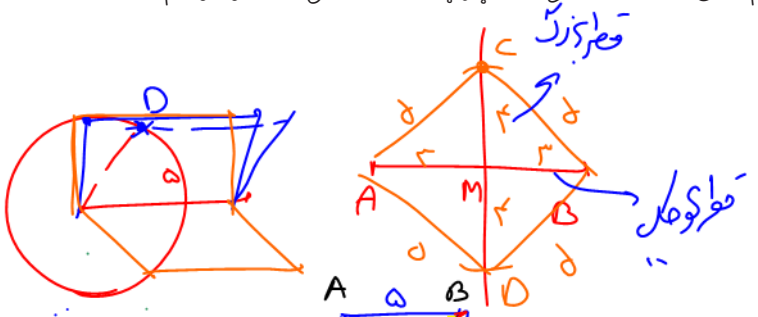
چهارضلعی منتظم: اضلاع و زوایای برابر



شکل هایی محدب توانند منتظم باشند

به زاویه بزرگتر از ۱۱۵°

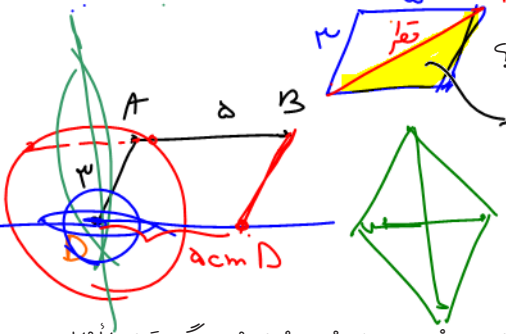
۱۹ پاره‌خط AB به طول ۶ متر فرض شده است. عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم می‌کنیم، تا آن را در نقطه M قطع کند. سپس به مرکز M و شعاع ۴، کمانی می‌زنیم تا عمودمنصف AB را در C و D قطع کند. چهارضلعی ACBD چگونه است؟



۱) لوزی با محیط ۲۰
۲) مربع با مساحت ۲۵
۳) متوازی‌الاضلاع با محیط ۲۴
۴) مستطیل با قطرهای ۶ و ۸

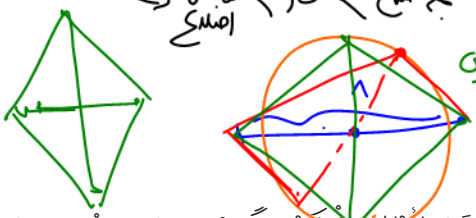
مثال ۱۰: ترکیب مفاهیم

متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که یک ضلع آن ۵ و یک ضلع آن ۳ باشد، چند متوازی‌الاضلاع داریم؟

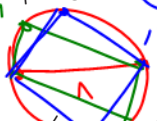


حدود قطر آن چقدر است؟ $2 < \text{قطر} < 8$

چند متوازی‌الاضلاع با اقطار ۶ و ۸ می‌توان رسم کرد؟ چند لوزی با همین اقطار؟



چند مستطیل به قطر ۸؟

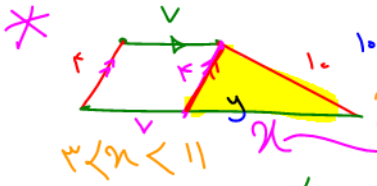


۲۰ در یک متوازی‌الأضلاع، یک ضلع ۷ و یک قطر ۱۹ است. برای این‌که در رسم متوازی‌الأضلاع مثلثش حاده و برگار، جواب منحصربه‌فردی حاصل شود، اندازه ضلع دیگر متوازی‌الأضلاع کدام می‌تواند باشد؟

$12 < x < 26$

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۲۷ ۴) ۲۳

۲۱ اندازه دو ساق یک ذوزنقه ۴ و ۱۰ و قاعده کوچک آن ۷ است. قاعده بزرگ کدام عدد می‌تواند باشد؟



$3 < x < 11$

$10 - x < y < 10 + x$

$x = 3 \Rightarrow 7 < y < 13$

$x = 10 \Rightarrow 0 < y < 20$

$6 < x < 12 \xrightarrow{+7} 13 < y < 21$

۱) ۱۲ ۲) ۱۲ ۳) ۱۹ ۴) ۱۰

۲۲ چند متوازی‌الاضلاع مختلف می‌توان رسم کرد که طول قطرهای آن ۶ و ۸ باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بیشمار

۲۳ چند متوازی‌الاضلاع مختلف می‌توان رسم کرد که اندازهٔ قطرهای آن ۵ و ۷ و زاویهٔ بین قطرهایش 30° باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بیشمار

۲۴ چند مستطیل متمایز با طول قطر ۶ قابل رسم است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بیشمار

درس دوم : استدلال

انواع استدلال

گزاره = جمله خبری که درست یا نادرست است.

گزاره ساده = تک جمله

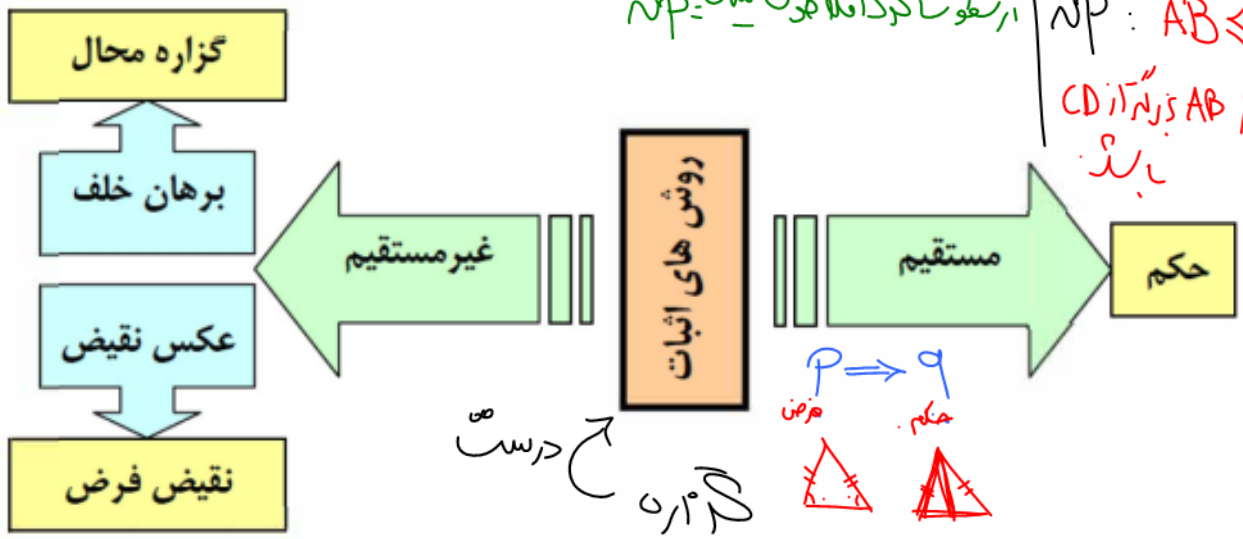
گزاره مرکب = بیش از یک جمله — گزاره و گزاره / گزاره یا گزاره

نقیض گزاره = چنین نیست که گزاره ... — $\neg p$

p درست است ⟺ $\neg p$ نادرست است

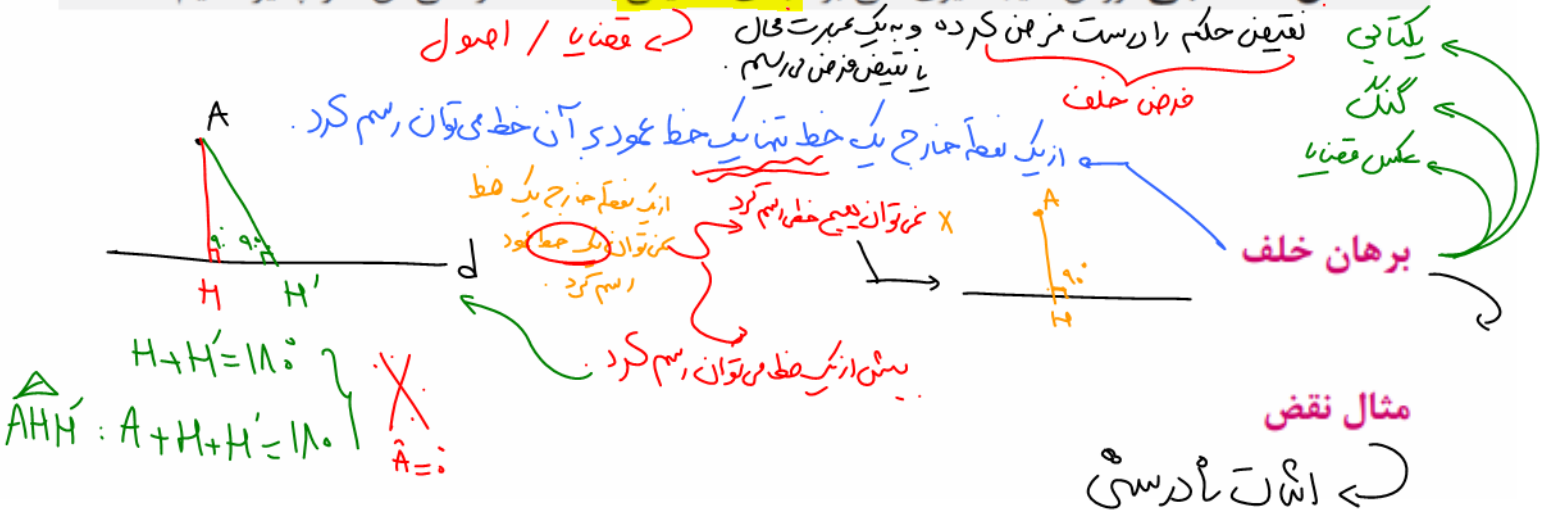
p : $AB > CD$

$\neg p$: $AB \leq CD$



استدلال استقرایی: روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعهٔ محدودی از مشاهدات است.

استدلال استنتاجی: روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای حقایقی است که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم.



مثال نقض

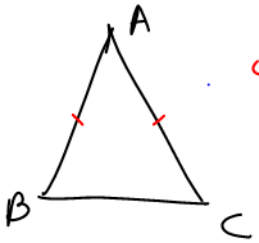
گزاره شرطی

اگر P آنگاه Q ، $P \Rightarrow Q$ (فرض: P، حکم: Q)

قضیه گزاره‌های شرطی که درستی آن‌ها قبلاً اثبات شده

* اگر مثلثی متساوی‌الساقین باشد آنگاه زوایای مجاور قاعده برابرند
* در مثلث متساوی‌الساقین، زوایای مجاور قاعده برابرند

① $P \Rightarrow Q$



فرض) $AB = AC$

حکم) $\hat{B} = \hat{C}$

$A = B \rightarrow AxC = BxC$ (۲ = ۲ ، ۲×۱۰ = ۲×۱۰)

$AxC = BxC \rightarrow A = B$ (۲×۳۰ = ۳×۲۰)

شرط $C \neq 0$

لزوماً برقرار نیست

*** عکس قضیه** جای فرض و حکم را عوض می‌کنیم

لزوماً عکس هر قضیه‌ای برقرار نیست

$Q \Rightarrow P$

② اگر در مثلثی دو زاویه برابر باشند آنگاه دو ضلع آن برابرند

عکس قضیه ← جای فرض و حکم را عوض می‌کنیم

فرض) $\hat{B} = \hat{C}$

حکم) $AB = AC$

مثلث متساوی‌الساقین اگر و تنها اگر دو زاویه برابر داشته باشد

گزاره دو شرطی

$P \Leftrightarrow Q$ ، P اگر و تنها اگر Q

اگر P آنگاه Q و بالعکس

۲۵ کدام گزینه یک گزاره است؟

۱) او بازیکن فوتبال است.

۲) به به چه طبیعت زیبایی!

۳) چرا هندسه نمی‌خوانید؟

۴) مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است.

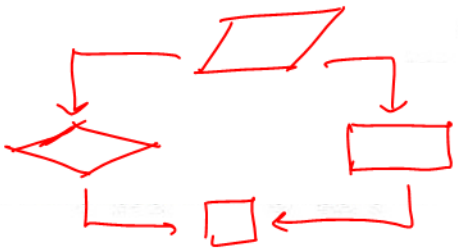
۲۶ کدام گزینه نادرست است؟

۱) گزارهٔ «a از b کوچک‌تر است.» نقیض گزارهٔ «a از b بزرگ‌تر است.» می‌باشد.

۲) عبارت $2 < 3$ می‌باشد، یک گزارهٔ ساده است.

۳) عبارت $x + 3 = 0$ گزاره نیست.

۴) «اگر باران ببارد، مسابقه برگزار نخواهد شد.» یک گزارهٔ شرطی است.



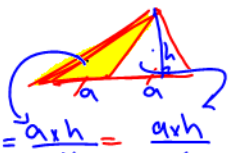
۲۷ کدام گزینه، مثال نقض دارد؟

۱) هر مربع، یک لوزی است.

۲) هر مثلث متساوی‌الاضلاع، متساوی‌الساقین است.

۳) دو مثلث هم‌مساحت، هم‌نهشت هستند.

۴) نقطهٔ همرسی نیمسازهای هر مثلث، داخل آن است.



$S = \frac{9 \times h}{2} = \frac{9 \times h}{2}$

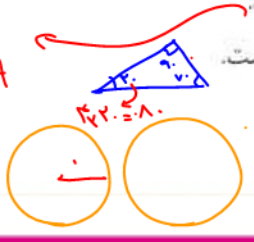
۲۸ کدام گزینه، مثال نقض ندارد؟

۱) برای هر دو مجموعهٔ A و B یا A زیرمجموعهٔ B است یا B زیرمجموعهٔ A می‌باشد.

۲) در هر مثلث اندازهٔ بزرگ‌ترین زاویه، از چهار برابر اندازهٔ کوچک‌ترین زاویه کوچک‌تر است.

۳) هر چهارضلعی که چهار ضلع برابر داشته باشد، مربع است.

۴) اگر دو دایره مساحت‌های برابر داشته باشند، آن‌گاه شعاع‌های برابر دارند.

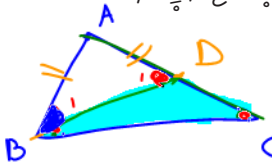


آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

قضیه

اثبات کنید:

در یک مثلث با دو ضلع نابرابر زاویه روبه رو به ضلع بزرگتر، بزرگتر از زاویه رو به رو به ضلع کوچکتر است.



فرض) $AC > AB$ روی AC به اندازه AB جدا کرده و D را نام می‌گذاریم

حکم) $\hat{B} > \hat{C}$

$AD = AB \xrightarrow{\text{متساوی‌الساقین}} \hat{D}_1 = \hat{B}_1$

در DBC: $\hat{D}_1 = \hat{C} + \hat{B}_2 \rightarrow \hat{D}_1 > \hat{C}$

$\hat{B}_1 > \hat{C} \xleftarrow[\hat{B}_1 < \hat{B}]{} \hat{B} > \hat{C}$

عکس قضیه

در یک مثلث با دو زاویه نابرابر، ضلع روبه رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر است

برهان خلف

نقیض حکم ← نقیض فرض

برعکس ← برخلاف قضیه

فرض) $\hat{C} < \hat{B}$

حکم) $AB < AC$

برهان خلف) فرض می‌کنیم حکم نادرست

$AB \not< AC$

$AB = AC \xrightarrow{\text{متساوی‌الساقین}} \hat{B} = \hat{C}$ ✗

$AB > AC$

$\hat{C} > \hat{B}$ ✗ ← خود قضیه

پس خلاف حکم نادرست درست است.

نابرابری‌های مثلث

۲۹ در مثلث ABC، میانهٔ AM و نیمساز داخلی AD رسم شده است. اگر $AD < AM$ باشد، کدام گزینه نمی‌تواند طول اضلاع مثلث ABC باشد؟

۱) ۵,۴,۳ ۲) ۸,۹,۱۵ ۳) ۱۰,۱۰,۶ ۴) نشدنی

رابطه طولی

۳۰ در مثلث ABC، $\hat{B}=۶۰^\circ$ و $\hat{C}=۶۱^\circ$ می‌باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱) $b+c<a+b<c+a$
۲) $a+b<c+a<b+c$
۳) $b+c<c+a<a+b$
۴) $a+b<b+c<c+a$

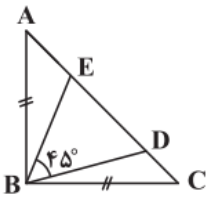
۳۱ در مثلث ABC، نیمساز داخلی زاویهٔ A ضلع BC را در نقطهٔ D قطع می‌کند. کدام نامساوی همواره صحیح است؟

۱) $AB>BD$
۲) $AD>BD$
۳) $AB>AD$
۴) $BD>AD$

۳۲ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، پای ارتفاع وارد بر وتر BC را نقطهٔ H می‌نامیم. اگر $B=۴۴^\circ$ باشد، کدام نتیجه‌گیری همواره صحیح است؟

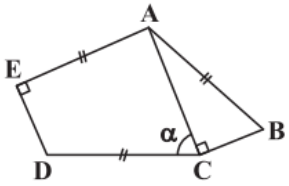
۱) $AH<BH<CH<AB$
۲) $CH<AH<BH<AB$
۳) $AH<CH<BH<AB$
۴) $CH<BH<AH<AB$

۳۳ در شکل مقابل، مثلث ABC قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است. اگر $AE>CD$ باشد، کدام گزینه درست است؟



۱) $DE<EB<BD$
۲) $DE<BD<EB$
۳) $BD<DE<EB$
۴) $EB<BD<DE$

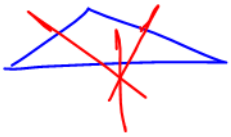
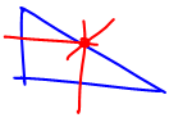
۳۴ در شکل مقابل، مقدار α کدام می‌تواند باشد؟



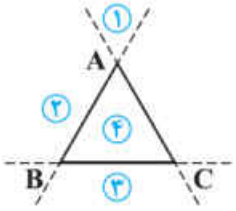
۱) ۴۵°
۲) ۶۵°
۳) ۶۰°
۴) ۵۵°

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

همرسی ها در مثلث

	مثلث با یک زاویه باز	مثلث قائمه	مثلث با سه زاویه تند
نیمساز	داخل	داخل	داخل
عمود منصف	خارج 	روی ضلع (وسط وتر) 	داخل
میانه	داخل	داخل	داخل
ارتفاع	خارج (امتداد ضلع‌ها را قطع می‌کنند)	روی ضلع (راس قائمه)	داخل

۳۵ در مثلث ABC شکل مقابل، $\hat{B}=۴۲^\circ$ و $\hat{C}=۴۷^\circ$ می‌باشد. محل برخورد ارتفاع‌های مثلث در کدام ناحیه قرار دارد؟



۱) ①
۲) ②
۳) ④
۴) ③

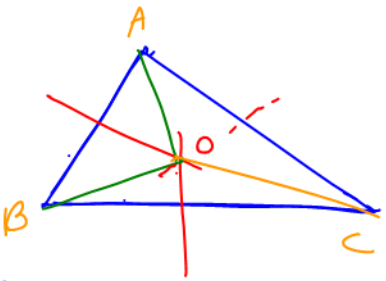
۳۶ اگر در مثلث ABC زاویهٔ $\hat{A}=۹۲^\circ$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) نقطهٔ تلاقی سه میانه خارج مثلث است.
۲) نقطهٔ تلاقی سه نیمساز خارج مثلث است.
۳) نقطهٔ تلاقی سه ارتفاع خارج مثلث است.
۴) نقطهٔ تلاقی سه ارتفاع روی ضلع BC است.

مرکز دایره محیطی

یازدهم

همرسی عمودمنصف ها



عمودمنصف AB و BC را رسم و O نقطه تلاقی آن‌هاست.

دو خط = تقاطع

بیش از دو خط = همرسی

O روی عمودمنصف AB → OA = OB

O روی عمودمنصف BC → OB = OC

→ OA = OC همگی روی عمودمنصف AC است

O همرسی سه ارتفاع است!

سه خط دو به دو متقاطع‌اند

سه خط همرسند

همرسی نیمسازها

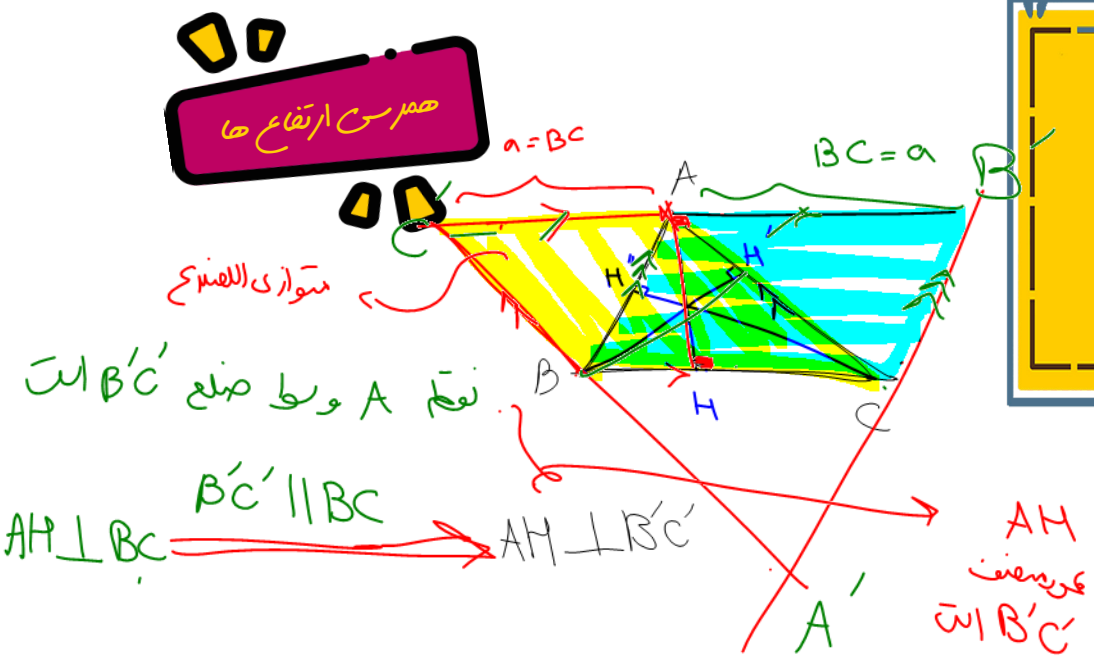
مرکز دایره محاطی

یازدهم

مرکز دایره عمودمنصف

بسته به نوع مثلث

همرسی ارتفاع ها



ارتفاع های مثلث کوچک
همان عمودمنصف های
مثلث بزرگ

پس هم رسند.

همرسی میانه ها

ویژگی همیشگی

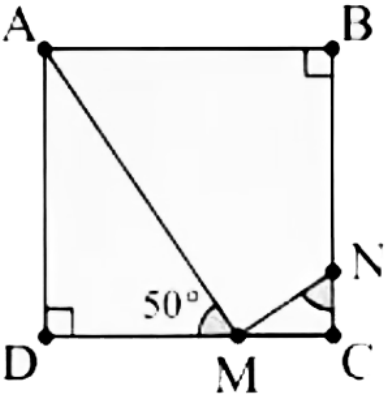
زوایا میان اجزای مثلث

زاویه بین دو نیمساز داخلی B و C

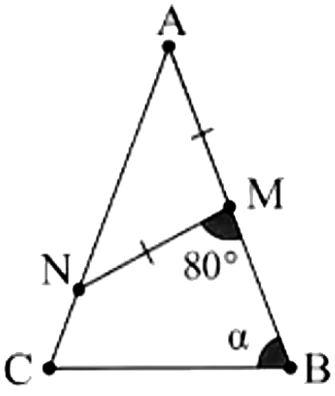
زاویه بین دو نیمساز خارجی B و C

زاویه بین دو نیمساز داخلی B و نیمساز خارجی C

زوایای مجهول را بیابید

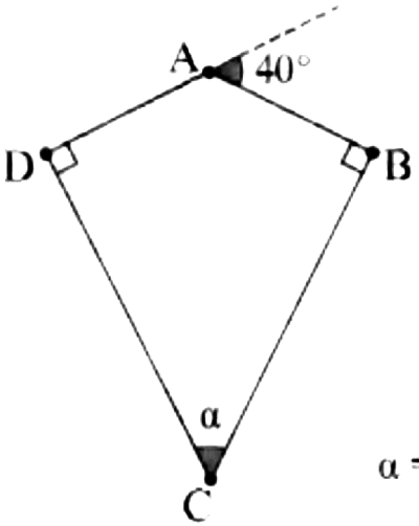


$\hat{N} = ?$



$AB = AC$

$\alpha = ?$



$\alpha = ?$

تست های کنکور سال اخیر

۳۷ مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه‌ای بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{۲}$ محیط شده است. برای رسم عمودمنصف یکی از ساق‌های این مثلث، باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟

۱) $۲-\sqrt{۲}$ ۲) $۲+\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}-۱$ ۴) $\sqrt{۲}+۱$

اردیبهشت ۱۴۰۴

۳۸ با استفاده از کدام روش رسم زیر، می‌توانیم نقطه‌ای در فاصله بین دو ضلع یک زاویه بیابیم به‌طوری‌که فاصله آن نقطه از یک ضلع زاویه دو برابر فاصله آن نقطه از ضلع دیگر زاویه باشد؟

تیر ۱۴۰۴

۱) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن
۲) رسم خط موازی با نیمساز یک زاویه، از نقطه‌ای روی آن
۳) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن
۴) رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

۳۹ با استفاده از کدام روش رسم زیر، می‌توانیم نقطه‌ای در فاصله بین دو ضلع یک زاویه بیابیم به‌طوری‌که فاصله آن نقطه از یک ضلع زاویه ۱٫۵ برابر فاصله آن نقطه از ضلع دیگر زاویه باشد؟

تیر ۱۴۰۴
خارج کشور

۱) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن
۲) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن
۳) رسم خط موازی با نیمساز یک زاویه، از نقطه‌ای روی آن
۴) رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

۴۰ برای کدام گزاره، نمی‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

تیر ۱۴۰۳
خارج کشور

۱) هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، همنهشت‌اند.
۲) در هر مثلث، هر ارتفاع از هرکدام از سه ضلع مثلث، کوچک‌تر است.
۳) در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویه روبه‌رو به آنها نیز برابرند.
۴) در هر مثلث، اندازه بزرگ‌ترین زاویه از ۴ برابر اندازه کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

کارنامه خرد

دکتر رها مسیح

تمرین در خانه

فصل ۱

پیش نیاز

هندسه هفتم
هندسه هشتم
هندسه نهم

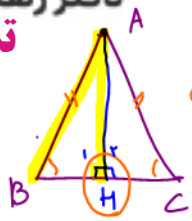
دوره پایه نهم
تست ها و سوالات مهم متوسطه اول
و تمارین تشریحی و تستی
ترسیم هندسی
استدلال
مهم ترین قضایا

دکتر رها مسیح

تمرین در خانه ۱ نهم

۱ ثابت کنید در هر مثلث متساوی‌الساقین، دو زاویه‌ی مجاور به قاعده با هم برابرند.

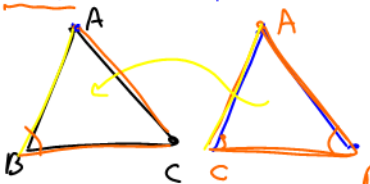
فرض: حکم



فرض) $AB=AC$

حکم) $\hat{B}=\hat{C}$

برهان: از A به BC عمود به پای H رسم می‌کنیم



$AB=AC$
$AC=AB$
$BC=CB$
ض ض ض $\Rightarrow \triangle \cong \triangle$

$AB=AC$
$H_1=H_2=90$
$AH=AH$
وتر $\Rightarrow ABH \cong ACH \Rightarrow \hat{B}=\hat{C}$

۲ ثابت کنید مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

فرض) $\hat{A}=90^\circ$
حکم) $AM=\frac{BC}{2}$

$MC=MB$

AM را به اندازه خود امتداد داده و آن نقطه را D می‌نامیم

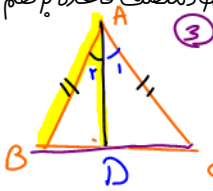
$\Rightarrow ABDC \Rightarrow$ متوازی‌الاضلاع $\Rightarrow +\hat{A}=90^\circ \Rightarrow ABDC$ مستطیل

قطرها متساوی $\leftarrow BC=AD \leftarrow$ قطرهای مستطیل

$\frac{BC}{2}=AM$

۳ ثابت کنید در هر مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز زاویه‌ی رأس، ارتفاع و میانه و عمودمنصف قاعده بر هم منطبقند.

فرض — نتیجه



فرض) $AB=AC$
$\hat{A}_1=\hat{A}_2$

حکم ① $\Rightarrow D_1=D_2=90^\circ$

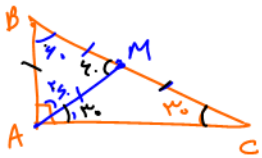
② حکم $\Rightarrow BD=DC$

③ حکم $\Rightarrow$ ① + ②

$AB=AC$
$AD=AD$
$\hat{A}_1=\hat{A}_2$
فرض $\Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ADC \Rightarrow BD=DC$ ②

$D_1=D_2$ ③
$D_1+D_2=180$
$\Rightarrow D_1=D_2=90^\circ$

۴ ثابت کنید در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع مقابل به زاویه‌ی ۳۰ درجه، نصف وتر است.



میانه AM را رسم می‌کنیم

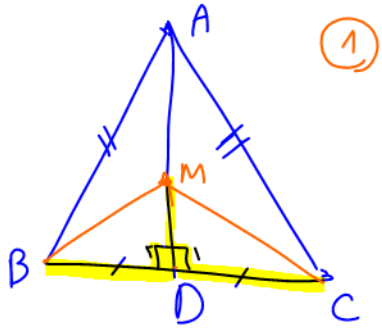
فرض) $A=90^\circ$
$C=30^\circ$

حکم) $AB=\frac{1}{2}BC$

$AM=MC \rightarrow \hat{A}_1=\hat{C}=30^\circ$ (فرض)
$MA=MB \rightarrow \hat{A}_2=\hat{B}=60^\circ \rightarrow M_2=60^\circ \rightarrow$ متساوی‌الاضلاع

$AB=MB \rightarrow AB=\frac{BC}{2}$ ✓

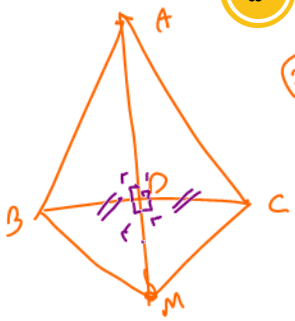
۵ ثابت کنید اگر از نقطه M واقع بر نیمساز AD از مثلث متساوی‌الساقین ABC به نقاط B و C وصل کنیم، مثلث MBC نیز متساوی‌الساقین است.



① قضیه قبلی ترا!

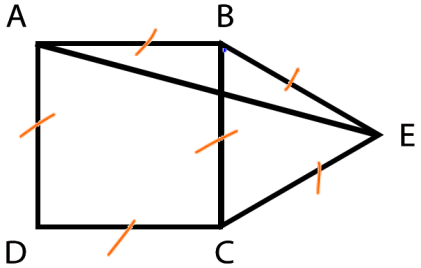
$\hat{D}_1=\hat{D}_2=90^\circ$
$DB=DC$
$MD=MD$
ض ز ض $\Rightarrow \triangle MBD \cong \triangle MDC$

$MB=MC$



② $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین

۶ در شکل زیر چهارضلعی مربع و مثلث EBC متساوی‌الساقین است. ثابت کنید مثلث BAE متساوی‌الساقین است.



ABCD مربع $\rightarrow AB=BC$

BCE متساوی‌الاضلاع $\Rightarrow BE=BC$

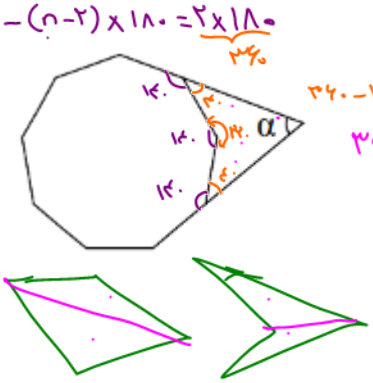
$\Rightarrow AB=BE \Rightarrow$ BAE متساوی‌الساقین

تمرین در خانه ۲

نهم – فصل ۳

۱ در شکل زیر یک ۹ ضلعی منتظم نمایش داده شده است. اندازه‌ی زاویه‌ی α چقدر است؟

۱) ۴۵°
۲) ۵۰°
۳) ۵۵°
۴) ۶۰°

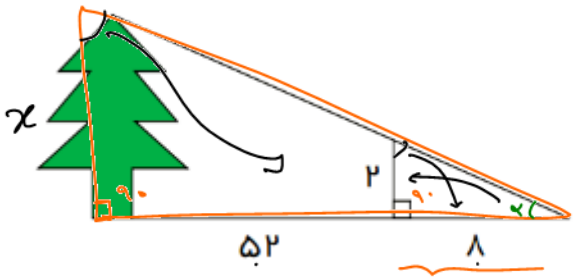


نکته

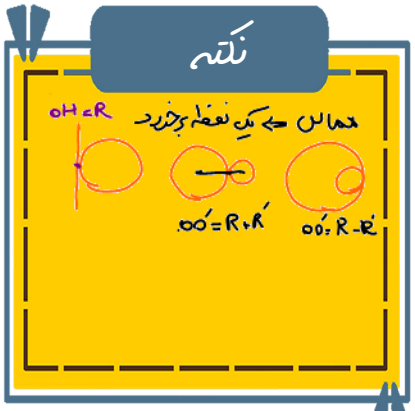
مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی محدب
$(n-2)\times 180$
هر زاویه داخلی منتظم
$\frac{(n-2)\times 180}{n}$
هر زاویه خارجی
$180-\alpha$

۲ در شکل مقابل، ارتفاع درخت کدام است؟

۱) ۱۵
۲) ۱۶
۳) ۱۴
۴) ۱۸

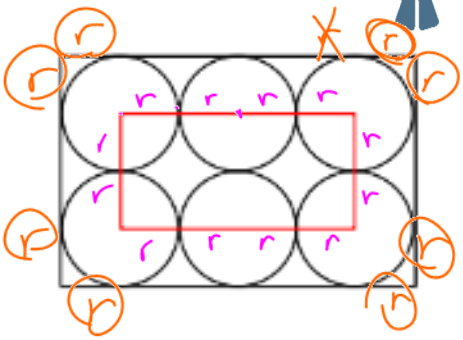


نکته



۳ در شکل زیر ۶ دایره‌ی یکسان درون مستطیلی وجود دارد. دایره‌ها با اضلاع مستطیل بزرگ و با یکدیگر مماسند. رأس‌های مستطیل کوچک روی مرکزهای چهار تا از دایره‌ها قرار دارند. محیط مستطیل کوچک ۶۰ cm است. محیط مستطیل بزرگ چند است؟

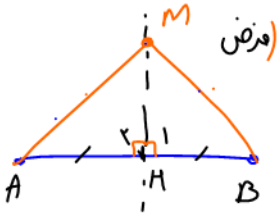
۱) ۸۰ cm
۲) ۹۰ cm
۳) ۱۰۰ cm
۴) ۱۲۰ cm



آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۷ ثابت کنید:

الف) هر نقطه واقع بر عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر پاره‌خط به یک فاصله می‌باشد.



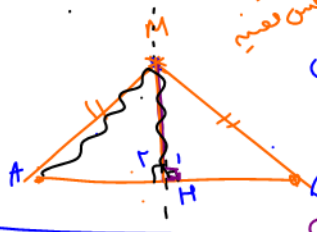
فرض) $AH = HB$ ، $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

عکس قضیه

حکم) $MA = MB$

$MH = MH$ ، $H_1 = H_2 = 90^\circ$ ، $HB = HA$ ⟵ مشترک ⟵ $\triangle MAH \cong \triangle MBH$ ⟵ $MA = MB$

ب) اگر نقطه‌ای از دو سر پاره‌خط به یک فاصله باشد، آن نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط است.



فرض) $MA = MB$ ، حکم) $AH = HB$

$H_1 = H_2 = 90^\circ$

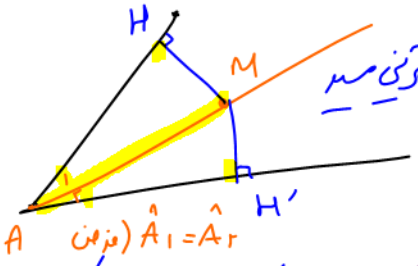
از M روی AB عمود کرده و پای آن را H می‌نامیم

$MH = MH$ ، $H_1 = H_2$ ، $AM = MB$ ⟵ وتر و یک ضلع ⟵ $\triangle AMH \cong \triangle BMH$ ⟵ $AH = HB$

عمودمنصف مکان هندسی نقاطی است که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله‌اند.

۸ ثابت کنید:

الف) هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.



قضیه

خط عمود ⟵ کوتاه‌ترین مسیر

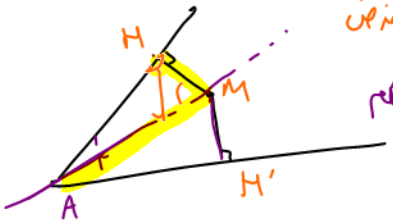
فرض) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

حکم) $MH = MH'$

$AM = AM$ ، $A_1 = A_2$ ، $\hat{H}_1 = \hat{H}'_1 = 90^\circ$ ⟵ وتر و زاویه ⟵ $\triangle AMH \cong \triangle AMH'$ ⟵ $MH = MH'$

ب) اگر نقطه‌ای از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، آن نقطه روی نیمساز زاویه قرار می‌گیرد.

عکس قضیه

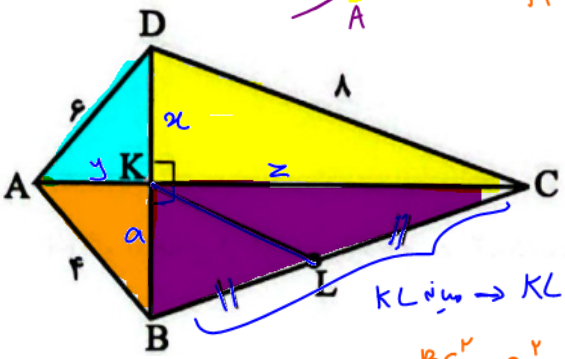


فرض) $MH = MH'$

حکم) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

زاویه ⟵ $MH = MH'$ ، $H = H' = 90^\circ$ ، $AM = AM$ ⟵ وتر و یک ضلع ⟵ $\triangle AMH \cong \triangle AMH'$ ⟵ $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ⟵ نیمساز AM

۹ در شکل زیر، قطرهای چهارضلعی ABCD بر هم عمودند. اندازه‌ی KL را به‌دست آورید.



$x^2 + z^2 = 8^2$

$-x^2 + y^2 = -6^2$

$y^2 + a^2 = 4^2$

$a^2 + z^2 = 24 + 16 - 36 = 44$

$a^2 + z^2 = BC^2 = 44 \Rightarrow BC = \sqrt{44} = 2\sqrt{11} \Rightarrow KL = \sqrt{11}$

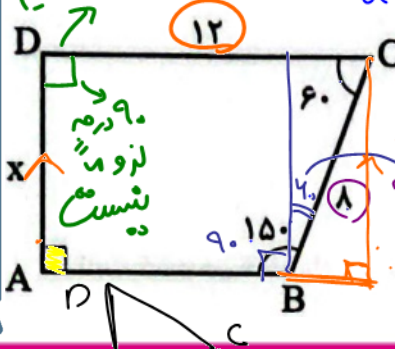
KL میانه ⟵ $KL = \frac{BC}{2}$

$BC^2 = a^2 + z^2$

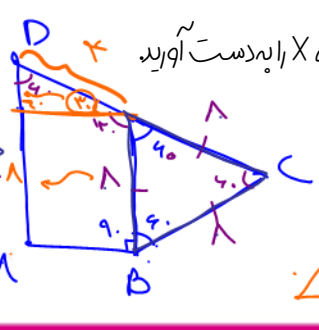
نکته

- همایه وارد بر وتر نصف وتر است
- ضلع روبه زاویه ۳۰° نصف وتر است
- عمودمنصف مکان هندسی نقاطی است که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله‌اند
- نیمساز مکان هندسی نقاطی است که از دو ضلع زاویه به یک فاصله‌اند

شکل‌ها را ابادی نکشیم



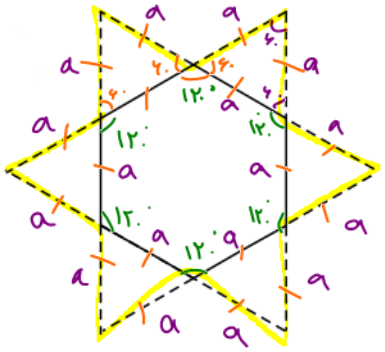
۱۰ در شکل مقابل اندازه‌ی x را به‌دست آورید.



$x = 2 + 8 = 10$

متوازی‌الاضلاع

۴ از امتداد اضلاع یک ۶ ضلعی منتظم، یک ستاره‌ی ۶ پر به دست می‌آید. اگر محیط ستاره برابر با ۹۶ سانتی‌متر باشد، محیط شش ضلعی چند سانتی‌متر است؟



$\frac{(6-2)\times 180}{6}=120$

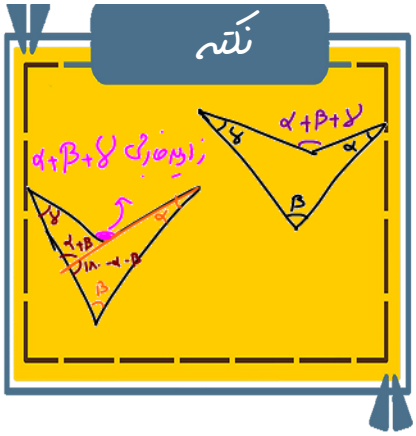
۱) ۳۶ ۲) ۴۲ ۳) ۴۸ ۴) ۵۴

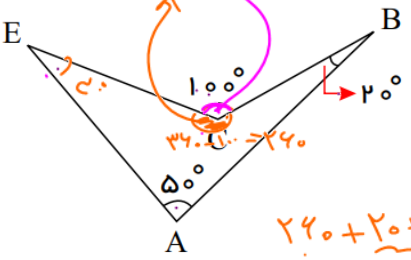
محیط ستاره $6\times 2a=12a$

$12a=96 \Rightarrow a=\frac{96}{12}=8$

$6\times 8=48$

۵ با توجه به شکل، اندازه زاویه E چقدر است؟





$360-(360-\alpha-\beta-\gamma)=\alpha+\beta+\gamma$

$\frac{240+20+50}{70}=330$

$E=360-330=30$

۱) ۲۵° ۲) ۳۰° ۳) ۳۵° ۴) ۴۰°

۶ طول‌های دو ضلع مثلثی ۱۲۰ و ۱۳۰ سانتی‌متر است. کدام یک از عددهای زیر نمی‌تواند طول ضلع سوم مثلث باشد؟

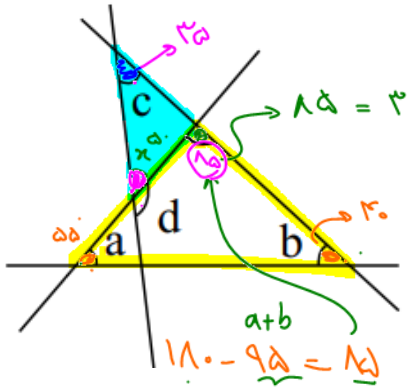
$130-120<x<120+130$

مجموع دو ضلع > ضلع مجهول > تفاضل دو ضلع

$10<x<250$

۱) ۴۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۶۰

۷ در شکل، $a=55°$، $b=40°$، $c=35°$. مقدار d کدام است؟

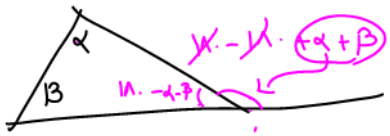


$85=35+x$

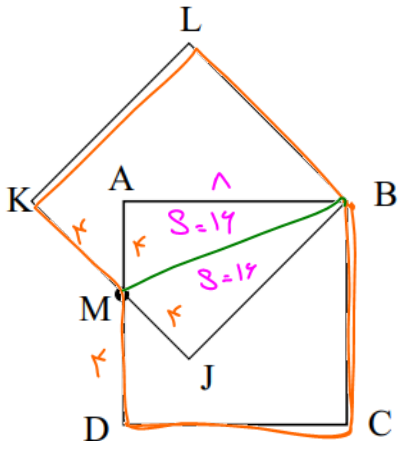
$180-95=85$

$180-50=130$

۱) ۱۵۵° ۲) ۱۲۰° ۳) ۱۲۵° ۴) ۱۳۰°



۸ دو مربع ABCD و BJKL مساوی و به ضلع ۸cm هستند. M وسط AD و J وسط KL است. در این صورت، مساحت شش ضلعی BCDMKL بر حسب cm^2 برابر است با:



۱) ۶۴ ۲) ۸۰

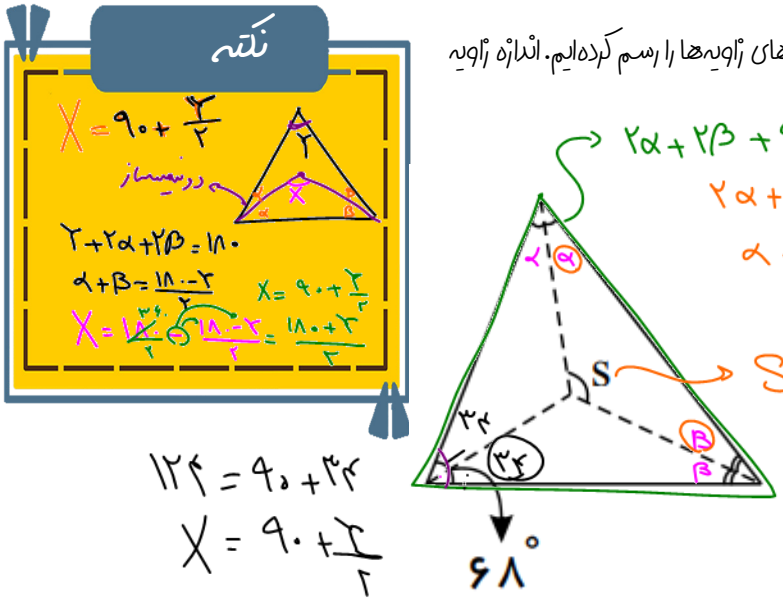
۳) ۹۶ ۴) ۱۲۸

$S = 2S_{\square} - 2S_{\triangle} = 2\times 64 - 2\times 16$

$= 2\times 16(4-1)$

$= 96$

۹ یکی از زاویه‌های داخل مثلث شکل ۶۸° است. نیمسازهای زاویه‌ها را رسم کرده‌ایم. اندازه زاویه خواسته‌شده کدام است؟



$2\alpha + 2\beta + 68 = 180$

$2\alpha + 2\beta = 112$

$\alpha + \beta = 56$

$S = 180 - (\alpha+\beta) = 124$

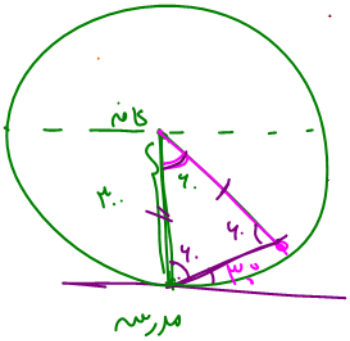
$124 = 90 + \frac{x}{2}$

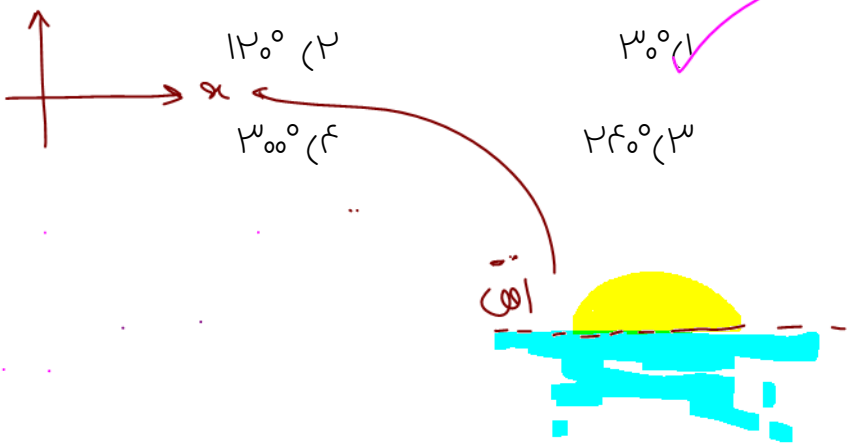
$x = 90 + \frac{x}{2}$

۱) ۱۲۰° ۲) ۱۲۴°

۳) ۱۲۸° ۴) ۱۳۲°

۱۰ در یک روستا کافه درست در ۳۰۰ متری شمال مدرسه واقع است و کلیسا در فاصله‌ی ۳۰۰ متری کافه، با زاویه‌ی ۶۰° در قسمت شرقی آن واقع است. زاویه‌ای که خط واصل بین مدرسه و کلیسا با خط افق می‌سازد چند درجه است؟





۱) ۳۰° ۲) ۱۲۰°

۳) ۲۴۰° ۴) ۳۰۰°

تمرین در خانه ۳

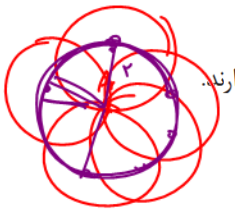
فاصله : دایره و خط

۱ نقطهٔ ثابت A در صفحه مفروض است. نقاطی از صفحه که فاصلهٔ آن‌ها از A بیشتر از ۳ و کم‌تر از ۵ می‌باشند، چگونه‌اند؟

۱) روی دایره‌ای به شعاع ۴ و مرکز A قرار دارند.
۲) در ناحیه‌ای به مساحت 16π قرار دارند.
۳) چهار نقطه با این شرایط وجود دارد.
۴) روی دو دایره به مرکز A و شعاع‌های ۳ و ۵ قرار دارند.

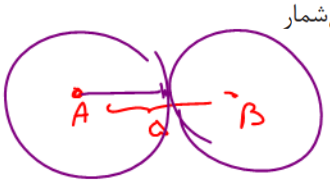
۲ مرکز تمام دایره‌هایی به شعاع ۲ که در یک صفحه قرار دارند و از نقطهٔ ثابت A می‌گذرند، چگونه‌اند؟

۱) روی دو خط راست گذرا از A می‌باشند.
۲) روی دو خط راست و به فاصلهٔ ۴ از هم قرار دارند.
۳) روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ قرار دارند.
۴) روی دو دایره به مرکز A و شعاع‌های ۲ و ۴ قرار دارند.



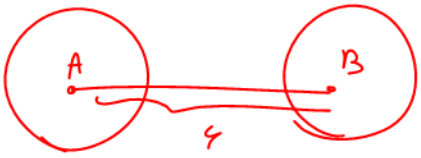
۳ دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ ۵ از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که به فاصلهٔ ۳ واحد از A و به فاصلهٔ ۲ واحد از B قرار داشته باشد؟

۱) ۱
۲) صفر
۳) ۲
۴) بی‌شمار



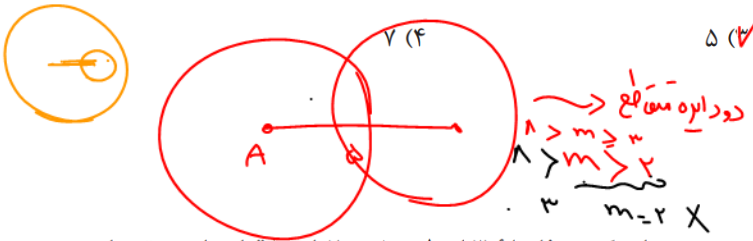
۴ دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ ۶ واحد از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که به فاصلهٔ ۲ واحد از هر کدام از نقاط A و B باشد؟

۱) ۱
۲) صفر
۳) بی‌شمار
۴) ۲



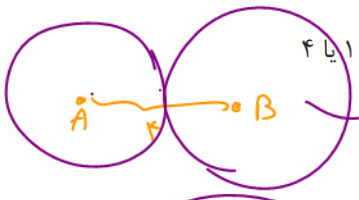
۵ دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ ۵ از هم واقع‌اند. دو نقطهٔ M و M′ به فاصلهٔ ۳ از A و m از B قرار دارند. چند مقدار صحیح برای m وجود دارد؟

۱) ۴
۲) ۶
۳) ۵
۴) ۷



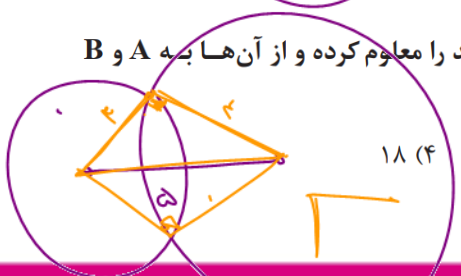
۶ دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ ۴ از هم قرار دارند. فقط یک نقطه در صفحه وجود دارد که به فاصلهٔ ۳ از A و ۱ − ۲a از B قرار دارد. مقدار a کدام است؟

۱) ۱
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۱ یا ۴



۷ نقاط A و B به فاصلهٔ ۵ از هم قرار دارند. نقاطی از صفحه که به فاصلهٔ ۳ و ۴ از این نقاط می‌باشند را معلوم کرده و از آن‌ها به A و B وصل می‌کنیم. مجموع مساحت شکل‌های حاصل کدام است؟

۱) ۶
۲) ۱۲
۳) ۲۴
۴) ۱۸



آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۸ روی محیط یک مربع، m نقطه وجود دارد که از مرکز مربع به فاصلهٔ معلوم L می‌باشند، m کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۸
۴) ۱

۹ روی محیط مربعی به ضلع ۲ واحد، دو نقطه وجود دارد که به فاصلهٔ ۲/۵ واحد از یک رأس مربع قرار دارند. فاصلهٔ نزدیک‌ترین رأس مربع تا هر یک از این نقاط کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۰ نقطهٔ M درون مربع ABCD به ضلع ۴ قرار دارد. اگر نقاط A و B و وسط ضلع CD از نقطهٔ M به یک فاصله باشند، فاصلهٔ M تا مرکز مربع کدام است؟

۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۱/۵
۴) ۲/۵

۱۱ مربع ABCD به ضلع ۳ مفروض است. چند نقطه روی محیط مربع ABCD وجود دارد که فاصله‌اش از قطر AC برابر $\frac{\pi}{2}$ باشد؟

۱) ۴
۲) ۲
۳) ۱
۴) صفر

۱۲ نقطهٔ A روی خط d و نقطهٔ B خارج خط d و به فاصلهٔ ۴ از خط d قرار دارند. اگر نقاط C و D روی خط d به‌گونه‌ای باشند که فاصله آن‌ها از نقطهٔ A برابر ۳ و از نقطهٔ B برابر m باشد، m کدام است؟

۱) $3\sqrt{2}$
۲) ۷
۳) ۵
۴) $4\sqrt{2}$

۱۳ نقطهٔ A خارج خط d مفروض است. اگر سه نقطه در صفحه وجود داشته باشند که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۳ و از خط d به فاصلهٔ ۲ باشند، چند نقطه روی خط d وجود دارد که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۱ باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) صفر
۴) ۴

۱۴ دو خط موازی d و d' به فاصلهٔ ۲ از هم در صفحه مفروض‌اند. نقطهٔ A در صفحه به گونه‌ای است که روی این دو خط قرار ندارد. اگر سه نقطه روی این دو خط باشند که به فاصلهٔ ۳ از نقطهٔ A باشند، مجموع فاصله‌های نقطهٔ A تا این دو خط کدام است؟

۱) ۱
۲) ۵
۳) ۴
۴) این وضعیت امکان ندارد.

۱۵ نقطهٔ O روی خط L قرار دارد. نقاطی از صفحه که از نقطهٔ O به فاصلهٔ $\sqrt{2}$ و از خط L به فاصلهٔ m می‌باشند، رأس‌های یک مربع هستند. m کدام است؟

۱) ۳
۲) $2\sqrt{2}$
۳) $\sqrt{2}$
۴) ۱

تمرین در خانه ۴ رسم مثلث

۱ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای وتر آن مشخص است. با معلوم بودن اندازهٔ کدام جزء دیگر، این مثلث قابل رسم نیست؟

۱) ارتفاع وارد بر وتر
۲) ارتفاع وارد بر ضلع قائم
۳) میانهٔ وارد بر وتر
۴) میانهٔ وارد بر ضلع قائم

نکته

رسم مثلث قائم‌الزاویه با وتر مشخص
رأس قائم روی دایره به قطر AB = مکان هندسی رأس C

۲ کدام دسته از اعداد زیر می‌تواند سه ضلع یک مثلث باشد؟

۱) ۷,۵,۳
۲) ۶,۳,۲
۳) ۳,۲,۱
۴) ۴,۳,۲

۳ در مثلث ABC، $b = ۱۲$ و $c = ۵$ است. حدود ضلع BC کدام است؟

۱) $a < ۱۷$
۲) $۷ < a < ۱۷$
۳) $۱۰ < a < ۱۷$
۴) $۵ < a < ۱۵$

۴ در مثلث ABC، $b = ۱۲$ و $c = ۵$ است. حدود ضلع BC کدام است؟

۱) $a < ۱۷$
۲) $۷ < a < ۱۷$
۳) $۱۰ < a < ۱۷$
۴) $۵ < a < ۱۵$

۵ در مثلث ABC طول اضلاع $2x$، $x - ۱$ و ۱۷ می‌باشد. x چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۸
۲) ۷
۳) ۹
۴) ۱۰

۶ در بین مثلث‌هایی با اضلاع ۳/۵، ۶ و $۵x + ۱$ که اندازهٔ محیط آن‌ها مقداری صحیح است، بیشترین مقدار محیط برابر چند می‌باشد؟

۱) ۱۷
۲) ۱۸
۳) ۱۹
۴) ۲۰

۷ مثلثی با اضلاع ۲، ۵ و $۲x - ۱$ که x در آن عددی صحیح می‌باشد، چگونه است؟

۱) قائم‌الزاویه
۲) متساوی‌الساقین
۳) نامشخص
۴) قابل رسم نیست.

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تمرین در خانه ۵

رسم مثلث و چهارضلعی

۱ در رسم مثلث ABC با معلومات $c = ۱۴$، $b = ۱۰$ و h_a دو مثلث متمایز ایجاد شده است. بیشترین مقدار صحیح h_a کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۲ در رسم مثلث ABC با معلوم بودن $b = ۸$، $c = x + ۳$ و $h_b = ۲x - ۳$ یک مثلث قابل رسم است. x کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۳ با معلومات $a = ۱۰$، $m_a = ۶$ و $h_a = ۵$، چند مثلث ناهم‌نهشت می‌توان رسم کرد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۴ آیا با معلومات $a = ۸$، $m_a = ۱۳$ و $h_a = ۵$، مثلث ABC قابل رسم است؟ در صورت قبول، فاصلهٔ دورترین رأس از ارتفاع کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) قابل رسم نیست.

۵ آیا می‌توان با معلومات $m_a = ۳$، $a = ۸$ و $h_a = ۳$ مثلثی رسم کرد؟ در صورت قبول، نسبت ضلع بزرگ‌تر به ضلع کوچک‌تر در این مثلث کدام است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۱/۶ ۴) قابل رسم نیست.

۶ آیا می‌توان با معلومات $h_a = ۷$، $m_a = ۲۵$ و $a = ۴۸$ مثلثی رسم کرد؟ در صورت قبول، نوع مثلث کدام است؟

۱) قائم‌الزاویه ۲) متساوی‌الساقین ۳) نامشخص ۴) قابل رسم نیست.

۷ آیا می‌توان با معلومات $h_a = ۸$، $c = ۱۰$ و $m_a = ۱۷$ مثلثی رسم کرد؟ در صورت قبول، مقدار a کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱۸ ۲) ۳۰ ۳) ۴۲ ۴) قابل رسم نیست.

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۸ سه پاره‌خط به طول‌های $4x-4$، $x+7$ و $6x$ اضلاع مثلثی هستند، مقادیر x به کدام صورت است؟

۱) $\frac{11}{9} < x < 3$
۲) $\frac{5}{3} < x < 3$
۳) $2 < x < 3$
۴) $\frac{11}{9} < x < 4$

۹ اگر برای رسم مثلثی با اضلاع $x+1$، $2x+4$ و $4x-3$ حدود x به‌صورت $\alpha < x < \beta$ باشد، مقدار $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

۱۰ به ازای چند x صحیح، مثلث ABC به اضلاع $4x-1$، ۸ و $2x+3$ و مثلث $A'B'C'$ به اضلاع $3x-2$، $2x+5$ و ۴ هر دو قابل رسم هستند؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۳

۱۱ محیط مثلثی برابر ۲۴ می‌باشد. کدام گزینهٔ زیر نمی‌تواند طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث باشد؟

۱) ۱۰/۵
۲) ۹
۳) ۱۳
۴) ۱۰

۱۲ محیط یک مثلث متساوی‌الساقین برابر ۱۶ می‌باشد. طول ساق مثلث چند مقدار صحیح می‌تواند باشد؟

۱) ۲
۲) ۱
۳) ۳
۴) ۴

۱۳ در چهارضلعی شکل مقابل، طول قطر BD چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۱۱

۱۴ چند مثلث با اضلاع ۱۰ و ۶ و اندازهٔ ارتفاع ۸ وجود دارد؟

۱) ۱
۲) صفر
۳) ۲
۴) بیش از ۲

۱۵ در رسم مثلث ABC با معلومات $c=2x+5$، $b=x+6$ و $h_a=2x+3$، یک مثلث قائم‌الزاویه حاصل شده است. طول وتر این مثلث کدام است؟

۱) ۱۱
۲) ۱۰
۳) ۹
۴) ۱۲

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۸ آیا می‌توان با معلومات $m_a = ۸$ ، $b = ۴$ و $h_a = ۵$ مثلثی رسم کرد؟ در صورت قبول، فاصلهٔ رأس B از h_a کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۸ ۳) ۱۱ ۴) قابل رسم نیست.

۹ مثلث ABC با معلوم بودن ضلع $b = ۹$ و میانهٔ $m_a = ۶$ و ضلع a قابل رسم است. a کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۳۲ ۲) ۳۶ ۳) ۲۰ ۴) ۶

۱۰ پاره‌خط AB به طول ۸ مفروض است. عمودمنصف AB آن را در نقطهٔ M قطع می‌کند، به مرکز M و شعاع R یک دایره رسم می‌کنیم تا عمودمنصف AB را در نقاط C و D قطع کند. اگر چهارضلعی ACBD مربع باشد، R کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) هر مقداری بزرگ‌تر از ۴

۱۱ پاره‌خط AB به طول ۶ مفروض است. از نقطهٔ M وسط پاره‌خط AB دایره‌ای به شعاع ۳ رسم کرده، سپس قطر CD از دایره که غیرمنطبق و غیرعمود بر AB می‌باشد را رسم می‌کنیم. چهارضلعی ACBD کدام است؟

۱) مربع ۲) لوزی ۳) مستطیل ۴) ذوزنقه

۱۲ پاره‌خط AB به طول ۶ مفروض است. از نقطهٔ M وسط پاره‌خط AB، دایره‌ای به شعاع ۴ رسم کرده و قطر CD از دایره را رسم می‌کنیم. کدام گزینه در مورد چهارضلعی ACBD صحیح است؟

۱) مستطیل به قطر ۸ ۲) مستطیل به اضلاع ۶ و ۸
۳) متوازی‌الاضلاع به قطرهای ۶ و ۸ ۴) متوازی‌الاضلاع به اضلاع ۶ و ۸

۱۳ کدام چهارضلعی با معلوم بودن طول یک قطر آن به‌طور منحصربه‌فرد مشخص می‌شود؟

۱) لوزی ۲) مربع ۳) مستطیل ۴) متوازی‌الاضلاع

۱۴ متوازی‌الاضلاعی با طول دو ضلع ۵ و ۹ و طول قطر d رسم شده است. d کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) ۵ ۲) ۱۲ ۳) ۴ ۴) ۱۳

۱۵ با معلومات $AC = ۱۲$ ، $BD = ۶$ و $AB = a$ ، متوازی‌الاضلاع ABCD رسم شده است. a کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۱۰ ۴) ۴

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تمرین در خانه ۶ برخی از قضایای متوسطه اول

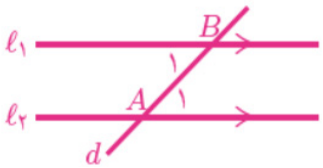
فرض و حکم قضایای پرکاربرد زیر که در هفتم، هشتم و نهم با آنها آشنا شدید را بنویسید جاهای خالی را پر و قضایا را اثبات کنید.

۱ قضیه زاویه‌های متقابل به رأس: زاویه‌های متقابل به رأس، برابرند.

فرض	حکم

۲ قضیه خطوط موازی و مورب: اگر خطی دو خط موازی را قطع کند، زوایای تند و باز با هم برابرند.

فرض	حکم



قضیه خطوط موازی و مورب: .....

فرض	حکم

۳ قضیّه مجموع زاویه‌های مثلث. مجموع زاویه‌های هر مثلث ۱۸۰ درجه است.

فرض	حکم

۴ قضیّه زاویه خارجی مثلث. اندازه هر زاویه خارجی در یک مثلث دلخواه برابر است با مجموع اندازه‌های زاویه‌های داخلی غیرمجاورش.

فرض	حکم

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۵ اصل ض ز ض: اگر دو ضلع و زاویه بین آن‌ها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آن‌ها از مثلثی دیگر برابر باشند، آنگاه این دو مثلث همنهشت‌اند.

فرض | حکم

۶ قضیه ز ض ز: اگر دو زاویه و ضلع بین آن‌ها از مثلثی با دو زاویه و ضلع بین آن‌ها از مثلثی دیگر برابر باشند، آنگاه این دو مثلث همنهشت‌اند.

فرض | حکم

۷ قضیه ض ض ض: اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگری برابر باشد، آنگاه این دو مثلث همنهشت‌اند.

فرض | حکم

۸ قضیه ز ز ض: اگر دو زاویه و ضلع غیر بین آنها در دو مثلث برابر باشند، آنگاه دو مثلث هم نهشتند.

فرض | حکم

۹ قضیه عمودمنصف: هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط فاصله‌ی یکسان دارد.

فرض | حکم

عکس قضیه عمودمنصف: هر نقطه.....

فرض | حکم

۱۰ قضیه مثلث متساوی الساقین: اگر.....

فرض	حکم

عکس قضیه مثلث متساوی الساقین: اگر.....

فرض	حکم

۱۱ قضیه وتر و یک ضلع: اگر دو مثلث قائم الزاویه دارای وتر و یک ضلع قائمه برابر باشند آنگاه دو مثلث هم نهشت هستند

فرض	حکم

۱۲ قضیه وتر و یک زاویه تند: اگر.....

فرض	حکم

۱۳ قضیه برابری قطرهای مستطیل. در یک مستطیل (متوازی الاضلاع با حداقل یک زاویه قائمه)، قطرها با یکدیگر برابرند.

فرض	حکم

۱۴ قضیه نیمساز: اگر .....

فرض	حکم

عکس قضیه نیمساز: اگر .....

فرض	حکم

۱۵ قضیه فیثاغورس: اگر .....

فرض	حکم

عکس قضیه فیثاغورس: اگر .....

فرض	حکم

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۱۶ قضیه قطر منصف وتر: اگر قطر دایره وتری از دایره را نصف کند آنگاه بر آن عمود است.

فرض | حکم

عکس قضیه قطر منصف وتر: اگر قطر دایره بر وتر دایره عمود شود آنگاه آن وتر و کمان نظیر آن را نصف می کند.

فرض | حکم

۱۷ قضیه کمان و وتر: وترهای نظیر دو کمان برابر، برابرند اگر ..... آنگاه .....

فرض | حکم

عکس قضیه کمان و وتر: اگر .....

فرض | حکم

۱۸ قضیه میانه وارد بر وتر: در مثلث قائم الزاویه میانه وارد بر وتر نصف آن است اگر ..... آنگاه .....

فرض | حکم

عکس قضیه میانه وارد بر وتر: اگر .....

فرض | حکم

دکتر رها مسیح

تمرین در خانه ۷

نهایی سال ۱۴۰۳

سوالات آزمون نهایی درس: **هندسه ۱**	تعداد صفحه: **۳**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰:۳۰ صبح**	
پایه دهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: **۱۴۰۳/۰۳/۱۶**	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	
دانش آموزان روزانه- بزرگسال- داوطلب آزاد- آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				

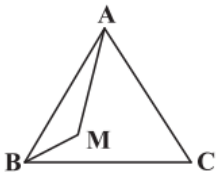
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) – استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. الف) مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی محدب، ۳۶۰ درجه است. ب) در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با نسبت ارتفاع وارد بر آنها برابر است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات (کلمات) مناسب کامل کنید. الف) عمودمنصف وتر یک دایره از ..... دایره می‌گذرد.	۱.۲۵
۳	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر.	۱
۴	روش رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای غیرواقع بر آن را توضیح دهید. (با رسم شکل)	۱

۵	آیا گزاره " **هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت‌اند.**" درست است؟ چرا؟	۰.۵

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

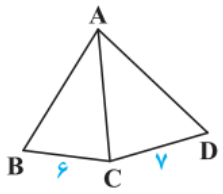
تست های ترکیبی

۱ در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. اگر محیط مثلث ABC، ۴ واحد بیشتر از محیط مثلث ABM باشد، محیط مثلث ABC کدام می‌تواند باشد؟



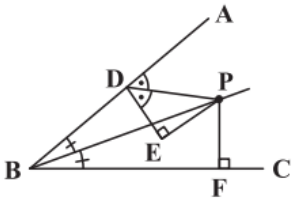
۱) ۱۲
۲) ۱۰
۳) ۸
۴) ۱۴

۲ در شکل مقابل، مجموع محیط دو مثلث ABC و ADC کدام می‌تواند باشد؟



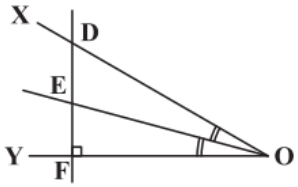
۱) ۲۳
۲) ۲۴
۳) ۲۶
۴) ۲۷

۳ در شکل مقابل، نقطهٔ P روی نیمساز زاویه‌های ABC و ADE قرار دارد. اگر PF = ۵ باشد، طول پاره‌خط PE کدام است؟



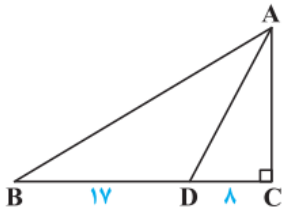
۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

۴ در شکل مقابل، نیمساز زاویهٔ XOY رسم شده است. کدام گزینه درست است؟



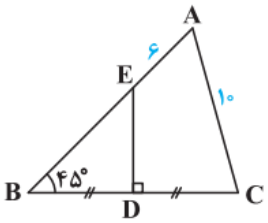
۱) $EF < DE$
۲) $EF = DE$
۳) $EF = ۲DE$
۴) $EF > DE$

۵ در مثلث قائم‌الزاویهٔ شکل مقابل، AD نیمساز زاویهٔ A می‌باشد. در این مثلث، وتر چند واحد از ضلع کوچک‌تر مثلث، بزرگ‌تر است؟



۱) ۱۱
۲) ۱۳
۳) ۹
۴) ۱۵

۶ در مثلث شکل مقابل، طول عمودمنصف ضلع BC کدام است؟



۱) $۴\sqrt{۲}$
۲) $۴\sqrt{۳}$
۳) ۶
۴) ۴

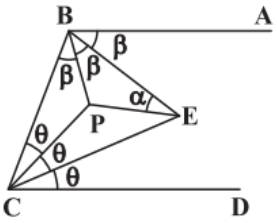
۷ در مثلث ABC داریم $AB = AC$، $\hat{A} = ۸۰^\circ$ و عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعدهٔ BC را در M و N قطع می‌کنند. کوچک‌ترین زاویهٔ مثلث AMN چند درجه است؟

ریاضی داخل ۹۲

۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۳۰

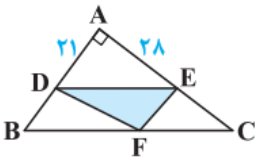
آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۸ در شکل مقابل، $CD \parallel BA$ می‌باشد. مقدار α کدام است؟



۱) 15°
۲) 30°
۳) 45°
۴) 60°

۹ در شکل مقابل، $DE \parallel BC$ و محل برخورد نیمسازهای داخلی روی پاره‌خط DE قرار دارد. مساحت مثلث DEF کدام است؟

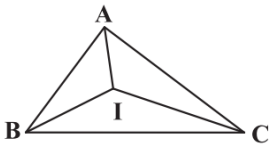


۱) ۲۱۰
۲) ۱۹۰
۳) ۲۲۰
۴) ۱۸۰

۱۰ در مثلث ABC، $\hat{B} = 40^\circ$ و $\hat{C} = 20^\circ$ می‌باشد. اگر I محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث ABC باشد، حاصل $\frac{CI}{AB}$ کدام است؟

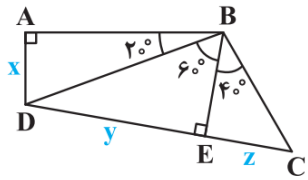
۱) ۱
۲) $\sqrt{3}$
۳) ۲
۴) $\sqrt{2}$

۱۱ در شکل مقابل، I محل تلاقی نیمسازهای مثلث ABC است. اگر $\frac{S_{ABI}}{S_{AIC}} = \frac{3}{4}$، $B\hat{I}C = 135^\circ$ و $BC = 10$ باشد، $AB + AC$ کدام است؟



۱) ۱۸
۲) ۱۶
۳) ۱۴
۴) ۲۰

۱۲ در شکل مقابل، کدام رابطه، برقرار است؟



۱) $x > y + z$
۲) $z > x + y$
۳) $y > x + z$
۴) $y > 2x + z$

۱۳ در مثلث ABC داریم $\hat{A} > \hat{C}$، نیمساز زاویهٔ B و عمودمنصف ضلع AB در نقطهٔ D متقاطع‌اند. M و N پای عمودهایی است که از نقطهٔ D به‌ترتیب بر BA و BC رسم شده‌اند. کدام نابرابری درست است؟

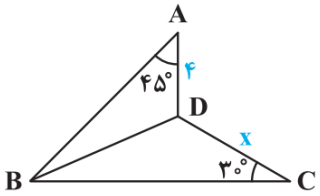
ریاضی داخل ۹۵

۱) $NC > NB$
۲) $NC < NB$
۳) $DA > DC$
۴) $AM < NB$

۱۴ پاره‌خط AB به طول ۶ مفروض است. عمودمنصف AB را رسم می‌کنیم. از نقطهٔ A دایره‌ای به شعاع ۵ رسم کرده تا عمودمنصف AB را در نقاط C و D قطع کند. چهارضلعی $ACBD$ کدام است؟

۱) مربع به قطر ۶
۲) لوزی به قطرهای ۵ و ۶
۳) مستطیل به اضلاع ۵ و ۶
۴) لوزی به قطرهای ۶ و ۸

۱۵ در شکل مقابل، BD نیمساز زاویهٔ ABC است. مقدار x کدام است؟



۱) ۶
۲) $4\sqrt{2}$
۳) ۵
۴) $2\sqrt{6}$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تست های کنکور این فصل

تمرین در خانه ۸

۱ برای کدام گزاره، می‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

۱ هر چهارضلعی که قطرها یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.

۲ اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.

۳ هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.

۴ نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث همرسند.

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۲

۲ در یک مثلث متساوی‌الساقین، اندازهٔ قاعده ۱۶ و اندازهٔ میانه وارد بر آن، نصف قاعده است. اندازه میانه نظیر هر ساق کدام است؟

۱ $\frac{11}{2}\sqrt{5}$ ۲ $\frac{7}{2}\sqrt{10}$ ۳ $6\sqrt{5}$ ۴ $4\sqrt{10}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ اردیبهشت

۳ فاصله کدام نقطه از سه ضلع مثلث ABC، همواره یکسان است؟

۱ تلاقی سه ارتفاع ۲ تلاقی سه میانه ۳ تلاقی سه نیمساز ۴ تلاقی سه عمودمنصف

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۴ در مثلث ABC، $AB = AC$ و عمودمنصف AB، ضلع AC را در نقطه M قطع می‌کند. اگر $\widehat{BAM} = 24^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{BMC}$ چند درجه است؟

۱ ۳۶ ۲ ۴۸ ۳ ۵۴ ۴ ۷۸

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۵ در مثلث متساوی‌الساقین ABC، $\widehat{A} = 80^\circ$ و عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در نقاط M و N قطع می‌کند. کوچک‌ترین زاویه مثلث AMN چند درجه است؟

۱ ۱۵ ۲ ۲۰ ۳ ۲۵ ۴ ۳۰

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۶ در مثلث متساوی‌الساقین ABC، نقطهٔ M وسط ساق AB و عمودمنصف آن، ساق AC را در نقطه N قطع می‌کند. اگر $\widehat{NBC} = 54^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{MNB}$ چند درجه است؟

۱ ۴۸ ۲ ۵۶ ۳ ۶۶ ۴ ۷۸

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۷ مثلث ABC یک مثلث حاده‌الزاویه است. عمودمنصف ضلع BC و نیمساز زاویه‌ی B در نقطه‌ی M در خارج مثلث متقاطع‌اند. کدام گزینه درست است؟

۱) $\hat{A} > \hat{B}$ ۲) $\hat{B} < \hat{A}$ ۳) $\hat{B} > ۲\hat{C}$ ۴) $\hat{B} < ۲\hat{C}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸ در یک مثلث با زاویه‌ی ۱۳۸°، کوچک‌ترین زاویه‌ی بین دو نیمساز خارجی به درجه، کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۱۱/۵ ۳) ۳۴/۵ ۴) ۴۲

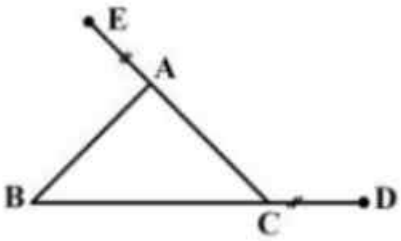
سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۹ چند نقطه‌ی متمایز برای رأس C در مثلث ABC واقع در صفحه‌ی مختصات، می‌توان یافت که فاصله‌ی رأس C از نقطه‌ی A و پاره‌خط **AB**، به‌ترتیب ۷ و ۵ واحد، باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

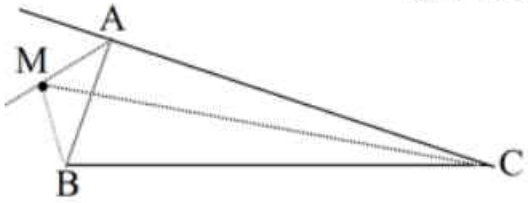
۱۰ در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC ، بر روی امتداد دو ضلع BC و CA پاره‌خط های $\mathbf{CD = AE}$ جدا شده است. زاویه‌ی بین امتداد DA با BE چند درجه است؟



۱) ۴۵ ۲) ۶۰ ۳) ۷۵ ۴) ۹۰

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱ در شکل روبه‌رو، نقطه‌ی M روی نیم‌ساز خارجی زاویه‌ی A است. نسبت $\frac{\mathbf{MB + MC}}{\mathbf{AB + AC}}$ ، چگونه است؟



۱) بزرگ‌تر از ۱ ۲) کم‌تر از ۱ ۳) برابر با ۱ ۴) غیرمشخص

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

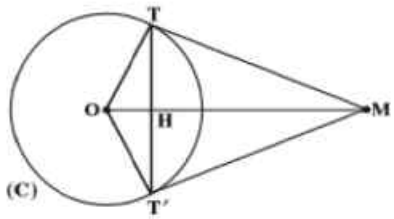
آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تمرین در خانه ۹

تمرین تشریحی

دوره ای

۱ در شکل از نقطه ای خارج دایره دو مماس بر دایره رسم شده است ثابت کنید



$MT = MT'$.

- OM نیمساز $\hat{O}$ و نیمساز $\hat{M}$ است.

- OM عمود منصف TT' است.

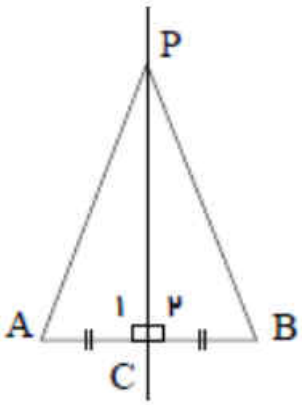
۲ ثابت کنید در یک مثلث عمود منصف ها همرسند

۳ ثابت کنیدارتفاع های هر مثلث در یک نقطه به یکدیگر می رسند

۴ ثابت کنید نیمساز مکان هندسی نقاطی است که .....

۵ ثابت کنید نیمسازهای هر مثلث در یک نقطه به یکدیگر می رسند

۶ ثابت کنید هر نقطه مانند P روی عمود منصف پاره خط AB از نقاط A , B به یک فاصله است.



۷ ثابت کنید مرکز هر دایره روی عمود منصف هر وتر دایره قرار دارد

۸ ثابت کنید هر مثلث دارای یک دایره محاطی است

۹ ثابت کنید فاصله نقطه همرسی نیمسازهای یک مثلث متساوی الاضلاع ازهریک از سه ضلع یک سوم ارتفاع مثلث است.

۱۰ ثابت کنید دو نیمساز خارجی و یک نیمساز داخلی در هر مثلث همرسند (مرکز دایره محاطی خارجی)

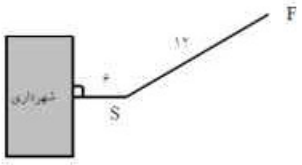
تمرین در خانه ۱۰

تمرین تشریحی

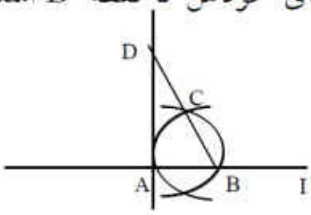
دوره ای

۱ دو نقطه‌ی A و B و خط d در یک صفحه واقعند. نقطه‌ای روی خط d بیابید، که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله باشد. آیا مسأله همواره جواب دارد؟

۲ نمودار مقابل محل قرار گرفتن ساختمان شهرداری، مجسمه‌ی S و فواره‌ی F را نشان می‌دهد. می‌خواهیم میله‌ی پرچم را در محلی نصب کنیم که از مجسمه و فواره به یک فاصله باشد و از مقابل ساختمان شهرداری به فاصله‌ی ۹ متر باشد. مکان هندسی محل نصب میله‌ی پرچم را تعیین کنید.

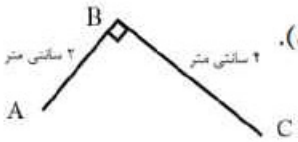


۳ ابوالوفاء بوزجانی (۳۸۸ - ۳۲۸ هـ.ق) ریاضیدان ایرانی برای رسم خط عمود از نقطه‌ی A واقع بر خط مفروض I روش زیر را به کار برده است: نقطه‌ی دلخواه B را روی خط I اختیار می‌کنیم. دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی پاره‌خط AB باز می‌کنیم دو دایره به مرکزهای A و B و به شعاع AB رسم می‌کنیم یک نقطه‌ی برخورد این دو دایره را C می‌نامیم. از B به C وصل می‌کنیم و پاره‌خط BC را از طرف نقطه‌ی C به اندازه‌ی خودش تا نقطه D امتداد می‌دهیم. از D به A وصل می‌کنیم. خط AD در نقطه‌ی A بر خط I عمود است.



دلیل درستی روش ابوالوفاء را بنویسید.

۴ دایره ای رسم کنید که BC و AB دو وتر از آن باشند. (روش رسم را توضیح دهید).



۵ مثلث ABC با مشخصات $AB = ۵\ cm$ و $AC = ۴\ cm$ و ارتفاع $h_a = ۳\ cm$ را رسم کرده ایم.
روش رسم را توضیح دهید.

۶ مربعی رسم کنید که پاره‌خط مفروض DE قطر آن باشد.

D E

۷ **ر زمین فوتبال نقطه پنالتی مرکز دایره است که قسمتی از قوس آن در جلوی محوطه جریمه کشیده شده است در صورت مشخص نبودن نقطه پنالتی نحوه مشخص کردن آن را با جزئیات شرح دهید**

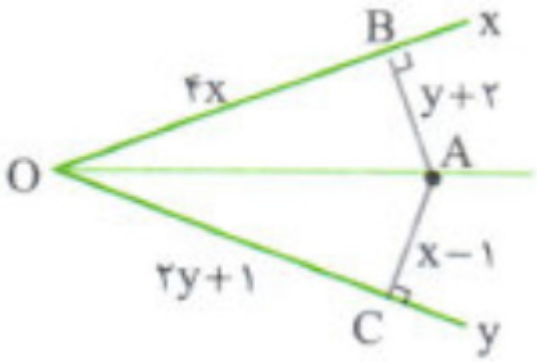
۸ چطور می توان مستطیلی به قطر ۶ رسم کرد؟

۹ در مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع قائم ۶ و ۲ ، عمود منصف وتر امتداد ضلع کوچکتر را در M قطع کرده است. فاصله M از نزدیکترین راس مثلث را بیابید.

۱۰ حدود m را چنان تعیین کنیدکه اعداد $۲m - ۱$, m , $۳m - ۵$ بتوانند اضلاع یک مثلث باشند.

۱۱ ثابت کنید در هر مثلث، هر میانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور آن کوچک‌تر است.

۹ مجهولات را بیابید



۱۰ حدود m را چنان تعیین کنید که اعداد $۲m-۱$, m , $۳m-۵$ بتوانند اضلاع یک مثلث باشند.

نام و نام خانوادگی :

عنوان آزمون : آزمون اول هندسه دهم

پایه تحصیلی :

زمان آزمون :

نام دبیر :

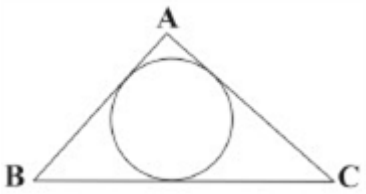
تاریخ برگزاری ۱۴۰۳/۰۵/۲۳

کارنامه خرد

تمرین در خانه ۱۱

نمونه آزمون

۱ در شکل زیر دایره بر هریک از اضلاع مثلث ABC مماس است. مرکز دایره کدام است؟

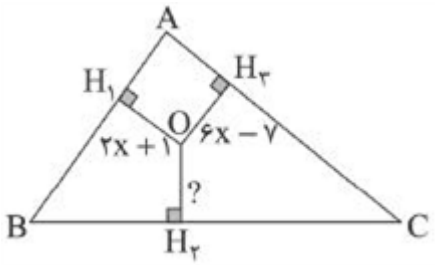


۱) تلاقی ارتفاع‌ها ۲) تلاقی نیم‌سازها ۳) تلاقی میانه‌ها ۴) تلاقی عمودمنصف‌ها

۲ عمودمنصف‌های اضلاع AB و AC از مثلث ABC در نقطهٔ O متقاطع‌اند. اگر $\hat{A} = ۷۰^\circ$ زاویهٔ BOC چقدر است؟

۱) ۱۳۰° ۲) ۱۳۵° ۳) ۱۴۰° ۴) ۱۴۵°

۳ نقطهٔ O محل برخورد نیمسازهای داخلی مثلث ABC است. اگر فاصلهٔ O از AB و AC به ترتیب $۲x + ۱$ و $۶x - ۷$ باشد، فاصلهٔ O از ضلع BC کدام است؟



۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۱

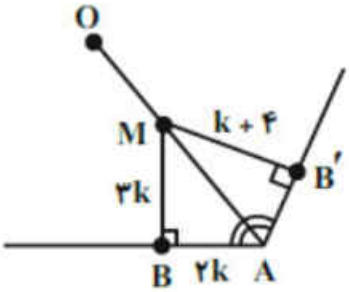
۴ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC، عمودمنصف وتر BC، ضلع AC را در نقطه‌ی M قطع می‌کند. اگر $MC = ۵$ و $AB = ۴$ باشد، طول BC کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۵}$ ۲) ۸ ۳) $۸\sqrt{۵}$ ۴) ۳

۵ در مثلث ABC رابطه‌ی $\frac{\hat{A}}{۲} = \frac{\hat{B}}{۳} = \frac{\hat{C}}{۴}$ بین زاویه‌ها برقرار است. زاویه‌ی حاده بین نیمسازهای داخلی دو زاویه‌ی $\hat{A}$ و $\hat{C}$ چند درجه است؟

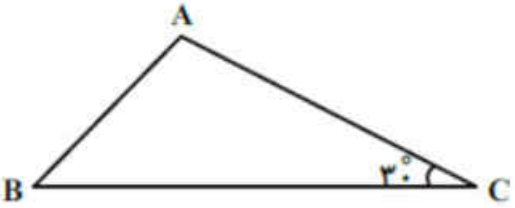
۱) ۴۰° ۲) ۵۰° ۳) ۶۰° ۴) ۷۰°

۶ در شکل مقابل، پاره‌خط OA نیمساز زاویه‌ی A می‌باشد. اندازه‌ی پاره‌خط AM کدام است؟



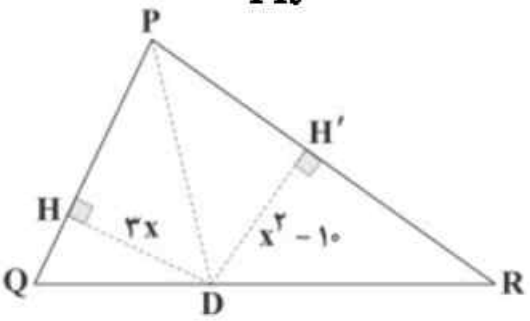
۱) $\sqrt{۱۳}$ ۲) $۲\sqrt{۱۳}$ ۳) $\sqrt{۱۷}$ ۴) $۲\sqrt{۱۷}$

۷ فرض کنید در مثلث $\mathbf{ABC}$، $C = ۳۰^\circ$ و نیز عمودمنصف ضلع BC ضلع AC را در نقطه‌ی D قطع کند، آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی ADB کدام است؟



۱) ۴۵° ۲) ۷۰° ۳) ۶۰° ۴) ۷۵°

۸ در شکل زیر، اگر $\mathbf{PQ} = ۲\mathbf{x} + ۱$ و $\mathbf{PR} = ۳\mathbf{x} - ۵$ و $\mathbf{PD}$ نیمساز زاویه‌ی $\boldsymbol{P}$ باشد، نسبت $\frac{\mathbf{PQ}}{\mathbf{PR}}$ کدام است؟



۱) ۱/۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۲/۱ ۴) ۲/۲

۹ نقطه‌ی O محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC است. به مرکز O و شعاع OA یک دایره می‌زنیم. وضعیت نقطه‌ی B و این دایره کدام است؟

۱) بیرون دایره ۲) روی دایره ۳) داخل دایره ۴) داخل یا بیرون دایره

۱۰ در یک مثلث $\mathbf{ABC}$ داریم $\hat{\boldsymbol{A}} = ۸۰^\circ$. نیمسازهای زوایای داخلی $\boldsymbol{B}$ و $\boldsymbol{C}$ با هم چه زاویه‌ای می‌سازند؟

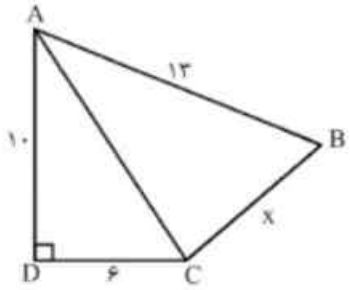
۱) ۱۱۰° ۲) ۱۲۰° ۳) ۱۳۰° ۴) ۱۴۰°

۱۱ مثلث دلخواه $\mathbf{ABC}$ مفروض است. کدام‌یک از نقاط زیر همواره از سه رأس این مثلث به یک فاصله است؟

۱) محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع ۲) محل برخورد نیمسازهای زوایا

۳) محل برخورد ارتفاع‌ها ۴) چنین نقطه‌ای وجود ندارد.

۱۲ اگر در شکل مقابل AC نیم‌ساز زاویه‌ی A باشد، مقدار x کدام است؟

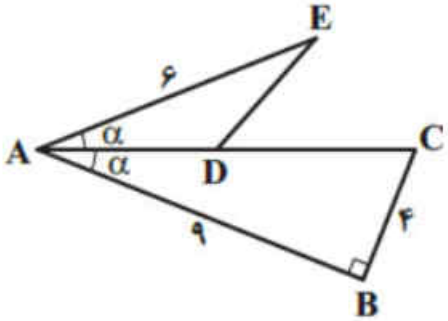


۱) $۳\sqrt{۵}$ ۲) ۷ ۳) $۳\sqrt{۶}$ ۴) $۳\sqrt{۷}$

۱۳ حداکثر چند نقطه روی محیط مثلث متساوی‌الاضلاع وجود دارد که از محل برخورد عمودمنصف اضلاع آن به یک فاصله باشد؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۴ در شکل مقابل اگر E روی عمودمنصف CD واقع باشد، آنگاه طول ED کدام است؟

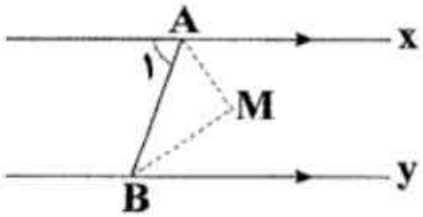


۱) ۳/۵ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۴/۵

۱۵ در مثلث ABC که در آن $AB < AC$ عمودمنصف ضلع BC، ضلع AC را در M قطع می‌کند، زاویهٔ $B\widehat{M}C$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{\widehat{A}}{۲}$ ۲) $\widehat{A}+\widehat{B}-\widehat{C}$ ۳) $\frac{\widehat{A}+\widehat{B}}{۲}$ ۴) $\frac{\widehat{B}-\widehat{C}}{۲}$

۱۶ در شکل زیر، $\widehat{A}_۱ = ۷۰^\circ$ است. اگر M محل تلاقی نیمساز زوایای $x\widehat{A}B$ و $y\widehat{B}A$ باشد، کوچک‌ترین زاویهٔ مثلث AMB کدام است؟

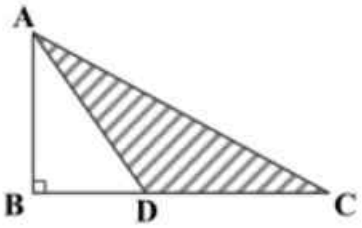


۱) ۴۵° ۲) ۳۵° ۳) ۵۵° ۴) ۷۰°

۱۷ در مثلثی هیچ دو ارتفاعی برابر نیست. اگر یکی از زوایای این مثلث ۵۰° باشد. زاویهٔ دیگر این مثلث کدام می‌تواند باشد؟

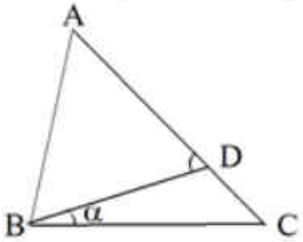
۱) ۵۰° ۲) ۶۵° ۳) ۷۵° ۴) ۸۰°

۱۸ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC، نیمساز رأس A ضلع BC را در نقطه‌ی D قطع می‌کند. اگر $AC = ۱۲$ و $BD = ۴$، مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



۱) ۲۴ ۲) ۱۶ ۳) ۱۲ ۴) ۲۸

۱۹ با توجه به شکل، اگر $AB = AD$ باشد، اندازه زاویه α برحسب زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$، کدام است؟ $(\hat{B} = A\hat{B}C)$

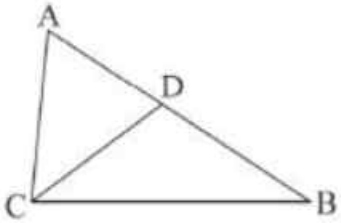


۱) $\frac{\hat{B}-\hat{C}}{۲}$ ۲) $\hat{B}-\hat{C}$ ۳) $C-\frac{\hat{B}}{۲}$ ۴) $\frac{\hat{B}}{۲}-\hat{C}$

۲۰ در مثلث $A\hat{B}C$ اندازه زاویه‌های B و C به‌ترتیب ۳۸ و ۶۴ درجه است. اندازه‌ی زاویه بین نیمساز خارجی زاویه‌ی C و نیمساز داخلی زاویه‌ی B کدام است؟

۱) ۱۹ ۲) ۳۹ ۳) ۳۲ ۴) ۷۲

۲۱ در مثلث ABC مطابق شکل، CD نیمساز زاویهٔ C می‌باشد. اگر $BC = ۲AC$ باشد، نسبت مساحت مثلث ACD به مساحت ABC کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

۲۲ در مثلث قائم‌الزاویه، زاویه‌ی بین دو نیمساز زوایای حاده‌ی مثلث کدام است؟

۱) ۹۰° ۲) ۱۲۰° ۳) ۱۳۵° ۴) ۱۱۰°

۲۳ در مثلثی قائم‌الزاویه با طول اضلاع قائم ۴ و ۶، طول نیمساز وارد بر وتر کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) $۲/۲\sqrt{۲}$ ۳) $۲/۶\sqrt{۲}$ ۴) $۲/۴\sqrt{۲}$

۲۴ در مثلث ABC، زاویه‌های A، B و C به‌ترتیب با اعداد ۲، ۴ و ۹ متناسب هستند. نیمسازهای داخلی این سه زاویه در نقطهٔ O یک‌دیگر را قطع می‌کنند. اندازهٔ زاویهٔ $\widehat{AOB}$ کدام است؟

۱) ۱۰۲° ۲) ۱۱۴° ۳) ۱۴۴° ۴) ۹۸°

۲۵ نقطه‌ی O از سه ضلع مثلث ABC به یک فاصله است. اگر $\widehat{C} = 50^\circ$ باشد، زاویه‌ی $\widehat{AOB}$ چند درجه است؟

۱) ۱۲۵° ۲) ۱۰۵° ۳) ۱۱۵° ۴) ۱۳۵°

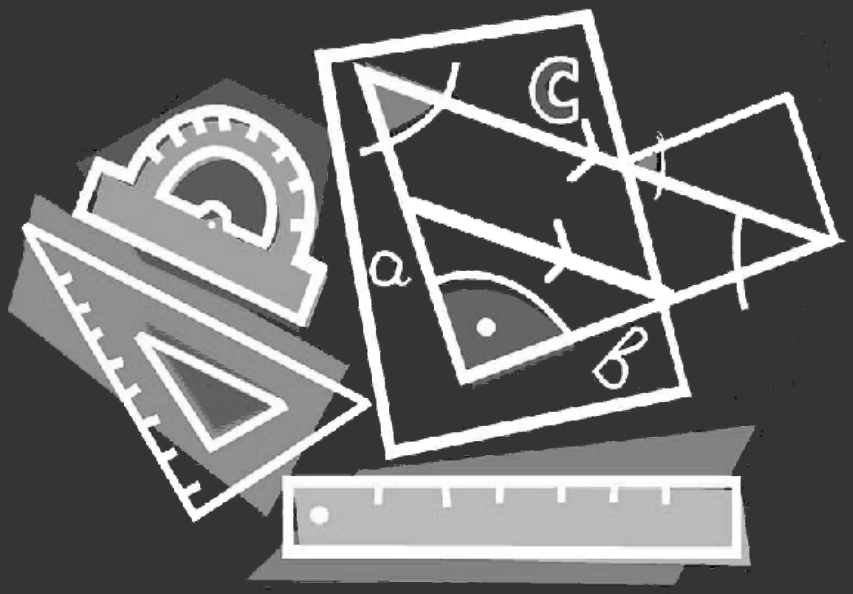
دکتر رها مسیح

کارنامه خرد

فصل دوم

نمره در امتحان نهایی

هفت نمره



تعداد تست

دو الی سه تست

پیش نیاز

هندسه نهم

فصل دوم هندسه دهم

نسبت ها
تالس
تشابه

نسبت و تناسب در هندسه

نسبت و تناسب: کسر $\frac{a}{b}$ را که در آن $a,b\in R$ و $b\neq 0$ می‌باشد، نسبت دو عدد a و b می‌گوییم.

به عنوان مثال کسر $\frac{۴}{۲}$ نسبت دو عدد ۴ و ۲ می‌باشد. تساوی دو یا چند نسبت را تناسب می‌گوییم. به عنوان مثال تساوی‌های $\frac{۳}{۴}=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$ و $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ هر کدام‌یک تناسب می‌باشند.

ویژگی‌های تناسب:

الف) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ یا $\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ (جابه‌جایی طرفین یا وسطین)

ب) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ معکوس

پ) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow ad=bc$ (طرفین وسطین)

ت) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ (ترکیب در صورت)

ث) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$ (ترکیب در مخرج)

ج) $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$ (تفاضل در صورت)

چ) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}$ (تفاضل در مخرج)

ح) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$ (ترکیب در صورت، تفاضل در مخرج)

خ) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots=k \Rightarrow \frac{a+c+e+\cdots}{b+d+f+\cdots}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots=k$

د) $\frac{a}{b}=\frac{-c}{-d}=\frac{-e}{-f}=\cdots \Rightarrow \frac{a-c-e-\cdots}{b-d-f-\cdots}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots$

a	30	30٪
b	40	20٪
a+b	70	?

$\frac{a}{a+b}=\frac{۲}{۲+۳}$

$a\to ۲k$, $b\to ۳k$

$\frac{a}{a+b}=\frac{۲k}{۲k+۳k}=\frac{۲k}{۵k}$

نسبت‌ها $=k=\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AB+AC+BC}{A'B'+A'C'+B'C'}$

۱ اگر $\frac{۲x+۳y}{x+y}=\frac{۲}{۳}$ باشد، آن‌گاه نسبت $\frac{x-y}{x+۲y}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱۱ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

$۲x+۲y=۶x+۹y \leftarrow -۷y=۴x$

$\frac{x}{y}=\frac{-۷}{۴}$ $x=-۷k$, $y=۴k$

$\frac{-۷k-۴k}{-۷k+۸k}=\frac{-۱۱k}{۱k}=-۱۱$

اولویت ① استفاده از روابط بالا

② طرفین وسطین / گرفتن k

۲ اگر $\frac{a}{a+b}=\frac{۲}{۵}$ حاصل $\frac{b}{b-a}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) ۳

۳ اگر $\frac{x}{۲}=\frac{y}{۳}=\frac{z}{۵}$ بوده و داشته باشیم $۲x-y+z=۱۲$ مقدار y کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۳

۴ زوایای مثلثی متناسب با اعداد ۲، ۵ و ۸ است. مقدار تفاضل دو زاویه‌ی نابزرگ تر برحسب درجه کدام است؟

۱) ۳۶° ۲) ۲۴° ۳) ۴۶° ۴) ۴۴°

۵ اگر $\frac{x}{y}=\frac{۲}{۳}$ باشد آنگاه حاصل $\frac{۳y-۳}{۳x-۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۶}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۶ اگر زوایای داخلی مثلثی با اعداد ۱ و ۲ و ۳ متناسب باشند آنگاه نسبت دو ضلع کوچکتر این مثلث کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

عددی ۵ , ۷ , ۹ , ۱۱ , ...

$a_n = a_1 + (n-1)d$

هندسی

صفر

$a_n = a_1 q^{n-1}$

a, b, c

$a+c = 2b$

$b-d$, $b+d$

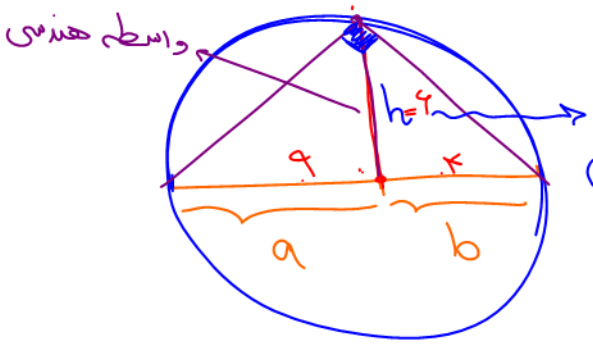
$b = \frac{a+c}{2}$

$\frac{b}{q}$, $b \times q$

$a \times c = \frac{b}{q} \times b \times q = b^2$

$b^2 = ac \rightarrow b = \sqrt{ac}$

واسطه هندسی $b = \sqrt{ac}$



ارتفاع مثلث قائم‌الزاویه $= h = \sqrt{ab}$

$h^2 = ab$

واسطه هندسی میان دو پاره‌خط ایجاد شده روی وتر است

مثال اگر $\frac{2x-y}{5x+y}=\frac{1}{5}$ آن‌گاه حاصل $\frac{x-y}{x+y}$ را به دست آورید.

$10x-5y=5x+y$

$5x=6y$

$\frac{x}{y}=\frac{6}{5}$ $x=6k$ $y=5k$

$\frac{6k-5k}{6k+5k}=\frac{1k}{11k}=\frac{1}{11}$

مثال اگر $\frac{x}{x+2}=\frac{y}{y-5}$ آن‌گاه حاصل $\frac{2xy}{(x-y)^2}$ را به دست آورید.

$\frac{x}{2}=\frac{y}{-5}\rightarrow\frac{x}{y}=\frac{2}{-5}$

$x=2k$ $y=-5k$

$\frac{2(2k)(-5k)}{(2k-(-5k))^2}=\frac{-20k^2}{49k^2}=\frac{-20}{49}$

نکته: عدد مثبت b را میانگین هندسی دو عدد a و c می‌گوییم هر گاه $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ و یا $b^2=ac$.

به عنوان مثال میانگین هندسی دو عدد ۲ و ۹ برابر است با: $b^2=2\times9 \Rightarrow b=3\sqrt{2}$

۷ عدد طبیعی $2a$ میانگین هندسی عددهای $a-1$ و $5a+3$ است. مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

$(5a+3)(a-1)=(2a)^2$

$5a^2+3a-5a-3=4a^2$

$a^2-2a-3=0$

$(a-3)(a+1)=0$

$a=-1$ ✗ $a=3$ ✓

۸ اگر واسطه هندسی a و b عدد $c=2\sqrt{3}$ باشد آن‌گاه حاصل abc چقدر است؟

۱) $12\sqrt{3}$ ۲) $24\sqrt{3}$ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

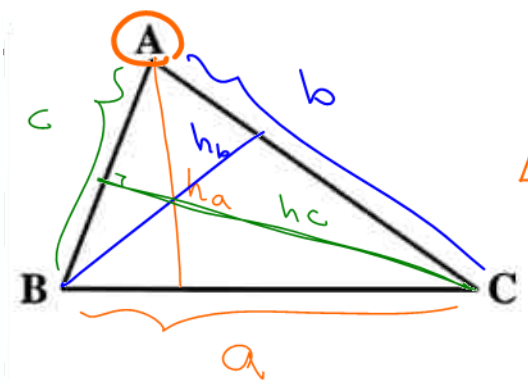
$ab=c^2$

$abc=c^2\times c=c^3$

$(2\sqrt{3})^3=8\times3\sqrt{3}=24\sqrt{3}$

رابطه معکوس اندازه ارتفاع‌ها با اندازه اضلاع و نتایج حاصل از آن

همه می‌دانید مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل‌ضرب یک ضلع در ارتفاع وارد بر همان ضلع.



$$S=\frac{1}{2}a.h_a=\frac{1}{2}b.h_b=\frac{1}{2}c.h_c$$

$a>b \Rightarrow h_a<h_b$

$$\frac{1}{2}a.h_a=\frac{1}{2}b.h_b \rightarrow \frac{a}{b}=\frac{h_b}{h_a}$$

$ah_a=bh_b$

نسبت ارتفاع‌ها معکوس نسبت اضلاع

دکتر رها مسیح

$S=\frac{h_a\times a}{2}=\frac{h_b\times b}{2}=\frac{h_c\times c}{2}$

نتیجه ۱: در هر مثلث نسبت اندازه‌های دو ارتفاع با نسبت اندازه‌های اضلاع نظیر آن‌ها، رابطه عکس دارد.

$\frac{h_a}{h_b}=\frac{b}{a}$

نتیجه ۲: هر چه اندازه یک ضلاع یک مثلث بزرگ‌تر باشد، اندازه ارتفاع نظیر آن کوچک‌تر است و بالعکس.

$a>b>c\rightarrow h_a<h_b<h_c$

نسبت اضلاع عکس نسبت ارتفاع های نظیر آنهاست (معکوس)

مثال در مثلث ABC به اضلاع $a-5$ ، $b-6$ و $c-8$ حاصل $\frac{h_a}{h_b+h_c}$ را به دست آورید.

$h_a=\frac{2S}{a}$ ، $h_b=\frac{2S}{b}$ ، $h_c=\frac{2S}{c}$

$\frac{\frac{2S}{a-5}}{\frac{2S}{b-6}+\frac{2S}{c}}=\frac{\frac{S}{a-5}}{2S\left(\frac{1}{b-6}+\frac{1}{c}\right)}=\frac{\frac{1}{a-5}}{\frac{1}{b-6}+\frac{1}{c-8}}=\frac{\frac{1}{a-5}}{\frac{c-8+b-6}{(b-6)(c-8)}}=\frac{(b-6)(c-8)}{(a-5)(b+c-14)}$

۹ در مثلث ABC بین اندازه ارتفاع‌ها رابطه $\frac{h_a}{2}=\frac{h_b}{3}=\frac{h_c}{4}=k$ برقرار است. اگر محیط مثلث ABC برابر با ۲۶ باشد آن‌گاه اندازه ضلع کوچک‌تر این مثلث کدام است؟

$h_a=2k\times a=2S$ ، $h_b=3k\times b=2S$ ، $h_c=4k\times c=2S$

$2S=k\times a\rightarrow \frac{1}{2}n=kn$

$2S=k\times b=2k\times\frac{1}{3}n=kn$

$2S=k\times c=4k\times\frac{1}{4}n=kn$

$3b=2a$ ، $\frac{b}{a}=\frac{2k}{3k}$ ، $\frac{c}{a}=\frac{4k}{3k}$

$a=\frac{1}{2}n$ ، $b=\frac{1}{3}n$ ، $c=\frac{1}{4}n$

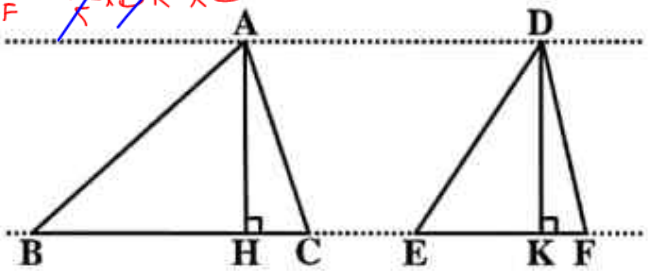
$\frac{1}{2}n+\frac{1}{3}n+\frac{1}{4}n=26$

$\frac{6n+4n+3n}{12}=\frac{13n}{12}=2\rightarrow n=24$

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

نتیجه ۳: هر گاه اندازه ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشند، آن‌گاه نسبت مساحت‌های دو مثلث برابر است با نسبت قاعده‌های متناظر با این ارتفاع‌ها در دو مثلث و اگر قاعده‌ها برابر باشند نسبت مساحت‌ها همان نسبت قاعده‌هاست.

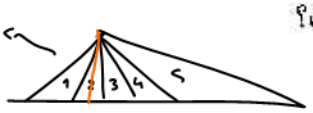
$\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}}=\frac{\frac{1}{2}\times AH\times BC}{\frac{1}{2}\times DK\times EF}=\frac{BC}{EF}$

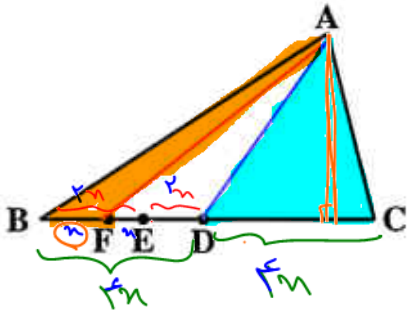


$AH=DK\rightarrow\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{EF}{BC}$

۱۰ در کشکل مقابل نقطه D وسط BC، E وسط BD و F وسط BE است. مساحت مثلث ADC چند برابر مساحت مثلث ABF است؟

نسبت مساحت‌ها = نسبت قاعده‌ها

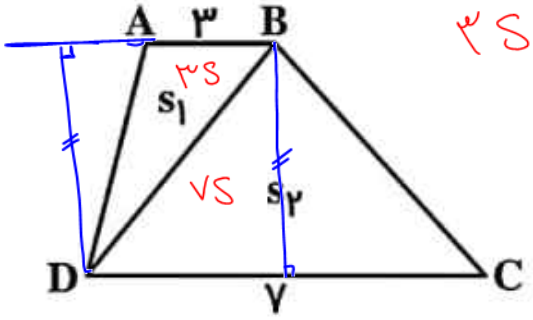




۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

۱۱ اگر مساحت ذوزنقه مقابل ۳۱ باشد آن‌گاه مساحت s_1 چقدر است؟

۱) $\frac{۳۱}{۳}$
۲) $\frac{۹۳}{۷}$
۳) $\frac{۶۲}{۳}$
۴) $\frac{۹۳}{۱۰}$

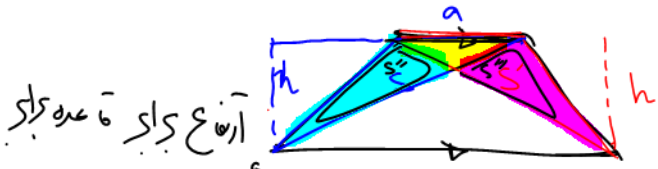


$۳S+۷S=۳۱$

$۱۰S=۳۱$

$S=۳,۱$

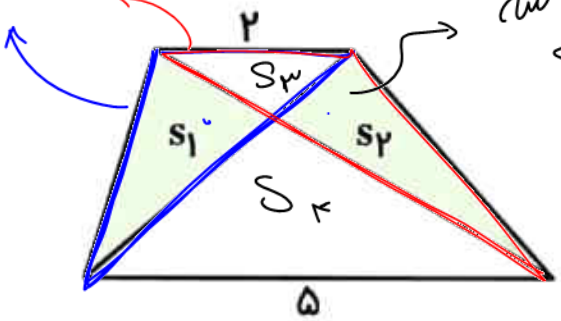
$S_1=۳S=\frac{۹۳}{۱۰}$



ارتفاع برای قاعده برای

۱۲ در ذوزنقه مقابل نسبت $\frac{s_1}{s_2}$ چقدر است؟

۱) ۱
۲) $\frac{۲}{۵}$
۳) ۲
۴) ۲/۵



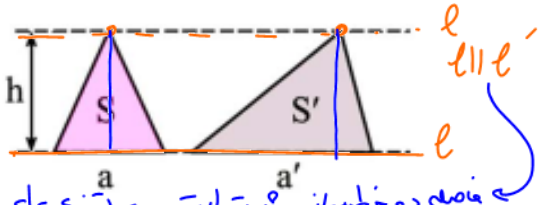
$S=S$

نکته

$S_1 \times S_2 = S_3 \times S_4$

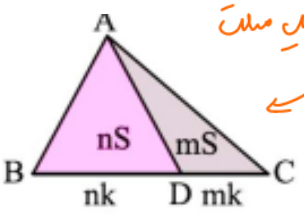
$S_1^2 = S_2^2 = S_3 \times S_4$

واسطه هندسی



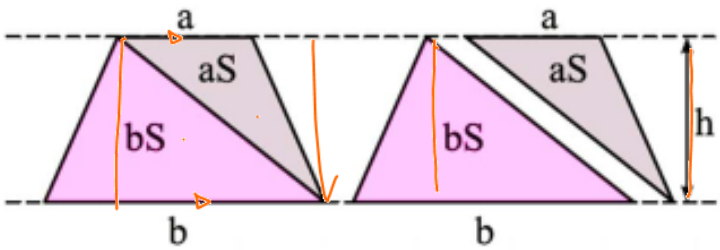
$\frac{S}{S'}=\frac{a}{a'}$

فاصله دو خط موازی ثابت است ← ارتفاع برای

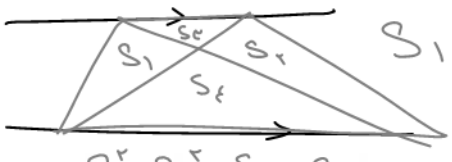


داخل یک مثلث

نسبت مساحت‌ها
نسبت قاعده‌ها

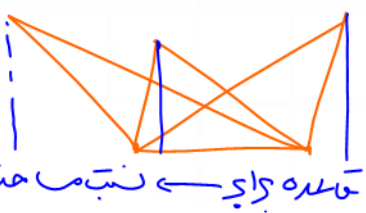


در ذوزنقه

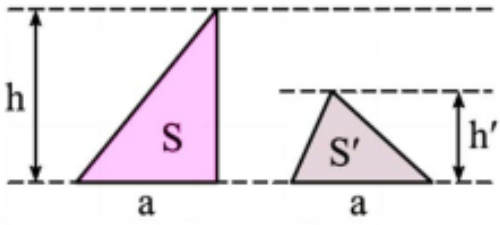


$S_1=S_2$

$S_1^2=S_3^2-S_4 \times S_4$



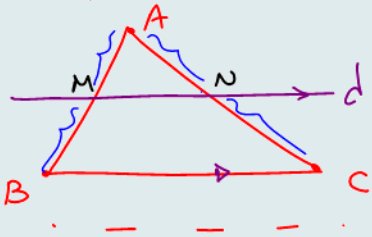
قاعده برای ← نسبت مساحت = نسبت قاعده‌ها



$\frac{S}{S'}=\frac{h}{h'}$

قضیه تالس

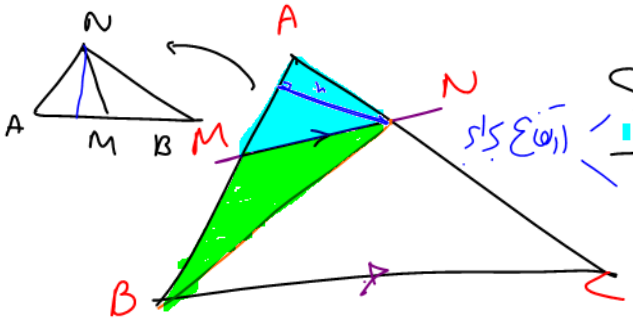
اگر خطی به موازات یکی از اضلاع یک مثلث دو ضلع دیگر را قطع کند نسبت پاره خط‌های ایجاد شده روی دو ضلع برابر است



فرض $MN \parallel BC$

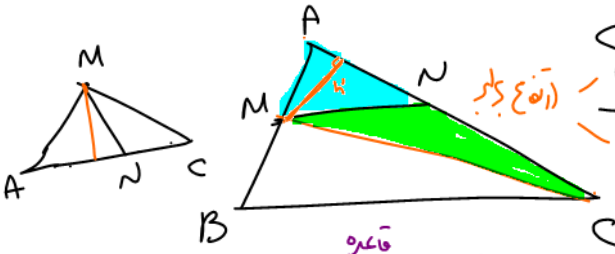
حکم $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$

اثبات قضیه تالس



ارتفاع برابر

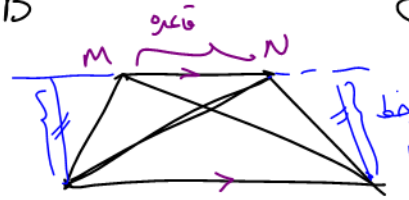
$$\frac{S_{AMN}}{S_{MNB}} = \frac{AM}{MB} \quad (I)$$



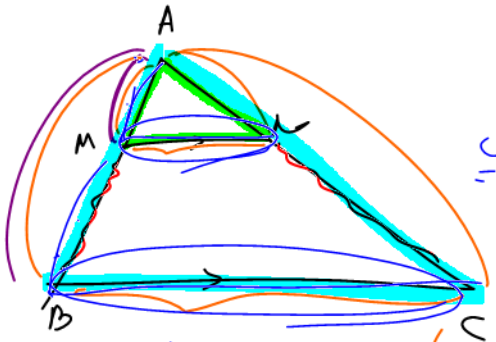
ارتفاع برابر

$$\frac{S_{AMN}}{S_{MNC}} = \frac{AN}{NC} \quad (II)$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$



MNC و MNB ⇒ دارای ارتفاع و قاعده برابر ⇒ $S_{MNC} = S_{MNB}$ (III)



$$\text{جزء به کل} \quad \frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}$$

همچنین برقرار

$$\frac{\text{جزء با}}{\text{جزء پاس}} = \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$\frac{MB}{AM} = \frac{NC}{AN}$$

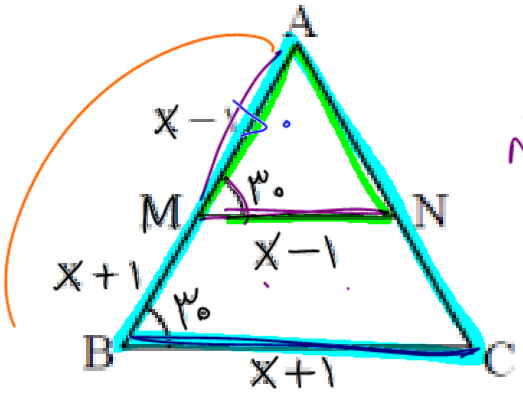
فاصله دو ضلعی

اضلاع مثلث کوچک

اضلاع مثلث بزرگ

$$\text{جزء به کل} \quad \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

مثال مقدار X را مشخص کنید

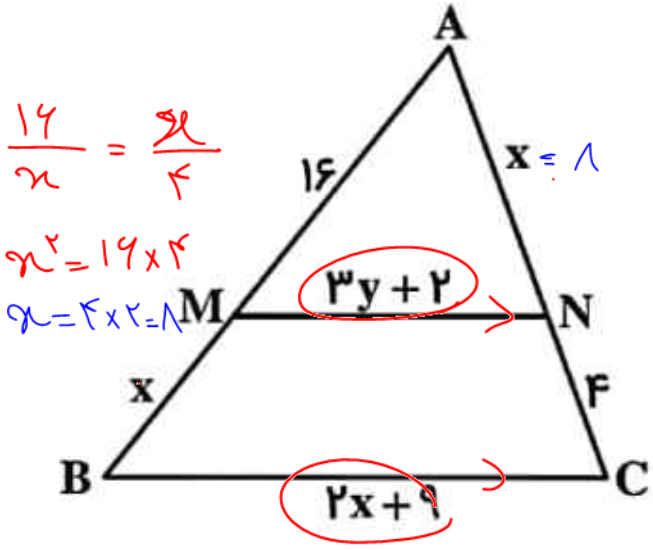


$\hat{M} = \hat{B}$ (عکس خط مورب) $\rightarrow MN \parallel BC$ (موازی)

$\frac{x-1}{2x} = \frac{x-1}{x+1} \xrightarrow{x=1} 2x = x+1 \rightarrow x = 1$ غ ق ق

$x-1=0 \rightarrow x=1$

مثال در شکل مقابل MN موازی BC است. x و y را بیابید.



$\frac{16}{x} = \frac{x}{4}$

$x^2 = 16 \times 4$

$x = 4 \times 2 = 8$

$\frac{2A}{3A} = \frac{3y+2}{14+9}$

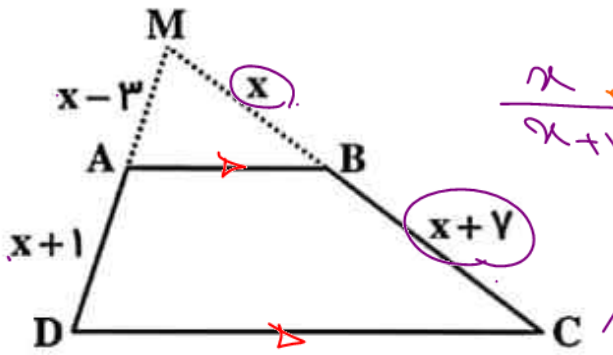
25

$50 = 9y + 4$

$46 = 9y \rightarrow y = \frac{46}{9}$

۱۳ در ذوزنقه‌ای ABCD امتداد ساق‌های آن در نقطه M متقاطع‌اند. مقدار x کدام است؟

۱) ۵/۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۶/۵



$\frac{x}{x+7} = \frac{x-3}{x+1}$

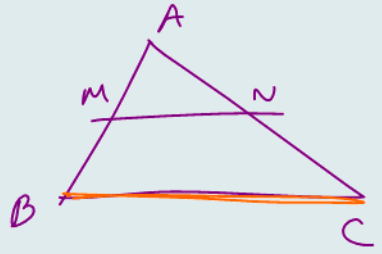
$x^2 + x = x^2 + 4x - 21$

$21 = 3x$

$7 = x$

تعمیم قضیه تالس

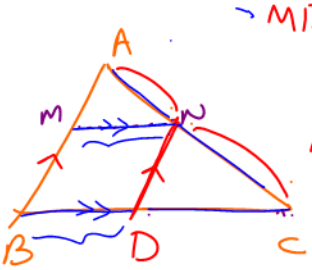
اگر خطی به موازات یکی از اضلاع یک مثلث دو ضلع دیگر را قطع کند آنگاه نسبت پاره‌خط‌های ایجاد شده با نسبت خط قطع‌کننده و ضلع موازی برابر است.



فرض $MN \parallel BC$

حکم $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ ترکیب $\rightarrow$ $\frac{AM}{AM+MB} = \frac{AN}{AN+NC}$ درخرج $\rightarrow$ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ***

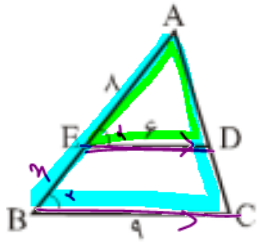


$ND \parallel AB \rightarrow \frac{NC}{AN} = \frac{CD}{BD} \rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{BD}{CD}$ ترکیب $\rightarrow$ $\frac{AN}{AC} = \frac{BD}{BC}$ درخرج

$MN \parallel BD$, $ND \parallel MB$ $\rightarrow$ $MNDB$ متوازی‌الاضلاع $\rightarrow BD = MN$ *

$\frac{AN}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{AM}{AB}$ **

۱۴ در شکل مقابل $\hat{B} = \hat{E}$، $ED = 6$، $AE = 8$ و $BC = 9$؛ طول BE کدام است؟



۱) 4
۲) 4/2
۳) 4/4
۴) 4/6

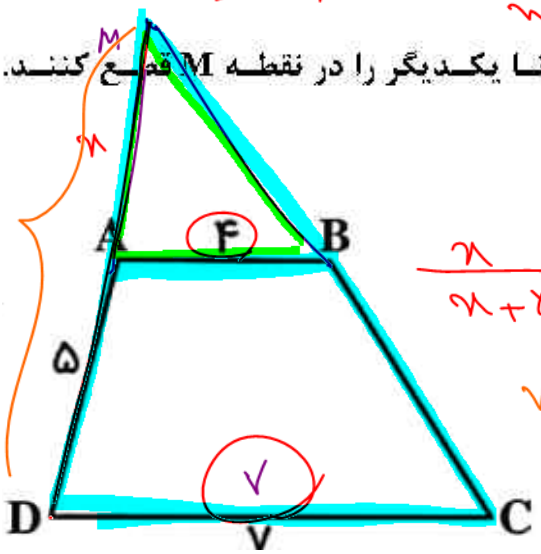
$\frac{۸}{۸+x} = \frac{۶}{۹}$ ۳ ۲ ۱

$۸+x = ۱۲$

$x = ۴$

۱۵ در ذوزنقه مقابل، اضلاع AD و BC را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع کنند.

فاصله M از D چقدر است؟



$\frac{x}{x+۵} = \frac{۴}{۷}$

$۷x = ۴x + ۲۰$

$۳x = ۲۰ \rightarrow x = \frac{۲۰}{۳}$

$MD = \frac{۲۰}{۳} + ۵ = \frac{۳۵}{۳}$

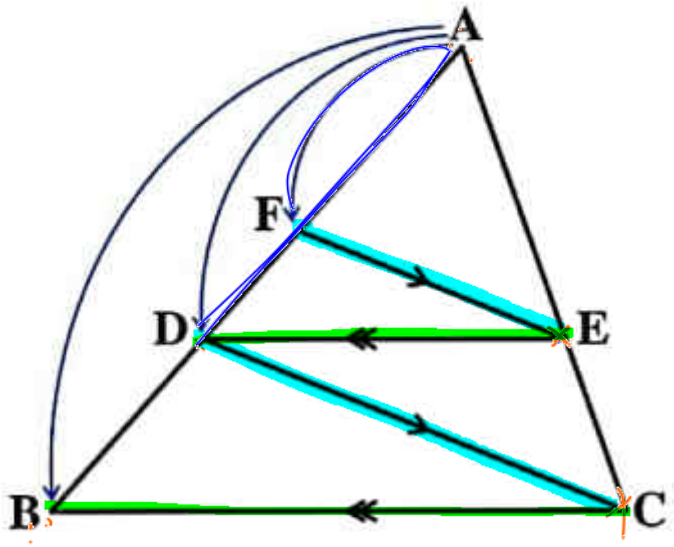
۱) $\frac{۳۴}{۳}$
۲) $\frac{۳۷}{۳}$
۳) ۱۲
۴) $\frac{۳۵}{۳}$

واسطه هندسی و تالس

$b^2 = ac \quad b = \sqrt{ac}$

a ×۹ b ×۹ c

مثال: در شکل مقابل $DE \| BC$ و $EF \| DC$ است. ثابت کنید که اندازه AD واسطه هندسی است بین اندازه‌های AF و AB



در مثلث ABC، DE موازی BC است. بنابراین:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \quad (I)$$

در مثلث ADC، EF موازی DC است. بنابراین:

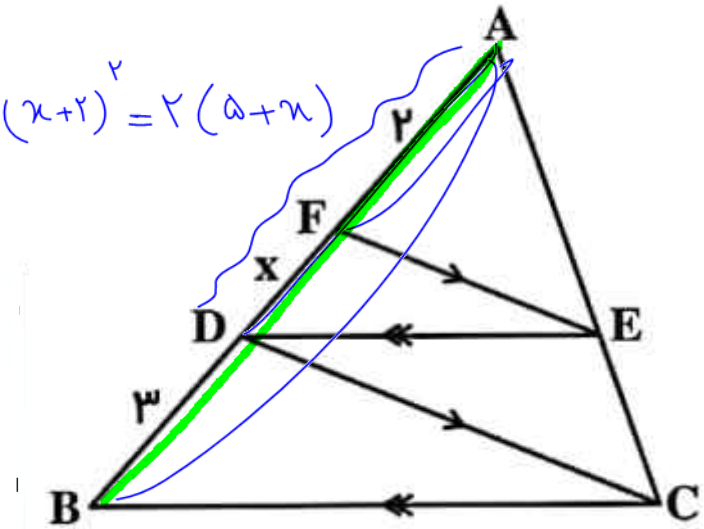
$$\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AC} \quad (II)$$

از مقایسه I و II خواهیم داشت:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow \boxed{AD^2 = AF \times AB}$$

۱۶ در شکل مقابل، $DE \| BC$ و $EF \| DC$ است. اندازه FD چقدر است؟

۱) $\sqrt{7} - 1$
۲) $\sqrt{6} - 1$
۳) $\sqrt{5} + 1$
۴) $\sqrt{6} + 1$



$(x+2)^2 = 2(5+x)$

$x^2 + 4x + 4 = 10 + 2x$

$x^2 + 2x - 6 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

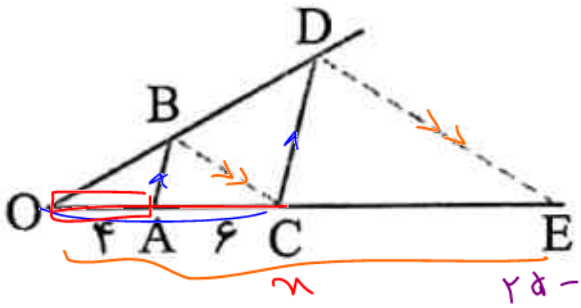
$\Delta = 4 + 24 = 28 \quad \times\sqrt{7}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{2} = -1 \pm \sqrt{7}$

$-1 - \sqrt{7}$ غ ق
$-1 + \sqrt{7}$

۱۷ در شکل روبرو $AB \| CD$، $BC \| DE$، $OA = ۴$ و $AC = ۶$. اندازه CE کدام است؟

۱) ۱۲
۲) ۱۵
۳) ۱۶
۴) ۱۸



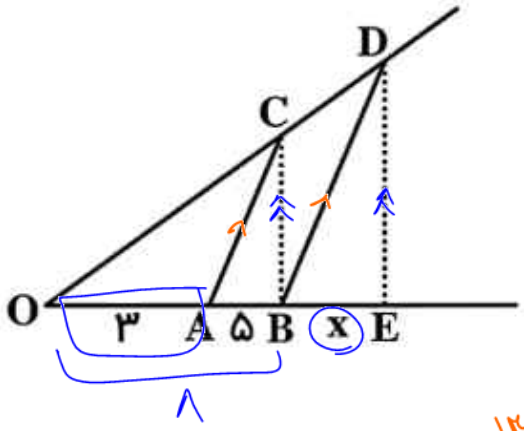
$۲۵ - ۱۰ = ۱۵ = CE$

$\frac{۴}{۱۰} = \frac{۶}{x}$

$x = ۲۵$

۱۸ در شکل زیر دو جفت پاره‌خط AC و BD و هم‌چنین BC و DE موازی‌اند. اگر $OA = ۳$ و $AB = ۵$ باشد، اندازه BE کدام است؟

۱) $۱۳\frac{۱}{۳}$
۲) $۱۲\frac{۲}{۳}$
۳) $۱۱\frac{۱}{۲}$
۴) $۱۰\frac{۲}{۳}$



$۸ = ۳(۸+x)$

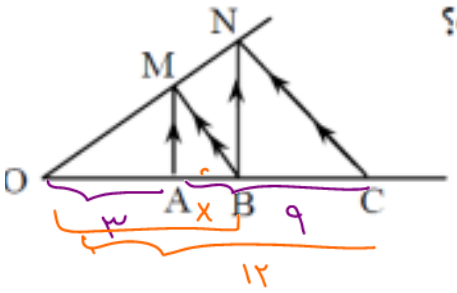
$۶۴ = ۲۴ + ۳x$

$۴۰ = ۳x$

$۱۳\frac{۱}{۳} = \frac{۴۰}{۳} = x$

۱۹ در شکل مقابل $OA = ۳$ و $AC = ۹$ اندازه‌ی OB کدام است؟

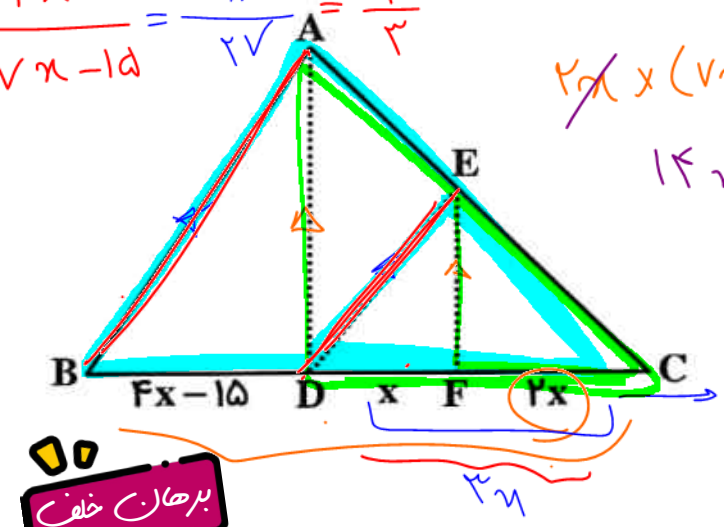
۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۹



۱۲

$x^۲ = ۳ \times ۱۲ \longrightarrow x = ۶$

۲۰ در شکل زیر $AB||ED$ و $AD||EF$ می‌باشد. نسبت $\frac{DE}{AB}$ کدام است؟



$\frac{DE}{AB} = \frac{۳x}{۷x-۱۵} = \frac{۱۸}{۲۷} = \frac{۲}{۳}$

$۲x(۷x-۱۵) = (۳x)^۲$

$۱۴x - ۳۰ = ۹x$

$۵x = ۳۰$

$x = \frac{۳۰}{۵} = ۶$

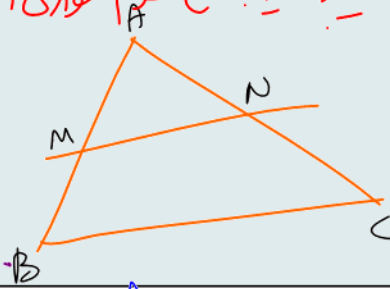
۳x

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

عکس قضیه تالس

برهان خلف

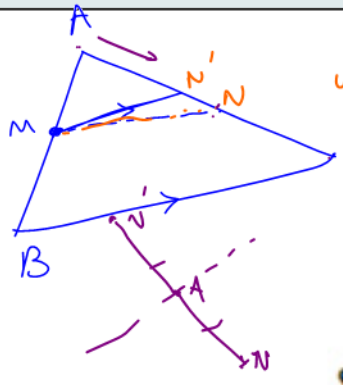
اگر خطی یکی از اضلاع یک مثلث را قطع کند و بر دو ضلع دیگر جدا غیر باضلع سوم موازی باشد آن خط



فرض: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ترکیب عکس $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$

حکم: $MN||BC$

برهان خلف: $MN \not\parallel BC \rightarrow MN' \parallel BC$



از M به موازات BC خط MN' را رسم می‌کنیم

فرض $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$

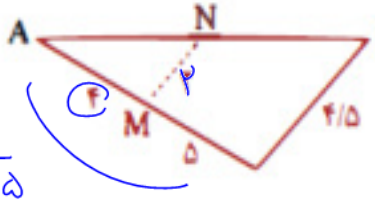
$MN' \parallel BC$ تالس $\frac{AN'}{AC} = \frac{AM}{AB}$

$\frac{AN'}{AC} = \frac{AN}{AC}$

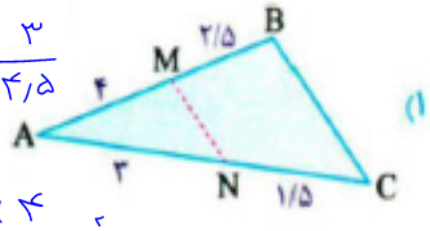
$AN' = AN$

N و N' هم باید منطبق باشند

۲۱ در کدام‌یک از شکل‌های زیر، پاره‌خط MN موازی قاعدهٔ BC است؟

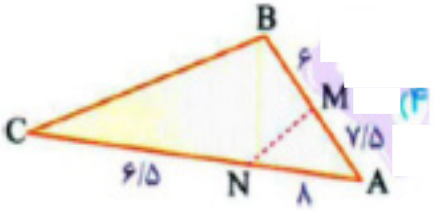


$\frac{۴}{۹} = \frac{۲}{۴/۵}$ (۲)



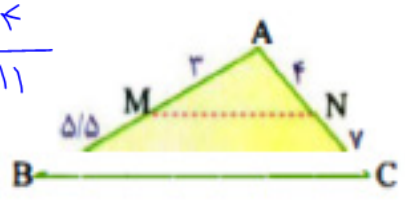
$\frac{۴}{۶/۵} = \frac{۳}{۴/۵}$ (۱)

$\frac{۸}{۱۳} \neq \frac{۶}{۹}$



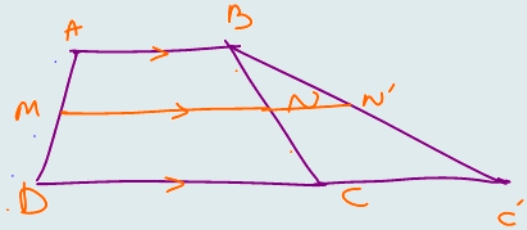
$\frac{۸}{۱۲/۵} = \frac{۷/۵}{۱۲}$ (۴)

$\frac{۳}{۸/۵} \neq \frac{۴}{۱۱}$



تالس ذوزنقه

اگر خطی به موازات دو قاعده یک ذوزنقه ... دو ساق آن را قطع کند نسبت پاره خط های ایجاد شده روی ساق ها برابرند

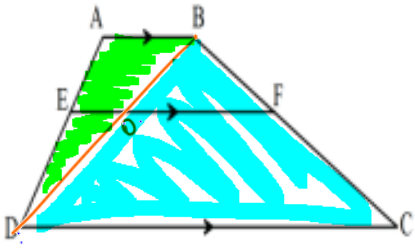


فرض $MN \parallel DC \parallel AB$

حکم $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC}$ / $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$

ثابت کنید

ثابت کنید اگر خطی موازی قاعده های ذوزنقه دو ضلع دیگر را قطع کند روی آنها پاره خط های متناسب ایجاد می کند (**قضیه تالس** در ذوزنقه)



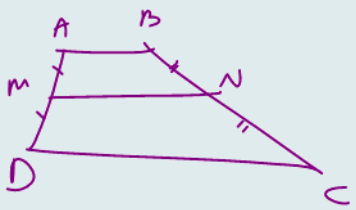
$EO \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DE}{AE} = \frac{DO}{OB} \rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{BO}{OD}$

$FO \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BF}{FC} = \frac{BO}{OD}$

$\rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$

عکس تالس ذوزنقه

اگر خطی دو ساق یک ذوزنقه را به گونه ای قطع کند که ... نسبت پاره خط های ایجاد شده روی آن با قاعده ها موازی باشد

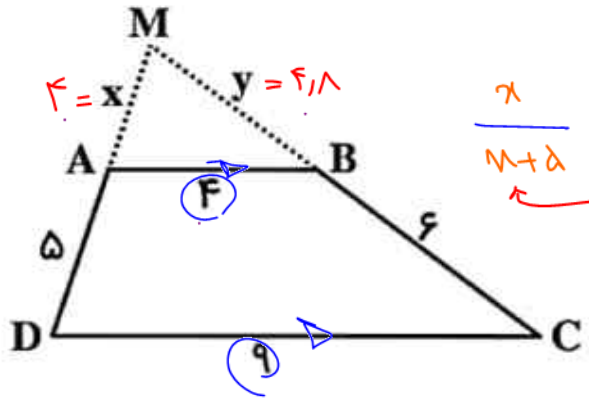


فرض $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$

حکم $MN \parallel AB \parallel DC$

۲۱ در ذوزنقه‌ای اندازه قاعده‌ها ۴ و ۹ و طول ساق‌ها ۶ و ۵ است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون ذوزنقه تشکیل می‌شود کدام است؟

۱) ۱۱/۴
۲) ۱۱/۶
۳) ۱۲/۲
۴) ۱۲/۸



$\frac{x}{x+5}=\frac{y}{y+4}=\frac{4}{9}$

$9y=4y+24 \rightarrow 5y=24$

$y=\frac{24\times 2}{5\times 2}=4/8$

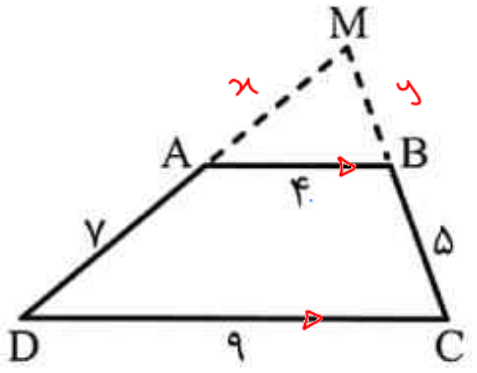
$9x=4x+20$

$5x=20$

$x=4$

۲۲ اندازه اضلاع متوازی‌الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB کدام است؟

۱) ۱۳/۲
۲) ۱۳/۶
۳) ۱۴/۴
۴) ۱۴/۸



$\frac{x}{x+7}=\frac{4}{9}=\frac{y}{y+5}$

$4x+28=9x$

$28=5x$

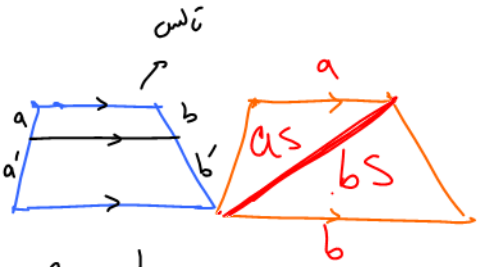
$\frac{5x}{10}=\frac{2\times 28}{2\times 5}=x$

$4y+20=9y$

$20=5y$

$4=y$

تالس



$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}$

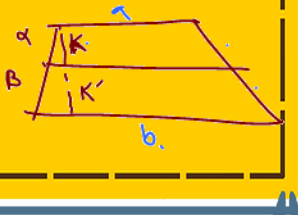
$\frac{a'}{a}=\frac{b'}{b}$

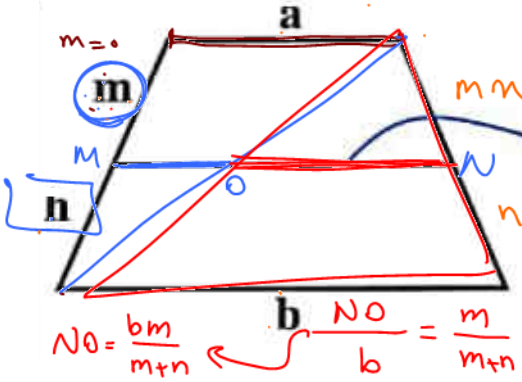
$\frac{a'}{a+a'}=\frac{b'}{b+b'}$

$\frac{c}{c'}=\frac{a}{a+a'}=\frac{b}{b+b'}$

طول پاره خط موازی

$MN=\frac{\alpha b+\beta a}{\alpha+\beta}=\frac{kb+k'a}{k+k'}$





$\frac{na+mb}{n+m}$

$\frac{MO}{a}=\frac{n}{n+m} \rightarrow MO=\frac{an}{n+m}$

$\frac{NO}{b}=\frac{m}{m+n}$

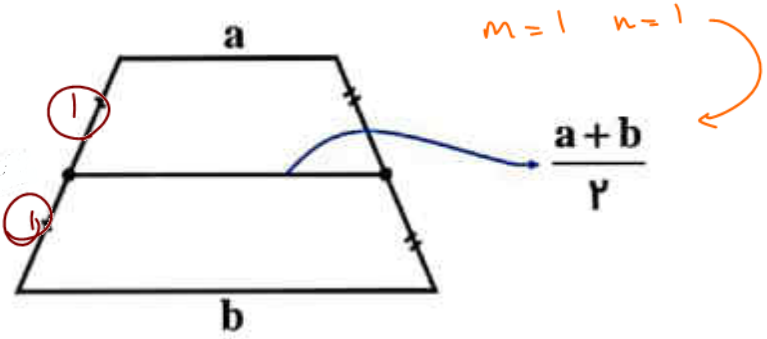
$NO=\frac{bm}{m+n}$

$MN=OM+ON=\frac{an+bm}{n+m}$

وسط

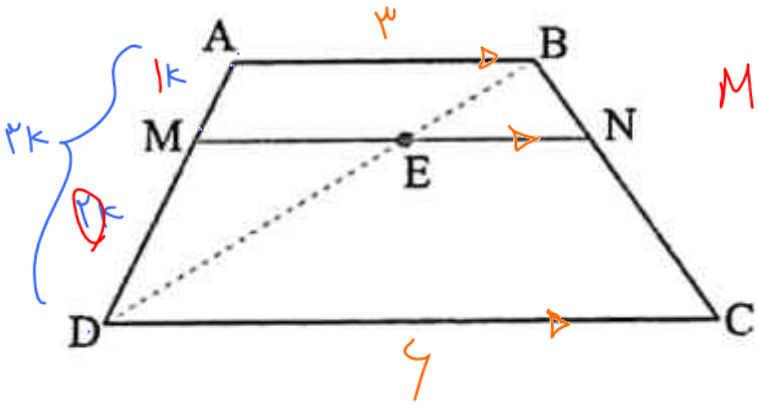
در کل خط به صورت میانگین وزن دار به دست می آمد اینجا وزن نداریم

میانگین دو عدد = MN



۲۳ در ذوزنقه $ABCD$, $AB=۳$ و $CD=۶$ و M و N روی ساق‌ها به گونه‌ای قرار دارند که $\frac{AM}{AD}=\frac{BN}{BC}=\frac{۱}{۳}$ و MN موازی AB است. اندازه MN کدام است؟

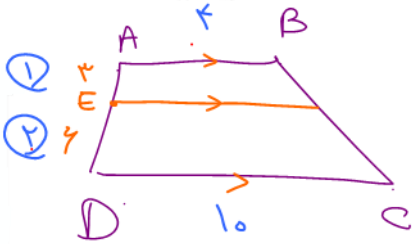
۱) ۳/۲۵
۲) ۴
۳) ۴/۵
۴) ۵



$$MN=\frac{۲\times ۳+۱\times ۶}{۳}=\frac{۱۲}{۳}=۴$$

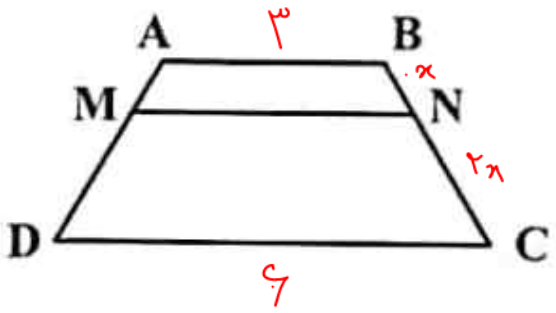
۲۴ در ذوزنقه $ABCD$ $(AB\|CD)$ نقاط E و F بر روی ساق‌های AD و BC طوری قرار دارند که $AE=۳, EF\|AB$ و $ED=۶$. اگر $AB=۴$ و $CD=۱۰$ باشد، اندازه پاره‌خط EF کدام است؟

۱) ۶
۲) ۵/۵
۳) ۵
۴) ۶/۵



$$\frac{۲\times ۴+۱\times ۱۰}{۳}=\frac{۱۸}{۳}=۶$$

۲۵ در ذوزنقه ABCD، اگر $AB=۳$ و $DC=۶$ و $\frac{AM}{AD}=\frac{BN}{BC}=\frac{۱}{۳}$ باشد آن‌گاه:



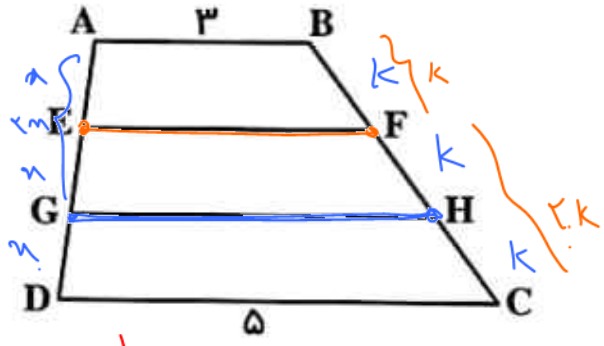
۱) $MN=\frac{۱۴}{۳}$

۲) $MN=\frac{۹}{۲}$

۳) $MN=۴$

۴) $MN=۵$

۲۶ در ذوزنقه زیر هر ساق ذوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده‌اند. اندازه GH چند برابر EF است؟



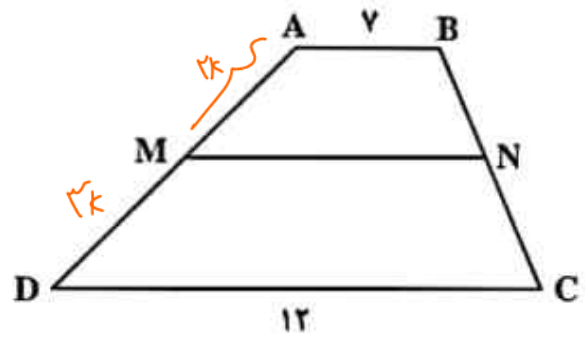
۱) $\frac{۵}{۱۳}$

۲) $\frac{۵}{۲}$

۳) $\frac{۱۳}{۱۱}$

۴) $\frac{۴}{۳}$

۲۷ در ذوزنقه ABCD، پاره‌خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD}=\frac{۲}{۳}$ است. اندازه‌ی MN کدام است؟



۱) ۸

۲) ۸/۷۵

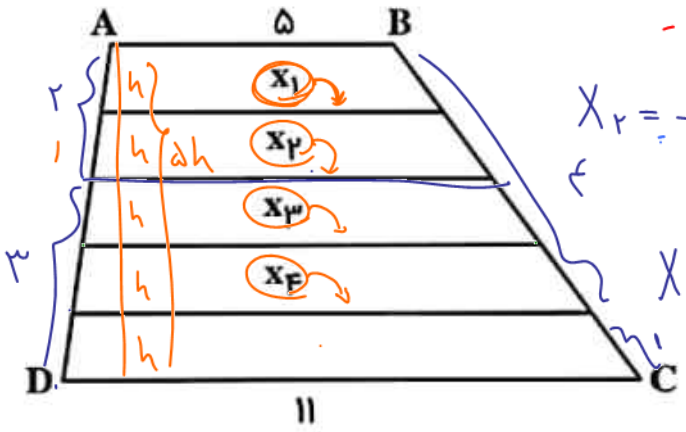
۳) ۹

۴) ۹/۵

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

$S = \frac{(a+b)\times h}{2}$

۲۸ هر ساق ذوزنقه مقابل به ۵ قسمت مساوی افراز شده است. حاصل $x_2 + x_4$ کدام است؟



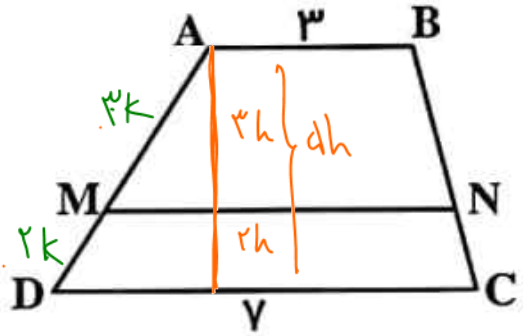
۱) ۱۴
۲) ۱۸
۳) $\frac{۸۶}{۵}$
۴) $\frac{۷۶}{۵}$

$x_2 = \frac{۳\times۹ + ۲\times۱۱}{۵} = \frac{۴۷}{۵}$

$x_4 = \frac{۱\times۵ + ۴\times۱۱}{۵} = \frac{۴۹}{۵}$

$x_2 + x_4 = \frac{۸۶}{۵}$

۲۹ اگر در شکل مقابل، نقاط M و N روی دو ساق ذوزنقه ABCD طوری باشند که $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{۳}{۲}$ آن‌گاه اندازه پاره‌خط MN چقدر است؟

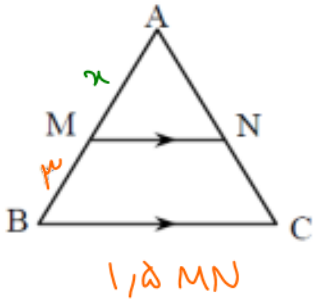


۱) ۴/۸
۲) ۵/۱
۳) ۵/۴
۴) ۵/۷

$MN = \frac{۳\times۷ + ۲\times۳}{۳+۲} = \frac{۲۷\times۲}{۵\times۲}$

$\frac{۵۴}{۱۰}$

۳۰ در شکل مقابل $BC = ۱/۵MN$ است. اندازه‌ی AB چقدر است؟



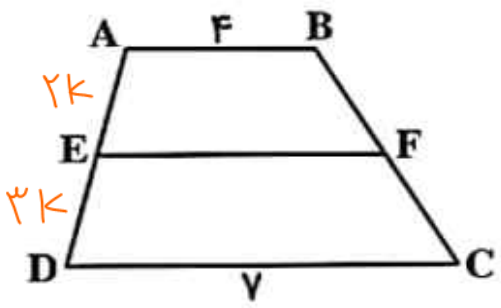
۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۹

$۲n + ۶ = ۳n$

$۶ = n$

$\frac{MN}{BC} = \frac{MN}{۱/۵MN} = \frac{۲}{۳} = \frac{n}{n+۳}$

۳۱ در ذوزنقه زیر، EF موازی دو قاعده است و $3AE = 2DE$، اندازه EF چقدر است؟



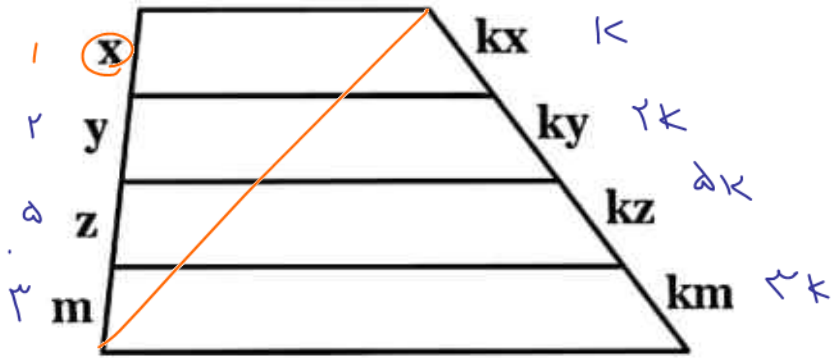
۱) ۵/۲
۲) ۵/۴
۳) ۵/۶
۴) ۵

$\frac{AE}{DE} = \frac{2}{3}$

$EF = \frac{2\times 7 + 3\times 4}{5} = \frac{14+12}{5} = \frac{26}{5\times 2} = \frac{5}{10}$

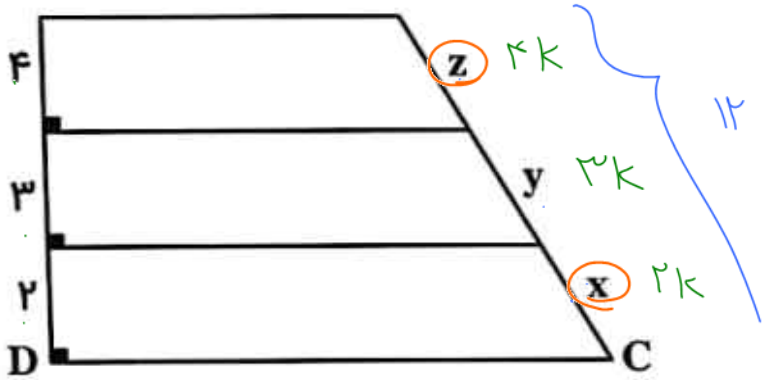
ثابت کنید اگر در یک ذوزنقه خطوطی موازی قاعده‌ها ساق‌های ذوزنقه را قطع کنند (به هر تعداد) آن‌گاه نسبت پاره‌خط‌های پدید آمده روی ساق‌ها یکسان است.

اثبات



۳۲ در ذوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ مطابق شکل، اندازه ساق بزرگ ۱۲ است. مقدار $x+z$ کدام است؟

اثبات



۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۹
۴) ۷

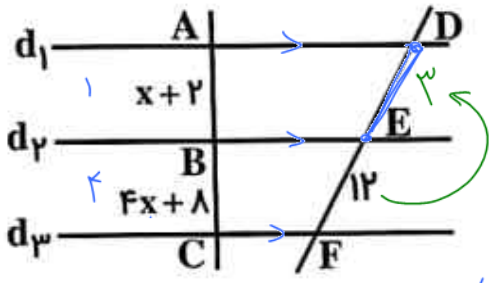
$x+z = 4k = \frac{2}{6}\times\frac{4}{x} = \frac{8}{3}$

$4k+3k+2k = 12$

$9k = 12 \Rightarrow k = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

۳۳ در شکل داده شده خطوط d_1, d_2 و d_3 موازی‌اند. با توجه به مقادیر داده شده روی شکل، اندازه پاره DE کدام است؟

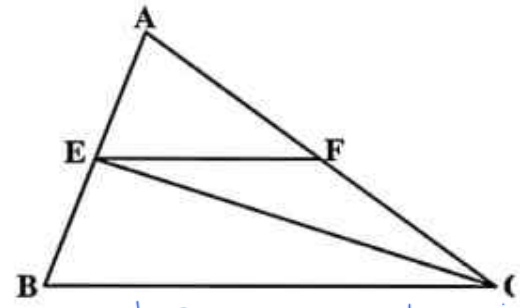
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵



تالس و مساحت

اگر در تستی خطوطی موازی اضلاع درون مثلث رسم شده بود و مساحت قسمتی از شکل ایجاد شده را نسبت به قسمتی دیگر خواستند این موارد کلی در ذهن شما باشد.

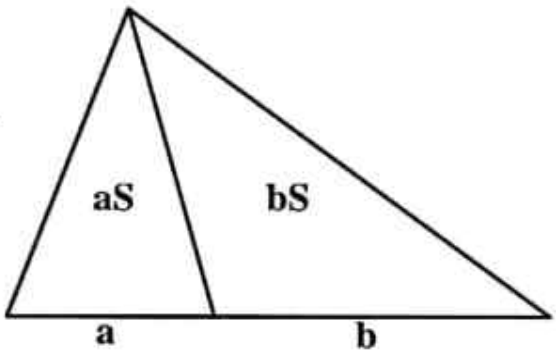
الف) می‌توانید مثلث را خاص (مثلاً متساوی‌الاضلاع) فرض کنید.



ب) طرف مجهول را برابر طرف معلوم بگیرید. مثلا اگر $\frac{AE}{BE}=\frac{۳k}{۵k}$ فرض می‌کنیم $AE=۳$ و $EB=۵$ است.

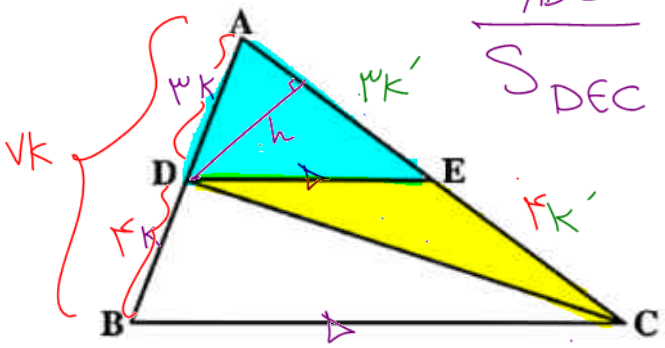
ج) مساحت مثلث را نصف ضرب دو ضلع و مساحت متوازی‌الاضلاع را ضرب دو ضلع بگیرید.

د) اگر خطی قاعده را به نسبتی تقسیم کند مساحت را نیز به همان نسبت تقسیم می‌کند.



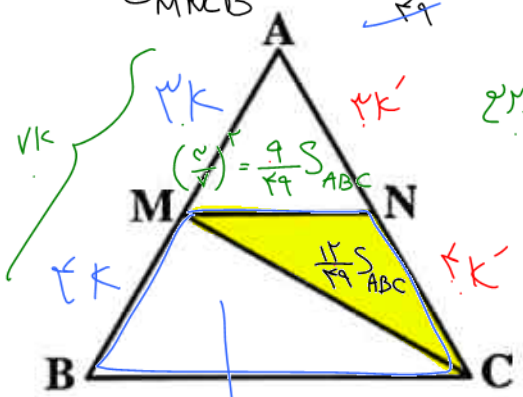
۳۴ در شکل زیر اگر $\frac{AD}{AB}=\frac{۳}{۷}$ و $DE \parallel BC$ باشد، آن‌گاه مساحت ADE چند درصد مساحت DEC است؟

۱) ۷۰
۲) ۷۵
۳) ۷۸
۴) ۸۴



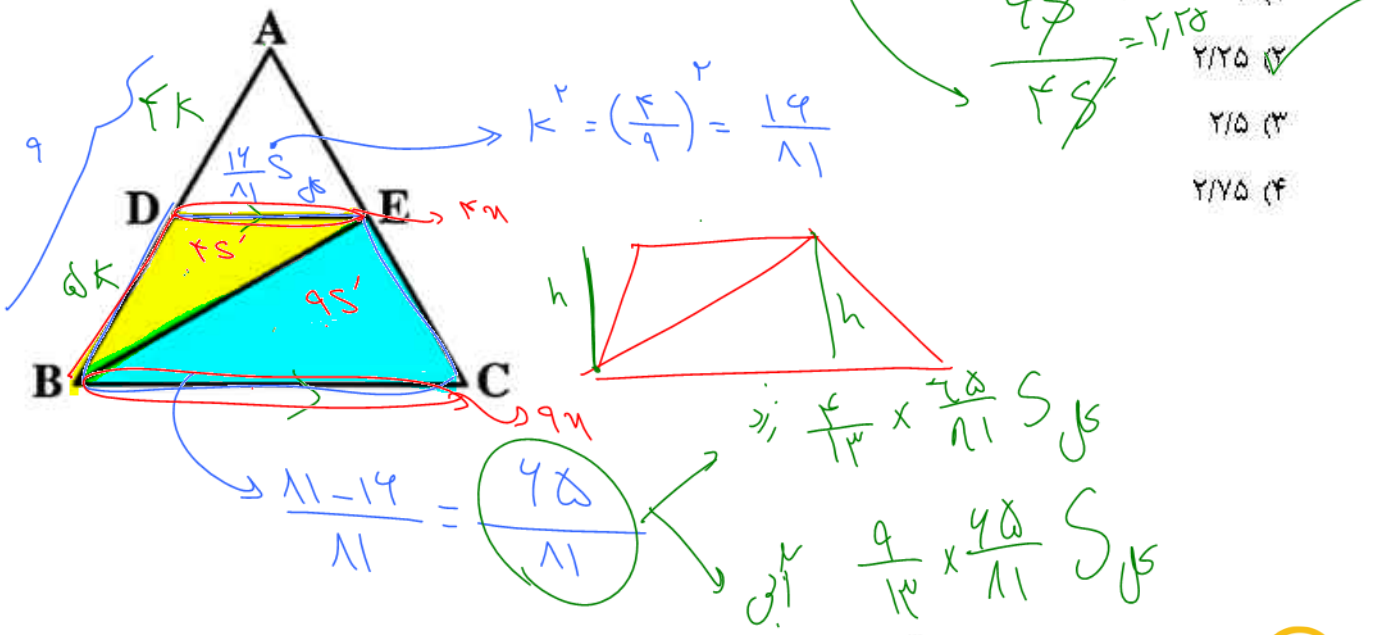
۳۵ در مثلث ABC مطابق شکل $AM=\frac{۳}{۴}MB$ می‌باشد. مساحت مثلث MNC چند درصد مساحت ذوزنقه است؟

۱) ۳۵
۲) ۲۵
۳) ۲۰
۴) ۳۰



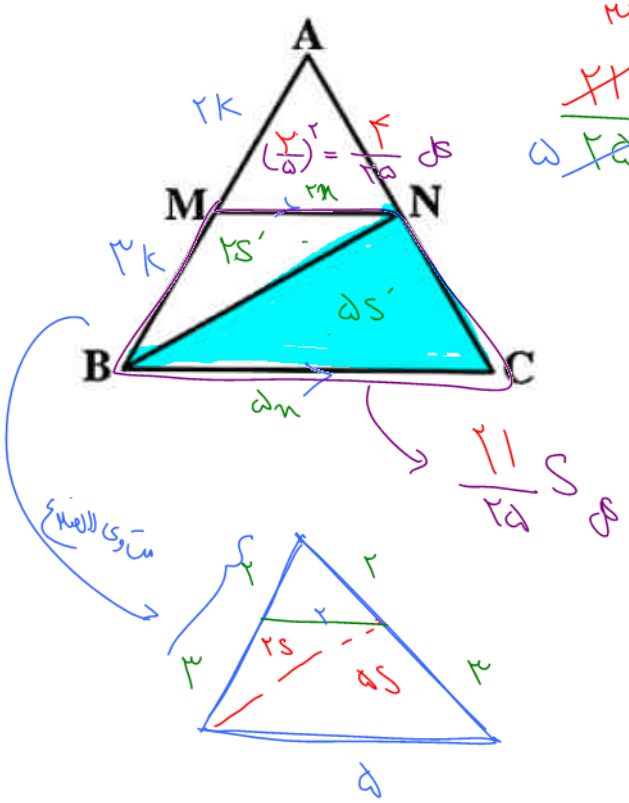
۳۶ در مثلث ABC پاره‌خط DE موازی ضلع BC و $AD=\frac{۴}{۵}DB$ است. مساحت مثلث EBC چند برابر مساحت مثلث EBD است؟

۱) ۲
۲) ۲/۲۵
۳) ۲/۵
۴) ۲/۷۵

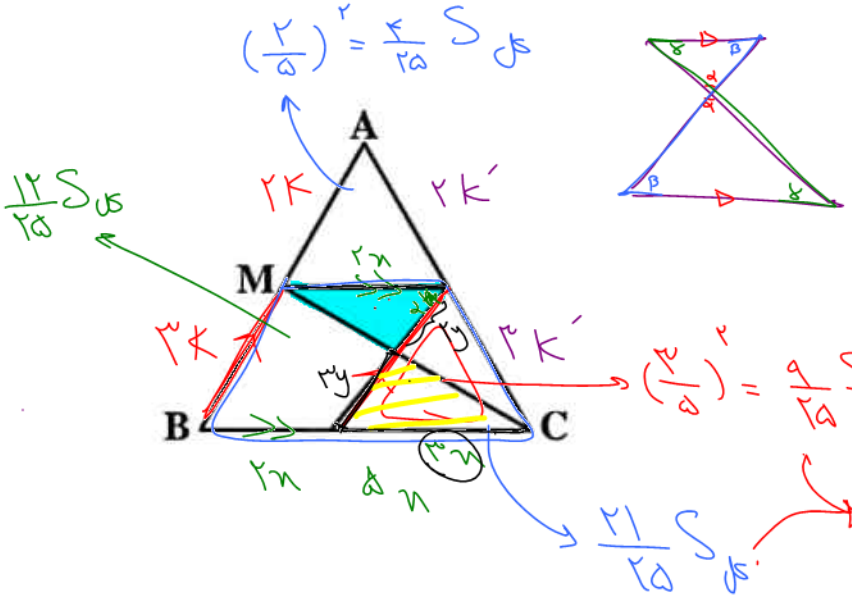


۳۷ در شکل داده شده $AM=\frac{۲}{۳}MB$ و پاره‌خط MN موازی قاعده BC است. مساحت مثلث رنگ شده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$
۲) $\frac{۲}{۵}$
۳) $\frac{۳}{۷}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

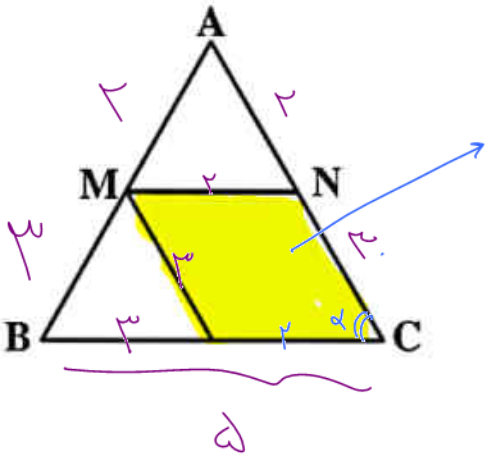


۳۸ در شکل مقابل $\frac{MA}{MB}-\frac{۲}{۳}$ می‌باشد. مساحت مثلث سایه زده شده چند درصد مساحت متوازی‌الاضلاع است؟



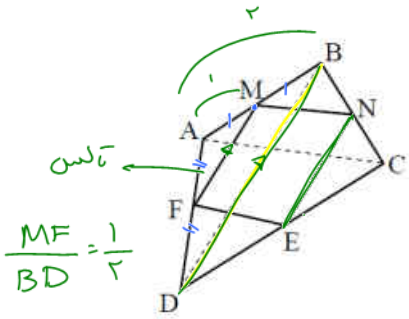
۱) ۲۰
۲) ۲۴
۳) ۲۵
۴) ۳۰

۳۹ در شکل زیر $AM=\frac{۲}{۳}MB$ و چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند درصد مساحت مثلث ABC است؟

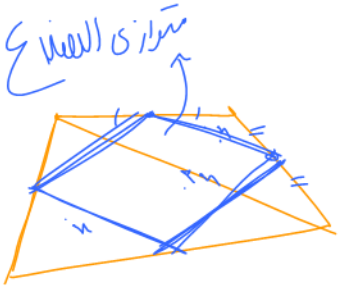


۱) ۴۸
۲) ۵۰
۳) ۵۴
۴) ۶۰

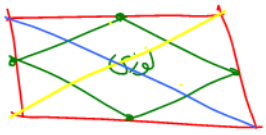
وسط اضلاع



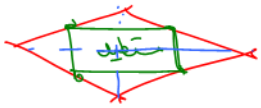
$$\left.\begin{array}{l}\overset{\Delta}{ABC}: MN=\frac{AC}{2}\\ \overset{\Delta}{BCD}: NE=\frac{BD}{2}\\ \overset{\Delta}{ADC}: EF=\frac{AC}{2}\\ \overset{\Delta}{ABD}: MF=\frac{BD}{2}\end{array}\right\}\overset{+}{\Rightarrow} \text{محیط } MNEF = AC+BD$$



→ اضلاع روبرو فقط موازی و مساوی‌اند



⇒ قطرها عمودند → اضلاع همه برابرند



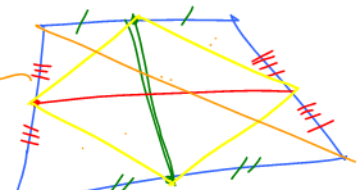
⇒ قطرها برابرند → اضلاع چهار به چهار برابرند

⇒ مربع قطرهایش برابر و عمودند → همه اضلاع برابرند و چهار زاویه قائمه دارد

۴۰ در یک چهار ضلعی وسطهای دو ضلع مقابل را به هم وصل کرده‌ایم. در این صورت دو پاره خط ایجاد شده کدام ویژگی را دارند؟

۱) مساویند ۲) عمودند ۳) منصفند ۴) عمود منصفند

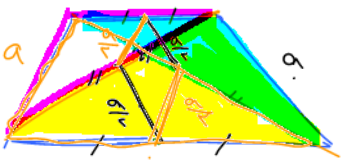
اگر وسط اضلاع هر چهارضلعی محدب را متوالیاً به هم وصل کنیم متوازی الاضلاع ایجاد می‌شود.



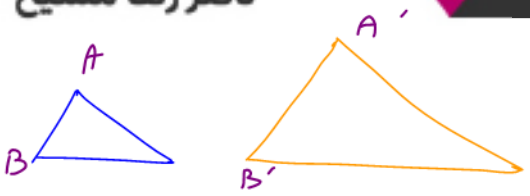
قطرهای متوازی الاضلاع منصفند

۴۱ اگر در یک چهارضلعی دو ضلع مقابل مساوی باشند آنگاه وسطهای دو قطر و وسطهای دو ضلع مقابل دیگر رئوس کدام چهارضلعی خوهند بود؟

۱) متوازی الاضلاع ۲) لوزی ۳) مستطیل ۴) ذوزنقه



تشابه مثلث ها

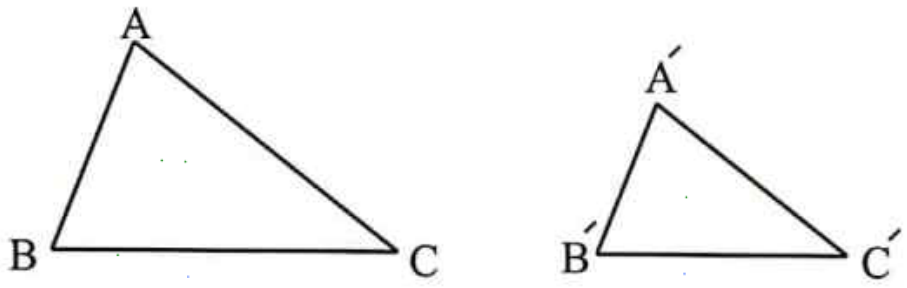


$\frac{AB}{A'B'} = k$

k = نسبت محیط‌ها

k^2 = نسبت مساحت‌ها

دو مثلث را متشابه گوییم هر گاه اضلاعشان نظیر به نظیر و زوایایشان نیز نظیر به نظیر متناسب باشند.



$$k = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

$$A = A'$$
$$B = B'$$
$$C = C'$$

همنهشتی — تشابه

ز ز ز — ~~ز ز~~

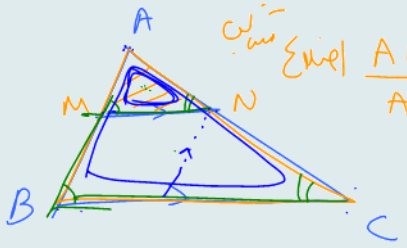
ض ز ض — دو ضلع متناظر و یک زاویه برابر ← ض ز ض

ض ض ض — سه ضلع متناظر ← ض ض ض

حالت های تشابه

قضیه اساسی تشابه

اگر خطی به موازات یکی از اضلاع یک مثلث .....



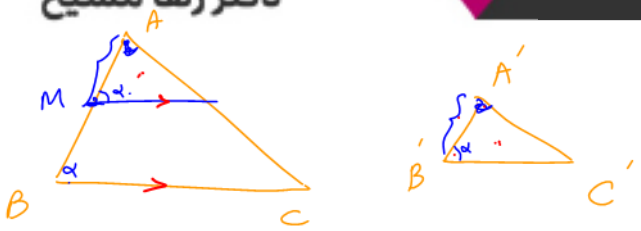
فرض: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ ← متناظر

$\hat{A} = \hat{A}$ $\quad \hat{N} = \hat{C}$ $\quad \hat{M} = \hat{B}$ ← متناظر

$\Rightarrow$ دو مثلث متشابه‌اند

حکم

دکتر رها مسیح



تشابه مثلث ها

حالت ۱ زز

اگر دو مثلث دارای .....

فرض $A = A'$ و $B = B'$

حکم

حالت ۲ ض ز ض

اگر دو مثلث دارای .....

فرض

حکم

تشابه مثلث ها

حالت ۳ ض ض ض

اگر دو مثلث دارای .....

فرض

حکم

نسبت دیگر اجزای دو مثلث متشابه

نسبت نیمسازها

اگر دو مثلث متشابه با نسبت تشابه .....

فرض

حکم

نسبت میانه ها

اگر دو مثلث متشابه با نسبت تشابه .....

فرض

حکم

نسبت ارتفاع ها

اگر دو مثلث متشابه با نسبت تشابه .....

فرض

حکم

نسبت مساحت ها

اگر دو مثلث متشابه با نسبت تشابه .....

فرض

حکم

$\frac{S}{S'} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \times \frac{AH}{A'H'} \times \frac{BC}{B'C'}$

$k \times k = k^2$

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{a+b+c}{a'+b'+c'}$ ← محیط / محیط

نسبت محیط ها

اگر دو مثلث متشابه با نسبت تشابه .....

فرض

حکم

تذکر دو مثلث فقط با تناسب ارتفاع‌هایشان متشابه می‌گردند و این جمله در مورد میانه‌ها یا نیمسازها درست نیست.

تذکر حالت تشابه دو زاویه بسیار کاربردی‌تر از حالت‌های دیگر تشابه در تست است.

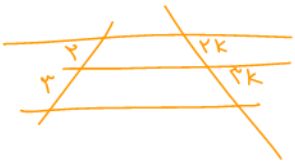
$r = \frac{S}{p}$ محاطی $2R = \frac{a}{\sin A}$ محیطی

نتیجه اصلی تشابه دو مثلث:

۱ـ نسبت نیم‌سازهای داخلی، خارجی، میانه‌ها، ارتفاع‌ها، شعاع‌های دایره‌های محاطی و محیطی متناظر با آن‌ها و هم‌چنین نسبت محیط‌های آن‌ها با نسبت تشابه برابر است.

۲ـ نسبت مساحت‌ها با توان دوم نسبت تشابه برابر است.

$$\frac{S}{S'} = k^2$$

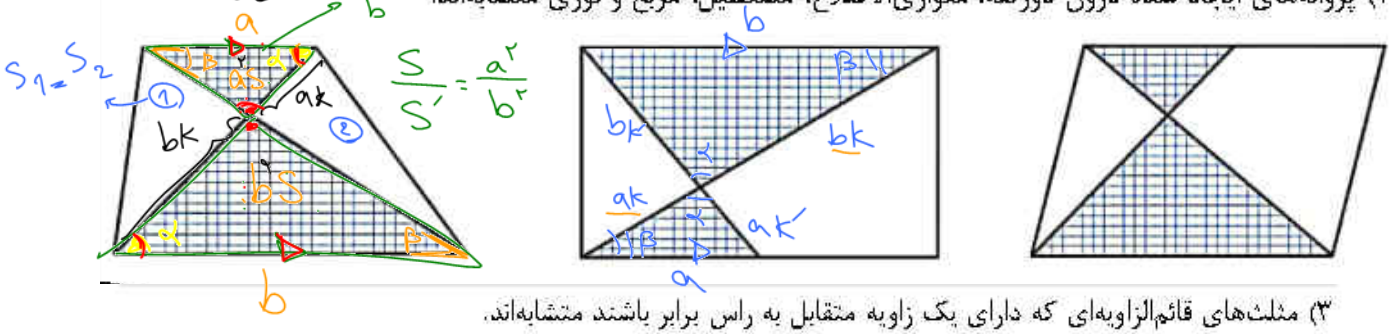


چند حالت تشابه معروف که بهتر است بلد باشید.

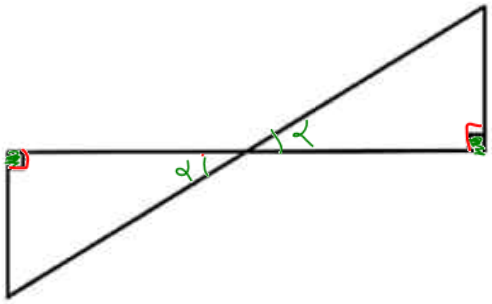
تذکر

۱) هر دو n ضلعی منتظم دلخواه متشابه‌اند.

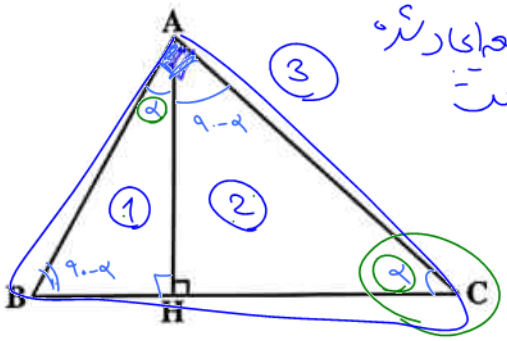
۲) پروانه‌های ایجاد شده درون ذوزنقه، متوازی‌الاضلاع، مستطیل، مربع و لوزی متشابه‌اند.



۳) مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ای که دارای یک زاویه متقابل به راس برابر باشند متشابه‌اند.



۴) اگر در مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر رسم شود مثلث‌های متشابه ایجاد می‌شود.



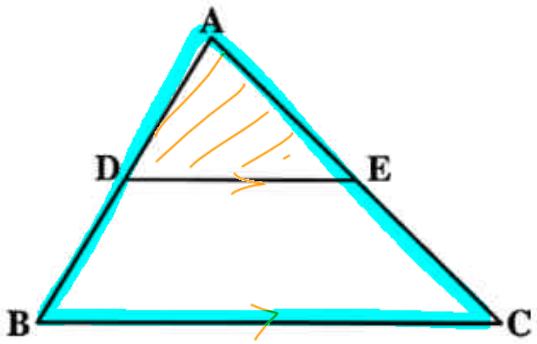
ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی بین دو قطعه ایجاد شده روی وتر است

$\triangle ABC \sim \triangle ABH \sim \triangle ACH$

هر ضلع واسطه هندسی بین وتر و تصویر خودش روی وتر است

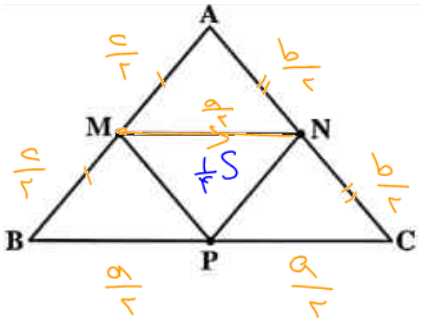
$AH^2 = BH \times HC$
$AB^2 = BH \times BC$
$AC^2 = CH \times BC$
$AH \times BC = AB \times AC$

۵) اگر در مثلثی خطی موازی قاعده رسم شود مثلث ایجاد شده با مثلث اصلی متشابه است.



$\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC}$

۶) اگر وسط‌های اضلاع مثلثی را به هم وصل کنیم هر یک از چهار مثلث پدید آمده با مثلث اصلی مشابه هستند.



$\overset{\Delta}{AMN} \sim \overset{\Delta}{BMP} \cdots$

۴۲ طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتی‌متر و طول کوچک‌ترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی ۲۲/۵ است. محیط مثلث دوم کدام است؟

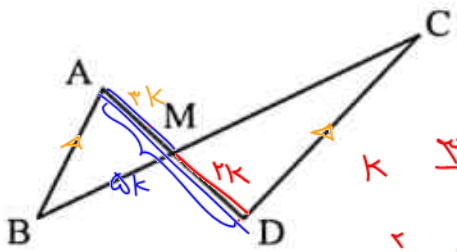
۱) ۱۰۲ ۲) ۱۰۲/۵ ۳) ۱۰۳ ۴) ۱۰۳/۵

$\frac{22/5}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{11} = \frac{x}{23}$

$x = \frac{23 \times 22/5}{5} = 92 + 11/5 = 103/5$

۴۳ در شکل زیر $AB \parallel CD$ و $\frac{AM}{AD} = \frac{3}{5}$ نسبت مساحت‌های دو مثلث در این شکل کدام است

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) $\frac{4}{9}$ ۴) $\frac{9}{25}$



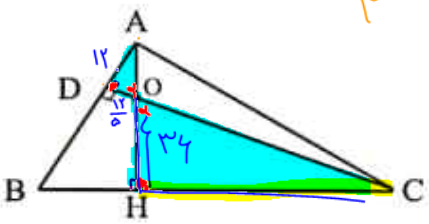
$\frac{AM}{MD} = \frac{3}{5-3=2}$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۴۴ در شکل مقابل AH و CD دو ارتفاع مثلث ABC هستند. اگر $AD = 5DO = OH = \frac{1}{3}$، ۱۲ = ؟

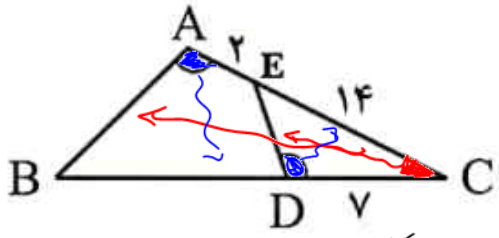
طول HC کدام است؟

۱) ۱۶۵
۲) ۱۷۰
۳) ۱۷۵
۴) ۱۸۰



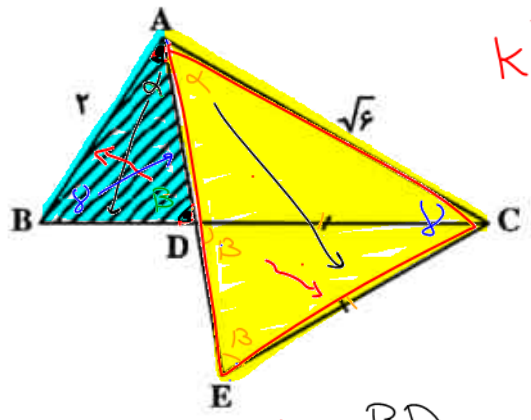
۴۵ در شکل مقابل، BD چند واحد است؟

۱) ۲۲
۲) ۲۳
۳) ۲۴
۴) ۲۵

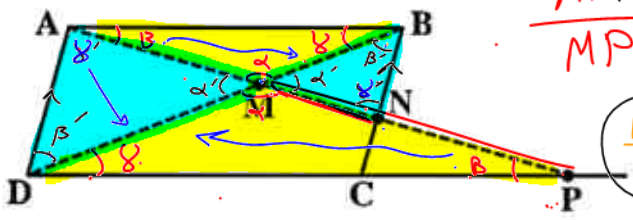


۴۶ در شکل زیر، AD نیمساز زاویه‌های A و CE=CD است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) $\frac{3}{4}$
۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



۴۷ در شکل روبرو، ABCD متوازی‌الاضلاع است. حاصل $MN \times MP$ برابر کدام است؟



$\frac{AM}{MP} = \frac{MB}{MD}$

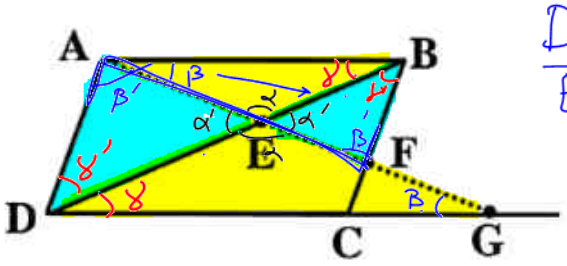
$\frac{MN}{MA} = \frac{MB}{MD}$

$\frac{AM}{MP} = \frac{MN}{MA}$

$MN \times MP = AM^2$

۱) AB^2
۲) AD^2
۳) MD^2
۴) AM^2

۴۸ در شکل زیر، چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟



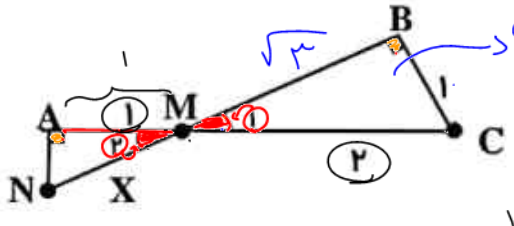
$\frac{DE}{EB} = \frac{AE}{EF}$

$\frac{EB}{ED} = \frac{AE}{EG}$ ⇝ $\frac{DE}{EB} = \frac{EG}{AE}$

$\frac{AE}{EF} = \frac{EG}{AE} \Rightarrow EF \times EG = AE^2$

۱) EA^2
۲) ED^2
۳) $EB \times ED$
۴) $FB \times FC$

۴۹ در شکل مقابل دو زاویه $\hat{A}$ و $\hat{B}$ قائمه‌اند. مقدار X چقدر است؟



فیثاغورس ⇝ $۲^2 = ۱^2 + MB^2$

$MB = \sqrt{۳}$

$\hat{A} = \hat{B}$ (دو زاویه)

$\hat{M}_1 = \hat{M}_2$

$\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle MBC \rightarrow \frac{BC}{AN} = \frac{MC}{MN} = \frac{BM}{AM}$

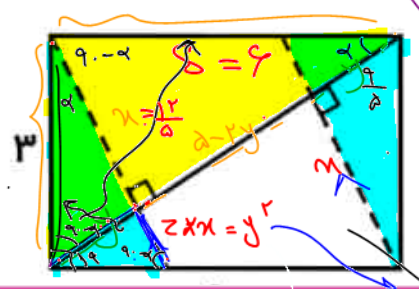
$\frac{۱}{x} = \frac{۲}{n} = \frac{\sqrt{۳}}{۱}$

$n^2 = \frac{۹}{۱۶}\left(\frac{۱۶}{۵}\right) \rightarrow x = \frac{۳ \times ۴}{۵} = \frac{۱۲}{۵}$

$n = \frac{۲}{\sqrt{۴}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۴}} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

۱) $\frac{۱}{۲}\sqrt{۳}$
۲) $\frac{۲}{۳}\sqrt{۳}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

۵۰ در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴ واحد، از هر دو راس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل کدام است؟



$x^2 = y(۵ - y) = ۵y - y^2$

$x^2 + y^2 = ۵y$

$x^2 + y^2 = ۹$

$۵y = ۹$

$y = \frac{۹}{۵}$

$S_{\text{مثلث}} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۴ = ۶$

$S_{\text{مستطیل}} = ۳ \times ۴ = ۱۲$

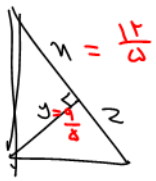
$S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = ۱۲ - ۶ - ۱/۷۵ = ۴/۲۵$

$\frac{S_{\text{آبی}}}{S_{\text{زرد}}} = \left(\frac{۳}{۴}\right)^2$

$\frac{S_{\text{آبی}}}{۳۶} = \left(\frac{۹}{۱۲}\right)$

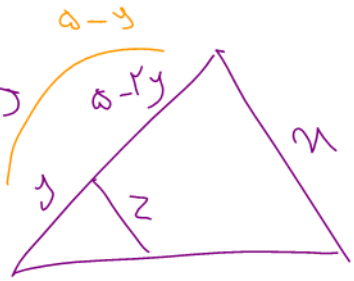
$S_{\text{آبی}} = \frac{۱۲}{۱۶} \times ۴ = ۳$

۱) ۵/۲۵
۲) ۵/۷۵
۳) ۶
۴) ۷/۵



$$\left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{12}{5} \times z$$

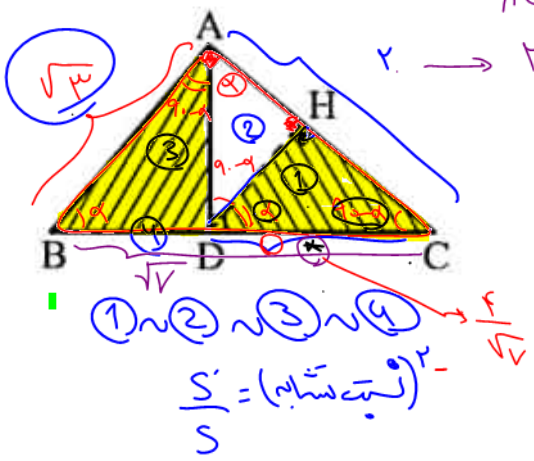
$$\frac{9 \times 9}{5 \times 5} = \frac{12}{5} z \rightarrow z = \frac{27}{20}$$



$$\frac{y}{5-y} = \frac{z}{x}$$

۵۱ در مثلث قائم‌الزاویه ABC، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه HCD و ABD کدام است؟

۱) $\frac{3}{7}$
۲) $\frac{4}{7}$
۳) $\frac{16}{21}$
۴) $\frac{8}{9}$



$AC^2 = CD \times CB$

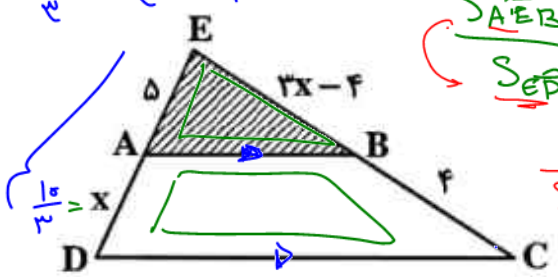
$2^2 = CD \times \sqrt{7}$

$\frac{4}{\sqrt{7}} = CD$

$\frac{S_{HDC}}{S_{ABD}} = \left(\frac{\frac{4}{\sqrt{7}}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{\frac{16}{7}}{\frac{3}{1}}\right) = \frac{16}{21}$

۵۲ در شکل زیر، مساحت ذوزنقه ABCD، چند برابر مساحت مثلث EAB است؟

۱) $\frac{9}{4}$
۲) $\frac{16}{9}$
۳) $\frac{25}{16}$
۴) $\frac{36}{25}$



$\frac{S_{AEB}}{S_{EDC}} = \left(\frac{5}{\frac{25}{2}}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

$\frac{S_{AEB}}{S_{EDC} - S_{AEB}} = \frac{4}{\frac{5^2 - 3^2}{2}} = \frac{4}{\frac{(5-3)(5+3)}{2}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$\frac{5}{8} = \frac{3x-4}{4} \rightarrow 20 = 3x^2 - 4x$

$3x^2 - 4x - 20 = 0$

$\Delta = 16 - 4(3)(-20) = 256$

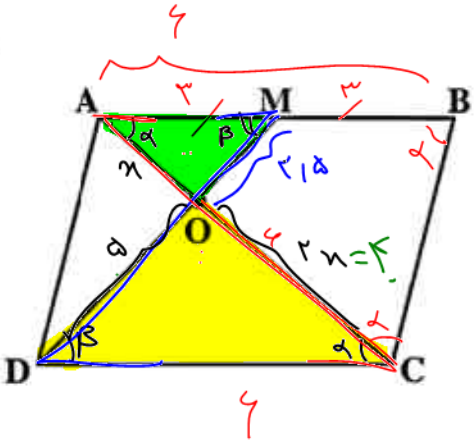
$x = \frac{+4 \pm 16}{6}$

$\frac{20}{6} = \frac{10}{3}$

$\frac{-12}{6} = -2$

۵۳ در متوازی‌الاضلاع ABCD مطابق شکل $AB = 6$ و نقطه M وسط ضلع AB است. اگر $AC = 6$ و $OM = 2/5$ باشد، محیط مثلث OCD کدام است؟

۱) ۱۴
۲) ۱۵
۳) ۱۶
۴) ۱۷



$x + 2x = 6$

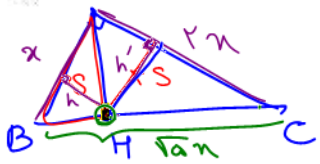
$3x = 6$

$x = 2$

$4 + 5 + 6 = 15$

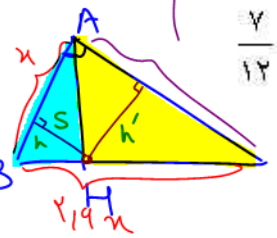
۵۴: در یک مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جز تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچک‌تر $\frac{1}{5}$ مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{5}$



۵۵: در مثلث ABC $(\hat{A}=90^\circ)$ ارتفاع AH مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. مساحت اصلی ۶/۷۶ برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است. نسبت فواصل H از دو ضلع قائم کدام است؟

۱) $\frac{2}{8}$ ۲) $\frac{5}{12}$ ۳) $\frac{7}{12}$ ۴) $\frac{3}{8}$

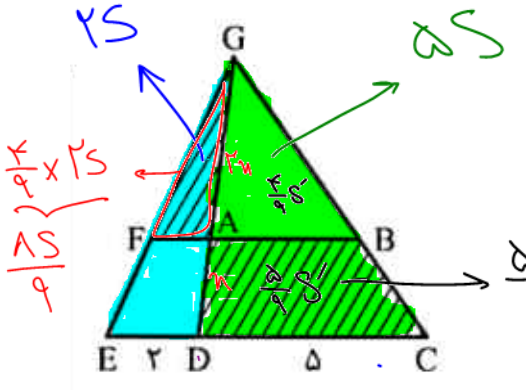


۵۶: در مثلث ABC داریم $\hat{A}=2\hat{B}$ کدام رابطه بین سه ضلع این مثلث برقرار است؟

۱) $a^2=bc$ ۲) $b^2=ac$ ۳) $a^2-b^2=bc$ ۴) $a^2-c^2=bc$

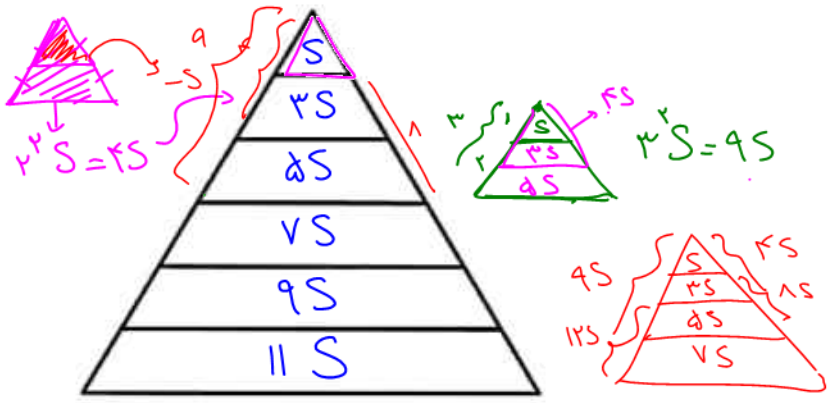
۵۷: در شکل زیر، $DG=3DA$ و اندازه پاره‌خط‌های DE و DC به ترتیب ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG، چند درصد مساحت ذوزنقه $ABCD$ است؟

۱) ۴۰ ۲) ۳۶ ۳) ۳۲ ۴) ۲۴

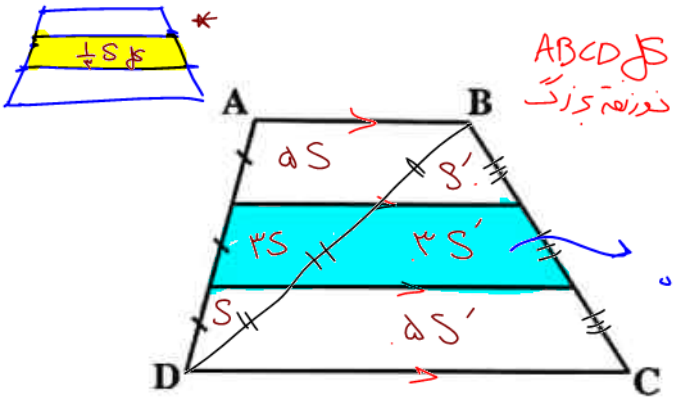


نسبت مساحت ها

اگر ضلع مثلث یا اندازه های برای وخطوط موازی ضلع دیگر مثلث را به چند بخش تقسیم کنیم مساحت ها در نهایت حسابی به قدرت ۲ S می سازند



۵۸ در ذوزنقه ABCD ساق AD به سه قسمت مساوی تقسیم شده و از هر یک خطوطی به موازات قاعده‌ها رسم شده است. مساحت ذوزنقه رنگ شده چه کسری از مساحت ذوزنقه است؟

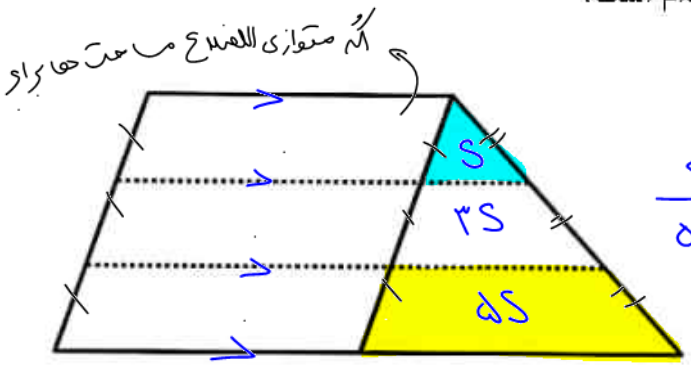


ABCD مساحت = ۹S + ۹S'
ذوزنقه بزرگ

ذوزنقه رنگ شده = ۳S' + ۳S

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

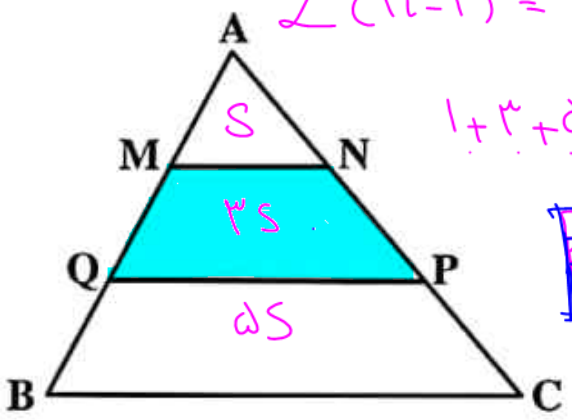
۵۹ یک ساق ذوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره‌خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه زده کدام است؟



$\frac{S}{۵S} = \frac{۱}{۵}$

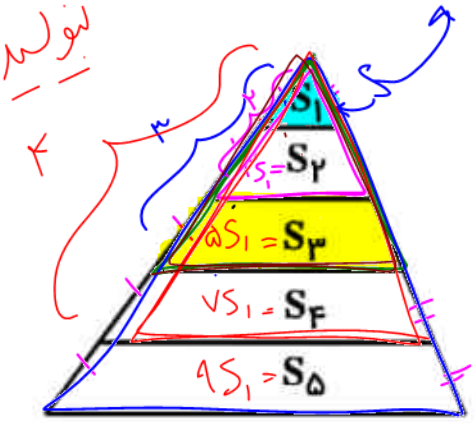
۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) $\frac{۱}{۵}$
۳) $\frac{۲}{۹}$
۴) $\frac{۱}{۴}$

۶۰ در شکل مقابل، هر یک از اضلاع AB و AC را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. مساحت ذوزنقه MNPQ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



۱) $\frac{۲}{۵}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

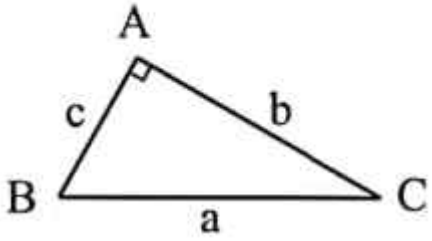
۶۱ اگر هر یک از اضلاع AB و AC از مثلث ABC را مطابق شکل به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنیم آن‌گاه نسبت $\frac{S_۳}{S_۴}$ کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۵}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۵}{۷}$

مثلث قائم الزاویه

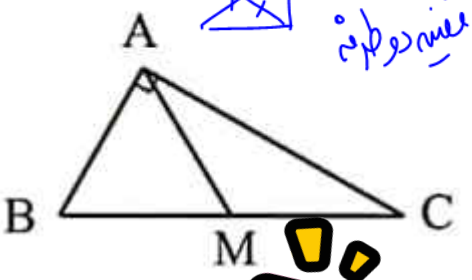
۱ـ در هر مثلث قائم‌الزایه داریم:



$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (1)$$

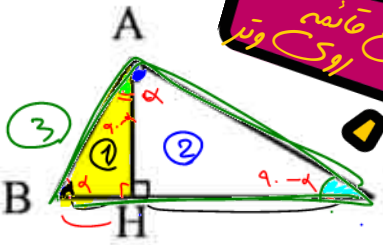
و اگر ۳ عدد فیثاغورثی باشند هر ضریبی از آن‌ها هم فیثاغورثی است.

۲ـ در هر مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است و آن وتر را نصف می‌کند.



$$AM = \frac{BC}{2}$$

۳ـ

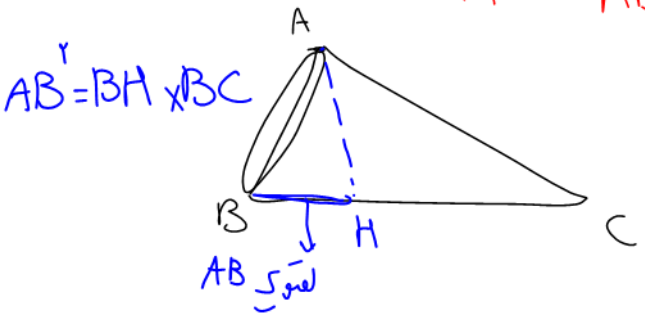


$$AB^2 = BH.BC$$
$$AC^2 = CH.BC$$

$\triangle 1 \sim \triangle 2$ ⇒ $\frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \times CH$

ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی بین دو قطعه‌ای ایجاد شده روی وتر

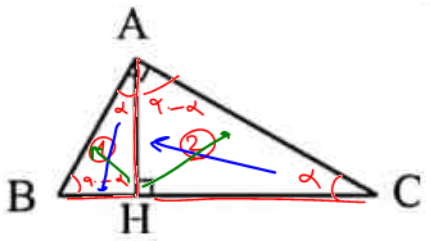
$\triangle 1 \sim \triangle 3$ ⇒ $\frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB^2 = BH \times BC$



$AB^2 = BH \times BC$

AB وتر

۴ـ ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی دو قطعه‌ای است که روی وتر جدا می‌کند.

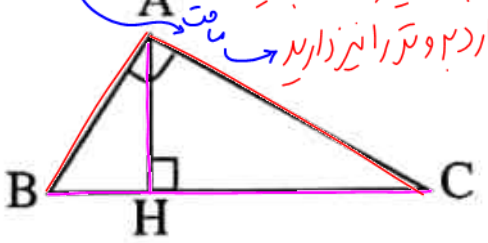


$$AH^2 = BH.HC$$

ارتفاع وارد بر وتر

$$\frac{BH}{AH} = \frac{AH}{CH} = \frac{AB}{AC}$$

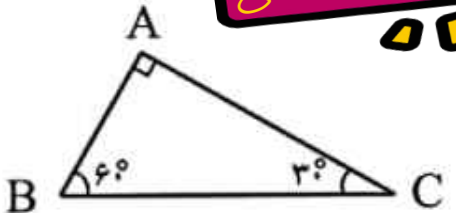
۵ـ در هر مثلث قائم‌الزاویه داریم:

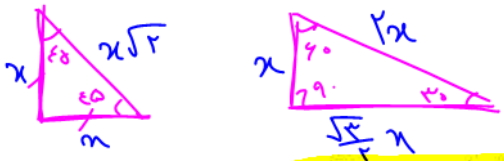


$$S = \frac{1}{2}AB \times AC \quad , \quad S = \frac{1}{2} \times AH \times BC \quad \Rightarrow \quad AB \times AC = AH \times BC$$

نسبت های مثلثی

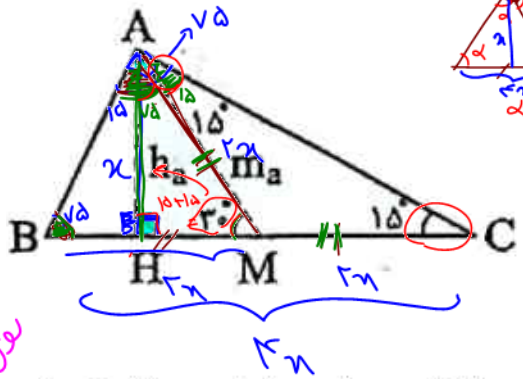
۶ـ در هر مثلث قائم‌الزاویه ضلع مقابل به زاویه 30° نصف وتر و ضلع مقابل به زاویه 60°، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است.

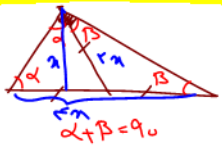




زاویه ۱۵ درجه

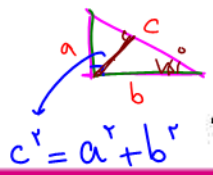
اگر یک زاویه از مثلث قائم‌الزاویه‌ای 15° باشد ارتفاع وارد بر وتر، برابر ربع وتر است و برعکس:





$$h_a = \frac{1}{2}m_a \quad \Rightarrow \quad h_a = \frac{1}{4}a$$

۶۲ مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ای $\frac{1}{8}$ مجذور وتر آن است. کوچک‌ترین زاویه‌ای این مثلث چند درجه است؟



$$S = \frac{1}{8}c^2 \Rightarrow \frac{ab}{2} = \frac{c^2}{8} \rightarrow ab = c \times h_c = \frac{c^2}{4} \quad , \quad h_c = \frac{c}{4}$$

$c^2 = a^2 + b^2$

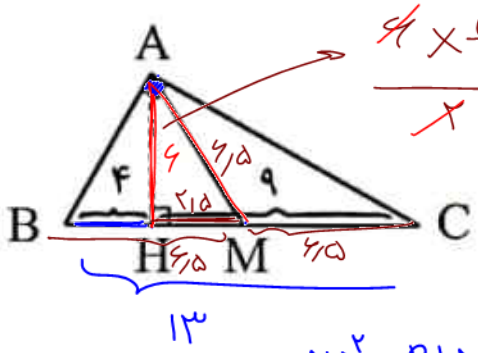
۱) ۱۵ ۲) ۱۷/۵ ۳) ۲۲/۵ ۴) ۳۰

۶۳ زاویه‌های مثلثی متناسب با اعداد ۶، ۵ و ۱ می‌باشند. کوچک‌ترین ارتفاع این مثلث چند برابر بزرگ‌ترین ضلع آن است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{1}{2}$

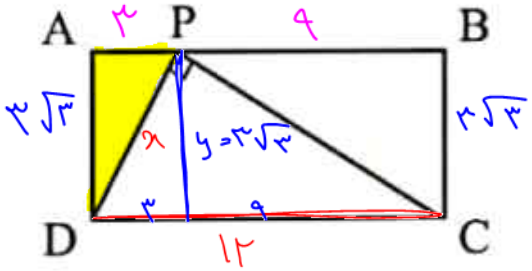
۶۴ در مثلث $ABC\ (\hat{A}=90^\circ)$ ارتفاع AH و میانه AM را رسم می‌کنیم. اگر HB و HC به ترتیب ۴ و ۹ واحد باشند، مساحت مثلث $A\hat{M}H$ کدام است؟

۱) ۴/۵
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷/۵



۶۵ در مستطیل شکل زیر $\hat{P}=90^\circ$ و $3AP=PB=9$ است. طول DP کدام است؟

۱) ۵
۲) $3\sqrt{3}$
۳) $4\sqrt{2}$
۴) ۶

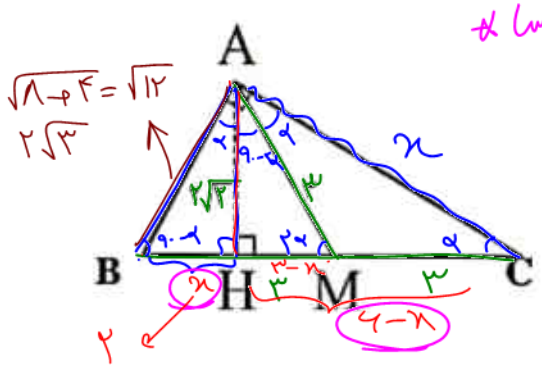


۶۶ در مثلث $ABC\ (AB=3, AC=4, \hat{A}=90^\circ)$ ارتفاع AH و نیمساز داخلی AD رسم شده است. اندازه DH کدام است؟

۱) $\frac{12}{35}$ ۲) $\frac{5}{14}$ ۳) $\frac{7}{15}$ ۴) $\frac{15}{28}$

۶۷ در یک مثلث قائم‌الزاویه اندازه‌های میانه و ارتفاع وارد بر وتر به ترتیب ۳ و $2\sqrt{2}$ است. اندازه ضلع متوسط این مثلث کدام است؟

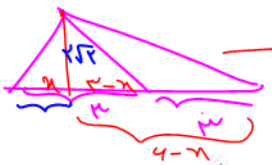
۱) $3\sqrt{2}$
۲) $2\sqrt{5}$
۳) $2\sqrt{6}$
۴) $3\sqrt{3}$



اصل الاسا *

$AC^2 = 36 - 12 = 24$

$AC = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$



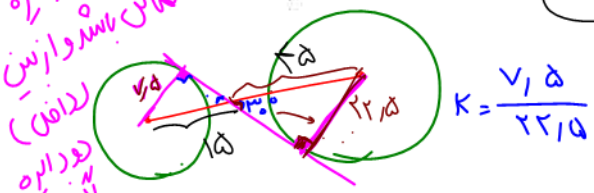
$(2\sqrt{2})^2 = x(6-x)$

$8 = 6x - x^2 \rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x-2)(x-4) = 0$

۶۸ شعاع دو دایره خارج هم به ترتیب ۲۲/۵ و ۷/۵ سانتی‌متر است. اگر زاویه بین مماس داخل و خط‌المرکزین و دایره ۳۰ درجه باشد طول خط‌المرکزین دو دایره چند سانتی‌متر است؟

۱) ۵۵
۲) ۷۵/۵
۳) ۶۰
۴) ۶۲/۵



$K = \frac{7/5}{22/5}$

ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰°

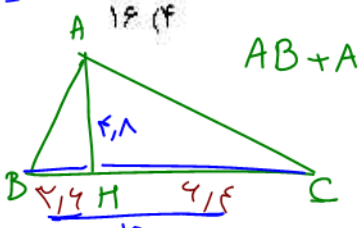
نصف وتر است

$45 + 15 = 60$

۶۹ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر بر روی وتر ایجاد می‌کند به ترتیب ۶/۴ و ۳/۶ است. در این صورت مجموع دو ضلع مجاور به زاویه قائم کدام است؟

$AB \times AC = AH \times BC$

۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۴
۴) ۱۶



$AB + AC = ?$

$AH^2 = 3/6 \times 6/4$

$AH = \frac{9 \times 8}{10} = \frac{48}{10}$

$AB^2 + AC^2 = 10^2$

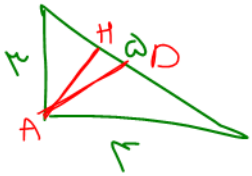
$(AB+AC)^2 - 2AB \times AC = 100 \Rightarrow (AB+AC)^2 = 196$

$96 - 2 \times 48$ ← $AH \times BC$ / 10

۷۰ در مثلث قائم‌الزاویه ABC، زاویه $A = 90^\circ$ و اندازه اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. ارتفاع AH و نیمساز AD رسم شده است. اندازه DH کدام است؟

تکراری!

۱) $\frac{8}{35}$
۲) $\frac{9}{35}$
۳) $\frac{12}{35}$
۴) $\frac{6}{35}$

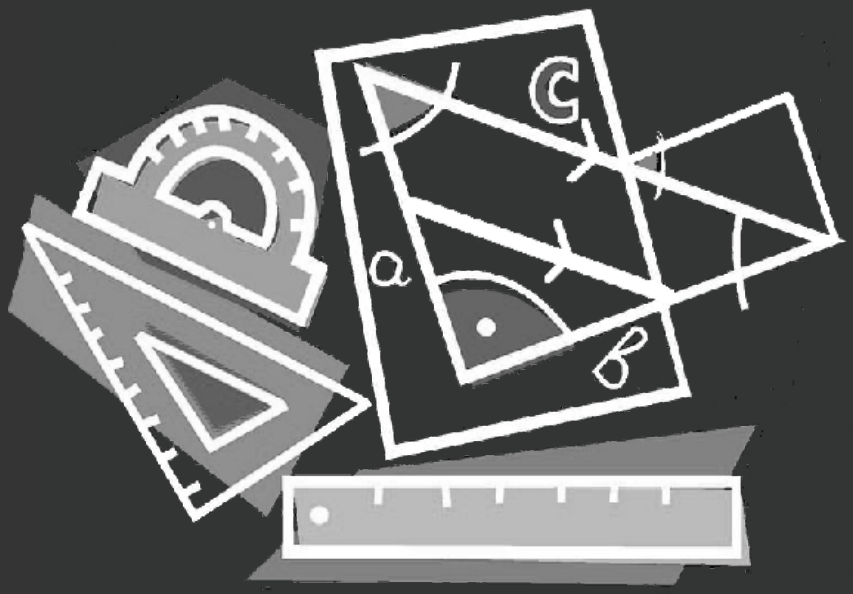


کارنامه خرد

دکتر رها مسیح

تمرین در خانه

فصل ۲



پیش نیاز

هندسه نهم

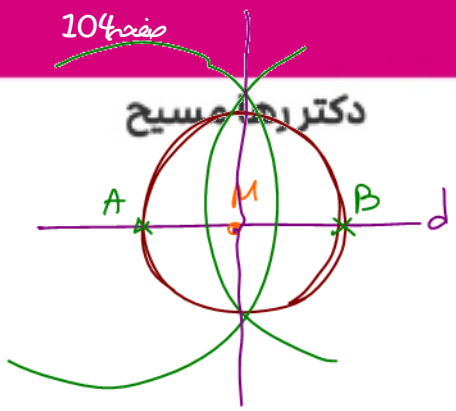
فصل دوم هندسه دهم

دوره فصل ۱
نسبت تناسب
نسبت ارتفاع و ضلع
تالس
تالس ذوزنقه
تشابه

دکتر رضا مسیح

تمرین در خانه ۱

دوره فصل ۱ و نسبت تناسب



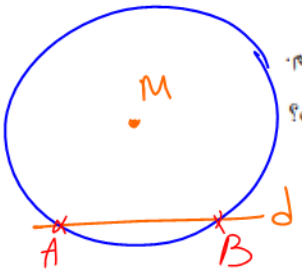
۱ نقطهٔ M روی خط d قرار دارد، برای رسم خط عمود بر d و گذرا از M کدام روش درست است؟

۱) پیدا کردن دو نقطهٔ A و B با فاصلهٔ مساوی از M و سپس رسم عمودمنصف AB

۲) رسم دایره‌ای گذرا از M و مماس بر d و سپس رسم شعاع گذرا از M

۳) در نظر گرفتن دو نقطهٔ دلخواه مانند A و B و رسم منصف AB

۴) از نقطهٔ دلخواه A روی خط d دایره‌ای به شعاع AM رسم کرده، سپس مماس بر دایره در M را رسم می‌کنیم.



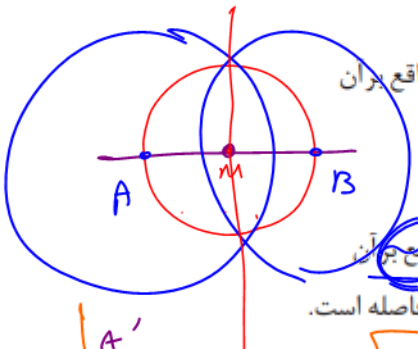
۲ در رسم خط عمود بر خط d از نقطهٔ M خارج خط d طبق روش بیان شده در کتاب درسی اولین گام کدام است؟

۱) رسم دو خط غیرعمود بر خط d

۲) در نظر گرفتن دو نقطهٔ دلخواه روی خط d

۳) رسم دایره‌ای به مرکز M که خط را در دو نقطه قطع کند.

۴) پیدا کردن پای عمود روی خط d



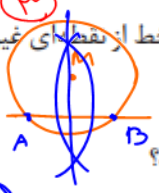
۳ در رسم کدام‌یک از موارد زیر طبق روش‌های کتاب درسی نیاز به ترسیم کمان‌های بیشتری داریم؟

۱) رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای واقع بر آن

۲) رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

۳) رسم خط موازی یک خط از نقطه‌ای خارج آن

۴) هر سه یکسان هستند.



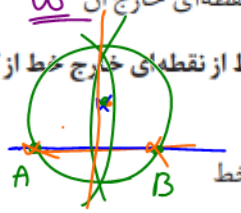
۴ در ترسیم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای خارج خط از کدام ترسیم استفاده می‌شود؟

۱) ترسیم خطی موازی یک خط

۲) ترسیم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای واقع بر آن

۳) ترسیم عمودمنصف یک پاره‌خط

۴) ترسیم خطی که از دو خط متقاطع به یک فاصله است.



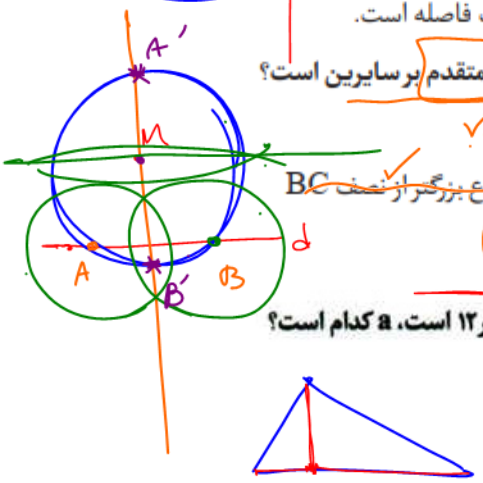
۵ در ترسیم ارتفاع AH از مثلث ABC طبق روش بیان شده در کتاب درسی کدام ترسیم در صورت نیاز متقدم بر سایرین است؟

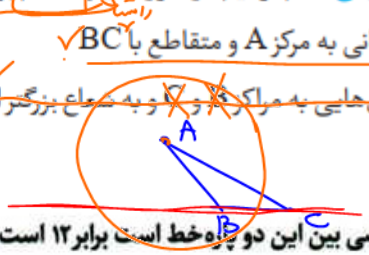
۱) ترسیم عمودمنصف ضلع BC

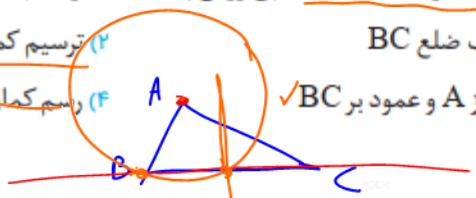
۲) ترسیم کمانی به مرکز A و متقاطع با BC

۳) ترسیم خط گذرا از A و عمود بر BC

۴) رسم کمان‌هایی به مراکز B و C و به شعاع بزرگتر از نصف BC







۶ دو پاره‌خط به طول‌های ۸ و a مفروض‌اند. اندازهٔ پاره‌خطی که واسطهٔ هندسی بین این دو پاره‌خط است برابر ۱۲ است، a کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

$b^2 = ac$

$12^2 = 8a$

$a = 3 \times 6 = 18$

۷ دو پاره‌خط به طول‌های x و $x - 13$ مفروض‌اند. اگر طول پاره‌خط واسطهٔ هندسی بین آن‌ها ۶ واحد باشد، طول پاره‌خط بزرگتر کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۹ ۳) ۶ ۴) ۸

$b^2 = ac$

$36 = x(13 - x)$

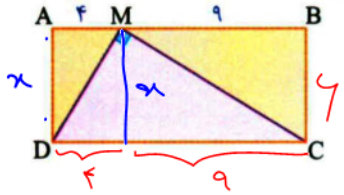
$x^2 - 13x + 36 = 0$

$(x-9)(x-4) = 0 \rightarrow x = 4, x = 9$

۸ گر بدانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع واسطهٔ هندسی بین دو قطعهٔ ایجاد شده توسط ارتفاع روی وتر است.

محیط مستطیل ABCD چقدر است؟

۱) ۳۴ ۲) ۳۵ ۳) ۳۶ ۴) ۳۸



$x^2 = 4 \times 9 = 36$

$x = 6$

$4 + 9 = 13$ طول $+ 6$ عرض $= 19$

محیط $19 \times 2 = 38$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۹ اگر $\frac{b}{a}=\frac{۳}{۵}$ باشد، حاصل $\frac{۳a+۲۰}{۳b+۱۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۱۰ زوایای مثلثی متناسب با اعداد ۲، ۵، ۸ است. مقدار تفاضل دو زاویهٔ نابزرگتر بر حسب درجه کدام است؟

۱) ۳۶° ۲) ۲۴° ۳) ۴۶° ۴) ۴۴°

۱۱ اگر $\frac{x}{۳}=\frac{y}{۱}=\frac{z+۱}{۱}$ باشد و داشته باشیم $x+۳y+z=۲۰$، مقدار z کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۷ ۳) ۴ ۴) ۲

۱۲ اگر $\frac{x}{۲}=\frac{y}{۵}=\frac{z}{۳}$ باشد و $x+y-۲z=۷$ باشد، حاصل $\frac{y+۱}{x+۱}$ کدام است؟

۱) ۲/۸ ۲) ۳/۶ ۳) ۲/۴ ۴) ۳/۴

۱۳ اگر $\frac{a}{b}=\frac{۲}{۳}$ باشد، حاصل $\frac{a^۲+۲b^۲}{b^۲-a^۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲۲}{۷}$ ۲) $\frac{۱۹}{۵}$ ۳) $\frac{۲۲}{۵}$ ۴) $\frac{۱۹}{۷}$

۱۴ اگر $\frac{x}{۲x+y}=\frac{۳}{۷}$ باشد، حاصل $\frac{x-۲y}{x+y}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۵ اگر $\frac{x}{y}=\frac{۳}{۴}$ باشد، حاصل $\frac{۵xy}{x^۲+y^۲}$ کدام است؟

۱) ۴/۸ ۲) ۱/۲ ۳) ۳/۶ ۴) ۲/۴

تمرین در خانه ۲ نسبت ضلع و ارتفاع

۱ در یک مثلث به اضلاع ۱۰، ۱۷، ۲۱ اندازهٔ کوتاه‌ترین ارتفاع ۸ است. اندازهٔ بلندترین ارتفاع این مثلث کدام است؟

۱) ۱۵/۸ ۲) ۱۶/۸ ۳) ۱۷/۸ ۴) ۱۴/۸

۲ در یک مثلث ارتفاع‌ها به نسبت $\frac{2}{3}$ ، ۱ ، $\frac{1}{2}$ هستند. اگر محیط این مثلث ۱۸ باشد، اندازهٔ ضلع بزرگ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۷/۵

۳ در مثلثی به اضلاع $a+8$ ، $a+1$ ، a اندازهٔ بزرگ‌ترین ارتفاع ها ۸ و ۷/۲ است. در این مثلث اندازهٔ کوتاه‌ترین ارتفاع کدام است؟

۱) $\frac{72}{17}$ ۲) $\frac{64}{17}$ ۳) $\frac{80}{17}$ ۴) $\frac{54}{17}$

۴ اگر در مثلثی به اضلاع a , b , c ارتفاع‌های وارد بر این اضلاع h_a , h_b , h_c باشد و $\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$ باشد، حاصل $\frac{h_b+h_a}{h_a-h_b}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۵ در مثلث ABC اگر a و c اضلاع و h_a و h_c ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها باشند و رابطهٔ $\frac{h_a}{h_c}=\frac{a}{c}$ بین آن‌ها برقرار باشد، نوع مثلث کدام است؟

۱) قائم‌الزاویه ۲) متساوی‌الساقین ۳) متساوی‌الاضلاع ۴) نامشخص

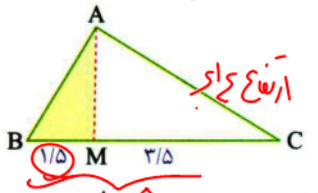
۶ در مثلثی اندازه‌های دو ضلع ۱۰ و ۱۵ واحد است، مجموع ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع، برابر ارتفاع ضلع سوم است. اندازهٔ ضلع سوم کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۷/۵ ۴) ۸

۷ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC اگر h_a , h_b , h_c ارتفاع‌ها باشند، کدام رابطه درست است؟ $(\hat{A}=90^\circ)$

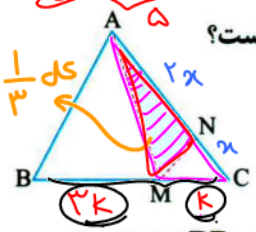
۱) $h_a^2=h_b^2+h_c^2$ ۲) $h_a^2=h_b\times h_c$ ۳) $\frac{1}{h_a^2}=\frac{1}{h_b^2}+\frac{1}{h_c^2}$ ۴) $2h_a=h_b+h_c$

۸ در شکل مقابل مساحت مثلث رنگ شده چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



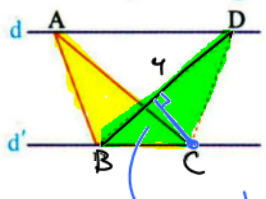
۱) ۳۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۳۵

۹ در شکل مقابل $AN=2NC$ و $BM=3MC$ می‌باشد. مساحت مثلث رنگ شده چه کسری از مساحت ABC است؟



۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{2}{9}$ ۴) $\frac{3}{8}$

۱۰ مطابق شکل $d \parallel d'$ است و مساحت مثلث ABC برابر $8cm^2$ است. اگر $BD=6cm$ باشد، فاصلهٔ رأس C از ضلع BD کدام است؟



۱) $\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{8}{3}$

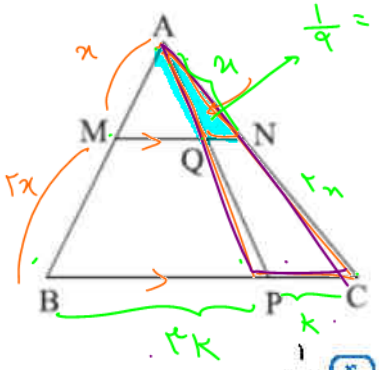
آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

کارنامه خرد

تمرین در خانه ۳

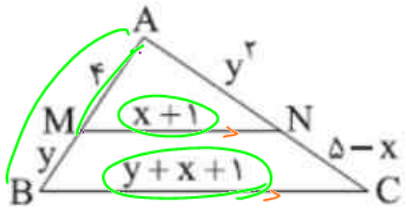
نمونه سوال پارسال

۱ در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، MN موازی BC، $\frac{AM}{MB}=\frac{۱}{۲}$ و $\frac{PC}{PB}=\frac{۱}{۳}$ است. مساحت مثلث $\overset{\Delta}{AQN}$ چه کسری از مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ است؟



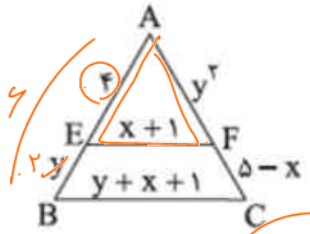
۱) $\frac{۱}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱}{۳۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۸}$

۲ در شکل، چهارضلعی $BMNC$ ذوزنقه است. مقدار $x+y$ برابر کدام است؟



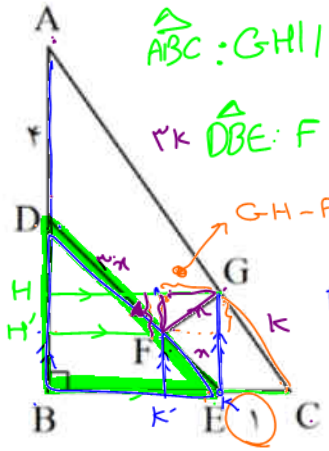
۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۳ در شکل مقابل، EF موازی BC است. نسبت مساحت $\overset{\Delta}{AEF}$ به مساحت $\overset{\Delta}{ABC}$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۴}{۴۹}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

۴) در شکل مقابل، اگر $\frac{AC}{CG}=\frac{DE}{EF}=۴$ باشد، اندازه FG کدام است؟



$\triangle ABC: GH \parallel BC \rightarrow GH=\frac{۳}{۴}BC$

$\triangle DBE: FH' \parallel BC \Rightarrow FH'=\frac{۳}{۴}BE$

$GH-FH' \longrightarrow GH-FH'=\frac{۳}{۴}BC-\frac{۳}{۴}BE=\frac{۳}{۴}(BC-BE)=\frac{۳}{۴}$

$\triangle ABC: GK \parallel AB \longrightarrow GK=\frac{۱}{۴}AB$

$\triangle EBD: FK' \parallel AB \longrightarrow FK'=\frac{۱}{۴}DB$

$\rightarrow \Delta=GK-FK'=\frac{۱}{۴}(AB-DB)=۱$

$x^۲=(\frac{۵}{۴})^۲+۱^۲=\frac{۹}{۱۶}+\frac{۱۶}{۱۶}=\frac{۲۵}{۱۶}$

$x=\frac{۵}{۴}=۱/۲۵$

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۱/۷۵ ۴)

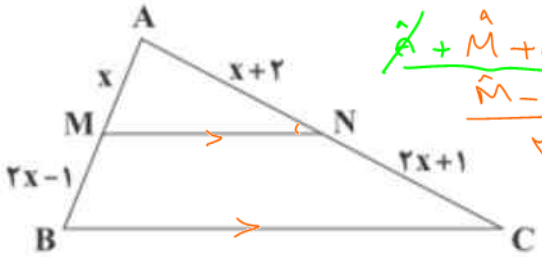
۵) اگر $\frac{۳a+۳}{۲b+۱}=\frac{۶a+۳}{۴b+۱}$ باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

$\frac{۳a+۳}{۲a+۲}=\frac{۲b+۱}{۴b+۱}$

$\frac{۳a+۳}{۳a}=\frac{۲b+۱}{۲b} \rightarrow \frac{۲۱}{۲a}=\frac{۱}{۲b} \Rightarrow \frac{a}{b}=۲$

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۲-

۶) در شکل زیر اختلاف دو زاویه‌ی حاده‌ی M و N با اختلاف دو زاویه‌ی B و C برابر است. مقدار x کدام است؟



$\hat{A}+\hat{M}+\hat{N}=\hat{B}+\hat{C}+\hat{A}$

$\hat{M}-\hat{N}=\hat{B}-\hat{C}$

$۲\hat{M}=۲\hat{B}$

$\hat{M}=\hat{B}$

$\hat{N}=\hat{C}$

$\frac{x}{۲x-۱}=\frac{x+۲}{۲x+۱}$

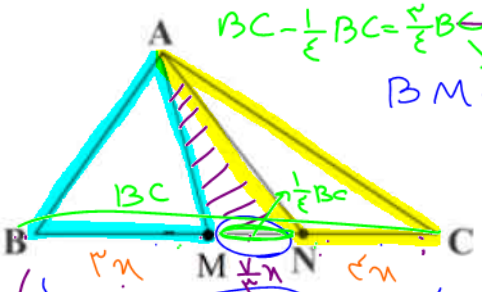
$۲x^۲+۴x-x-۲=۲x^۲+x$

$۲x=۲$

$x=۱$

۱) ۱ یا ۰/۶ ۲) ۰/۶ ۳) چنین x ای وجود ندارد. ۴) ۱

۷) در مثلث ABC مقابل، مساحت $\triangle ABM$، $\frac{۳}{۴}$ مساحت $\triangle ANC$ است. اگر $MN=\frac{۱}{۴}BC$ باشد، کدام رابطه لزوماً صحیح نیست؟



$BC-\frac{۱}{۴}BC=\frac{۳}{۴}BC$

$BM+NC=۷x=\frac{۳}{۴}BC$

$\frac{۲۸}{۳}x=BC$

$\frac{۲۸}{۳}x-۷x=\frac{۲۸-۲۱}{۳}x$

۱) $BM=۰/۷۵CN$ ۲) $S_{\triangle AMN}=\frac{۱}{۴}S_{\triangle BCA}$ ۳) $CN=\frac{۳}{۷}BC$ ۴) $BM=۰/۴BC$

$\frac{BM}{CN}=\frac{۳x}{۴x}=۰/۷۵$

$\frac{CN}{BC}=\frac{۴x}{\frac{۲۸}{۳}x}=\frac{۳\times۴}{۲۸}=\frac{۳}{۷}$

$\frac{BM}{BC}=\frac{۳x}{\frac{۲۸}{۳}x}=\frac{۹}{۲۸}$

۸) اگر $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{K}{1}$ باشد، مقدار K^2 کدام است؟

۱) $\frac{ac+c^2}{bd+d^2}$ ✓ ۲) $\frac{ad+bc}{(b+d)^2}$ ۳) $\frac{ac}{bd}+\frac{c^2}{d^2}$ ۴) $\frac{ac+a^2}{bd}$

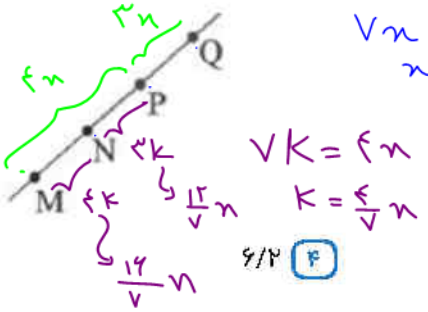
۹) روی پاره‌خط $AB=a$، دو نقطه‌ی M و N را طوری اختیار می‌کنیم که $\frac{AM}{MB}=\frac{BN}{AN}=2$، در این صورت طول پاره‌خط MN چه‌قدر است؟

۱) $\frac{a}{6}$ ۲) $\frac{a}{3}$ ۳) $\frac{a}{2}$ ۴) $\frac{2a}{3}$

۱۰) اگر $\frac{2x-y}{3x+2y}=\frac{2z-1}{z-6}=\frac{x+2y}{y}=M$ آن‌گاه مقدار z کدام است؟ $(x\neq -y)$

۱) -۱ ۲) ۵ ۳) ۱ ۴) $-\frac{5}{2}$

۱۱) در شکل زیر چهار نقطهٔ M، N، P و Q طوری روی یک قرار گرفته‌اند که $\frac{MN}{NP}=\frac{MP}{PQ}=\frac{4}{3}$. اگر $MQ=14$ باشد، طول پاره‌خط PQ کدام است؟



۱) ۵/۶ ۲) ۵/۸ ۳) ۶ ۴) ۶/۲

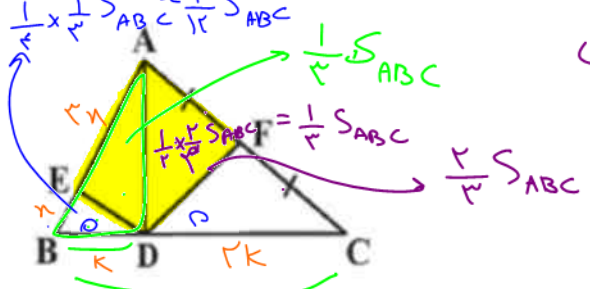
۱۲) اگر در مربع ABCD اندازهٔ قطر، واسطهٔ هندسی بین مقادیر محیط و مساحت آن باشد، اندازهٔ ضلع مربع چه‌قدر است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۱۳) اگر $\frac{a}{1}=\frac{b}{2}=\frac{c}{3}=\frac{d}{4+b}$ باشد، کم‌ترین مقدار $a+b+c+d$ کدام است؟

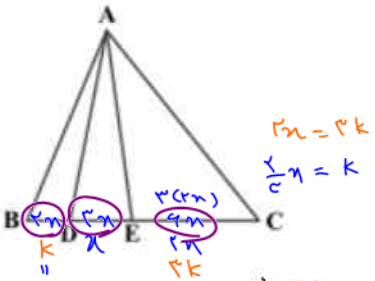
۱) -۲۵ ۲) -۵ ۳) $-\frac{25}{2}$ ۴) $-\frac{5}{2}$

۱۴) در شکل مقابل $AE=3EB$، $DC=2BD$ و F وسط AC است. مساحت چهارضلعی AEDF چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{5}{12}$ ۴) $\frac{7}{12}$

۱۵) در شکل مقابل، مساحت مثلث **ACE**، دو برابر مساحت مثلث **ADE** و سه برابر مساحت مثلث **ABD** است. نسبت $\frac{BD}{DE}$ کدام است؟



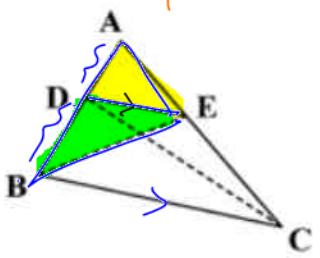
۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۶) اگر $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\alpha$ باشد، کدام نسبت برابر $\frac{۱}{\alpha^۳}$ است؟

۱) $\frac{b^۲+d^۲}{(b+d)(a+c)}$ ۲) $\frac{(b+d)}{(a+c)}\cdot\frac{b^۲+۲bd+d^۲}{a^۲-ac+c^۲}$

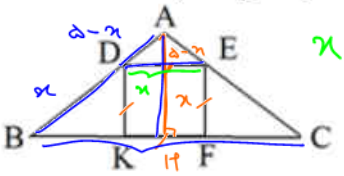
۳) $\frac{(b+d)(b^۲+bd+d^۲)}{(a+c)^۳}$ ۴) $\frac{(b+d)(b^۲-bd+d^۲)}{a^۳+c^۳}$

۱۷) در شکل روبه‌رو $DE \parallel BC$ نسبت مساحت **ADE** به مساحت مثلث **DEB** برابر کدام است؟



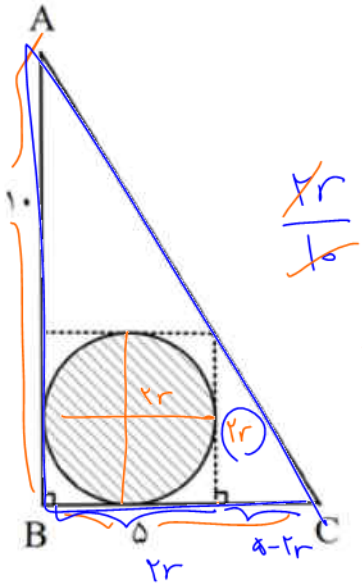
۱) $\frac{DB}{DA}$ ۲) $\frac{AD}{AB}$ ۳) $\frac{DA}{DB}$ ۴) $\frac{AB}{AD}$

۱۸) در شکل زیر، DEFK مربع می‌باشد. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۵۰ و $BC=۲۰$ باشد، طول ضلع مربع کدام است؟



۱) ۲ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۹) اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث **ABC**، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده، کدام است؟



$\frac{۲r}{۱۰} = \frac{۵-۲r}{۵}$

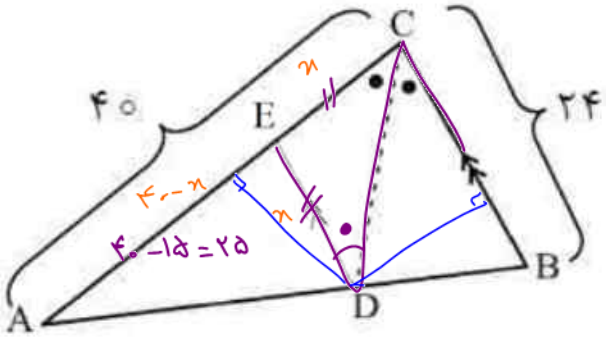
$r = ۵ - ۲r$

$۳r = ۵ \rightarrow r = \frac{۵}{۳}$

$۳\pi r^۲ = \frac{۲۵}{۹}\pi$

۱) $\frac{۲۵}{۹}\pi$ ۲) $\frac{۱۶}{۹}\pi$ ۳) $\frac{۹}{۴}\pi$ ۴) $\frac{۵}{۴}\pi$

۲۰) مطابق اندازه‌های روی شکل، اگر CD نیمساز زاویه‌ی C باشد و **BC || DE**، آن‌گاه اندازه‌ی پاره‌خط AE کدام است؟



$\frac{۴۰-x}{۵} = \frac{x}{۳}$

$۱۲۰ - ۳x = ۵x$

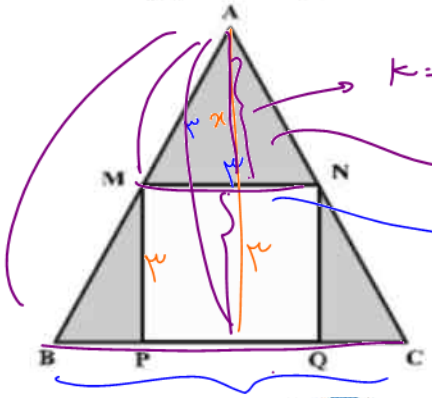
$۱۲۰ = ۸x$

$۳۰ = ۲x$

$۱۵ = x$

۱) ۳۰ ۲) ۲۶ ۳) ۲۵ ۴) ۲۴

۲۱) در شکل مقابل اگر $BC = ۶, MN = ۳$ باشد، مساحت ناحیه‌ی سایه خورده چه‌قدر است؟ (۴ ضلعی MNPQ مربع است.)



$k = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$

$\frac{x}{x+۳} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$

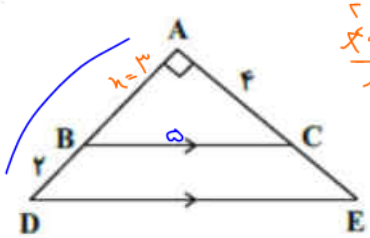
$x = ۳$

$\frac{۶ \times ۶}{۲} = ۱۸$

$۱۸ - ۹ = ۹$

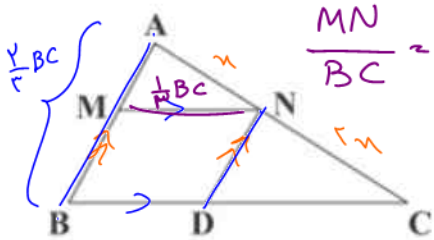
۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۱۰

۲۲ اگر مساحت مثلث ABC برابر ۶ باشد، مقدار DE کدام است؟ $(\hat{A} = ۹۰^\circ)$



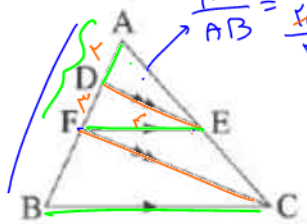
۱) ۲۵ ۲) $\frac{۲۸}{۳}$ ۳) ۹ ۴) $\frac{۲۵}{۳}$

۲۳ در شکل زیر **MNDB** متوازی‌الاضلاع است. اگر $\frac{\mathbf{AN}}{\mathbf{NC}} = \frac{۱}{۲}$ و $\mathbf{AB} = \frac{۲}{۳}\mathbf{BC}$ باشد، نسبت اضلاع متوازی‌الاضلاع چقدر است؟



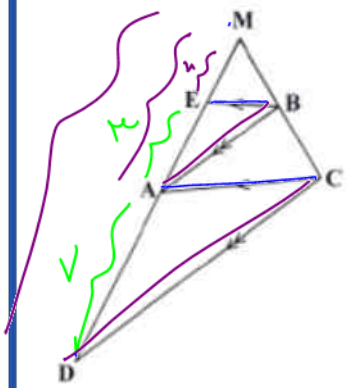
۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۲۴ در شکل مقابل اگر $\mathbf{AD} = ۲$، $\mathbf{DF} = ۳$ و $\mathbf{EF} = ۴$ باشد، طول BC کدام است؟



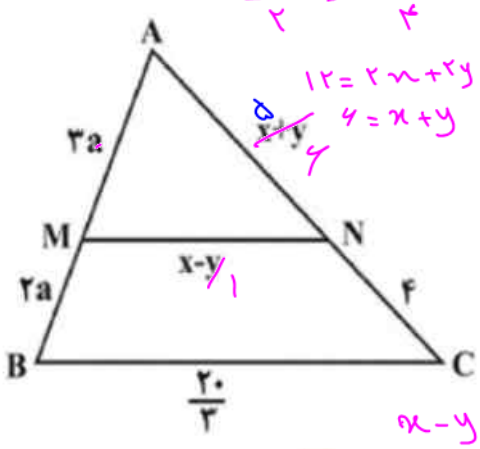
۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

۲۵ مطابق شکل اگر $\mathbf{AD} = ۷$ و $\mathbf{AE} = ۳$ و $\mathbf{AC} \parallel \mathbf{BE}$ و $\mathbf{AB} \parallel \mathbf{DC}$ باشد، اندازه‌ی MD کدام است؟



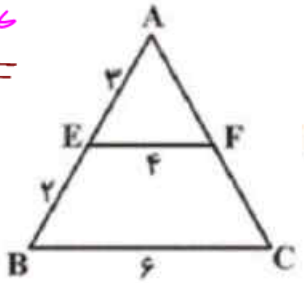
۱) ۱۲/۷۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۲/۲۵ ۴) ۱۲

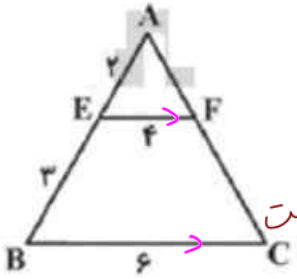
۲۶ در شکل مقابل $MN \parallel BC$ است. حاصل $2x+3y$ کدام است؟

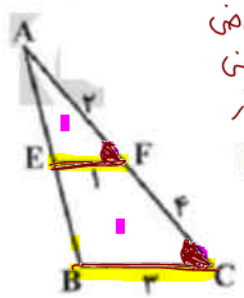


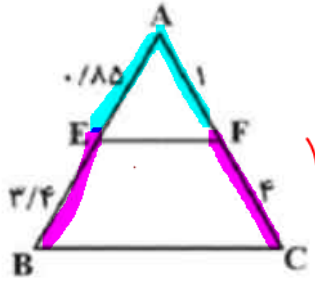
۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

۲۷ در کدام شکل، پاره‌خط EF حتماً با BC موازی است؟

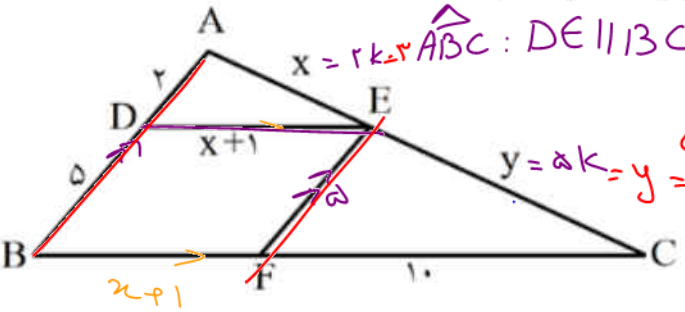
۱)


۲)


۳)


۴)


۲۸ در شکل زیر چهارضلعی DEFB متوازی الاضلاع است، حاصل $x+y$ کدام است؟

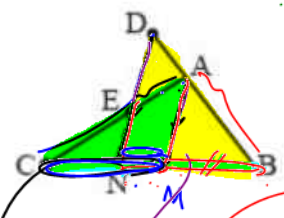


۱) ۱۰ ۲) ۱۰/۵ ۳) ۱۱ ۴) ۷۵

۲۹ در مثلثی نسبت دو ضلع آن ۲ به ۵ است، اگر مجموع ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع ۲۸ واحد باشد، ارتفاع وارد بر ضلع کوچک‌تر کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۸

۳۰ در مثلث ABC نسبت اضلاع AB به AC برابر $\frac{۳}{۷}$ است. پاره‌خط DN موازی میانهٔ وارد بر ضلع BC است. نسبت پاره‌خط AE به پاره‌خط AD چه‌قدر است؟



۱) $\frac{۶}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۷}{۶}$ ۴) $\frac{۷}{۳}$

$\triangle DBN : AM \parallel DN \Rightarrow \frac{BM}{MN} = \frac{AB}{AD}$

$\triangle CAM : EN \parallel AM \Rightarrow \frac{CM}{MN} = \frac{CA}{AE}$

$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

$\frac{۳}{۷} = \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : آزمون ششم - هندسه دهم -

زمان آزمون : فصل ۲ تا آخر تالس

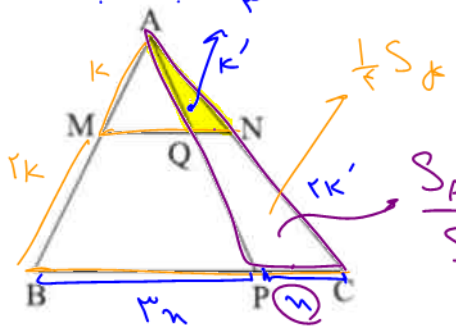
تاریخ برگزاری ۱۴۰۳/۰۸/۰۳

کارنامه خرد

تمرین در خانه۴

نمونه سوال پارسال

۱ در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، MN موازی BC، $\frac{AM}{MB}=\frac{۱}{۲}$ و $\frac{PC}{PB}=\frac{۱}{۳}$ است. مساحت مثلث $\overset{\Delta}{AQN}$ چه کسری از مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ است؟



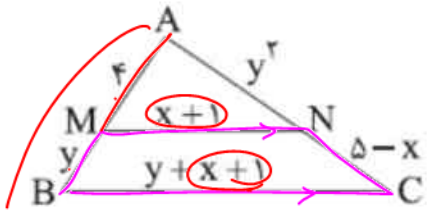
۱) $\frac{۱}{۳۶}$ ✓

۲) $\frac{۱}{۳۲}$

۳) $\frac{۱}{۲۴}$

۴) $\frac{۱}{۱۸}$

۲ در شکل، چهارضلعی $BMNC$ ذوزنقه است. مقدار $x+y$ برابر کدام است؟



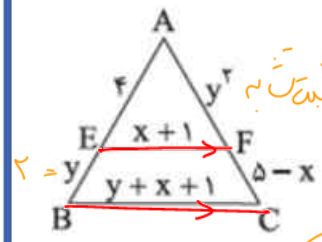
۱) ۴

۲) ۵ ✓

۳) ۶

۴) ۷

۳ در شکل مقابل، EF موازی BC است. نسبت مساحت $\overset{\Delta}{AEF}$ به مساحت $\overset{\Delta}{ABC}$ کدام است؟



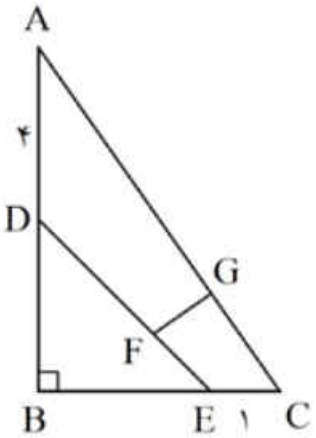
۱) $\frac{۲}{۹}$

۲) $\frac{۴}{۴۹}$

۳) $\frac{۱}{۹}$

۴) $\frac{۴}{۹}$ ✓

۴) در شکل مقابل، اگر $\frac{AC}{CG}=\frac{DE}{EF}=۴$ باشد، اندازه FG کدام است؟

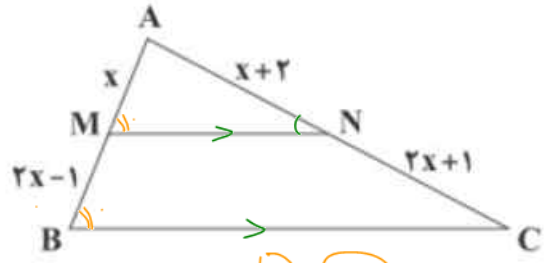


۱) ۱ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۱/۷۵

۵) اگر $\frac{۳a+۳}{۲b+۱}=\frac{۶a+۳}{۴b+۱}$ باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

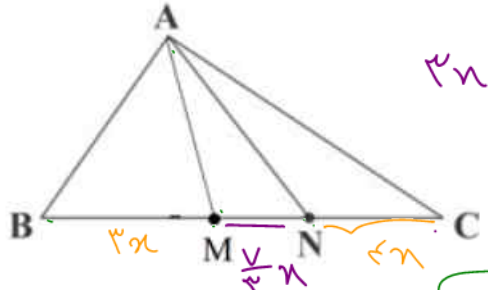
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) -۲

۶) در شکل زیر اختلاف دو زاویه‌ی حاده‌ی M و N با اختلاف دو زاویه‌ی B و C برابر است. مقدار x کدام است؟



۱) ۱ یا ۰/۶ ۲) ۰/۶ ۳) چنین x ای وجود ندارد. ۴) ۱

۷) در مثلث ABC مقابل، مساحت $\triangle ABM$، $\frac{۳}{۴}$ مساحت $\triangle ANC$ است. اگر $MN=\frac{۱}{۴}BC$ باشد، کدام رابطه لزوماً صحیح نیست؟



۱) $BM=۰/۷۵CN$ ۲) $S_{\triangle AMN}=\frac{۱}{۴}S_{\triangle BCA}$ ۳) $CN=\frac{۳}{۷}BC$ ۴) $BM=۰/۴BC$

۸) اگر $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=K$ باشد، مقدار $K^{۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{ac+c^{۲}}{bd+d^{۲}}$ ۲) $\frac{ad+bc}{(b+d)^{۲}}$ ۳) $\frac{ac}{bd}+\frac{c^{۲}}{d^{۲}}$ ۴) $\frac{ac+a^{۲}}{bd}$

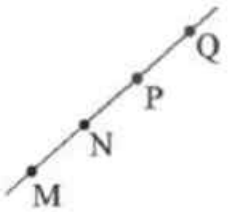
۹) روی پاره‌خط $AB=a$، دو نقطه‌ی M و N را طوری اختیار می‌کنیم که $\frac{AM}{MB}=\frac{BN}{AN}=۲$، در این صورت طول پاره‌خط MN چه‌قدر است؟

۱) $\frac{a}{۶}$ ۲) $\frac{a}{۳}$ ۳) $\frac{a}{۲}$ ۴) $\frac{۲a}{۳}$

۱۰) اگر $\frac{x+۴y}{y}=\frac{z-۱}{z-۶}=\frac{۲x-y}{۳x+۲y}=M$ آن‌گاه مقدار z کدام است؟ $(x\neq -y)$

۱) -۱ ۲) ۵ ۳) ۱ ۴) -۵

۱۱) در شکل زیر چهار نقطهٔ M، N، P و Q طوری روی یک قرار گرفته‌اند که $\frac{MN}{NP}=\frac{MP}{PQ}=\frac{۴}{۳}$. اگر $MQ=۱۴$ باشد، طول پاره‌خط PQ کدام است؟



۱) ۵/۶ ۲) ۵/۸ ۳) ۶ ۴) ۶/۲

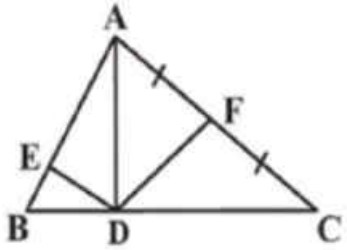
۱۲) اگر در مربع ABCD اندازهٔ قطر، واسطهٔ هندسی بین مقادیر محیط و مساحت آن باشد، اندازهٔ ضلع مربع چه‌قدر است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۳) اگر $\frac{d}{۴+b}=\frac{c}{۳}=\frac{b}{۲}=a$ باشد، کم‌ترین مقدار $a+b+c+d$ کدام است؟

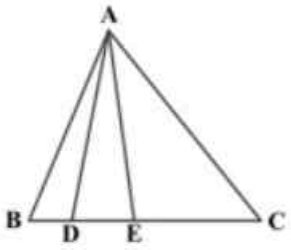
۱) -۲۵ ۲) -۵ ۳) $-\frac{۲۵}{۲}$ ۴) $-\frac{۵}{۲}$

۱۴) در شکل مقابل $AE=۳EB$، $DC=۲BD$ و F وسط AC است. مساحت چهارضلعی AEDF چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۱۲}$ ۴) $\frac{۷}{۱۲}$

۱۵ در شکل مقابل، مساحت مثلث **ACE**، دو برابر مساحت مثلث **ADE** و سه برابر مساحت مثلث **ABD** است. نسبت $\frac{BD}{DE}$ کدام است؟



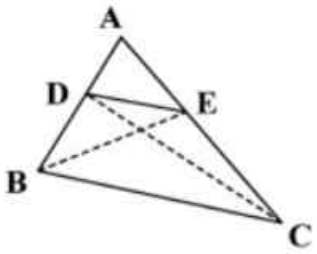
۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۶ اگر $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\alpha$ باشد، کدام نسبت برابر $\frac{۱}{\alpha^۳}$ است؟

۱) $\frac{b^۴+d^۴}{(b+d)(a+c)}$ ۲) $\frac{(b+d)}{(a+c)}\cdot\frac{b^۲+۲bd+d^۲}{a^۲-ac+c^۲}$

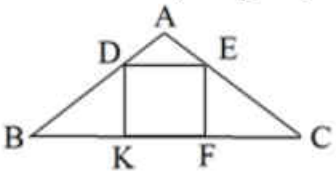
۳) $\frac{(b+d)(b^۲-bd+d^۲)}{(a+c)^۲}$ ۴) $\frac{(b+d)(b^۲-bd+d^۲)}{a^۳+c^۳}$

۱۷ در شکل روبه‌رو $DE \parallel BC$ نسبت مساحت **ADE** به مساحت مثلث **DEB** برابر کدام است؟



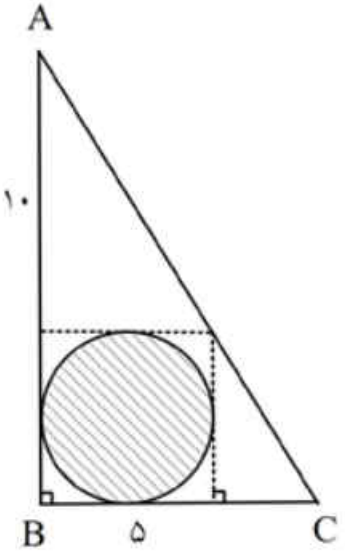
۱) $\frac{DB}{DA}$ ۲) $\frac{AD}{AB}$ ۳) $\frac{DA}{DB}$ ۴) $\frac{AB}{AD}$

۱۸ در شکل زیر، DEFK مربع می‌باشد. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۵۰ و $BC=۲۰$ باشد، طول ضلع مربع کدام است؟



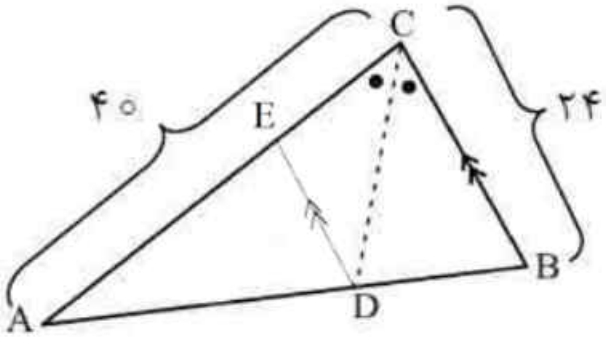
۱) ۲ ۲) $۴\sqrt{۲}$ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۹ اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث **ABC**، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده، کدام است؟



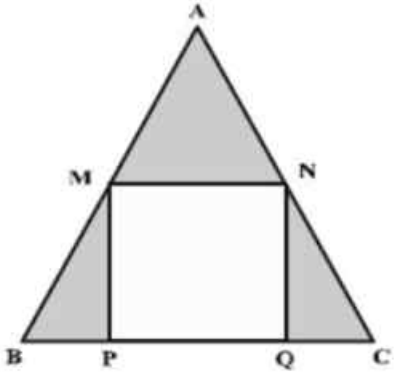
۱) $\frac{۲۵}{۹}\pi$ ۲) $\frac{۱۶}{۹}\pi$ ۳) $\frac{۹}{۴}\pi$ ۴) $\frac{۵}{۴}\pi$

۲۰ مطابق اندازه‌های روی شکل، اگر CD نیمساز زاویه‌ی C باشد و $\mathbf{BC} \parallel \mathbf{DE}$، آن‌گاه اندازه‌ی پاره‌خط AE کدام است؟



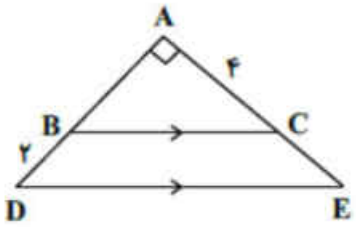
۱) ۳۰ ۲) ۲۶ ۳) ۲۵ ۴) ۲۴

۲۱ در شکل مقابل اگر $\mathbf{MN} = ۳, \mathbf{BC} = ۶$ باشد، مساحت ناحیه‌ی سایه خورده چه‌قدر است؟ (۴ ضلعی MNPQ مربع است.)



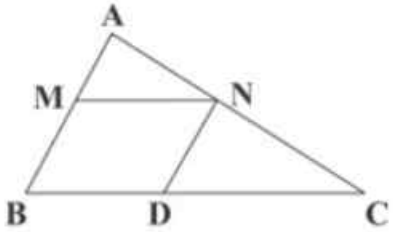
۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۱۰

۲۲ اگر مساحت مثلث ABC برابر ۶ باشد، مقدار DE کدام است؟ $(\widehat{A} = ۹۰^\circ)$



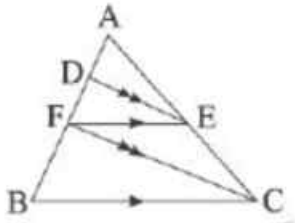
۱) ۲۵ ۲) $\frac{۲۸}{۳}$ ۳) ۹ ۴) $\frac{۲۵}{۳}$

۲۳ در شکل زیر **MNDB** متوازی‌الاضلاع است. اگر $\frac{\mathbf{AN}}{\mathbf{NC}} = \frac{۱}{۲}$ و $\mathbf{AB} = \frac{۲}{۳}\mathbf{BC}$ باشد، نسبت اضلاع متوازی‌الاضلاع چقدر است؟



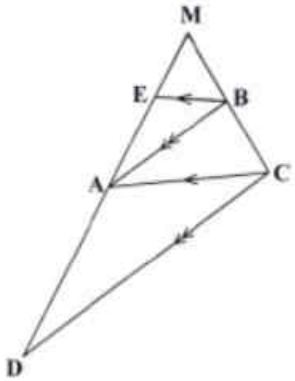
۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۲۴ در شکل مقابل اگر $\mathbf{AD} = ۲$، $\mathbf{DF} = ۳$ و $\mathbf{EF} = ۴$ باشد، طول BC کدام است؟



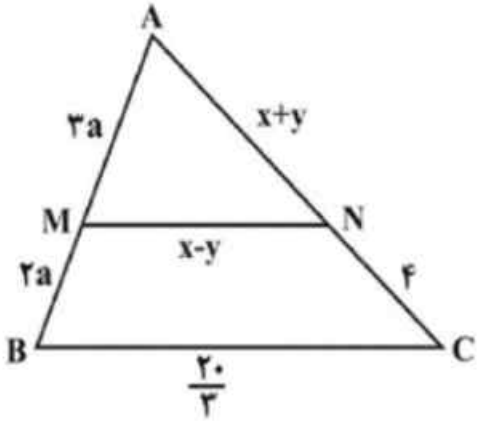
۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

۲۵ مطابق شکل اگر $\mathbf{AD} = ۷$ و $\mathbf{AE} = ۳$ و $\mathbf{AC} \parallel \mathbf{BE}$ و $\mathbf{AB} \parallel \mathbf{DC}$ باشد، اندازه‌ی MD کدام است؟



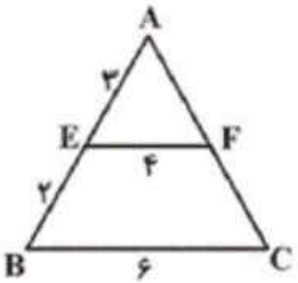
۱) ۱۲/۷۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۲/۲۵ ۴) ۱۲

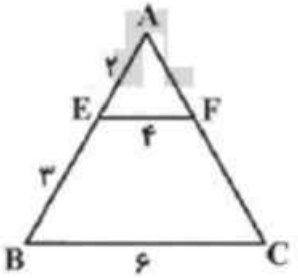
۲۶ در شکل مقابل $MN \parallel BC$ است. حاصل $2x + 3y$ است؟

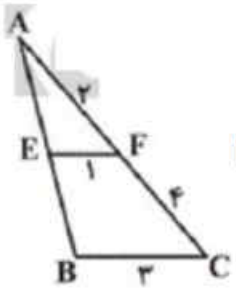


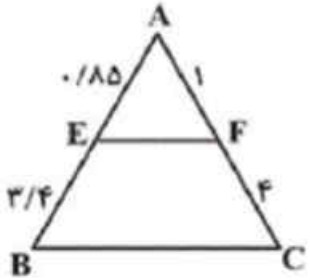
۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

۲۷ در کدام شکل، پاره‌خط EF حتماً با BC موازی است؟

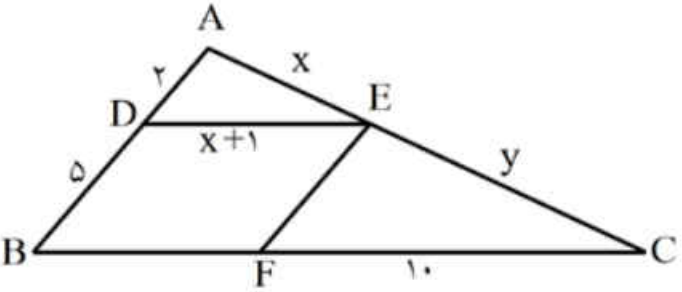
۱)


۲)


۳)


۴)


۲۸ در شکل زیر چهارضلعی DEFB متوازی الاضلاع است، حاصل $x + y$ کدام است؟

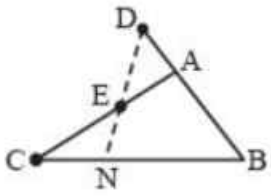


۱) ۱۰ ۲) ۱۰/۵ ۳) ۱۱ ۴) ۷۵

۲۹ در مثلثی نسبت دو ضلع آن ۲ به ۵ است، اگر مجموع ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع ۲۸ واحد باشد، ارتفاع وارد بر ضلع کوچک‌تر کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۸

۳۰ در مثلث ABC نسبت اضلاع AB به AC برابر $\frac{۳}{۷}$ است. پاره‌خط DN موازی میانهٔ وارد بر ضلع BC است. نسبت پاره‌خط AE به پاره‌خط AD چه‌قدر است؟



۱) $\frac{۶}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۷}{۶}$ ۴) $\frac{۷}{۳}$

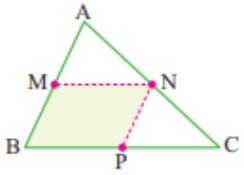
تمرین در خانه ۵

تالس و مساحت

۱ در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازهٔ اضلاع قائم ۱/۵ و ۲ می‌باشد. از رأس‌های مثلث خطی به موازات اضلاع می‌گذرانیم تا همدیگر را قطع کنند. محیط مثلث به دست آمده کدام است؟

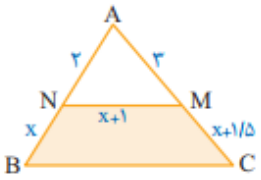
۱) ۱۰
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) ۲۴

۲ در شکل داده شده نقطهٔ M وسط ضلع AB از مثلث ABC می‌باشد. اگر ضلع $AC = 7$ و محیط متوازی‌الاضلاع MNPB برابر ۱۳ می‌باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟



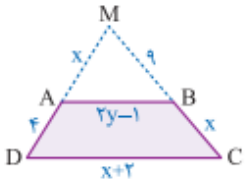
۱) ۱۳/۵
۲) ۲۰
۳) ۲۸
۴) ۲۰/۵

۳ در شکل زیر NMCB ذوزنقه است. اندازه پاره‌خط BC کدام است؟



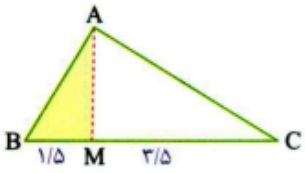
۱) ۸/۵
۲) ۷/۵
۳) ۹
۴) ۱۰

۴ در شکل زیر ذوزنقهٔ ABCD مفروض است و امتداد ساق‌های آن در M متقاطع‌اند. محیط ذوزنقه کدام است؟ (تمرین کتاب درسی)



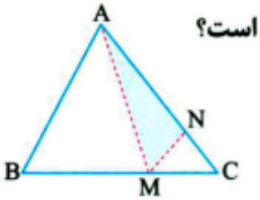
۱) ۲۰/۴
۲) ۲۰/۸
۳) ۲۲/۶
۴) ۲۲/۸

۵ در شکل مقابل مساحت مثلث رنگ شده چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



۱) ۳۰
۲) ۱۵
۳) ۲۵
۴) ۳۵

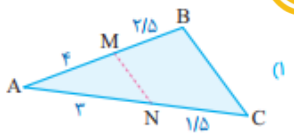
۶ در شکل مقابل $AN = 2NC$ و $BM = 3MC$ می‌باشد. مساحت مثلث رنگ شده چه کسری از مساحت ABC است؟

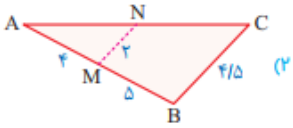


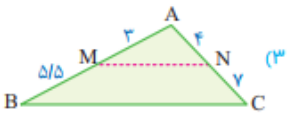
۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۶}$
۳) $\frac{۲}{۹}$
۴) $\frac{۳}{۸}$

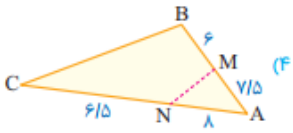
آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۷ در کدام‌یک از شکل‌های زیر، پاره‌خط MN موازی قاعدهٔ BC است؟

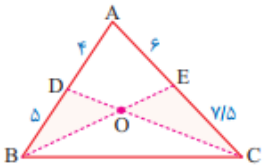
۱) 

۲) 

۳) 

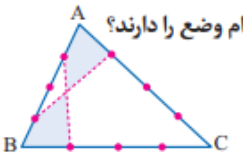
۴) 

۸ در شکل زیر نسبت مساحت مثلث OBD به مساحت مثلث OCE کدام است؟



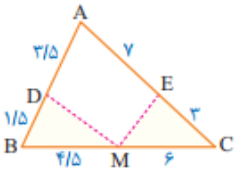
۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۴}{۵}$
۳) $\frac{۵}{۶}$
۴) ۱

۹ در شکل مقابل هر ضلع مثلث ABC به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است. دو چهارضلعی سایه زده شده نسبت به هم کدام وضع را دارند؟



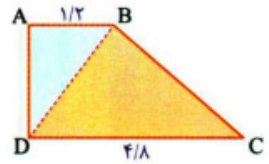
۱) هم‌مساحت
۲) هم‌محیط
۳) هم‌نهشت
۴) متشابه

۱۰ در شکل داده شده مساحت مثلث BDM چند درصد مساحت مثلث EMC است؟



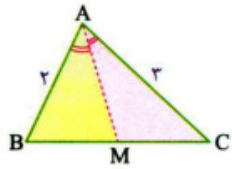
۱) ۵۰
۲) ۷۵
۳) ۶۰
۴) ۴۸

۱۱ در ذوزنقهٔ ABCD، مساحت ABD چند درصد مساحت CBD است؟



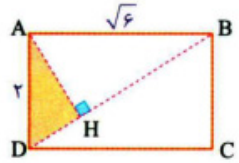
۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۳۰
۴) ۴۰

۱۲ اگر بدانیم هر نیمساز مثلث، ضلع مقابل خود را به نسبت اضلاع کناری تقسیم می‌کند. در مثلث ABC مطابق شکل مساحت ABM چه درصد از مساحت بزرگ‌ترین مثلث است؟



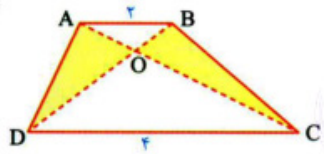
۱) ۴۰
۲) ۲۵
۳) ۳۰
۴) ۵۰

۱۳ اگر بدانیم در مثلث‌های قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر، مساحت را به نسبت مربع اضلاع کناری تقسیم می‌کند. در مستطیل شکل زیر مساحت AHD چه کسری از مساحت مستطیل است؟



۱) ۰/۴
۲) ۰/۲۵
۳) ۰/۳
۴) ۰/۲

۱۴ در ذوزنقهٔ ABCD مطابق شکل نسبت مساحت مثلث OAD به مثلث OBC کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) ۱

۱۵ در متوازی‌الاضلاع ABCD نقطهٔ M وسط ضلع AB است، خط واصل از M به رأس D قطر AC را در O قطع می‌کند، مساحت مثلث OMC چند برابر مساحت مثلث OAD است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) ۲

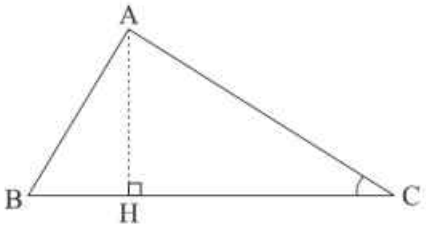
آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تمرین در خانه ۶

سوالات تلفیقی هندسه دهم با ریاضیات

تلفیقی

۱ در شکل زیر، $\cot C = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$ و $AC = ۹۶$. اندازهٔ ارتفاع AH، کدام است؟ **کشور سراسری ریاضی ۱۳۹۹**

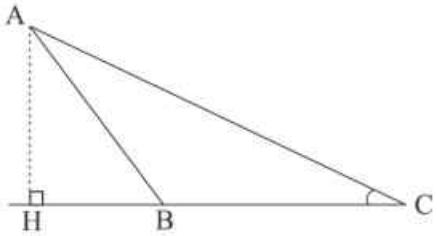


۱) ۴۸
۲) ۵۶
۳) ۶۴
۴) ۷۲

۲ اگر انتهای کمان α در ربع اوّل دایرهٔ مثلثاتی و $\tan\alpha = \frac{۱}{۷}$ باشد، مقدار $\sin(\frac{۱۳\pi}{۴} + \alpha)$، کدام است؟ **کنکور ریاضی خارج از کشور سال ۱۳۹۹**

۱) $-\frac{۴}{۵}$
۲) $-\frac{۳}{۵}$
۳) $\frac{۳}{۵}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

۳ در شکل زیر، فرض کنید $\sin C = \frac{۵}{۱۳}$ و $CH = ۹$. اندازهٔ ارتفاع AH، کدام است؟ **کشور سراسری ریاضی ۱۳۹۹**



۱) ۳/۲۵
۲) ۳/۵
۳) ۳/۶
۴) ۳/۷۵

۴ اندازهٔ دو قطر از متوازی‌الاضلاع ۱۲ و $۸\sqrt{۳}$ واحد است. این دو قطر با زاویهٔ ۶۰ درجه متقاطع هستند. مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟ **کشور سراسری ریاضی ۱۳۹۵**

۱) ۴۸
۲) ۵۴
۳) ۶۴
۴) ۷۲

۵ مثلث ABC، با اضلاع $\sqrt{۳}$ و ۶ و α (زاویه بین آنها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث ۴/۵ باشد، بیشترین مقدار α چند برابر کمترین مقدار α است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

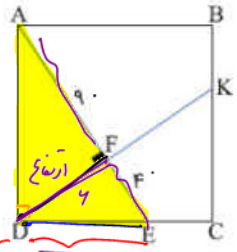
تمرین در خانه ۷

۱ اگر نسبت مساحت‌های دو شکل متشابه $\frac{۵۲}{۱۱۷}$ باشد آنگاه نسبت محیط‌های آنها کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

تلفیقی

۲ در شکل زیر، ABCD مربع است. طول پاره‌خط DE کدام است؟



۱) $\sqrt{۵۶}$ ۲) $\sqrt{۵۵}$ ۳) $\sqrt{۵۴}$ ۴) $\sqrt{۵۲}$

۳ نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{۴۹}{۱۲۸}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچکتر ۲۱ سانتی‌متر باشد، ضلع متناظر به این ضلع در مثلث بزرگتر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۲/۷۵ ۲) ۱۳/۵ ۳) $۲۴\sqrt{۲}$ ۴) $۲۴\sqrt{۳}$

سراسری ریاضی ۸۲

۴ مثلثی به اضلاع ۵، ۴، a با مثلثی به اضلاع ۹، b، ۷ متشابه است. کم‌ترین مقدار ممکن برای a کدام است؟

۱) $۵\frac{۴}{۷}$ ۲) $۶\frac{۳}{۷}$ ۳) $۳\frac{۸}{۹}$ ۴) $۳\frac{۱}{۹}$

خارج از کشور ۹۰

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۵ در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم $\hat{A}=90^\circ$ و $\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

۱) ۷ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

سراسری تجربی ۸۴

$BH \times BC = \frac{3k^2}{\sqrt{7}}$ ، $\sqrt{7}k$

$\frac{S_{ABC}}{S_{AMH}} = \frac{BC}{HM} = \frac{\sqrt{7}k}{\frac{\sqrt{7}}{2}k} = 2\times 7 = 14$ (ارتفاع برای)

$HM = BM - BH$

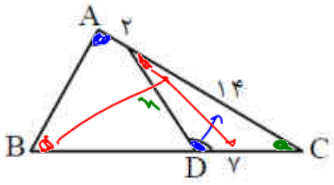
$BM = \frac{1}{2}\sqrt{7}k$

$\frac{\sqrt{7}}{2}k - \frac{3}{\sqrt{7}}k = \frac{7-6}{2\sqrt{7}}k = \frac{1}{2\sqrt{7}}k$

$BC^2 = 4k^2 + 3k^2 = 7k^2$

۶ در شکل مقابل $\hat{A}=\hat{D}$، طول BD چند واحد است؟ سراسری ریاضی ۸۶

۱) ۲۲ ۲) ۲۳ ۳) ۲۴ ۴) ۲۵



$۳۲ - ۷ = ۲۵$

$BC = \frac{14\times 16}{7} = 32$

$\frac{14}{BC} = \frac{4}{AB} = \frac{7}{16}$

۷ در مثلث ABC داریم: $\hat{A}=70^\circ$ و $\hat{B}=50^\circ$ و ضلع $AB=18$، در مثلث MNP داریم: $\hat{N}=60^\circ$ و $\hat{M}=70^\circ$. اگر مساحت مثلث ABC برابر $\frac{9}{4}$ مساحت مثلث MNP باشد، ضلع MP چه‌قدر است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۲۴ ۴) ۲۷

سراسری ریاضی ۸۶

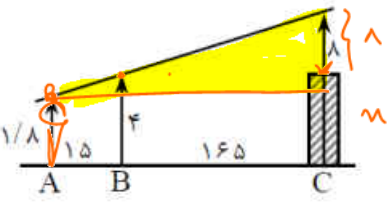
$\frac{S_{ABC}}{S_{MNP}} = \frac{9}{4} \rightarrow k = \frac{3}{2}$

$\frac{3}{2} = \frac{18}{?}$ (×۶)

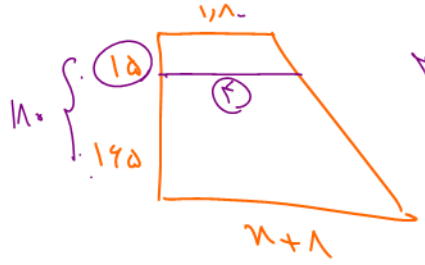
۸ در شکل مقابل دکلی به طول ۸متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع ۱/۸ متر، از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است، بلندی برج چند متر است؟

۱) ۱۹/۸ ۲) ۲۰/۲ ۳) ۲۰/۸ ۴) ۲۱/۲

سراسری ریاضی ۸۷



تالس دوزلفه



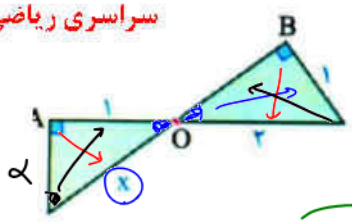
$4 = \frac{165\times 1/8 + 15(x+8)}{180}$

$4\times 12 = 19/8 + x + 8$

$x = \frac{40/8 - 19/8}{20/2}$

۹ در شکل زیر دو زاویهٔ A و B قائمه‌اند. مقدار x کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۱



۱) $\frac{۱}{۲}\sqrt{۳}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۲}{۳}\sqrt{۳}$

$\frac{۱}{x} = \frac{۲}{۳} = \frac{OB\sqrt{۳}}{۱}$

نیتاغورس $\Rightarrow OB^۲ = ۴ - ۱ = ۳$

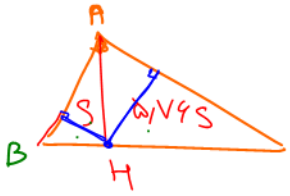
$OB = \sqrt{۳}$

$x = \frac{۲}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

۱۰ در مثلث ABC $(\hat{A} = ۹۰^\circ)$ ارتفاع AH مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. مساحت اصلی ۶/۷۶ برابر مساحت مثلث کوچکتر است. نسبت فواصل H از دو ضلع قائم کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۷

۱) $\frac{۲}{۸}$
۲) $\frac{۵}{۱۲}$
۳) $\frac{۷}{۱۲}$
۴) $\frac{۳}{۸}$



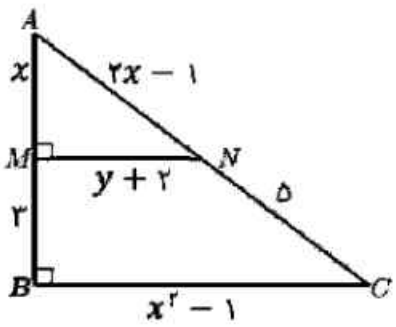
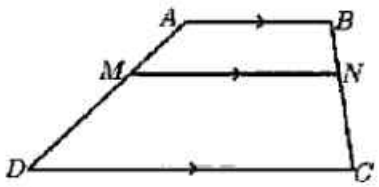
$ABH \sim ACH \sim ABC$

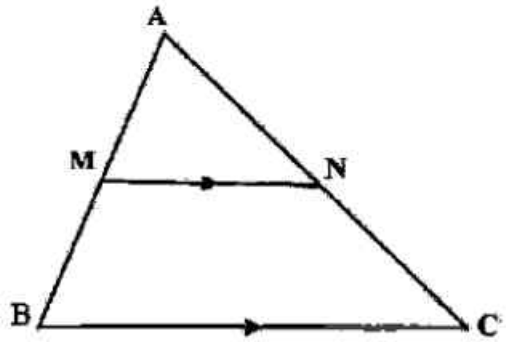
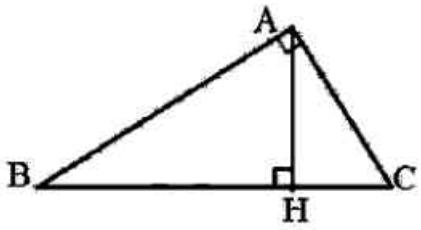
$\frac{S_{ABH}}{S_{AHC}} = \frac{۵/۷۶S}{S} = ۵/۷۶ = k^۲$

$k = \sqrt{۵/۷۶} = ۲/۴ \longrightarrow \frac{۲۴}{۱۰} = \frac{۱۲}{۵}$

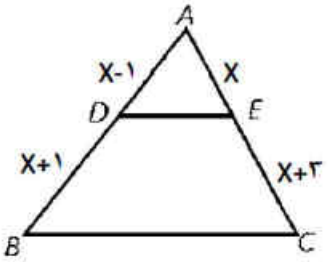
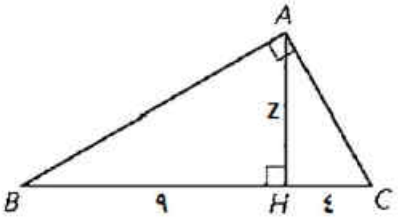
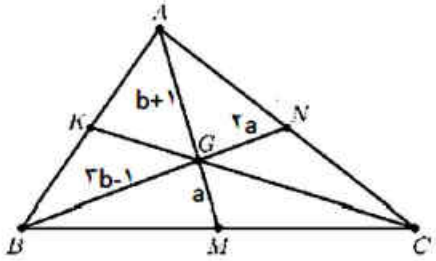
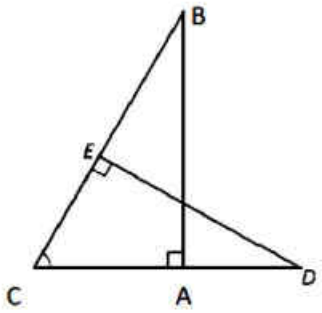
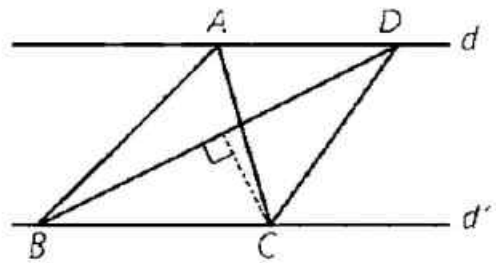
تمرین در خانه ۸

نهایی سال ۱۴۰۲

۲	جاهای خالی را با عبارات (کلمات) مناسب کامل کنید. ب) اگر نسبت مساحت‌های دو شکل متشابه $\frac{۹}{۲۵}$ باشد، در این‌صورت نسبت تشابه برابر با ..... است. پ) واسطه هندسی مثبت بین دو عدد ۳ و ۱۲ برابر با ..... است. ت) شکل حاصل از تقاطع نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع ..... می‌باشد.	۱.۲۵
۶	در شکل مقابل مقادیر x و y را بیابید. 	۱.۲۵
۷	در ذوزنقه زیر MN با قاعده‌ها موازی است. با رسم قطر AC، تناسب داده شده را ثابت کنید: $\frac{AM}{MD}=\frac{BN}{NC}$ 	۰.۷۵

۸	**قضیه اساسی تشابه** در شکل زیر MN موازی BC است. ثابت کنید مثلث AMN با مثلث ABC متشابه است. 	۱.۵
۹	در مثلث قائم الزاویه‌ی زیر ثابت کنید دو مثلث ABH و ACH متشابه‌اند و به کمک آن نشان دهید AH واسطه هندسی بین BH و HC است. 	۱.۷۵
۱۰	طول اضلاع یک مثلث ۷، ۸ و ۱۲ سانتی‌متر بوده و طول بزرگ‌ترین ضلع مثلثی متشابه با آن ۱۶ سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم را به دست آورید.	۱

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

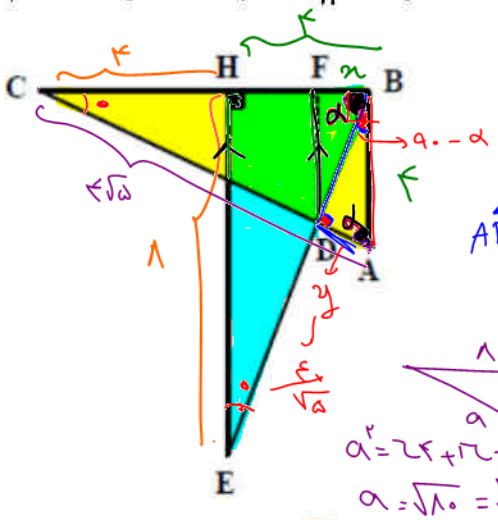
۶	مقادیر مجهول را بدست آورید. الف)  ب)  ج) G مرکز ثقل مثلث است.  د)  AB = ۱۲ AC = ۹ EC = ۶ AD = y	۳
۷	در شکل زیر، دو خط d_1 , d_2 موازی هستند. اگر مساحت مثلث ABC برابر $۲۰cm^2$ و BD=۸cm باشد، فاصله نقطه C از BD چند سانتی‌متر است؟  	۰/۷۵
۸	اگر $\frac{۲z-۳}{۳} = \frac{۳y}{۵} = \frac{x-۱}{۲}$ آنگاه مقدار $\frac{xy}{z}$ را بدست آورید.	۰/۷۵

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تمرین در خانه ۹

تست های کنکور فصل

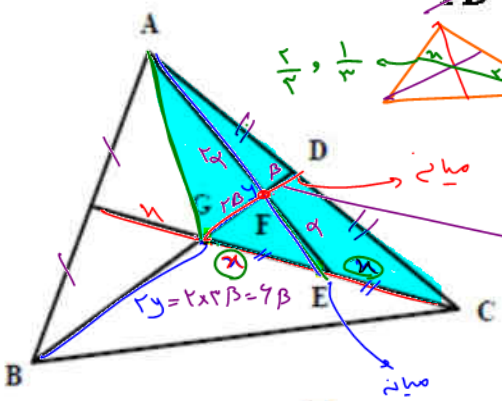
۱ در شکل مقابل، دو مثلث ABC و BEH همنهشت هستند. اگر $AB = ۸$، $EH = ۴$ و $DF \parallel EH$ باشد، اندازه BF کدام است؟



۱) ۱/۴ ۲) ۱/۶ ۳) ۲/۴ ۴) ۲/۶

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

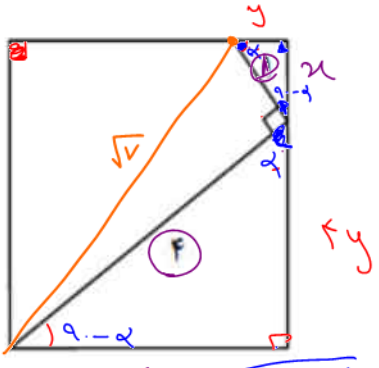
۲ در شکل مقابل، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟



۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۵

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۳ مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟

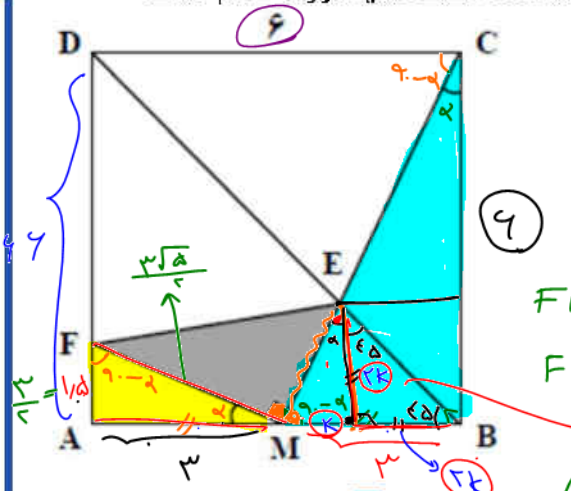


۱) ۱۳/۳۱ ۲) ۷/۲۹ ۳) ۸/۴۱ ۴) ۱۰/۲۴

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

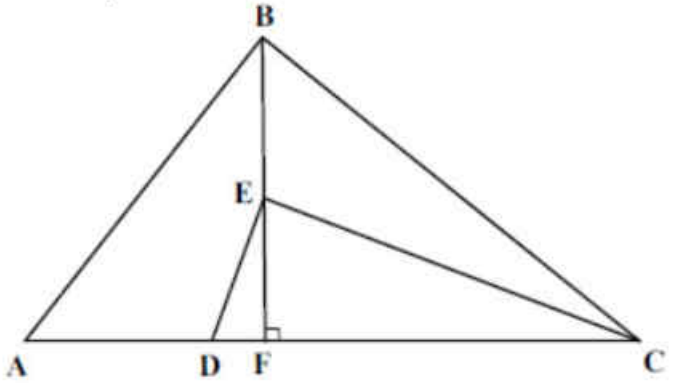
۴ در مربع شکل مقابل، نقطه M وسط ضلع AB و $\widehat{BCE} = \widehat{AMF}$ است. مساحت مثلث سایه‌خورده کدام است؟



۱) ۴/۷۵ ۲) ۴/۲۵ ۳) ۳/۷۵ ۴) ۳/۲۵

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

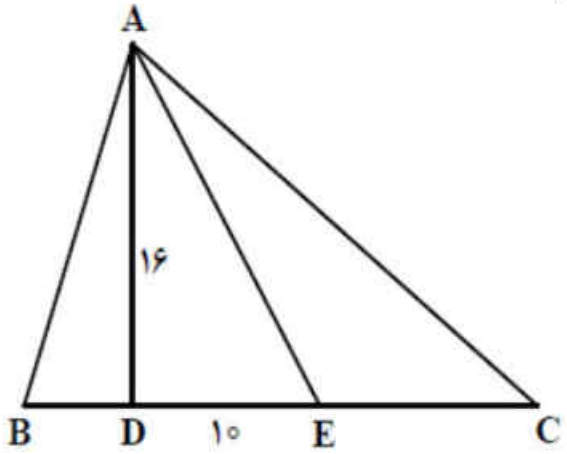
۵ در شکل مقابل، $\widehat{ABC} = \widehat{CED} = ۹۰^\circ$ است. اگر $AD = ۳$، $EF = ۴$ و $DF = ۱$ باشد، اندازه BC کدام است؟



۱) $۴\sqrt{۶}$ ۲) $۱۰\sqrt{۲}$ ۳) $۶\sqrt{۳}$ ۴) $۸\sqrt{۵}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

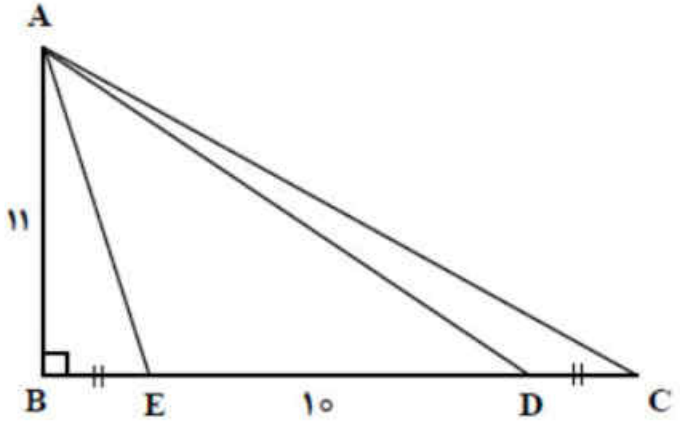
۶ در شکل مقابل، $\widehat{BAD} = \widehat{EAC}$ و $BA = BE$ است. طول EC کدام است؟



۱) ۸/۷ ۲) ۱۲/۴ ۳) ۹/۳ ۴) ۱۵/۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷ در شکل مقابل، $\hat{DAE} = \hat{ACD}$ و $BE = DC$ است. اندازه DC کدام می‌تواند باشد؟



۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۵

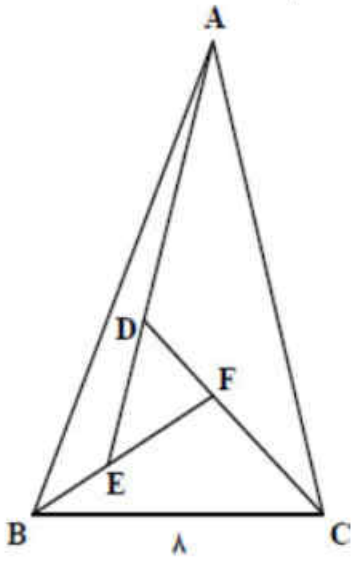
سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۸ در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هریک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجاد شده در مستطیل است؟

۱) ۲۴ ۲) ۱۶ ۳) ۱۲ ۴) ۸

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

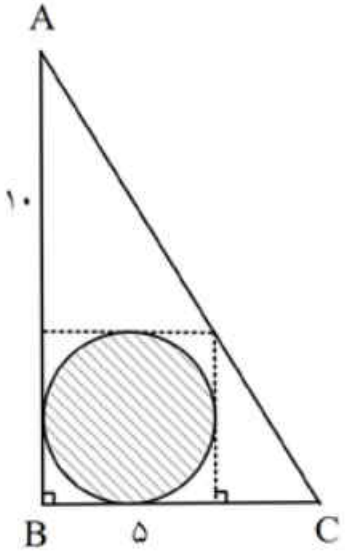
۹ در شکل مقابل، $\hat{ABF} = \hat{CAE} = \hat{BCD}$، $DF = ۲/۵$ و $EF = ۳$ است. طول AB کدام است؟



۱) ۸/۶ ۲) ۷/۵ ۳) ۱۰/۵ ۴) ۹/۶

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

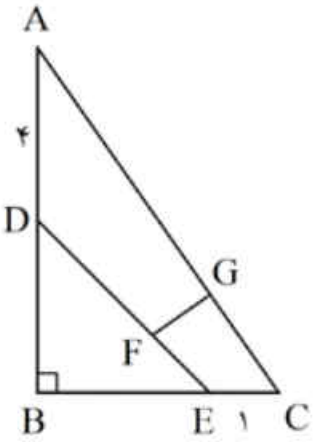
۱۰ اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث **ABC**، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده، کدام است؟



۱) $\frac{۲۵}{۹}\pi$ ۲) $\frac{۱۶}{۹}\pi$ ۳) $\frac{۹}{۴}\pi$ ۴) $\frac{۵}{۴}\pi$

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

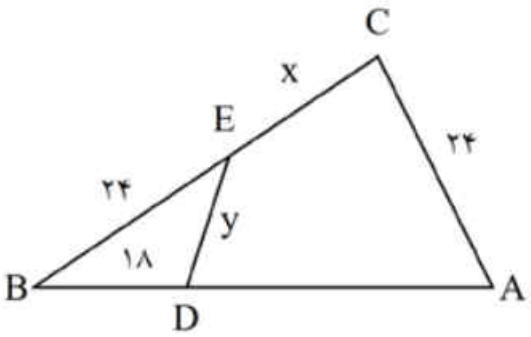
۱۱ در شکل مقابل، اگر $\frac{\mathbf{AC}}{\mathbf{CG}} = \frac{\mathbf{DE}}{\mathbf{EF}} = ۴$ باشد، اندازه FG کدام است؟



۱) ۱ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۱/۷۵

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۲ در شکل مقابل، $E\widehat{C}A = B\widehat{D}E$ و $AB = ۴۸$ است. مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟



۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳ در مثلثی به اضلاع ۱۰، ۱۷ و ۲۱، طول یکی از ارتفاع‌ها برابر $AH = ۸$ است. اگر M، N و P وسط اضلاع باشند، مساحت چهارضلعی که M، N، P و H رأس‌های آن هستند، کدام است؟

۱) ۲۷ ۲) ۲۸ ۳) ۲۹ ۴) ۳۰

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۴ در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند ۲/۵ و ۱۴/۴ سانتی‌متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی‌متر است؟

۱) ۴/۸ ۲) ۶ ۳) ۷/۲ ۴) ۸

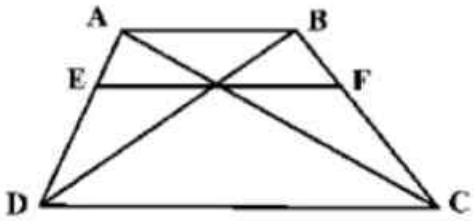
سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۵ رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع بر روی اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیگر قرار دارد، به طوری‌که اضلاع آن بر یک‌دیگر عمودند. نسبت مساحت مثلث بزرگ‌تر به مساحت مثلث کوچک‌تر، کدام است؟

۱) ۳ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶ در شکل زیر، $AB \parallel EF \parallel DC$ و اندازه‌ی پاره‌خط های AB و DC، به‌ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازه‌ی پاره‌خط EF، کدام است؟



۱) $\frac{۴۵}{۷}$ ۲) $\frac{۴۵}{۶}$ ۳) $۳\sqrt{۵}$ ۴) ۷

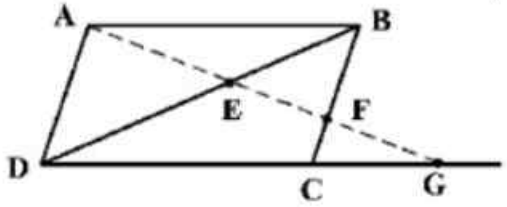
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۷ اندازه‌ی اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به صورت $x+۱$، $۲x+۱$ و $۲x+۳$ است. مساحت مثلث، کدام است؟

۱) ۶۰ ۲) ۵۶ ۳) ۴۵ ۴) ۳۹

سراسری-ریاضی-۹۹

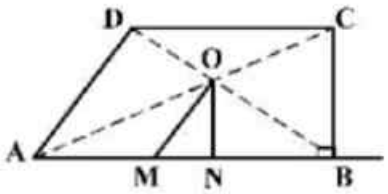
۱۸) در شکل زیر، چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟



۱) EA^2 ۲) ED^2 ۳) $EB \times ED$ ۴) $FB \times FC$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۹) مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای ذوزنقه قائم‌الزاویه‌ی $ABCD\ (\widehat{B} = ۹۰^\circ)$، پاره‌خط های OM و ON به‌ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$، کدام است؟

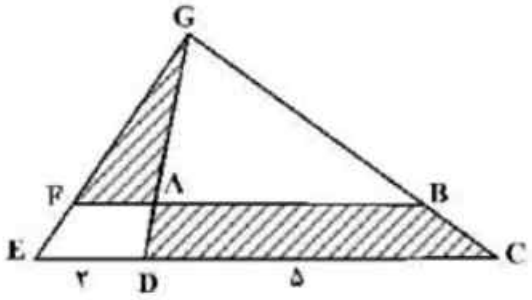


۱) ۱ ۲) ۲

۳) کوچک‌تر از ۱ ۴) بزرگ‌تر از ۱ کوچک‌تر از ۲

سراسری-ریاضی-۹۹

۲۰) در شکل زیر، $DG = ۳\,DA$ و اندازه‌ی پاره‌خط های DE و DC، به‌ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG، چند درصد مساحت ذوزنقه‌ی ABCD است؟



۱) ۴۰ ۲) ۳۶ ۳) ۳۲ ۴) ۲۴

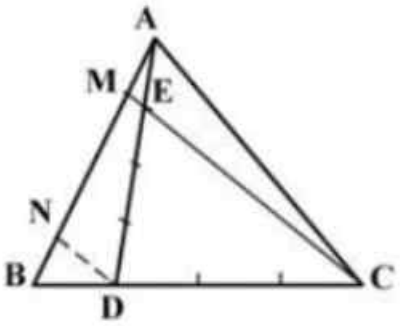
سراسری-ریاضی-۹۹

۲۱) مربع ABCD به ضلع ۴ واحد، مفروض است. شعاع دایره‌ی گذرا بر دو رأس A و B و مماس بر ضلع CD کدام است؟

۱) ۲/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

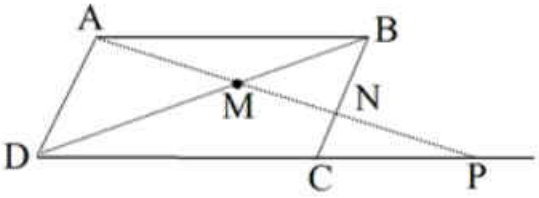
۲۲ در شکل زیر، $BD = \frac{۱}{۴}BC$ و $AE = \frac{۱}{۴}AD$ و $DN \parallel CM$، اندازه‌ی AB چند برابر AM است؟



۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۵ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

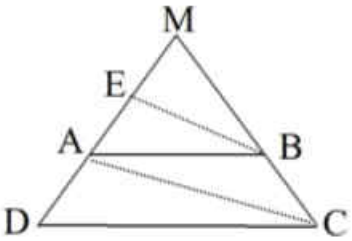
۲۳ در شکل روبه‌رو، ABCD متوازی‌الاضلاع است. حاصل $MN \times MP$ برابر کدام است؟



۱) $AB^۲$ ۲) $AD^۲$ ۳) $MD^۲$ ۴) $MA^۲$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

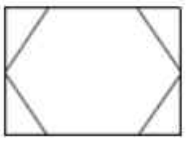
۲۴ در ذوزنقه ABCD ، پاره‌خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = ۷$ و $AE = ۳$ باشد، فاصله‌ی MD کدام است؟



۱) ۱۲ ۲) ۱۲/۲۵ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۲/۷۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

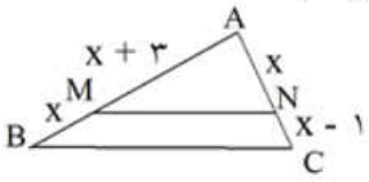
۲۵ در شکل مقابل محیط شش ضلعی منتظم چند برابر محیط مستطیل، محیط بر آن است؟



۱) $۳(\sqrt{۲}-۱)$ ۲) $۳(۳-۲\sqrt{۲})$ ۳) $۲(\sqrt{۳}-۱)$ ۴) $۳(۲-\sqrt{۳})$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

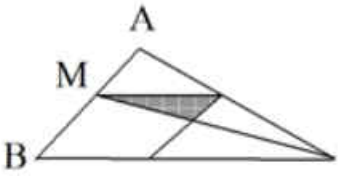
۲۶ در شکل مقابل، MN موازی BC است. مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟



۱) $۱\frac{۲}{۳}$ ۲) $۱\frac{۵}{۹}$ ۳) $۱\frac{۷}{۹}$ ۴) $۱\frac{۸}{۹}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۷ در شکل مقابل $\frac{\mathbf{MA}}{\mathbf{MB}} = \frac{۲}{۳}$، مساحت مثلث سایه‌زده چند درصد مساحت متوازی‌الاضلاع است؟



۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

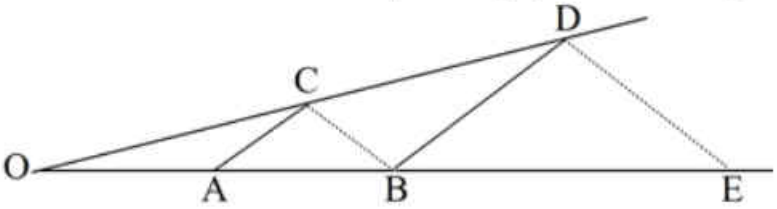
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۸ در مثلث $\mathbf{ABC}$ داریم $\widehat{\boldsymbol{A}} = ۹۰, \mathbf{AC} = \frac{\sqrt{۵}}{۲}\mathbf{AB}$، ارتفاع AH و میانه AM رسم شده‌است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۸

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۹ در شکل روبه‌رو، دو جفت پاره‌خط موازی‌اند. $\mathbf{OA} = ۳$ و $\mathbf{AB} = ۵$، اندازه‌ی BE کدام است؟



۱) $۱۳\frac{۱}{۳}$ ۲) $۱۲\frac{۲}{۳}$ ۳) $۱۱\frac{۱}{۳}$ ۴) $۱۰\frac{۲}{۳}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۰ در مثلث ABC، داریم $\widehat{\boldsymbol{A}} = ۲\widehat{\boldsymbol{B}}$ و $\mathbf{BC} = ۶$ و $\mathbf{AC} = ۴$، اندازه‌ی ضلع AB کدام است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۵ ۳) ۵/۵ ۴) ۶

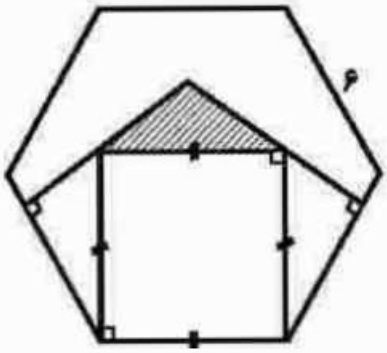
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

تمرین در خانه ۱۰
مرور و دوره

جاست تست

تالس و تشابه – فصل ۲ هندسه دهم

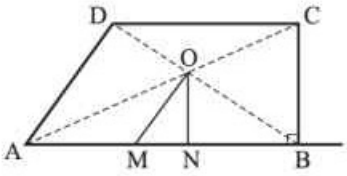
۱ در شش‌ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



سراسری ۱۴۰۱

۱) $۳\sqrt{۳}$
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) ۳
۴) ۲

۲ مطابق شکل روبه‌رو، از محل تلاقی قطرهای ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ ABCD $(\hat{B} = ۹۰^\circ)$، پاره‌خط‌های OM و ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ کدام است؟ سراسری ۱۳۹۹



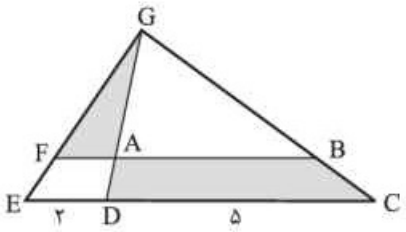
۱) ۱
۲) ۲
۳) کوچک‌تر از ۱
۴) بزرگ‌تر از ۱ کوچک‌تر از ۲

۳ اندازهٔ قاعده‌های ذوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های ذوزنقه چنان رسم می‌کنیم که ذوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی تقسیم کند. اندازهٔ پاره‌خط کدام است؟ سراسری ۱۳۹۹

۱) ۷
۲) $\sqrt{۵۳}$
۳) $۴\sqrt{۳}$
۴) $\sqrt{۵۷}$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۴ در شکل روبه‌رو، $DG = 3DA$ و اندازهٔ پاره‌خط‌های DE و DC، به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG، چند درصد مساحت ذوزنقهٔ $ABCD$ است؟ سراسری ۱۳۹۹



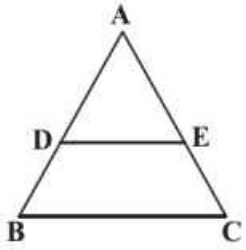
۱) ۴۰
۲) ۳۶
۳) ۳۲
۴) ۲۴

۵ در یک ذوزنقه، خطی که وسط ساق ها را به هم وصل کند مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می کند، نسبت قاعده های ذوزنقه کدام است؟ سراسری ۱۳۹۸

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

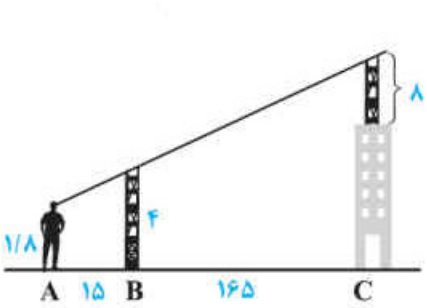
۶ در شکل مقابل، $DE \parallel BC$، $DE = ۳$ و $BC = ۴$ است. حاصل $\frac{AD + AE}{DB + EC}$ کدام است؟



۱) ۳
۲) ۲
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۲}{۷}$

۷ در شکل مقابل، دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظری به ارتفاع ۱/۸ متر، از ارتفاع دکل و یک تیرک ۴ متری در یک راستا است. بلندی برج چند متر است؟

ریاضی داخل ۸۷



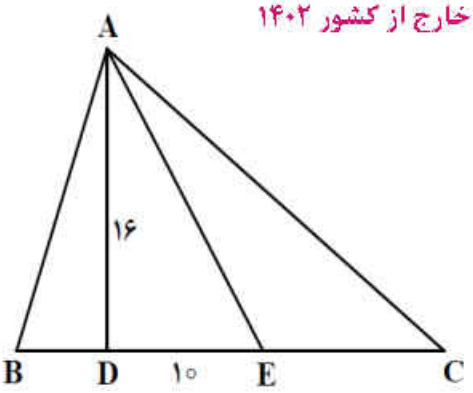
۱) ۱۹/۸
۲) ۲۰/۲
۳) ۲۰/۸
۴) ۲۱/۲

۸ در مثلثی اندازه‌های دو ضلع ۱۰ و ۱۵ واحد است. مجموع ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع، برابر ارتفاع ضلع سوم است. اندازهٔ ضلع سوم کدام است؟

تجربی خارج از کشور ۹۵

۱) ۶
۲) ۷
۳) ۷/۵
۴) ۸

۹ در شکل زیر، $B\hat{A}D = E\hat{A}C$ و $BA = BE$ است. طول EC کدام است؟ خارج از کشور ۱۴۰۲



۱) ۸/۷

۲) ۱۲/۴

۳) ۹/۳

۴) ۱۵/۶

۱۰ در چهارضلعی ABCD وسط دو ضلع غیر مجاور و وسط دو قطر آن، رأس های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه گیری در مورد چهار ضلعی مفروض، درست است؟ سراسری ۱۳۹۸

۱) دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.

۲) دو قطر عمود برهم اند.

۳) دو ضلع شامل رأس های لوزی، برابرند.

۴) دو ضلع غیر مجاور، موازی اند.

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۱۱ در مثلث ABC، طول دو میانه عمود بر هم رسم شده از رأس‌های B و C به‌ترتیب، ۱۲ و ۹ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

خارج از کشور ۱۴۰۲

۱) ۳۲ ۲) ۵۴ ۳) ۶۴ ۴) ۷۲

۱۲ از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی‌الاضلاع، خط‌هایی عمود بر قطر بزرگ رسم می‌کنیم تا سه پاره‌خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره‌خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره‌خط‌های کناری باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم‌شده چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ساخته‌شده در شکل است؟

۱) ۳ ۲) ۲/۵ ۳) ۲ ۴) ۱/۵ خارج از کشور ۱۴۰۲

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۱۳ در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هریک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجادشده در مستطیل است؟

کنکور سراسری ۱۴۰۲

۱) ۲۴ ۲) ۱۶ ۳) ۱۲ ۴) ۸

۱۴ در مثلث ABC، میانه‌های رسم‌شده از رأس‌های B و C بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم‌شده از رأس C برابر ۴/۵ و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه‌های رسم‌شده از دو رأس B و C کدام است؟

کنکور سراسری ۱۴۰۲

۱) $\frac{۱۷}{۹}$ ۲) $\frac{۱۹}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

دکتر رها مسیح

کارنامه خرد

فصل سوم

نمره در امتحان نهایی

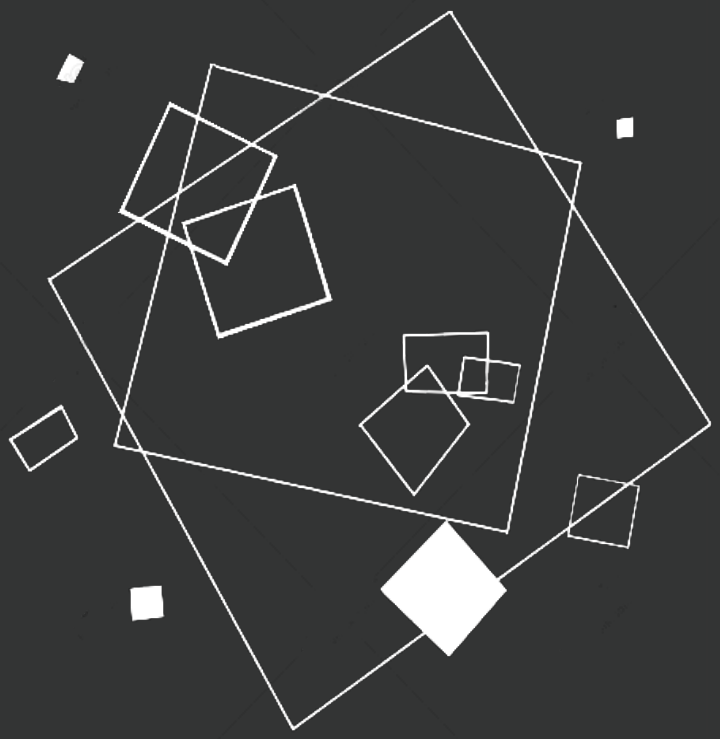
شش نمره

تعداد تست

یک تست

پیش نیاز

هندسه هفتم و هشتم



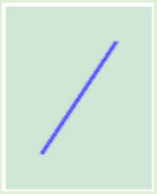
فصل سوم هندسه دهم

چهارضلعی ها
مساحت

چندضلعی

انواع خط:

۱-

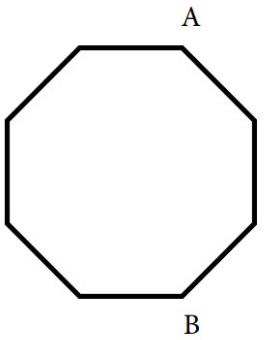


۲-

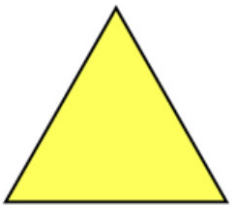
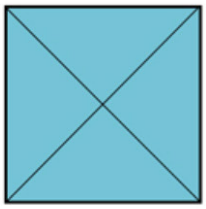
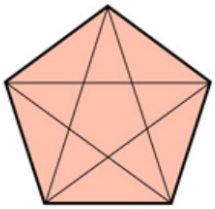
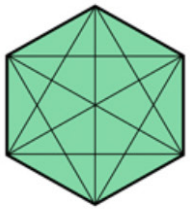
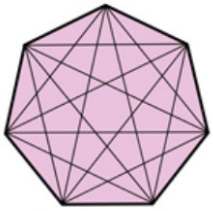
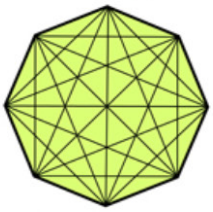
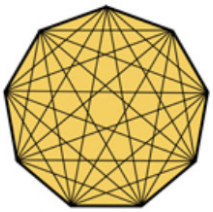
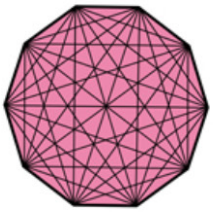
۳-

تعریف چند ضلعی:

تعداد قطر



n ضلعی:

 Triangle ۳ ضلعی تعداد قطر :	 Quadrilateral ٤ضلعی تعداد قطر :	 Pentagon ٥ ضلعی تعداد قطر :	 Hexagon ٦ ضلعی تعداد قطر :
 Heptagon ۷ ضلعی تعداد قطر:	 Octagon ۸ ضلعی تعداد قطر:	 Nonagon ۹ ضلعی تعداد قطر:	 Decagon ۱۰ ضلعی تعداد قطر:

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

چندضلعی مقعر	چندضلعی محدب
(کاو)	(کوژ)

زاویه چند ضلعی

۱ در کدام چندضلعی محدب، مجموع زوایای داخلی چهار برابر مجموع زوایای خارجی است؟

۱) هشت‌ضلعی ۲) دوازده‌ضلعی ۳) ده‌ضلعی ۴) چهارده‌ضلعی

۲ مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی محدب بدون یکی از آن‌ها برابر ۳۵۷۰° است. اندازهٔ زاویهٔ کنار گذاشته‌شده کدام است؟

۱) ۹۰° ۲) ۱۰۵° ۳) ۱۲۰° ۴) ۱۳۰°

۳ اندازهٔ زاویهٔ داخلی کدام‌یک از n ضلعی‌های منتظم زیر بزرگ‌تر است؟

۱) ۱۰ ضلعی ۲) ۹ ضلعی ۳) ۷ ضلعی ۴) ۵ ضلعی

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۴ در یک n ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از تعداد قطرها کم می‌شود؟ سراسری داخل دی ۱۴۰۲

۱) ۳۰ ۲) ۳۱ ۳) ۳۲ ۴) ۳۳

زوایا

۱ مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث، برابر 180° است.

۲ مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث، برابر 360° است.

۳ هر زاویهٔ خارجی مثلث، برابر با مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاور با آن است.

۴ مجموع زاویه‌های درونی هر n ضلعی محدب، برابر با $(n-2)\times 180^\circ$ است.

۵ مجموع زاویه‌های بیرونی هر n ضلعی محدب، برابر 360° است.

۶ هر یک از زاویه‌های داخلی n ضلعی منتظم، برابر $\frac{(n-2)\times 180^\circ}{n}$ و هر زاویهٔ خارجی آن برابر $\frac{360^\circ}{n}$ است.

۵ چندضلعی هایی که تعداد قطرهای آنها از تعداد اضلاع آن کمتر یا مساوی با آن است را مشخص کنید.

۶ تعداد قطرهای یک n ضلعی، واسطه‌ی هندسی بین تعداد اضلاع و تعداد قطرهای گذرنده از یک رأس آن می‌باشد. n کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۴

۳) ۵ ۴) ۶

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

خانواده متوازی الاضلاع

در هر متوازی الاضلاع هر دو ضلع مقابل هم اندازه اند.

عکس قضیه ۱ هر چهارضلعی که ضلع های روبه رو با هم برابرند، متوازی الاضلاع است.

قضیه ۲ در هر متوازی الاضلاع هر دو زاویه مجاور مکملند.

قضیه ۲ هر چهارضلعی که دارای زوایای مجاور مکمله، متوازی الاضلاع است.

قضیه ۳ در هر متوازی الاضلاع هر دو زاویه مقابل برابرند.

عکس قضیه ۳

هر چهارضلعی که دارای زوایای مقابل برابر، متوازی الاضلاع است.

قضیه ۴

در هر متوازی الاضلاع قطرها منصف‌اند.

هر چهارضلعی با قطرهای منصف، متوازی الاضلاع است.

هر چهارضلعی که دو ضلع آن هم اندازه و موازی باشند، متوازی الاضلاع است.

۷ کدام گزینه همواره درست است؟

۱) اگر در یک چهارضلعی قطرها همدیگر را نصف کنند، چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

۲) اگر در یک چهارضلعی قطرها برابر باشند، چهارضلعی مستطیل است.

۳) اگر در یک چهارضلعی قطرها برهم عمود باشند، چهارضلعی مربع است.

۴) اگر در یک چهارضلعی اضلاع برابر باشند، چهارضلعی مربع است.

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۸ کدام گزینه در مورد متوازی‌الاضلاع نادرست است؟

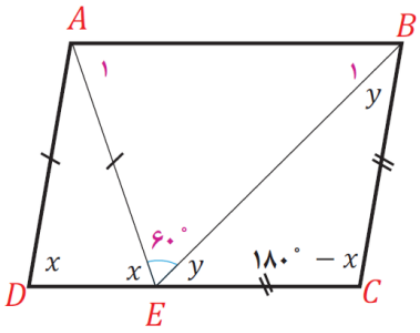
۱) چهارضلعی که قطرها منصف هم باشند.

۲) چهارضلعی که زاویه های روبه‌روی آن مساوی باشند.

۳) چهارضلعی که دوضلع آن مساوی و دو ضلع آن موازی است.

۴) چهارضلعی که زاویه های مجاور در آن مکمل‌اند.

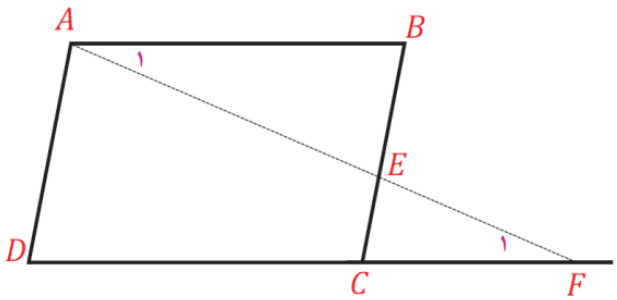
۹ در متوازی‌اضلاع زیر اختلاف بزرگترین و کوچکترین زاویه مثلث کدام است؟



۱) ۲۰ ۲) ۶۰

۳) ۴۰ ۴) صفر

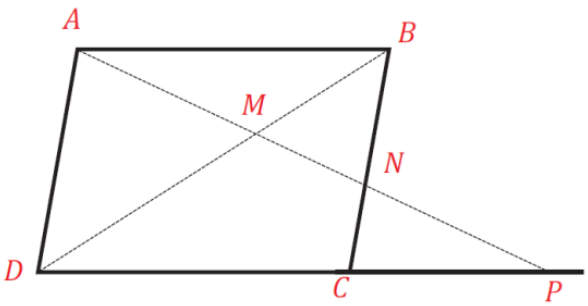
۱۰ در متوازی‌اضلاع زیر حاصل $BE.DF$ کدام است؟



۱) AB^2 ۲) $AB.AD$

۳) MD^2 ۴) AM^2

۱۱ در متوازی‌اضلاع زیر حاصل $MN \times MP$ کدام است؟



۱) AB^2 ۲) AD^2

۳) MD^2 ۴) AM^2

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

قضیه ۶

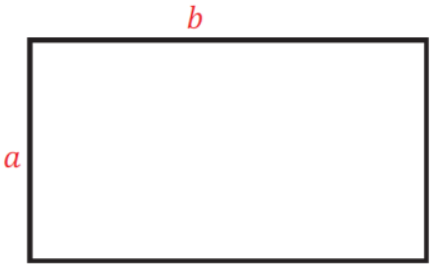
در هر مستطیل قطرها برابرند.

عکس قضیه

هر چهارضلعی که قطرهای برابر دارد، یک مستطیل است.

۱۲ طول یک مستطیل ۲واحد کمتر از ۱/۵ برابر عرض آن است،اگر مساحت مستطیل برابر ۱۹۲ واحد مربع باشد،محیط آن کدام است؟

«ریاضی خارج ۱۳۹۹»



۱) ۵۲
۲) ۵۶
۳) ۶۰
۴) ۶۴

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

قضیه ۷

میانه وارد بر وتر نصف وتر است.

عکس قضیه

اگر میانه وارد بر یک ضلع نصف آن ضلع باشد آنگاه آن مثلث قائم‌الزاویه است.

۱۳ در یک مثلث قائم‌الزاویه اندازه ارتفاع وارد بر وتر ۲۴ و نسبت دوپاره‌خطی که ارتفاع روی وتر، پدید می‌آورد $\frac{۹}{۱۶}$ است، طول وتر کدام است؟

«قلم‌چی ۱۰ بهمن ۱۴۰۰»

۱) ۴۰
۲) ۴۵
۳) ۵۰
۴) ۵۵

۱۴ اندازه اضلاع در مثلث قائم‌الزاویه‌ای $x+۱$، $۲x+۱$ و $۲x+۳$ است. مساحت مثلث کدام است؟

«ریاضی داخل ۱۳۹۹»

۱) ۶۰
۲) ۵۶
۳) ۴۵
۴) ۳۹

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۱۵ طول یک مستطیل ۵ برابر عرض آن است. نسبت محیط شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخل این متسطیل به محیط مستطیل کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۶}$ ۲) $۳\sqrt{۲}$

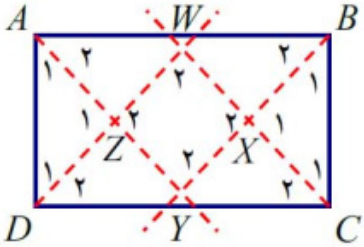
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$

نکته : محل تلاقی نیسمازهای داخلی مستطیل با توجه با اندازه‌ی طول و عرض آن (a عرض مستطیل و b طول مستطیل)

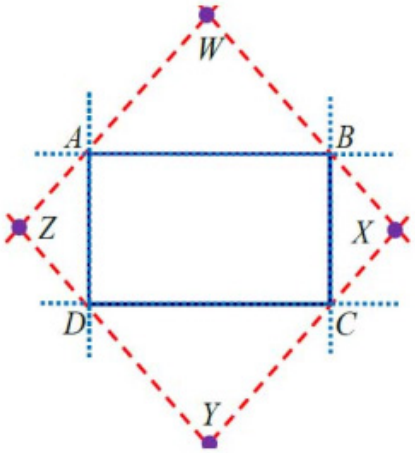
۱) اگر $b > ۲a$ آنگاه محل تقاطع خارج از مستطیل است

۲) اگر $b = ۲a$ آنگاه محل تقاطع روی طول مستطیل است

۳) اگر $a < b < ۲a$ آنگاه محل تقاطع درون مستطیل است



$S = \frac{۱}{۲}(a-b)^۲$



$S = \frac{۱}{۲}(a+b)^۲$

قضیه ۸

در لوزی قطرها نیمسازند.

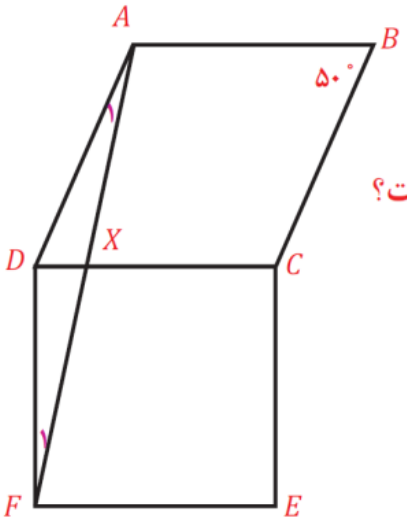
عکس قضیه

اگر قطرهای یک چهارضلعی محدب نیمساز زوایا باشند، آن چهارضلعی لوزی است.

۱۶ مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ای $\frac{۱}{۸}$ مجذور وتر آن است. کوچک‌ترین زاویه این مثلث کدام است؟ «خارج تجربی ۱۳۹۳»

۱) ۱۵ ۲) ۲۲/۵

۳) ۳۰ ۴) ۱۷/۵



۱۷ در شکل زیر $ABCD$ لوزی و $DCEF$ مربع است. اندازه زاویه $\widehat{X}$ کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰

۳) ۶۰ ۴) ۷۰

قضیه ۹

در لوزی قطرها عمود منصفند.

عکس قضیه

اگر قطرهای یک چهارضلعی محدب قطرها عمودمنصف باشند، آن چهارضلعی لوزی است.

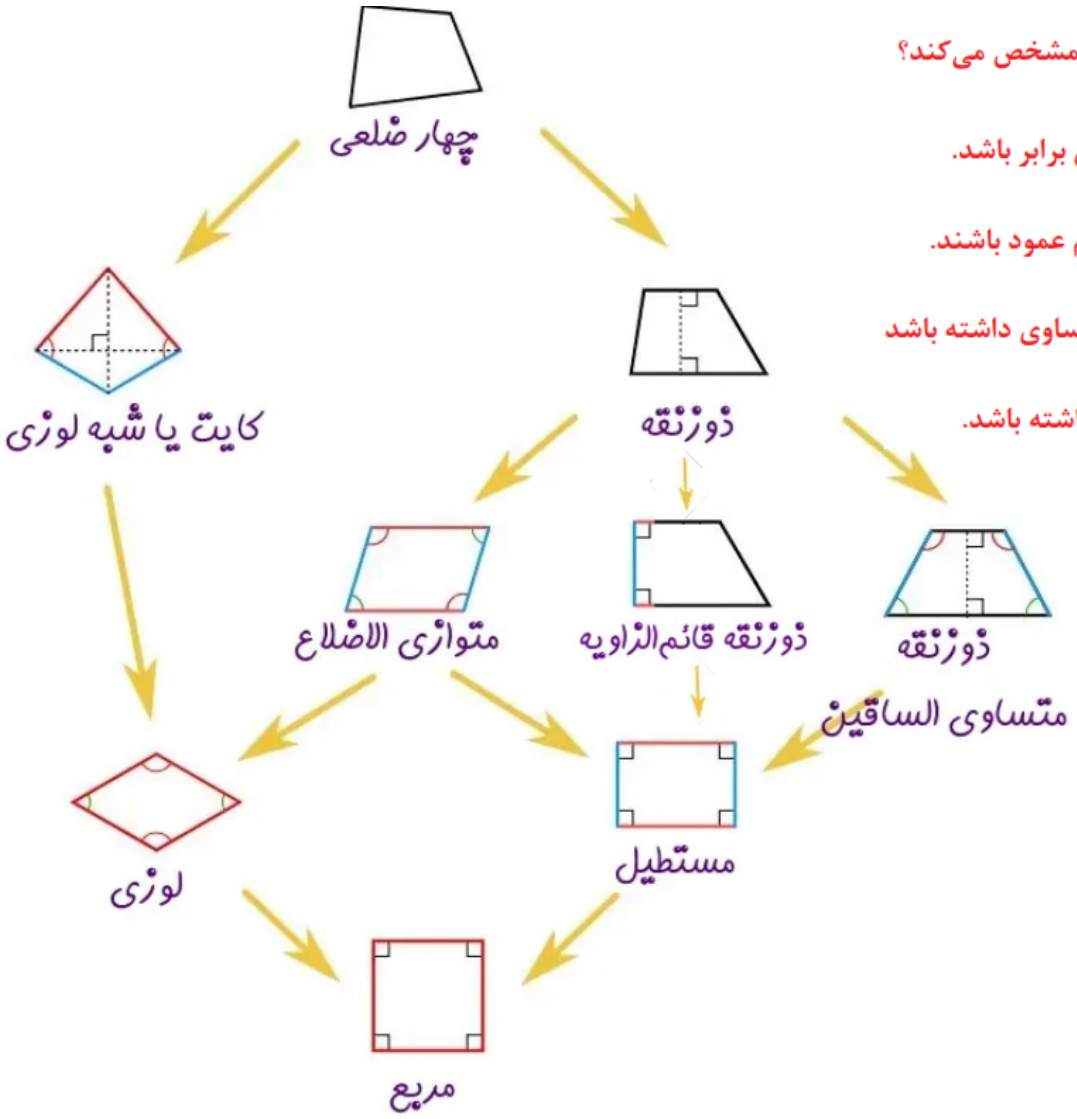
۱۸ : کدام گزینه یک مربع را مشخص می‌کند؟

۱) لوزی که یک قطرش با ضلعش برابر باشد.

۲) مستطیلی که قطرهایش بر هم عمود باشند.

۳) متوازی‌الاضلاعی که دوقطر مساوی داشته باشد

۴) ذوزنقه‌ای که دو زاویه قائمه داشته باشد.



آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

قضیه ۱۰

در ذوزنقه متساوی الساقین، زاویه های مجاور قاعده ها باهم برابرند.

عکس قضیه

ذوزنقه ای با زوایای مجاور قاعده برابر، یک ذوزنقه متساوی الساقین است.

۱۸ اندازه قاعده‌های ذوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره خطی موازی قاعده‌های ذوزنقه چنان رسم می‌کنیم که ذوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی تقسیم کنید اندازه پاره خط کدام است؟

«ریاضی داخل ۱۳۹۹»

۱) ۷ ۲) $۴\sqrt{۳}$

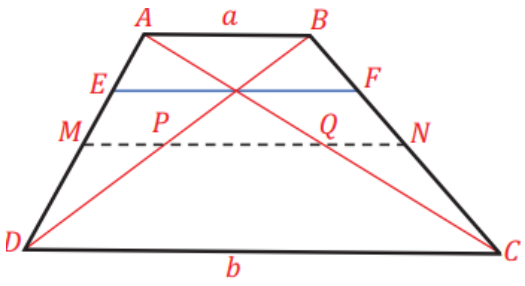
۳) $\sqrt{۵۳}$ ۴) $\sqrt{۵۷}$

قضیه ۱۱

در ذوزنقه متساوی الساقین، قطرها برابرند.

عکس قضیه

ذوزنقه ای با قطرهای برابر، یک ذوزنقه متساوی الساقین است.



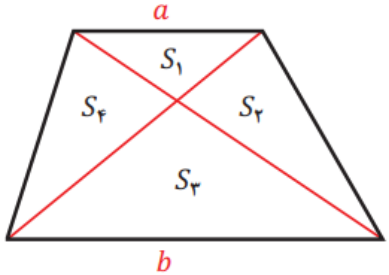
$$MP = \frac{a}{۲}$$

$$PN = \frac{b}{۲}$$

$$PQ = \frac{b-a}{۲}$$

$$EF = \frac{۲ab}{a+b}$$

اگر مساحت ذوزنقه برابر S باشد آنگاه:



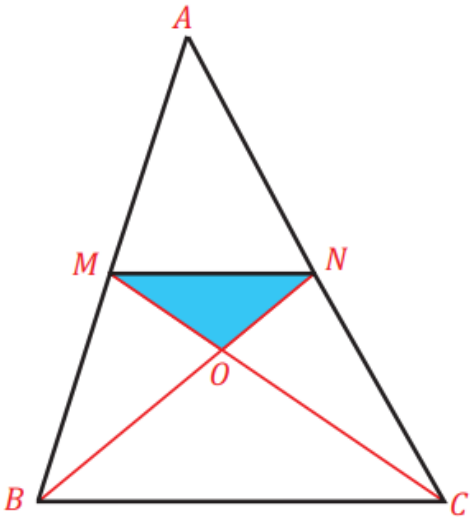
$$S_۱ = \left(\frac{a}{a+b}\right)^۲ S$$

$$S_۳ = \left(\frac{b}{a+b}\right)^۲ S$$

$$S_۲ = S_۴ = \frac{ab}{(a+b)^۲} S$$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

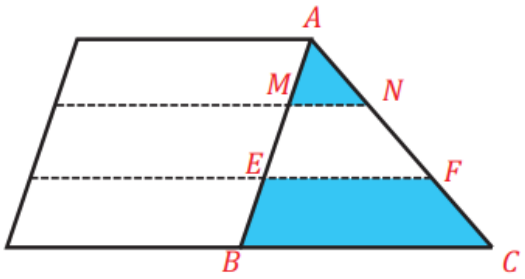
۱۹ در شکل زیر M و N وسط اضلاع هستند نسبت مساحت ABC به مساحت مثلث رنگی کدام است؟



۱) ۹ ۲) ۶
۳) ۱۲ ۴) ۸

۲۰ یک ساق ذوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. نسبت مساحت دو ناحیه سازه زده شده، کدام است؟

«تجربی خارجی ۱۳۹۸»



۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱۰}{۶}$
۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۲۱ در یک لوزی اگر اندازه اضلاع برابر $۲\sqrt{۱۰}$ و نسبت اندازه‌های دوقطر برابر $\frac{۱}{۳}$ باشد. مساحت لوزی کدام است؟

«تمرین صفحه ۷۲ کتاب درسی»

۱) ۱۲ ۲) ۴۸
۳) ۹۶ ۴) ۲۴

۲۲ در یک ذوزنقه قائم‌الزاویه، اندازه قاعده‌ها، ۱۴ و ۹ و اندازه ساق مایل $۲\sqrt{۱۱}$ واحد است. اندازه قطر کوچک ذوزنقه، کدام است؟

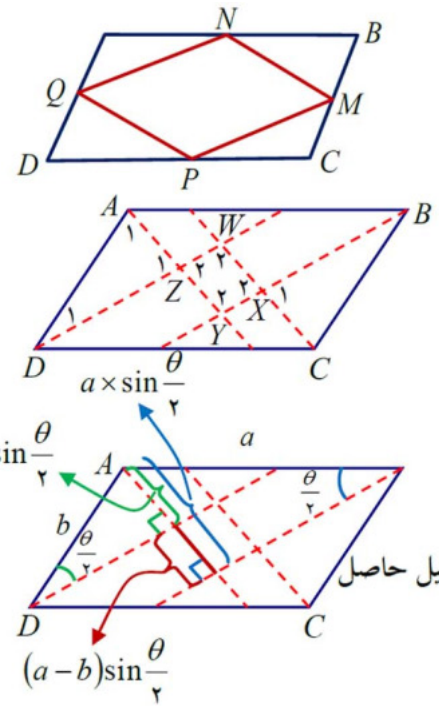
«ریاضی خارج ۱۳۹۶»

۱) ۱۱ ۲) ۸
۳) $۷\sqrt{۲}$ ۴) ۱۰

شکل حاصل از اتصال اوساط اضلاع

هرچهارضلعی محدب	متوازی الاضلاع	مستطیل	لوزی	مربع	ذوزنقه	کایت

شکل حاصل از تلاقی نیمسازها



نکته از به هم وصل کردن وسط‌های اضلاع یک متوازی الاضلاع، یک متوازی الاضلاع به وجود می آید که مساحت آن نصف مساحت متوازی الاضلاع اولیه است.

نکته با رسم نیمساز های داخلی هر متوازی الاضلاع یک مستطیل بوجود می آید .

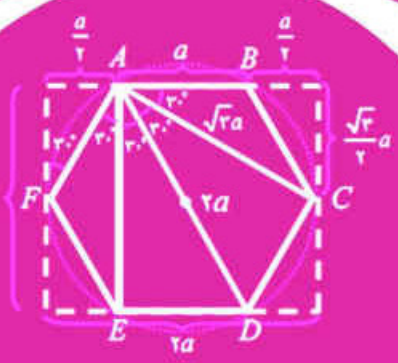
نکته شکل حاصل از برخورد نیمسازهای یک متوازی‌الاضلاع به اضلاع a,b وزاویه‌ی حاده‌ی θ مستطیلی است به اضلاع ،

$(a-b)\sin\frac{\theta}{2},(a-b)\cos\frac{\theta}{2}$ ، پس قطر این مستطیل برابر است با : $|a-b|$

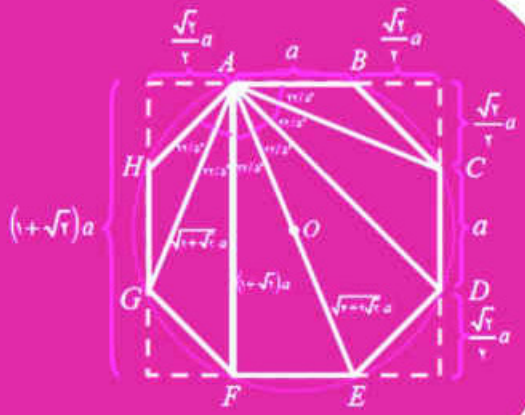
قطر مستطیل حاصل $=\sqrt{(a-b)^2\cos^2\frac{\theta}{2}+(a-b)^2\sin^2\frac{\theta}{2}}=\sqrt{(a-b)^2\left(\sin^2\frac{\theta}{2}+\cos^2\frac{\theta}{2}\right)}=|a-b|$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

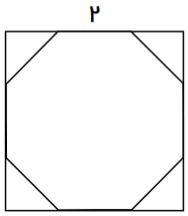
شش ضلعی



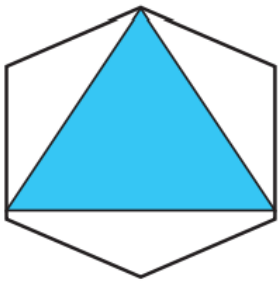
هشت ضلعی



مثال در شکل زیر یک هشت ضلعی منتظم به ضلع ۲ در یک مربع قرار گرفته است. مساحت هشت ضلعی را به‌دست آورید.



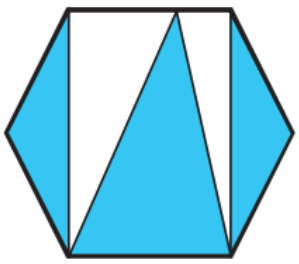
۲۳ اگر در ۶ضلعی منتظم زیر ، طول ضلع ۴ واحد باشد مساحت قسمت رنگی چقدر است؟



۱) $۱۲\sqrt{۳}$ ۲) $۱۲\sqrt{۲}$

۳) $۱۶\sqrt{۳}$ ۴) $۱۶\sqrt{۲}$

۲۴ اگر در ۶ضلعی منتظم زیر ، اگر مساحت قسمت رنگی برابر $۴\sqrt{۳}$ باشد مساحت قسمت سفید رنگ چقدر است؟



۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

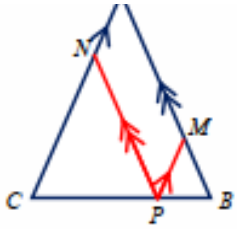
۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۲۵ - مساحت شش ضلعی منتظم به طول ضلع $\sqrt{۳۲}$ کدام است؟

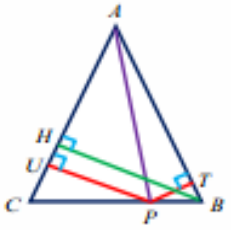
① $۳\sqrt{۱۲}$ ② $\sqrt{۳۱۸}$ ③ ۲۴ ④ $\sqrt{۳۲۴}$

درس دوم مساحت

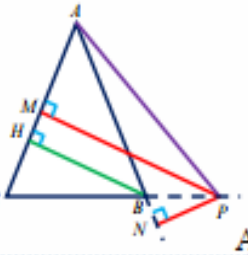
مثلث متساوی الساقین

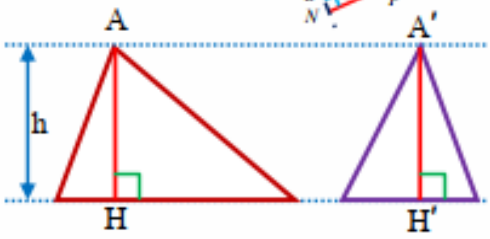


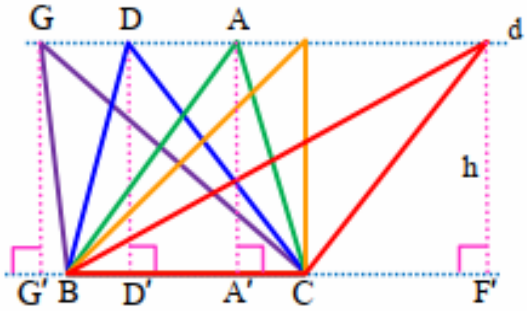
مثلث قائم الزاویه

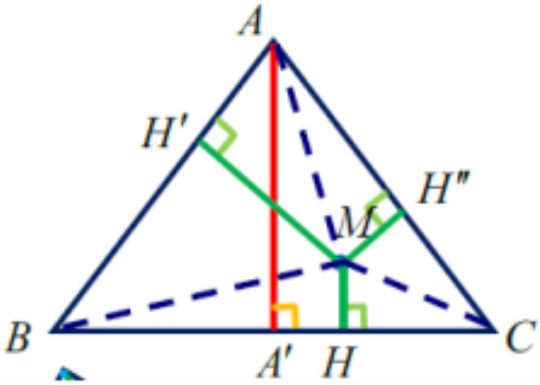


مثلث متساوی الاضلاع









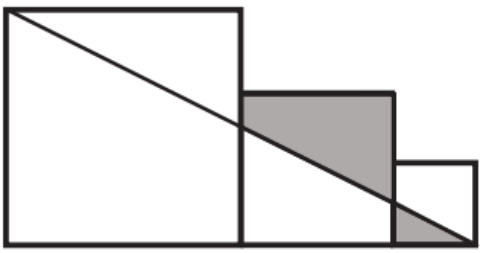
نکته:اگر اندازه‌های ارتفاع های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت های این دو مثلث برابر نسبت اندازه های قاعده هایی است که این ارتفاع ها برآنها وارد می شود .

$$AH = A'H' = h \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \text{_____}$$

مثال : در شکل مقابل خط d BC موازی است .

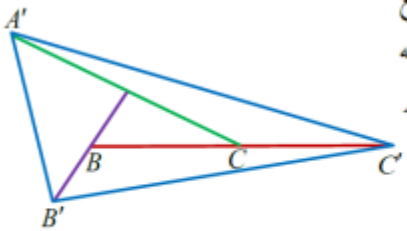
$$S_{GBC} = S_{DBC} = S_{ABC} = S_{EBC} = S_{FBC} =$$

۲۶ در شکل زیر سه مربع به اضلاع ۴، ۲ و ۱ واحد در کنار یکدیگر قرار دارند. مساحت قسمت های رنگی کدام است؟



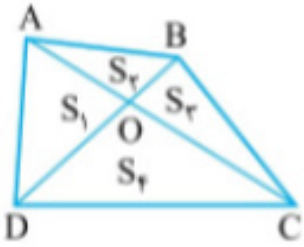
۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۱

مثال اگر در مثلث ABC ضلع BC را از طرف رأس C به اندازه خودش تا نقطهٔ C' و ضلع AC را از طرف رأس A به اندازه خودش تا نقطهٔ A' و ضلع AB را از طرف رأس B به اندازه خودش تا نقطهٔ B' امتداد دهیم، مساحت مثلث $A'B'C'$ چند برابر مساحت مثلث ABC است.



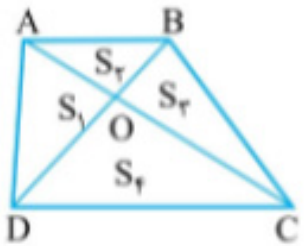
آ) در چهارضلعی محدب شکل مقابل، اگر O، نقطهٔ برخورد دو قطر باشد، آن‌گاه داریم:

$$S_۱.S_۳ = S_۲.S_۴$$

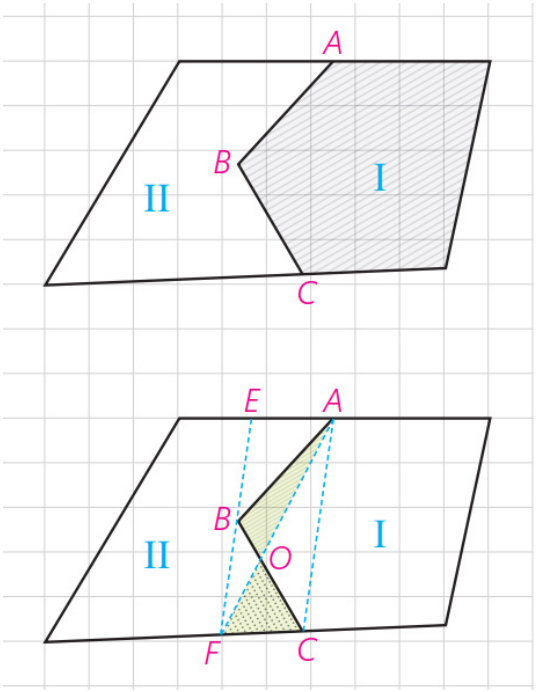


ب) در ذوزنقهٔ شکل مقابل، به سادگی معلوم می‌شود $S_۱ = S_۳$ و بنا بر رابطه‌ای که در قسمت (الف) بیان شد، داریم:

$$S_۱^۲ = S_۳^۲ = S_۲.S_۴$$



آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

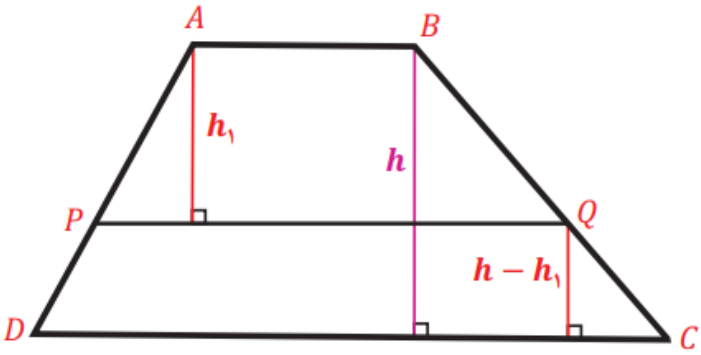


۲۷ اندازه قاعده‌های ذوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است، پاره خطی موازی قاعده‌های ذوزنقه چنان رسم می‌کنیم که ذوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی تقسیم کنید اندازه پاره خط کدام است؟

«ریاضی داخل ۱۳۹۹»

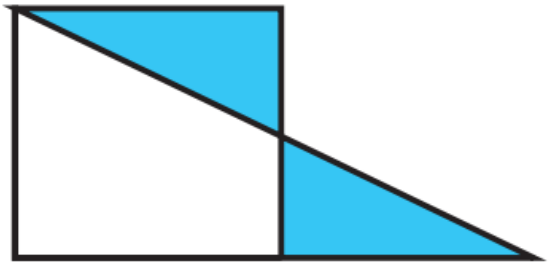
۱) ۷ ۲) $۴\sqrt{۳}$

۳) $\sqrt{۵۳}$ ۴) $\sqrt{۵۷}$



۲۸ در مثلث قائم الزاویه ABC بر روی ضلع AB مربعی ساخته شده است. اگر دو مثلث رنگ شده هم نهشت باشند مساحت ذوزنقه چند برابر مساحت مربع است؟

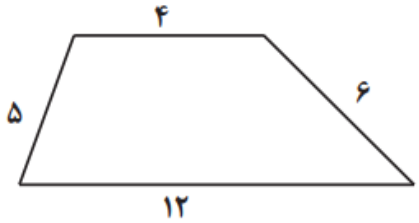
«تجربی داخل ۱۳۹۲»



۱) $\frac{۵}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

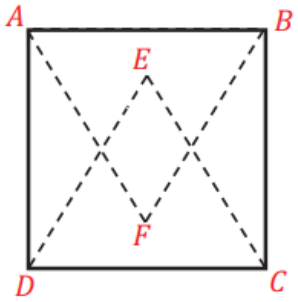
۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۲۹ در ذوزنقه زیر، امتداد ساق‌ها همدیگر را در نقطه M قطع کرده‌اند محیط مثلث ΔABM کدام است؟



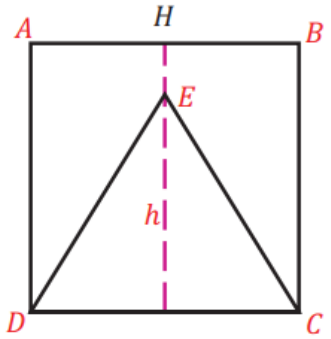
۱) ۱۱/۸
۲) ۸/۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲/۸

۳۰ در شکل زیر روی دوضلع مقابل مربع، مثلث‌های متساوی الاضلاع ساخته شده است. قطر بزرگ‌تر لوزی حاصل چند برابر ضلع مربع اصلی است؟ «ریاضی خارج ۱۳۹۶»



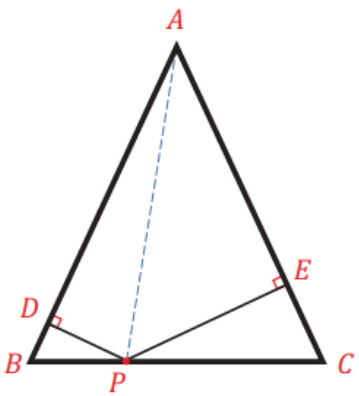
۱) $۲-\sqrt{۳}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\sqrt{۳}-۱$

۳۱ در شکل زیر $ABCD$ مربعی به ضلع a و DCE مثلث متساوی الاضلاع است فاصله E تا AB چقدر است؟ «تجربی داخل ۱۳۹۴»



۱) $a\left(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)$
۲) $a\left(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)$
۳) $\frac{a\sqrt{۳}}{۲}$
۴) $\frac{a\sqrt{۲}}{۲}$

۳۲ در شکل زیر اگر $AB=AC=۵$، $S_{ABC}=۱۰$ و $S_{APC}-S_{APB}=۲$ باشد آنگاه S_{APC} کدام است؟

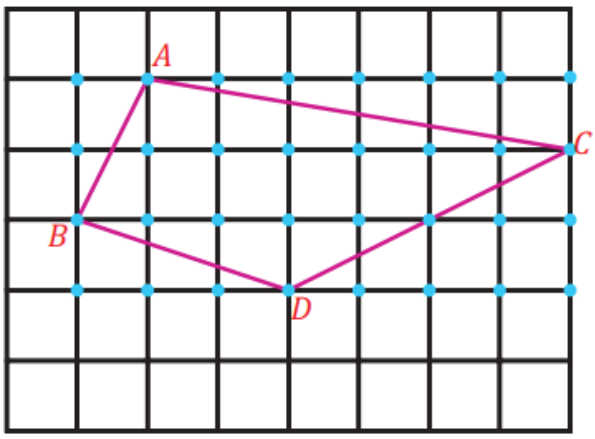


۱) ۶
۲) ۱۴
۳) ۷
۴) ۱۲

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

نقاط شبکه‌ای و مساحت

نقاط و چندضلعی شبکه‌ای :



اگر نقطه‌ها روی خط‌های افقی و عمودی واقع باشند(مطابق شکل)؛ به طوری که فاصله هر دو نقطه متوالی روی یک خط افقی (عمودی) برابر واحد باشد. چنین نقاطی را نقاط شبکه‌ای و چندضلعی‌هایی مانند $ABCD$ را که تمام رأس‌های آنها روی نقاط شبکه‌ای واقع‌اند، چندضلعی‌های شبکه‌ای می‌نامند

نقاط مرزی: نقاط شبکه‌ای روی رأس‌ها و ضلع‌های چندضلعی

نقاط درونی: نقاط شبکه‌ای درون چندضلعی‌ها

تعداد نقاط مرزی چهارضلعی شبکه‌ای $ABCD$ برابر ۵ است.

تعداد نقاط درونی چهارضلعی شبکه‌ای $ABCD$ برابر ۱۰ است.

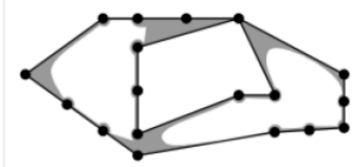
۳۳ - اگر مساحت یک n ضلعی شبکه‌ای برابر ۷/۵ و تعداد نقاط درونی آن برابر ۵ باشد، تعداد نقاط مرزی آن کدام است؟

① ۳ ② ۴ ③ ۷ ④ ۸

۳۴ - اگر در یک چند ضلعی شبکه‌ای، دو رأس اضافه شود و یک نقطهٔ درونی کم شود، مساحت چند واحد مربع افزایش می‌یابد؟

① ۰ ② ۱ ③ $\frac{۱}{۲}$ ④ $\frac{۳}{۲}$

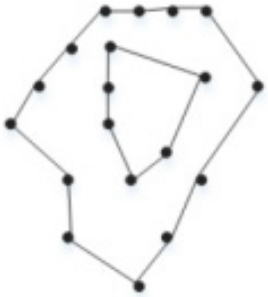
۳۵ - اختلاف مساحت دو چند ضلعی شبکه‌ای زیر برابر ۱۶/۵ است. تعداد نقاط درونی چندضلعی بزرگ‌تر، چه‌قدر از تعداد نقاط درونی چند ضلعی کوچک‌تر، بیش‌تر است؟



① ۱۱
② ۱۳/۵
③ ۱۱
④ ۱۸/۵

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۳۶ در شکل زیر، مساحت بین دو چندضلعی شبکه‌ای داده شده برابر ۱۹/۵ است. اختلاف تعداد نقاط درونی آن‌ها کدام است؟

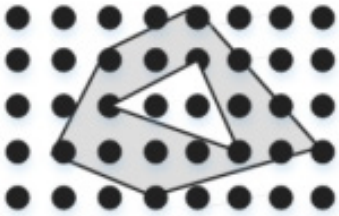


۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۴
۴) ۱۶

۳۷ مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای، واسطه‌ی حسابی تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است. کم‌ترین مساحت این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

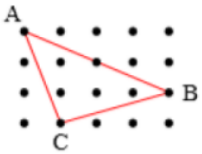
۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۴/۵

۳۸ در شکل زیر، مساحت قسمت رنگی کدام است؟



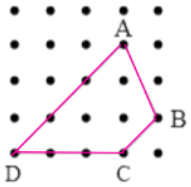
۱) $\frac{۲۷}{۲}$
۲) $\frac{۲۱}{۲}$
۳) ۱۲
۴) ۱۱

۳۹ – در شکل روبه‌رو، فاصلهٔ هر دو نقطهٔ متوالی به صورت افقی و عمودی برابر واحد است. طول ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع مثلث کدام است؟



۱) $\sqrt{۲۲}$
۲) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۳}$
۳) $\sqrt{۵}$
۴) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$

۴۰ – در شکل زیر، فاصلهٔ بین دو قاعدهٔ ذوزنقهٔ $ABCD$ کدام است؟



۱) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۴\sqrt{۲}}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

خط کردم

اگر برای تخمین مساحت دایره‌ای زیر به شعاع یک سانتی‌متر، فاصله بین نقاط شبکه را نصف کنیم، مساحت تخمینی نسبت به مساحت اولیه چند درصد افزایش می‌یابد؟

۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۳۰

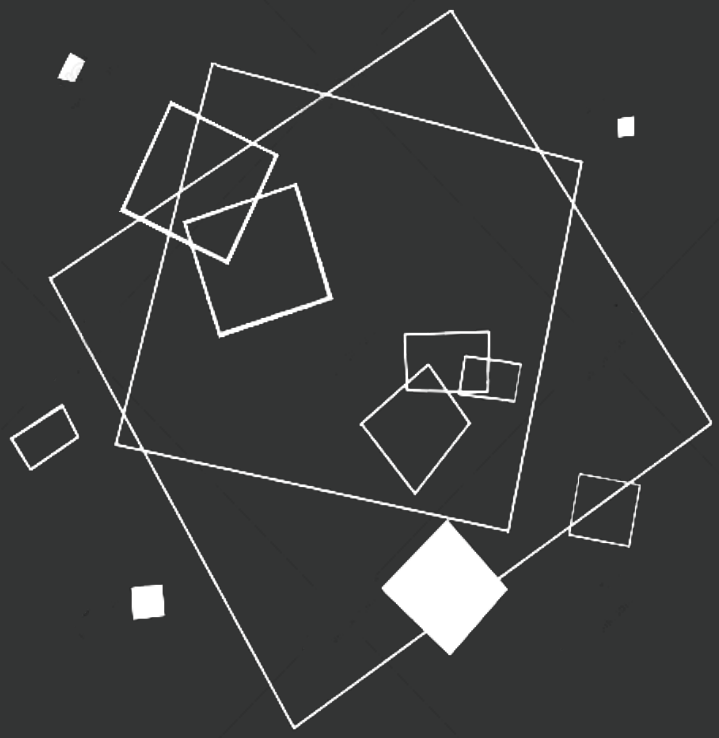
آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

کارنامه خرد

دکتر رها مسیح

تمرین در خانه

فصل ۳



پیش نیاز

هندسه هشتم

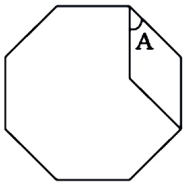
فصل دوم هندسه دهم

دوره چند ضلعی هشتم
چهارضلعی ها
متوازی الاضلاع و خانواده آن
لوزی، کایت و ذوزنقه
امتحان نهایی
تست های کنکور

تمرین در خانه ۱

دوره فصل ۳ هشتم

۱ در شکل زیر، شکل بزرگتر هشت ضلعی منتظم و شکل کوچکتر درون هشت ضلعی، لوزی است. زاویهٔ A چند درجه است؟



① 30°
② 45°
③ 60°
④ 75°

۲ چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح هستند؟

الف) هر لوزی لزوماً یک مربع است.

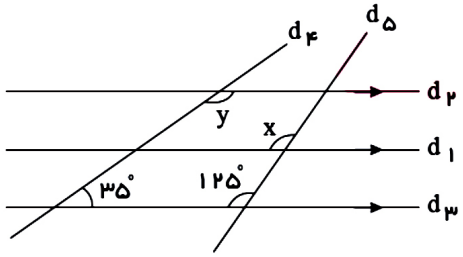
ب) متوازی‌الاضلاعی که یک زاویهٔ قائمه داشته باشد، لزوماً مربع است.

پ) هر لوزی که قطرهای برابر داشته باشد، مربع است.

ت) هر متوازی‌الاضلاع لزوماً دو خط متقارن دارد.

① صفر
② یک
③ دو
④ سه

۳ در شکل زیر، حاصل $y-x$ کدام است؟



① 30°
② 90°
③ 20°
④ 40°

۴ چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) هر ذوزنقه یک متوازی‌الاضلاع است.

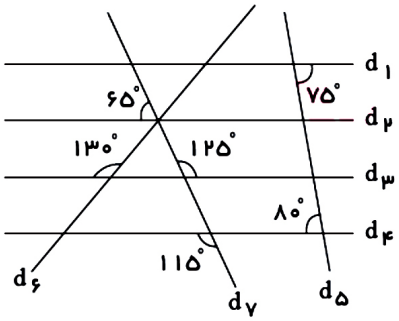
ب) قطرهای هر مستطیل با هم برابر و بر هم عمودند.

ج) هر لوزی ۴ خط تقارن دارد.

د) زوایای روبه‌رو به هم در هر متوازی‌الاضلاع، با هم برابرند.

① صفر
② ۱
③ ۲
④ ۳

۵ کدام گزینه همهٔ خطوط موازی در شکل زیر را به‌درستی نشان می‌دهد؟

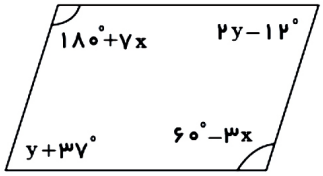


① $d_1 \parallel d_2$
② $d_1 \parallel d_4, d_3 \parallel d_2$
③ $d_3 \parallel d_4, d_1 \parallel d_2$
④ هیچ کدام از خطوط با هم موازی نیستند.

۶ کدام یک از گزینه‌های زیر لزوماً ویژگی یک متوازی الاضلاع نیست؟

① دو ضلع موازی و دو زاویهٔ ۹۰ درجه داشته باشد.
② دو جفت ضلع موازی داشته باشد.
③ قطرهای آن یکدیگر را نصف کنند.
④ اضلاع روبه‌روی آن دو به دو مساوی باشند.

۷ اگر چهار ضلعی زیر متوازی‌الاضلاع باشد، حاصل $x+y$ کدام است؟



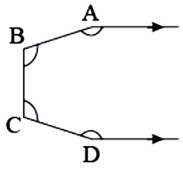
① 37°
② 47°
③ 27°
④ چنین متوازی‌الاضلاع قابل رسم نیست.

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۸ اگر دو خط را بر دو ضلع متوالی یک ۸ ضلعی منتظم عمود کنیم، زاویه‌ای که از برخورد دو خط به‌وجود می‌آید، چند درجه است؟

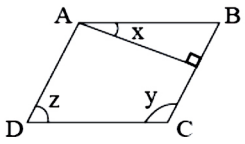
۱) ۴۵ ۲) ۶۰ ۳) ۲۲٫۵ ۴) ۳۷

۹ در شکل زیر مجموع زاویه‌های A, B, C و D چند درجه است؟ (دو نیم خط نشان داده شده موازی هستند.)



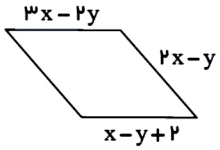
۱) ۷۰۰° ۲) ۴۵۰° ۳) ۶۳۰° ۴) ۵۴۰°

۱۰ در متوازی‌الاضلاع زیر، ارتفاع وارد بر یکی از اضلاع آن را رسم کرده‌ایم. $x+y$ همواره کدام است؟



۱) $۱۸۰^\circ - ۲z$ ۲) $۲۷۰^\circ - ۲z$ ۳) $۹۰^\circ + ۲z$ ۴) $۱۸۰^\circ + ۲z$

۱۱ در صورتی که متوازی‌الاضلاع زیر لوزی باشد، مقدار $x+y$ کدام است؟



۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۲ اگر اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی یک n ضلعی منتظم $\frac{۱}{۳}x - ۳۰^\circ$ و اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی آن $\frac{۲}{۹}x - ۴۰^\circ$ باشد، مجموع زوایای داخلی آن کدام است؟

۱) ۳۶۰° ۲) ۹۰۰° ۳) ۷۲۰° ۴) ۵۴۰°

۱۳ اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی یک n ضلعی منتظم برابر ۱۶۵ درجه است. این n ضلعی چند محور تقارن دارد؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۴ ۳) ۱۲ ۴) ۳۰

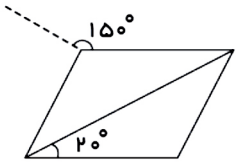
۱۴ از هر رأس یک چندضلعی محدب، ۸ قطر می‌گذرد. مجموع زوایای داخلی این چند ضلعی چند درجه است؟

۱) ۱۴۴۰ ۲) ۱۹۸۰ ۳) ۱۰۸۰ ۴) ۱۶۲۰

۱۵ زاویهٔ حاده حاصل از برخورد دو نیم‌ساز داخلی رئوس مجاور یک پنج‌ضلعی منتظم، چند درجه است؟

۱) ۱۲° ۲) ۷۲° ۳) ۳۶° ۴) ۲۴°

۱۶ در متوازی‌الاضلاع زیر اگر نقطه‌چین ادامهٔ قطر باشد، اندازهٔ زاویهٔ تند (حادّه) بین دو قطر کدام است؟



۱) ۵۰° ۲) ۶۰° ۳) ۵۵° ۴) ۶۵°

۱۷ اگر مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی منتظم x باشد، مجموع زوایای داخلی کدام گزینه برابر $۲x$ خواهد بود؟

۱) $۲n$ ضلعی منتظم ۲) $۲n-۱$ ضلعی منتظم ۳) $۲n+۱$ ضلعی منتظم ۴) $۲n-۲$ ضلعی منتظم

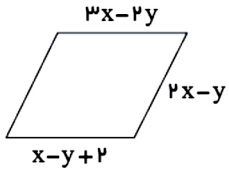
۱۸ اگر تعداد قطرهای یک چند ضلعی منتظم چهار برابر تعداد محورهای تقارن آن باشد، مجموع زوایای داخلی این چند ضلعی کدام است؟

۱) ۱۹۸۰° ۲) ۱۸۰۰° ۳) ۱۶۲۰° ۴) ۱۵۸۰°

۱۹ در کدام چند ضلعی محدب، مجموع زوایای داخلی، ۵ برابر مجموع زوایای خارجی است؟

۱) هشت ضلعی ۲) چهارده ضلعی ۳) ده ضلعی ۴) دوازده ضلعی

۲۰ در صورتی که متوازی‌الاضلاع زیر لوزی باشد، مقدار $x+y$ کدام است؟ (نگاه به گذشته)

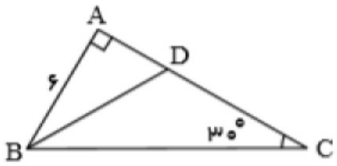


۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تمرین در خانه ۲
چندضلعی ها و ویژگی های آنها

۱- در شکل زیر، اگر BD نیمساز زاویهٔ B باشد، آنگاه طول پاره‌خط CD کدام است؟



① ۶
② $\sqrt{۳۴}$
③ ۹
④ $\sqrt{۳۶}$

۲- در یک چندضلعی محدب که تعداد قطرها، دو برابر تعداد ضلع‌هایش است، مجموع زاویه‌های داخلی چند درجه است؟

① ۵۴۰ ② ۷۲۰ ③ ۹۰۰ ④ ۱۰۸۰

۳- تعداد اضلاع یک n ضلعی با تعداد اقطار آن برابر است، مجموع زوایای داخلی آن چند برابر مجموع زوایای خارجی آن است؟

① ۱/۵ ② ۱ ③ ۲ ④ ۲/۵

۴ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ، طول AM میانه‌ی وارد بر و تر برابر ۶ واحد و $\hat{B} = ۳۰^\circ$ است. فاصله‌ی نقطه‌ی M، از ضلع AB چند واحد است؟

① ۳ ② $\sqrt{۲۲}$ ③ ۴ ④ $\frac{۳}{۲}\sqrt{۲}$

۵ اگر تعداد قطرهای یک $(n+۲)$ضلعی محدب، ۱۱ واحد بیشتر از تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب باشد، آنگاه مقدار nکدام است؟

① ۵ ② ۶ ③ ۷ ④ ۸

۶- یک چند ضلعی منتظم ۳۵ قطر دارد. اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی آن چقدر است؟

① ۱۲۰° ② ۱۳۰° ③ ۱۳۶° ④ ۱۴۴°

۷- یک چند ضلعی غیر محدب حداقل دارای چند ضلع می‌باشد؟

① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ ۶

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۸ مجموع تعداد اقطار و ضلع‌های یک چند ضلعی برابر ۱۲۰ است، تعداد اضلاع آن چند تاست؟

① ۱۴ ② ۱۵ ③ ۱۶ ④ ۱۷

۹ مجموع زوایای خارجی در یک ۶ ضلعی چند برابر مجموع زوایای خارجی در یک ۳ ضلعی است؟

① ۴ ② ۳ ③ ۲ ④ ۱

۱۰ یک ده‌ضلعی محدب را در نظر بگیرید. مجموع تعداد قطرهای دو رأس مجاور هم برابر است با:

① ۱۰ ② ۱۲ ③ ۱۴ ④ ۲۰

۱۱ کدام گزینه نادرست است؟

① در متوازی الاضلاع، هر دو زاویهٔ مجاور مکمل‌اند.

② چهارضلعی که دو ضلع برابر و دو زاویهٔ برابر دارد متوازی‌الضلاع است.

③ در متوازی‌الاضلاع، اضلاع روبه‌رو و زاویه‌های روبه‌رو برابرند.

④ چهارضلعی که قطرهای آن منصف یکدیگر باشند، متوازی‌الاضلاع است.

۱۲ در هر متوازی الاضلاع، زاویهٔ بین نیمسازهای داخلی دو رأس مجاور، چند درجه است؟

① ۱۲۰ ② ۴۵ ③ ۶۰ ④ ۹۰

۱۳ در کدام حالت، چهار ضلعی ABCD یک n ضلعی مقعر (غیر محدب) می‌باشد؟

① $\hat{A} = ۱۰۰^\circ . \hat{B} = ۴۰^\circ . \hat{C} = ۶۰^\circ$

② $\hat{A} = ۷۰^\circ . \hat{B} = ۷۰^\circ . \hat{C} = ۷۰^\circ$

③ $\hat{A} = ۷۰^\circ . \hat{B} = ۸۰^\circ . \hat{C} = ۲۵^\circ$

④ $\hat{A} = ۵۰^\circ . \hat{B} = ۷۰^\circ . \hat{C} = ۸۰^\circ$

۱۴ اگر تعداد قطرهای یک $(n+۳)$ضلعی محدب، ۲۱ واحد بیشتر از تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب باشد، مقدار n کدام است؟

① ۶ ② ۷ ③ ۸ ④ ۱۰

۱۵ مجموع تعداد اضلاع و اقطار یک چند ضلعی کدام می‌تواند باشد؟

① ۳۵ ② ۴۵ ③ ۷۵ ④ ۶۵

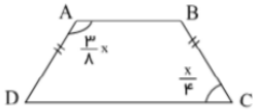
آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

دکتر رها مسیح

تمرین در خانه ۴

چندضلعی ها و ویژگی های آنها

۱- در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین مقابل، اندازهٔ زاویهٔ D چند درجه است؟



۱) ۵۴ ۲) ۶۸

۳) ۷۲ ۴) ۸۴

۲ اگر وسط‌های اضلاع یک چهار ضلعی محدب را متوالیاً به هم وصل کنیم. چهار ضلعی حاصل الزاماً کدام است؟

۱) مستطیل ۲) دوزنقه ۳) متوازی‌الاضلاع ۴) نامشخص

۳ از برخورد نیمسازهای زاویه‌های داخلی و زاویه‌های خارجی یک مربع به ترتیب ..... و ..... تشکیل می‌شود.

۱) نقطه – مستطیل ۲) مربع – مستطیل

۳) نقطه – مربع ۴) لوزی – مستطیل

۴- کدام گزینه همواره درست است؟

۱) اگر در یک چهارضلعی قطرها یکدیگر را نصف کنند، متوازی الاضلاع است.

۲) اگر در یک چهار ضلعی قطرها با یکدیگر برابر باشند، مستطیل است.

۳) اگر در یک چهار ضلعی قطرها بر هم عمود باشند، لوزی است.

۴) اگر در یک چهار ضلعی اضلاع برابر باشند، مربع است.

۵- از برخورد نیمساز زاویه‌های داخلی یک مستطیل کدام چهار ضلعی حاصل می‌شود؟

۱) مربع ۲) لوزی ۳) ذوزنقه ۴) متوازی‌الاضلاع

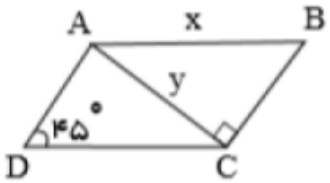
۶ در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند، ۶/۴ و ۳/۶ سانتی‌متر است. مجموع اندازه‌های دو ضلع زاویه قائمه در این مثلث، چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

۷ در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقاط M و N وسط اضلاع BC و CD هستند. اگر $AB = ۸$ و فاصلهٔ A از ضلع CD برابر ۶ واحد باشد، مساحت مثلث AMN کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۸ در شکل زیر $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. نسبت $\frac{y}{x}$ کدام است؟



۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\sqrt{۳}$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

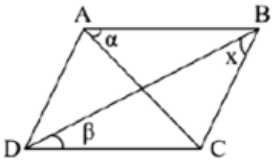
۹ وسط‌های اضلاع یک مستطیل را به طور متوالی به هم وصل کرده‌ایم و یک چهارضلعی با یک زاویه ۶۰° حاصل شده است. نسبت طول به عرض این مستطیل کدام است؟

① ۲ ② $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ③ $\sqrt{۲}$ ④ $\sqrt{۳}$

۱۰ با افزودن یک ضلع به اضلاع یک چندضلعی محدب، چندضلعی محدب جدیدی پدید می‌آید که تعداد قطرهای آن، ۵ واحد بیش‌تر از تعداد قطرهای چندضلعی اولیه است. تعداد قطرهای چندضلعی جدید کدام است؟

① ۲۷ ② ۲۰ ③ ۱۴ ④ ۹

۱۱ در متوازی‌الاضلاع $ABCD$، دو قطر AC و BD را رسم می‌کنیم. اگر $BD = ۲\,BC$ و مجموع دو زاویهٔ α و β برابر با ۶۵° باشد. آنگاه اندازهٔ زاویهٔ x کدام است؟



① ۴۰°
② ۴۵°
③ ۵۰°
④ ۵۵°

۱۲ زاویه‌های داخلی مثلثی با اعداد، ۱، ۵ و ۶ متناسب هستند. اگر اندازهٔ بزرگ‌ترین ضلع مثلث α باشد، مساحت آن کدام است؟

① $\frac{۱}{۸}\alpha^۲$ ② $\frac{۱}{۴}\alpha^۲$ ③ $\frac{۱}{۲}\alpha^۲$ ④ $\alpha^۲$

۱۳ کدام گزینه درست است؟

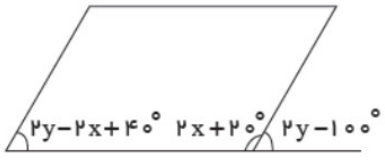
① مجموع زوایای داخلی یک شش‌ضلعی از مجموع زوایای داخلی یک چهارضلعی ۱۸۰° بیشتر است.

② مجموع زوایای داخلی یک پنج‌ضلعی منتظم از هر زاویهٔ خارجی‌اش، ۱۸۰° بیشتر است.

③ اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی یک هشت‌ضلعی منتظم، ۱۲۰° است.

④ در هر پنج ضلعی منتظم، اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی، ۱٫۵ برابر اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی است.

۱۴ در متوازی الاضلاع زیر، حاصل $۲x - y$ کدام است؟



① ۷۵° ② ۱۰۰°
③ ۸۰° ④ ۷۰°

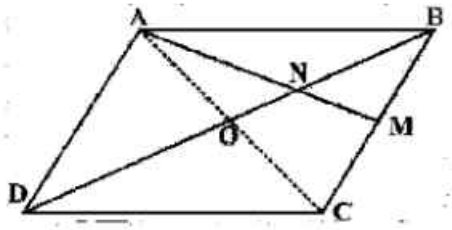
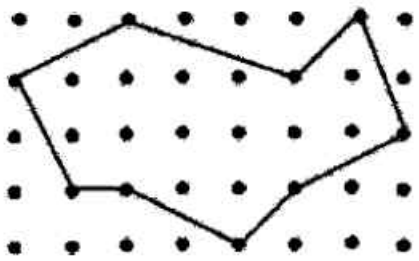
۱۵ در ذوزنقه‌ی $ABCD$، اندازه‌ی دو قطر AC و BD برابر است و $AD = x + ۵$. $BC = ۳x - ۳$. $CD = ۲x - ۱$ می‌باشد. محیط این ذوزنقه کدام است؟

① ۳۹ ② ۴۰ ③ ۴۲ ④ ۳۷

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تمرین در خانه۵

امتحان نهایی

۱۱	ثابت کنید در متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویه مجاور مکمل‌اند.	۰.۷۵
۱۲	ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازهٔ میانه وارد بر وتر، نصف اندازهٔ وتر است.	۱.۲۵
۱۳	در یک لوزی، اندازهٔ هر ضلع $۲\sqrt{۱۰}$ و نسبت اندازه‌های دو قطر $\frac{۱}{۳}$ است. مساحت لوزی را پیدا کنید.	۱.۲۵
۱۴	در متوازی الاضلاع $ABCD$، M وسط ضلع BC بوده و پاره‌خط AM قطر BD را در نقطهٔ N قطع کرده است. نشان دهید: $S_{BNM}=\frac{۱}{۱۲}S_{ABCD}$ 	۱.۲۵
۱۵	با توجه به مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای، مساحت شکل زیر را محاسبه کنید. 	۱

۵	طول پاره خطی را به دست آورید که واسطه هندسی بین دو پاره خط به طول های ۲۰و۵سانتی متر باشد.	۱
۶	ثابت کنید اگر قطرهای یک چهارضلعی بر هم عمود باشند، مساحت آن برابر است با نصف حاصلضرب اندازه های دوقطر	۱.۵
۷	اگر مساحت یک مثلث متساوی االاضلاع $\frac{۹\sqrt{۳}}{۴}$ باشد، طول ضلع وارتفاع آن را به دست آورید	۱
۸	چهار مورد از ویژگیها و خواص متوازی االاضلاع را نام ببرید.	۲
۹	درکدامnضلعی تعداد قطرها۲برابر تعداد اضلاع آن است؟	۱

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تست های کنکور فصل ۳

تمرین در خانه ۶

۱ در مثلث ABC، طول دو میانه عمود بر هم رسم شده از رأس‌های B و C به ترتیب، ۱۲ و ۹ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

۱) ۳۲ ۲) ۵۴ ۳) ۶۴ ۴) ۷۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲ در یک لوزی، هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه بزرگ‌تر لوزی، چند درجه است؟

۱) ۱۵۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۳۵ ۴) ۱۱۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳ از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی‌الاضلاع، خط‌هایی عمود بر قطر بزرگ رسم می‌کنیم تا سه پاره‌خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره‌خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره‌خط‌های کناری باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم شده چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ساخته شده در شکل است؟

۱) ۳ ۲) ۲/۵ ۳) ۲ ۴) ۱/۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴ در یک لوزی هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه کوچک‌تر در هر مثلث حاصل از رسم قطرهای این لوزی چند درجه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۳۰ ۴) ۴۵

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۵ در مثلث ABC، میانه‌های رسم شده از رأس‌های B و C بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم شده از رأس C برابر ۴/۵ و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه‌های رسم شده از دو رأس B و C کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{۹}$ ۲) $\frac{۱۹}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

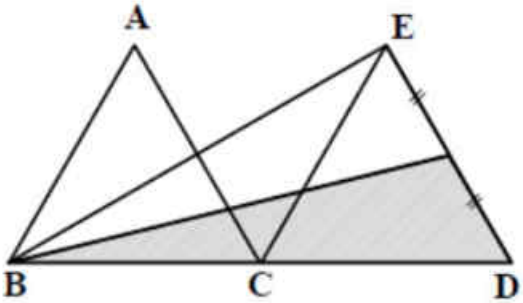
۶ در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند، ۴/۶ و ۳/۶ سانتی‌متر است. مجموع اندازه‌های دو ضلع زاویه قائمه در این مثلث، چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۷ در شکل مقابل، مثلث‌های ABC و CDE متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴ سانتی‌متر هستند. مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $۴\sqrt{۳}$ ۳) $۸\sqrt{۳}$ ۴) $۶\sqrt{۳}$

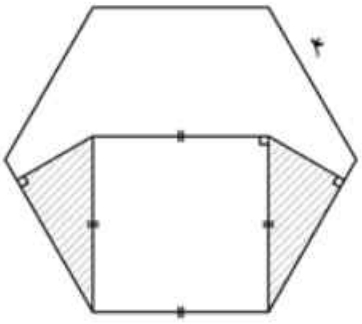
سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۸ در یک ۷۲ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از تعداد قطرها کم می‌شود؟

۱) ۳۰ ۲) ۳۱ ۳) ۳۲ ۴) ۳۳

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

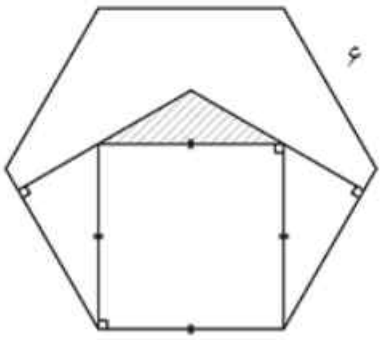
۹ در شش‌ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) $۴\sqrt{۳}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

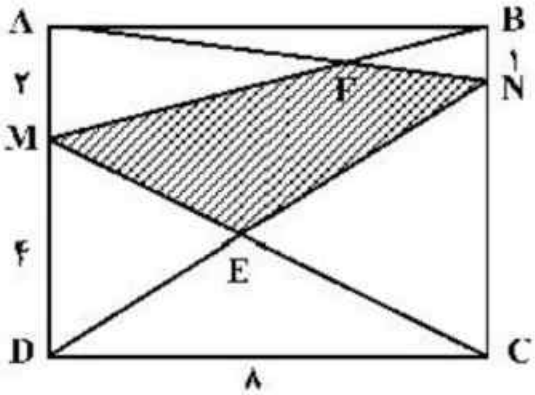
۱۰ در شش‌ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



۱) $۳\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) ۳ ۴) ۲

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۱ مستطیل ABCD مطابق شکل زیر مفروض است. مساحت چهارضلعی **MENF**، کدام است؟



۱) $\frac{۱۰۴}{۹}$ ۲) ۱۳ ۳) $\frac{۴۷}{۳}$ ۴) ۱۶

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۲ اندازه‌ی قاعده‌های ذوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های ذوزنقه چنان رسم می‌کنیم که ذوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه‌ی پاره‌خط ، کدام است؟

۱) ۷ ۲) $\sqrt{۵۳}$ ۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۵۷}$

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۳ طول یک مستطیل ۲ واحد کم‌تر از $۱/۵$ برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۱۹۲ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟

۱) ۵۲ ۲) ۵۶ ۳) ۶۰ ۴) ۶۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۴ در یک ذوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های ذوزنقه کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

سراسری-ریاضی-۹۸

۱۵ در چهارضلعی **ABCD**، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

۱) دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.
۲) دو قطر عمود برهم‌اند.
۳) دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.
۴) دو ضلع غیرمجاور، موازی‌اند.

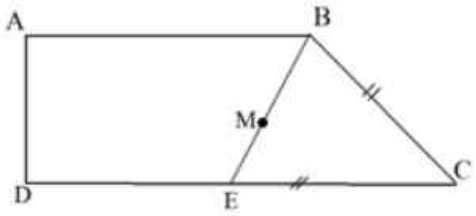
سراسری-ریاضی-۹۸

۱۶ در یک چهارضلعی، از برخورد نیم‌سازهای داخلی آن، یک مربع ایجاد شده است. الزاماً نوع این چهارضلعی کدام است؟

۱) محاطی ۲) متوازی‌الاضلاع ۳) محیطی ۴) مستطیل

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

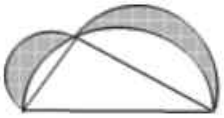
۱۷ در شکل مقابل چهار ضلعی **ABCD** ، ذوزنقه قائم‌الزاویه است و **CB = CE** ، مجموع فواصل M از دو خط CB و CE برابر کدام است؟



۱) DE ۲) BC ۳) BE ۴) AD

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

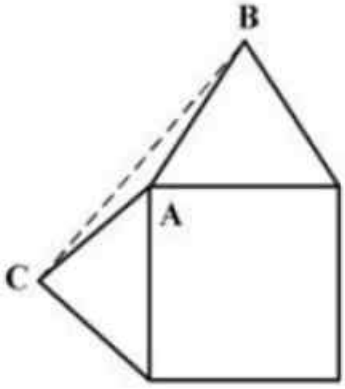
۱۸ در مثلث قائم‌الزاویه طول اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. نیم‌دایره‌ها به قطر اضلاع مثلث رسم شده‌اند. مجموع مساحت دو ناحیه‌ی سایه زده، کدام است؟



۱) ۲π ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۳π

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۹ بر روی دو ضلع مجاور مربعی به ضلع ۲ واحد، مثلث‌های متساوی‌الاضلاع ساخته شده است. مساحت مثلث ABC چند واحد مربع است؟



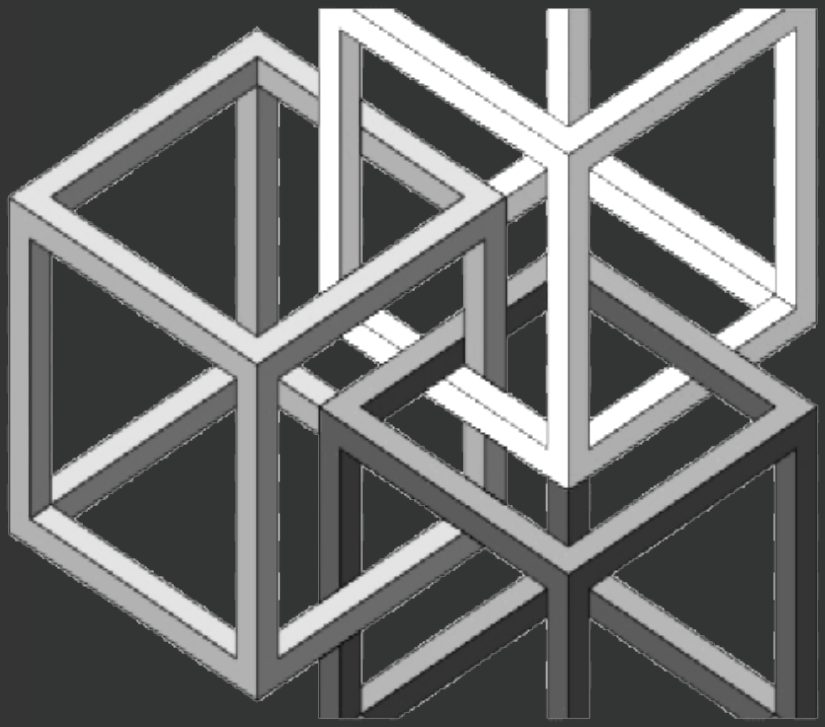
۱) $\sqrt{۳}-۱$ ۲) $\frac{۱}{۲}\sqrt{۳}$ ۳) ۱ ۴) $\sqrt{۳}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

دکتر رها مسیح

کارنامه خرد

فصل چهارم



فصل چهارم هندسه دهم

هندسه فضایی

نمره در امتحان نهایی

چهار نمره

تعداد تست

یک تست

پیش نیاز

این مبحث پیش نیاز فصل ۳ هندسه سال دوازدهم می باشد.

فصل چهارم

هندسه فضایی

حالات دو خط

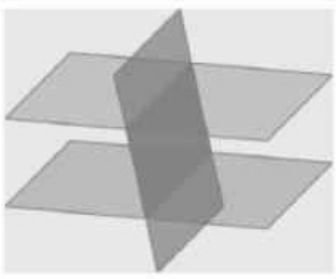
حالت های مختلف دو خط در فضا : (منطبق ، موازی ، متقاطع، متنافر)

دو خط متنافر : دو خط را در فضا متنافر می گویند هر گاه در یک صفحه نبوده و همدیگر را قطع نکنند.

حالت های مختلف خط و صفحه در فضا : (منطبق ، متقاطع، موازی)

حالات دو صفحه

حالت های مختلف دو صفحه در فضا : (منطبق، موازی ، متقاطع)



حالت خط و صفحه

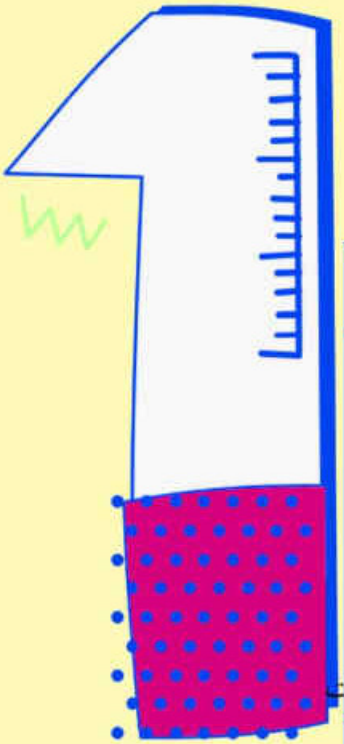
تعامد خط و صفحه : اگر خطی در یک نقطه صفحه را قطع کند بر آن صفحه عمود است ،هرگاه بر تمام خطوط آن صفحه که از این نقطه می گذرند عمود باشد.

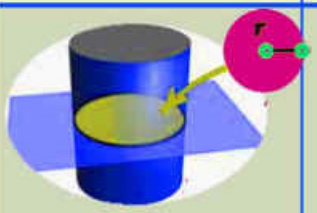
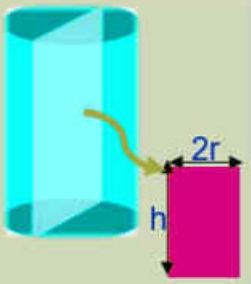
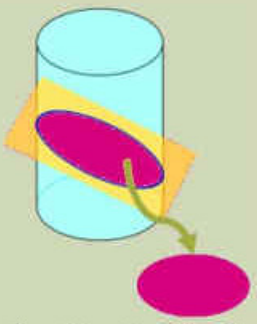
***می توان نشان داد اگر این خط فقط بر دو خط متقاطع از صفحه عمود باشد ، بر صفحه عمود است.

تعامد دو صفحه : دو صفحه بر هم عمودند هرگاه هر یک شامل خطی باشند که بر دیگری عمود است .

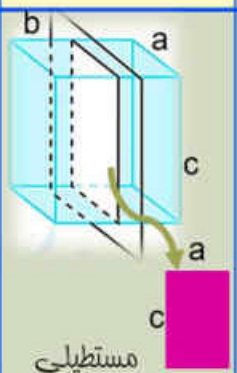
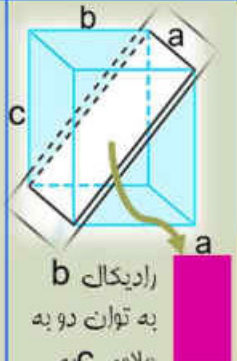
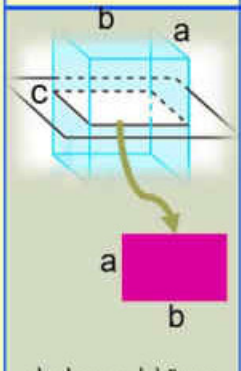
حالت خط و دایره

01 برش یک استوانه

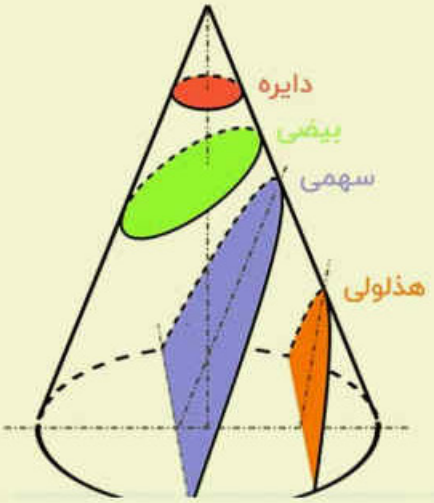


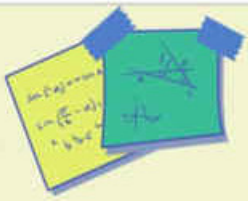
صفحه ی برش	صفحه ی افقی	صفحه ی قائم	صفحه هایی که از قاعده ها عبور نکنند
سطح مقطع	 مقطع دایره ای است به شعاع قاعده استوانه		 سطح مقطع یک بیضی است
مساحت سطح مقطع	$S = \pi r^2$	$S = 2rh$	

02 برش مکعب مستطیل

صفحه ی برش	صفحه ی قایم	صفحه ی مایل که از یال ها بگذرد	صفحه ی مایلی که از یال ها عبور نکنند	صفحه ی افقی
سطح مقطع	 مستطیلی به ابعاد a و c	 رادیکال b به توان دو به علاوه c به توان دو	یک مثلث	 مستطیلی به ابعاد a و b
مساحت سطح مقطع	$S = ac$	$S = a\sqrt{b^2 + c^2}$		$S = ab$

03 برش مخروط قائم





مولد

به دایره و سهمی و بیضی ایجاد شده در این شکل مقاطع مخروطی نیز می گوییم.

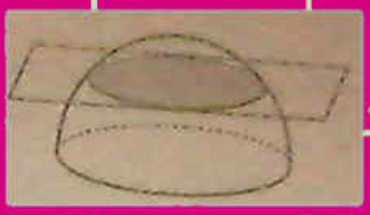
04 برش کره و نیم کره

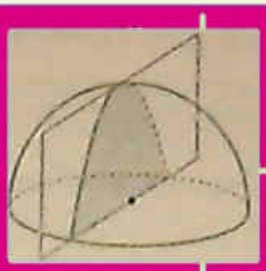
اگر فاصله ی مرکز کره به شعاع R از صفحه برابر H باشد شعاع مقطع برابر است با:

$$r = \sqrt{R^2 - h^2}$$

پایه دهم

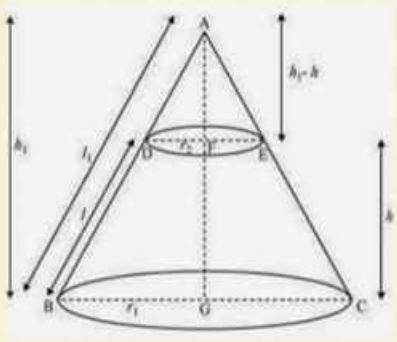
اگر صفحه ای نیم کره را به صورت افقی قطع کند
سطح مقطع حاصل از ان همچنان دایره است
ولی اگر صفحه ی مورد نظر قائم باشد سطح مقطع
تبدیل به نیم کره می شود

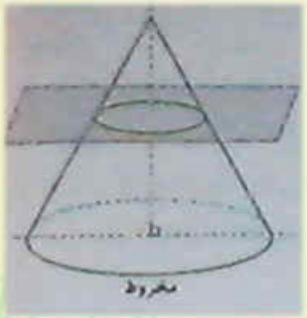

صفحه ی افقی

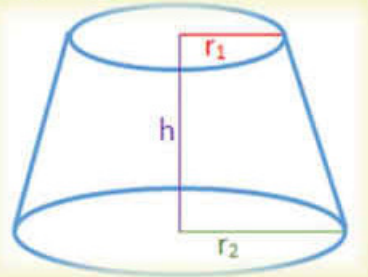

صفحه ی قائم

مخروط ناقص

اگر صفحه ای موازی با قاعده ،مخروط قائم را برش دهد،این صفحه مخروط را به دو بخش تقسیم می کند که بخش بالایی یک مخروط کوچک تر و متشابه اولی است و به بخش و پایینی مخروط ناقص می گوییم







۱ در فضا، دو خط ℓ_1 و ℓ_2 موازی هستند. اگر خط d خط ℓ_1 را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد درخصوص وضعیت خط d و ℓ_2 همواره درست است؟ دی ۱۴۰۱

۱) متنافرند. ۲) موازی‌اند. ۳) غیرمتقاطع‌اند. ۴) غیرموازی‌اند.

۲ یک لوزی به اقطار ۴ و ۶ را حول قطر بزرگترش دوران می دهیم حجم حاصل کدام است؟

۱) ۴π ۲) ۶π ۳) ۸π ۴) π

۳ کدام یک از گزینه‌های زیر فقط یک صفحه را مشخص می‌کند؟

۱) دو خط متنافر
۲) دو خط موازی و متمایز
۳) چهار نقطه‌ی متمایز
۴) سه نقطه‌ی واقع بر یک خط راست

۴ دو زاویه در فضا برابرند اگر یکی از اضلاع آن‌ها با هم موازی باشد. اضلاع دیگر آن‌ها باهم چه وضعی دارند؟

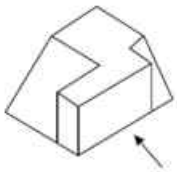
۱) الزاماً عمودند
۲) الزاماً موازیند
۳) الزاما متنافرند
۴) نمی‌توان نظر داد

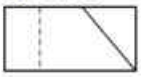
۵ از یک نقطه خارج یک صفحه در فضا .....

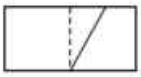
۱) فقط یک خط می‌توان موازی صفحه رسم کرد.
۲) فقط یک خط می‌توان بر صفحه عمود رسم کرد.
۳) فقط یک صفحه می‌توان موازی صفحه رسم کرد.
۴) گزینه‌های ۲ و ۳

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

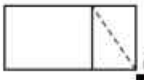
۶ . نمای روبه‌روی درست در شکل مقابل کدام است؟



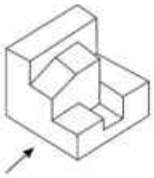
۱)


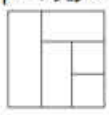
۲)


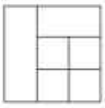
۳)

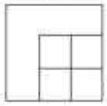
۴)


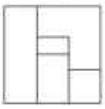
۷ تصویر جسم مقابل از نمای بالا چگونه است؟



۱)


۲)


۳)


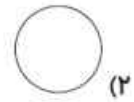
۴)


۸ نقطه‌ی A را خارج از خط L در فضا در نظر بگیرید. از نقطه‌ی A چند خط موازی L و چند صفحه موازی L می‌توان رسم کرد؟

۱) یک - یک
۲) یک - بی‌شمار
۳) بی‌شمار - یک
۴) بی‌شمار - بی‌شمار

۹ نمای بالای مخروط ناقص مقابل کدام است؟

۱)

۲)


۳)

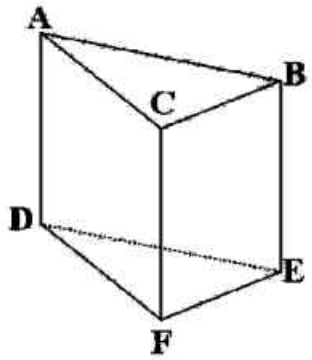
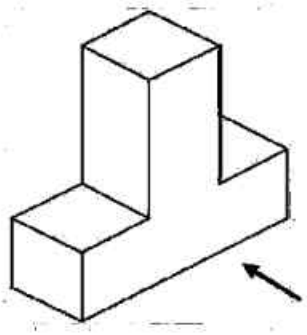
۴)

۱۰ در مخروطی که مولد آن برابر قطر قاعده و مساوی ۶ واحد است، کره‌ای محاط شده است. حجم کره کدام است؟

۱) $۲\pi\sqrt{۳}$ ۲) $۳\pi\sqrt{۳}$ ۳) $۴\pi\sqrt{۳}$ ۴) $۶\pi\sqrt{۳}$

۱۱ یک متوازی‌الاضلاع از یک مربع و دو مثلث قائم‌الزاویه مساوی هم تشکیل شده است، اگر مساحت مربع و یک مثلث، قائم‌الزاویه به ترتیب ۶۴ و ۲۴ واحد مربع باشند، محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) ۳۲ ۲) ۳۶

۱۶	در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ تصویر مناسبی رسم کنید. الف) دوران یک مستطیل حول طول آن. ب) دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول یک ضلع زاویهٔ قائمه.	۱.۲۵
۱۷	منشور سه‌پهلوی روبه‌رو را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.  الف) یک خط متنافر با CF نام ببرید. ب) یک خط موازی با CF نام ببرید. پ) دو صفحه موازی نام ببرید.	۰.۷۵
۱۸	الف) سطح مقطع استوانه با صفحهٔ مایلی که با قاعده‌های استوانه متقاطع نباشد، به چه شکل است؟ تصویر مناسبی رسم کنید.  ب) در شکل مقابل نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ را رسم کنید.	۱.۵

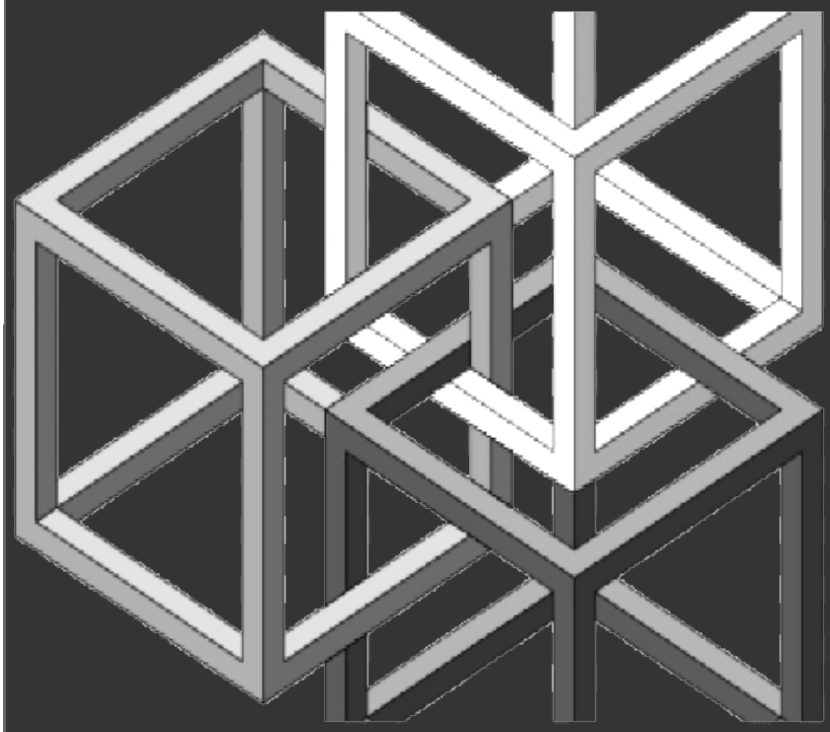
آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

کارنامه خرد

دکتر رها مسیح

تمرین در خانه

فصل ۴



پیش نیاز

هندسه هفتم

فصل دوم هندسه دهم

نمونه آزمون
تست های کنکور
نهایی

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : هندسه دهم اسفند فصل ۴

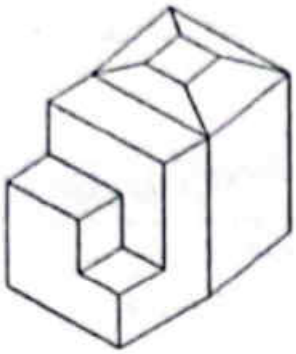
زمان آزمون :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۳/۱۲/۱۰

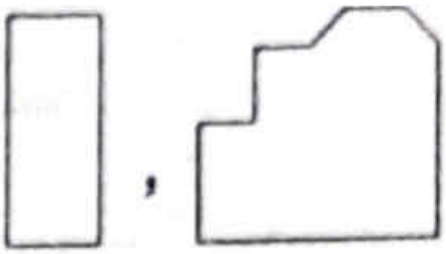
نمونه آزمون کل فصل

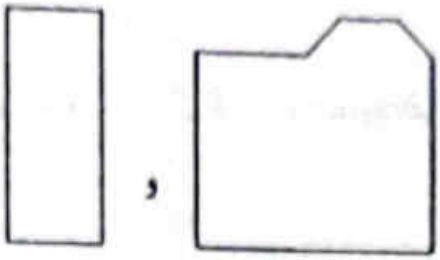
کارنامه خرد

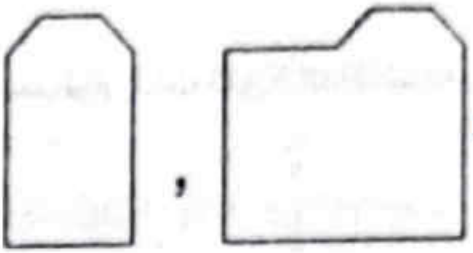
تمرین در خانه۱

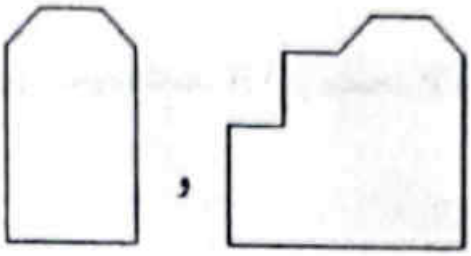


۱) نمای روبه‌رو و چپ از شکل مقابل، به‌ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

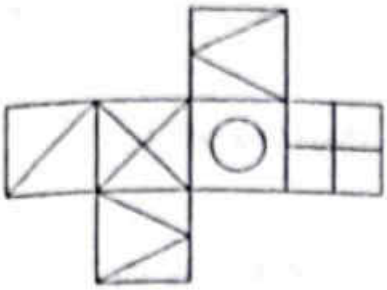
۱) 

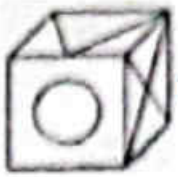
۲) 

۳) 

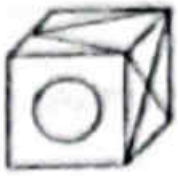
۴) 

۲) گستردهٔ مقابل، مربوط به کدام مکعب است؟



۱) 

۲)

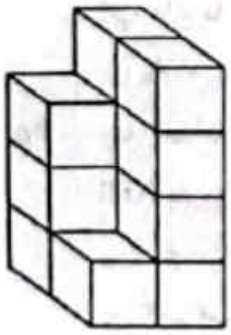
۳) 

۴)

۳) یک مکعب شامل ۶۴ مکعب کوچک است. اگر این مکعب را درون یک سطل رنگ بیاندازیم، چند مکعب کوچک وجود دارد که حداقل دو وجه آن رنگی است؟

۱) ۴۸ ۲) ۲۰ ۳) ۲۶ ۴) ۳۲

۴) نمای روبه‌روی شکل مقابل شامل چند مربع است؟



۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۴

۵) دو صفحهٔ P و P' متقاطع‌اند و A نقطه‌ای خارج آن‌ها است. اگر صفحهٔ Q شامل A باشد و Δ فصل مشترک P و P' باشد، Q و Δ چه وضعی با هم دارند؟

۱) موازی ۲) منطبق ۳) متقاطع ۴) هر سه مورد

۶) صفحهٔ P مفروض است. اگر d با P موازی باشد و d' با P متقاطع باشد، چند خط می‌توان رسم کرد که d و P' را قطع کند و با P موازی باشد؟

۱) بی‌شمار ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) صفر

۷) چند خط در فضا وجود دارد که از سه رأس مثلث ABC به یک فاصله باشد؟

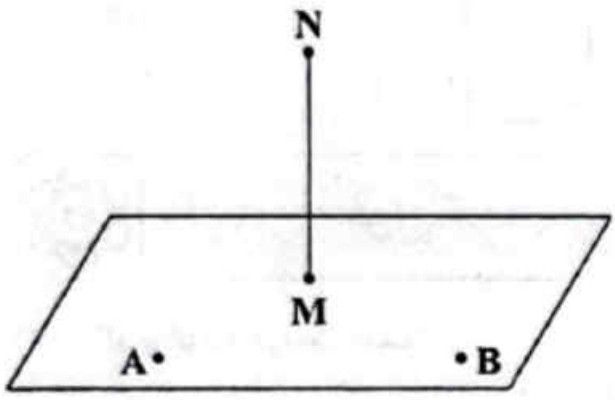
۱) صفر ۲) بی‌شمار ۳) ۱ ۴) نمی‌توان تعیین کرد

۸) خط d موازی صفحهٔ P و عمود بر صفحهٔ P' است. در این صورت کدام گزینه لزوماً صحیح است؟

۱) $P \parallel P'$ ۲) $P \perp P'$

۳) d با فصل مشترک P و P' موازی است. ۴) d بر فصل مشترک P و P' عمود است.

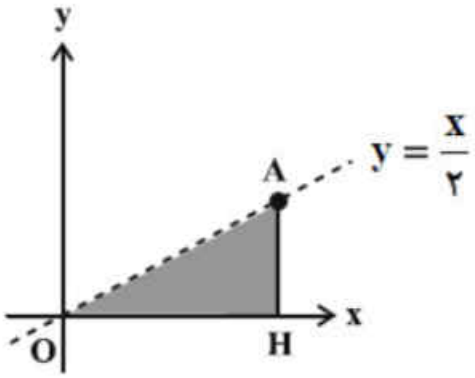
۹) در شکل مقابل، نقطهٔ M روی عمودمنصف AB از صفحهٔ P قرار دارد و NM بر صفحهٔ P عمود است. نوع مثلث NAB کدام است؟



۱) متساوی‌الاضلاع ۲) متساوی‌الساقین

۳) قائم‌الزاویه ۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

۱۰ از نقطهٔ A روی خط $y = \frac{x}{۲}$ بر محور xها عمود کرده‌ایم. حجم شکل حاصل از دوران مثلث OAH حول محور yها چند برابر حجم شکل حاصل از دوران همین مثلث حول محور xهاست؟



۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

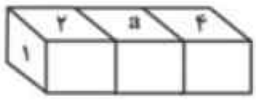
۱۱ مثلث متساوی‌الساقین ABC $(AB = AC = ۱۳)$ به طول قاعدهٔ $BC = ۲۴$ مفروض است. حجم شکل حاصل از دوران این مثلث حول خطی که از رأس A به موازات قاعدهٔ BC عبور می‌کند، چند برابر π است؟

۱) ۳۵۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۴۵۰ ۴) ۵۰۰

۱۲ صفحهٔ P کره‌ای به مرکز O را قطع کرده است. اگر مساحت سطح مقطع حاصل ۶۴π و فاصلهٔ مرکز کره تا صفحهٔ P برابر ۶ باشد، شعاع کره کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۵

۱۳ می‌دانیم در یک تاس اعداد ۱ تا ۶ طوری قرار گرفته‌اند که جمع اعداد وجه‌های مقابل هم برابر ۷ است. مطابق شکل، سه تاس را طوری کنار هم روی زمین قرار می‌دهیم که اعداد دو وجه چسبیده برای دو تاس کنار هم، یکسان باشند. اگر مجموع اعداد قابل مشاهده برابر ۳۹ باشد، مقدار a کدام است؟



۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۴ دو منشور قائم یکسان را که قاعده آن‌ها مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین به ضلع قائم ۳ در وجه بزرگ‌تر که یک مربع است به هم می‌چسبانیم. قطر مکعب مستطیل حاصل چند واحد است؟

۱) $۴\sqrt{۲}$ ۲) ۶ ۳) $۳\sqrt{۵}$ ۴) ۷

۱۵ اگر شعاع یک مخروط را دو برابر و ارتفاع آن را نصف کنیم، حجم مخروط چه تغییری می‌کند؟

۱) دو برابر می‌شود. ۲) نصف می‌شود. ۳) تغییر نمی‌کند. ۴) چهار برابر می‌شود.

تست های کنکور فصل ۳

تمرین در خانه ۲

۱ در فضا، دو خط L_1 و L_2 موازی هستند. اگر خط d خط L_1 را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد در خصوص وضعیت خط d و L_2 همواره درست است؟

۱) متنافرند ۲) موازی‌اند ۳) غیرمتقاطع‌اند ۴) غیرموازی‌اند

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۲ دو کره به شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، که مرکزهای آن‌ها با یک‌دیگر ۵ واحد فاصله دارند، متقاطع‌اند. مساحت مکان هندسی نقاط مشترک این دو کره، کدام است؟

۱) $۳/۲۴\pi$ ۲) $۴/۴۱\pi$ ۳) $۴/۸\pi$ ۴) $۵/۷۶\pi$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳ در مکعب مفروض، صفحه‌ای بر یک یال و وسط یال دیگر گذشته است. مساحت مقطع حاصل، چند برابر مساحت یکی از وجوه مکعب است؟

۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴ حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC با ضلع‌های قائم AB و AC، به‌ترتیب با اندازه‌های ۵ و $۲\sqrt{۶}$ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB، کدام است؟

۱) ۶۰π ۲) ۷۰π ۳) ۷۵π ۴) ۸۰π

سراسری-ریاضی-۹۹

۵ در یک مکعب، صفحه‌ی گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن‌را به دو قطعه نابرابر تقسیم می‌کند. نسبت حجم‌های این دو قطعه، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}$ ۴) $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

سراسری-ریاضی-۹۸

۶ خط d و صفحه‌ی P و نقطه‌ی A در خارج آن دو مفروض است. در رسم خطی گذرا از نقطه‌ی A، موازی صفحه‌ی P و متقاطع با خط d، در کدام وضعیت، خط و صفحه مفروض، تنها یک جواب دارد؟

۱) الزاماً عمود ۲) منطبق ۳) موازی ۴) متقاطع

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷ چهار نقطه‌ی A و B و C و D در فضا مفروض است به طوری‌که امتدادهای AB و CD متنافرند. تصاویر این نقاط بر صفحه‌ی عمود بر خطی که از وسط AC و وسط BD بگذرد، رأس‌های کدام چهارضلعی است؟

۱) متوازی‌الاضلاع ۲) لوزی ۳) ذوزنقه ۴) غیرمشخص

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۸ نقطه‌ی A و خط d و صفحه‌ی P مفروض‌اند. در رسم صفحه‌ای گذرا از نقطه‌ی A، موازی خط d و عمود بر صفحه P، در کدام حالت، تعداد جواب‌ها، بی‌شمار است؟

۱) $d \cap p = d$ ۲) $d \cap p \neq \phi$ ۳) $d \parallel p$ ۴) $d \perp p$

سراسری-ریاضی-۹۸

۹ در یک هرم منتظم با قاعده‌ی مربع، ارتفاع هرم ۴ و ارتفاع مثلث جانبی آن $2\sqrt{7}$ واحد است. حجم این هرم، چند واحد مکعب است؟

۱) ۳۶ ۲) ۴۸ ۳) ۵۴ ۴) ۶۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰ در یک مکعب مستطیل، با امتداد تمام یال‌ها، هر یال با چند یال دیگر، متنافر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید