

فصل اول

نمره در امتحان نهایی

سه نمره

تعداد تست

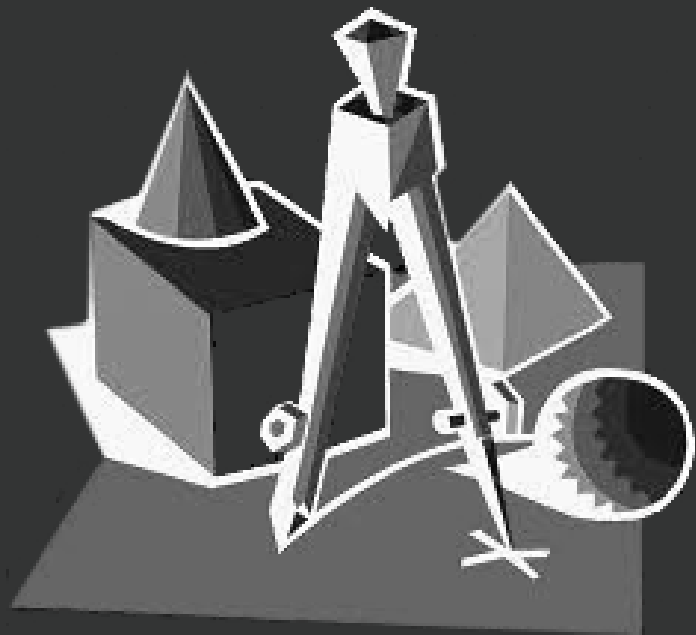
یک تست

پیش نیاز

هندسه هفتم

هندسه هشتم

هندسه نهم



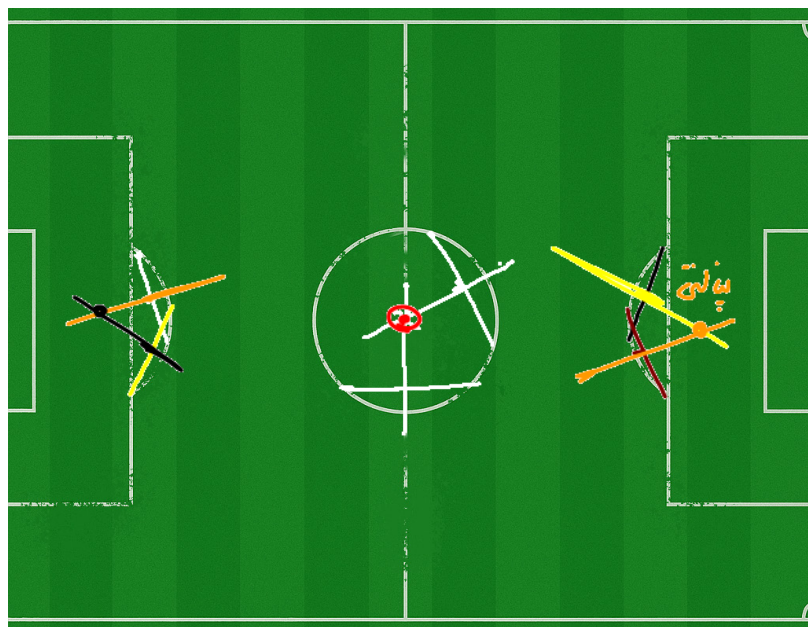
فصل اول هندسه دهم

ترسیم های هندسی
استدلال

درس ۱: ترسیم های هندسی

چرا باید ترسیم هندسی یاد بگیریم؟

ترسیم های هندسی فقط یک سری شکل های خشک و پرگار و خط کش نیستند! آن ها زبان طراحی دقیق در دنیای واقعی هستند. از معماری گرفته تا طراحی مسیر ربات ها و حتی در بازی های ویدیویی، همه جا ترسیم هندسی دیده می شود. در اینجا چند مثال کاربردی در دنیا واقعی را بیان می کنیم:



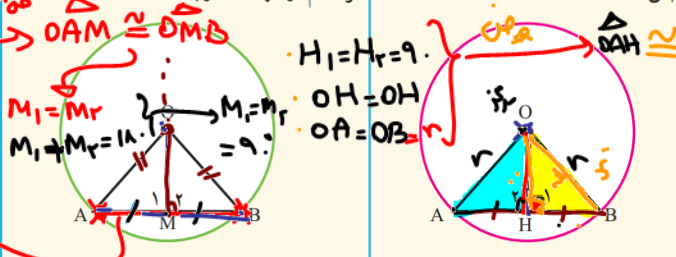
مثال ۱: زمین فوتبال

زمین فوتبال فرسوده شده است. نقطه پناستی و نقطه شروع بازی را پیدا کنید.

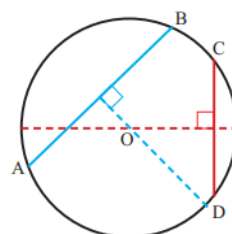
یادآوری هشتم

صفحه ۱۴۰ کتاب درس

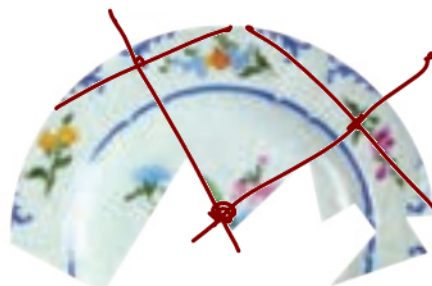
خطی از O بر AB عمود می کنیم و پای وسط AB را M می نامیم و O را به M وصل می کنیم. عمود را H می نامیم. دو زاویه H_1 و H_2 قائمه اند؛ پس دو مثلث قائم الزاویه AOH و BOH در حالت وتر و یک ضلع برابرند؛ حاصل جمع این دو زاویه 180° درجه است، پس هر کدام از آنها 90° درجه است. پس $\overline{AH} = \overline{BH}$



نتیجه: خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می شود، آن وتر را نصف می کند و برعکس، پاره خطی که مرکز دایره را به وسط وتر وصل می کند، بر آن عمود است.



$\triangle AOH \cong \triangle BOH \rightarrow AH = HB$

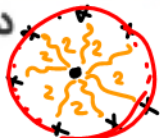


مثال ۲: مرکز ظرف

مرکز دایره = محل تلاقی عمود منصف دو وتر است
محل هر سه عمود منصف های وترهای دایره.

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

دکترها مسیح



دایره و فاصله

دایره : مجموعه نقاطی است که فاصله آن‌ها از نقطه‌ای ثابت برابر است.
آن نقطه را مرکز دایره و آن فاصله را شعاع دایره می‌نامند.

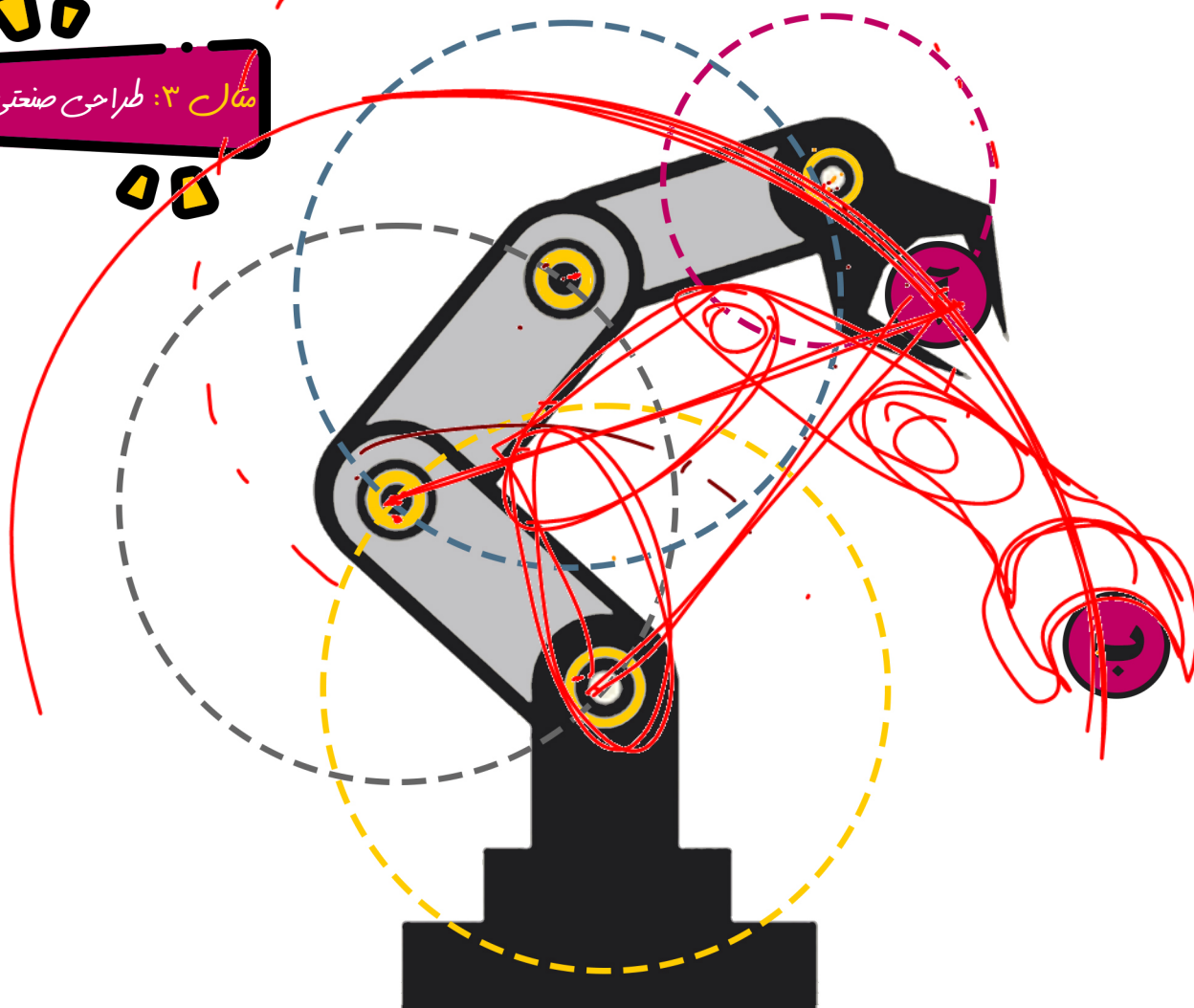
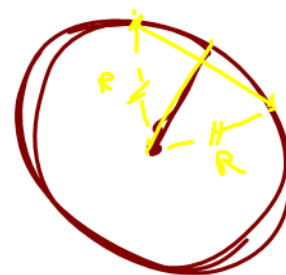


برای پیدا کردن نقاطی که از یک نقطه به فاصله ثابت هستند باید یک دایره رسم کنیم.
درواقع آن نقطه مرکز دایره و فاصله ثابت شعاع دایره می‌باشد.

دایره مکان هندسی نقاطی است که از یک نقطه به فاصله ثابت

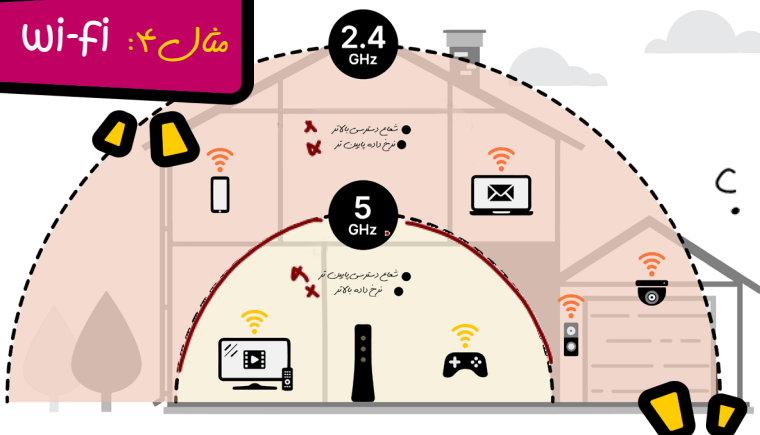
هر نقطه روی دایره از یک نقطه به فاصله ثابت است.
شعاع دایره (شعاع).
قرار دارد.

هر نقطه که از یک نقطه (مرکز) به فاصله ثابت است.
شعاع دایره قرار دارد.



دکترها مسیح

مثال ۴: Wi-Fi

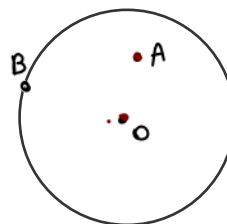


هر دایره صفحه را به ۳ بخش تقسیم می کند:

(۱) داخل دایره $OA < r$

(۲) خارج دایره $OC > r$

(۳) روی دایره $OB = r$



مثال ۵: مکان یابی



با توجه به آنکه بدون در نظر گرفتن مساحت ایستگاه، شعاع تحت پوشش یک ایستگاه آتش نشانی معمولاً ۵ کیلومتر است. به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) آیا این ایستگاه همه محدوده را تحت پوشش قرار می دهد؟ **خیر سوال دیگری را پیش من کنید**

ب) در صورت نیاز کدام قطعه برای ایستگاه دوم مناسب است؟ **۱؟ ۲؟ هر دو ۵ کیلومتر را نشان می کنند**

ب) در صورت نیاز کدام قطعه برای ایستگاه دوم مناسب است؟ **ایستگاه ۲ به سوال دیگری**

پ) می خواهیم منبع آبی در فاصله ۱۲۵۰ هریک از این ایستگاه ها قرار دهیم این منبع کجا میتواند قرار گیرد؟

ت) اگر این منبع در فاصله ۲۵۰۰ قرار گیرد چطور؟ **خ**

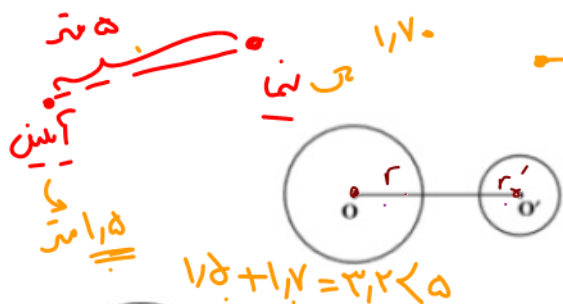
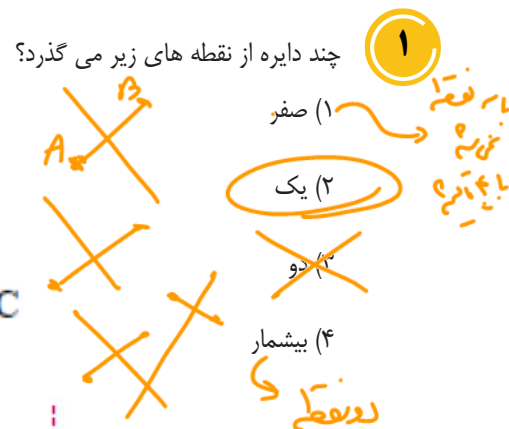
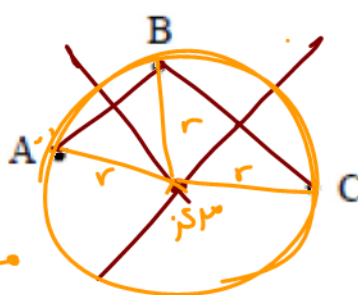
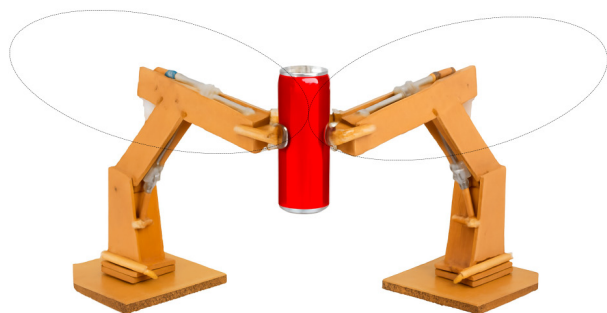
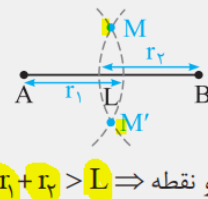
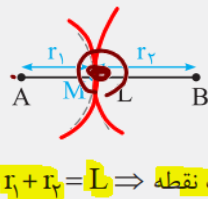
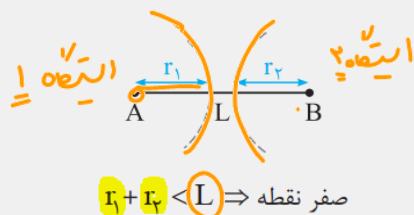
یادآوری نهم

$$\frac{\text{مقیاس}}{\text{اندازه واقعی}} = \frac{\text{اندازه نقشه}}{\text{اندازه واقعی}}$$

$$\frac{1}{1000} = \frac{1}{1000}$$

دکترها مسیح

نکته: اگر در مسأله‌ای دنبال نقاطی هستیم که دارای دو ویژگی می‌باشند، باید نقاط مطلوب هر ویژگی را جداگانه رسم کنیم، آن‌گاه محل تلاقی آن‌ها، در صورت وجود، جواب مسأله است. مثلاً اگر دو نقطه A و B به فاصله L از هم قرار داشته باشند، برای پیدا کردن نقاطی که به فاصله r_1 از A و به فاصله r_2 از B باشند، کافی است یک بار به مرکز A و به شعاع r_1 و بار دیگر به مرکز B و شعاع r_2 ، دایره‌ای رسم کنیم. محل برخورد این دو دایره، در صورت وجود، نقاط مطلوب را مشخص می‌کند.



$$r + r' < OO'$$

فاصله المکزین

$$r + r' = OO'$$

$$|r - r'| < OO' < r + r'$$

فاصله المکزین

$$OO' = |r - r'|$$

$$OO' < |r - r'|$$

$$OO' = 0$$

«متخارج»:

«مماس خارج»:

«مقاطع»:

«مماس داخل»:

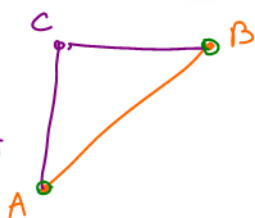
«متداخل»:

«هم مرکز»:

دکترها مسیح

دایره

مساحت $AB < CB + CA$



مجموع دو ضلع در مثل از ضلع سوم

قضیه ها

نامساوی مثلث

$$AB \leq AC + BC$$

در حالت تساوی روی یک خط قرار دارند



$$|AC - BC| < AB < AC + BC$$

$$\begin{cases} 2a - 1 + 4 > 11 \rightarrow 2a > 8 \\ 2a - 1 > 4 - 7 \times \end{cases}$$

$$\frac{4+11}{15} > 2a - 1$$

$$\frac{14}{15} > 2a - 1$$

$$\frac{14}{15} + 1 > 2a$$

$$\frac{29}{15} > 2a$$

$$\frac{29}{30} > a$$

اگر اضلاع مثلثی قابل رسم با خط کش و پرگار اعداد 11, 4, 2a باشد، حدود a کدام است؟

$$4 < a < 8$$

$$3 < a < 7$$

$$2 < a < 6$$

$$4 < a < 9$$

$$11 - 4 < 2a - 1 < 11 + 4$$

$$8 < 2a < 16$$

$$4 < a < 8$$

$$a + b + a = 18$$

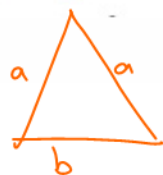
در یک مثلث متساوی الساقین با محیط 18 ساق مثلث در کدام نامساوی صدق می کند؟

$$6 < a < 12$$

$$4/5 < a < 9$$

$$9 < a < 15$$

$$6 < a < 9$$



$$a + a > b \rightarrow 2a > b$$

$$2a > 18 \rightarrow a > \frac{18}{2} = 9$$

$$a + a + b > a \rightarrow 18 > 2a \rightarrow 9 > a$$

مثلث های ویژه

مثلث متساوی الساقین

$$2a > 2p \rightarrow a > p$$

$$2p > 2a \rightarrow a < p$$

مثلث قائمه

$$a^2 + b^2 = c^2$$

محیط = 2P

نصف محیط = P



ایستگاه 2

15m

ایستگاه 1

10m

4m

ایستگاه 3

سه تا بادی روی یک خط باشند!!

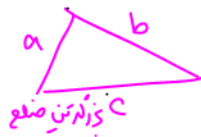
$$10 + 4 = 14$$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

۴

اگر محیط یک مثلث برابر با ۷۲ باشد و اندازه اضلاع مثلث برابر نباشند کدام عدد می تواند باشد؟

$$a < b < c$$



$$c < a + b + c$$

$$2c < \text{محیط} \\ c < \text{نصف محیط} = 36$$

اگر اعداد $2x-1$, $2x+1$, x اضلاع و قطر یک مستطیل باشند، آنگاه.....



$$\frac{1}{2} < x < 2$$

$$x > 2$$

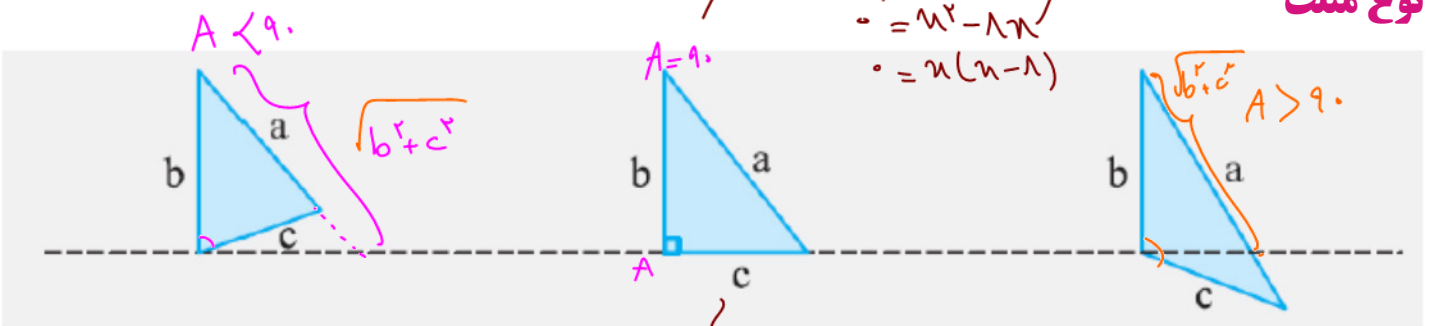
$$2 < x \leq 8$$

$$x = 8$$

$$(n+1)^2 = n^2 + (2n-1)^2$$

$$\begin{aligned} n^2 + 2n - 1 &= n^2 + n^2 - 2n + 1 \\ &= 2n^2 - 4n \\ &= 2n(n-2) \end{aligned}$$

نوع مثلث



$$a^2 < b^2 + c^2$$

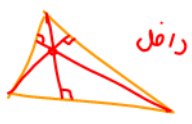
$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 > b^2 + c^2$$

همسایه
محور منصفها
مرکز دایره محیطی



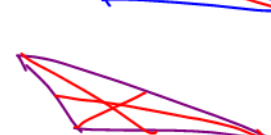
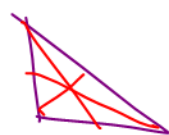
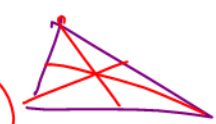
ارتفاع و همسایه آنها



همسایه
نیم زوا
مرکز دایره محاطی

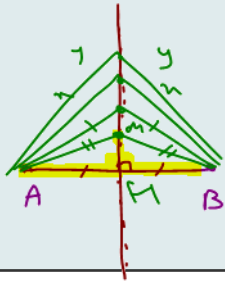


همسایه
میانها
مرکز ثقل



عمود منصف

عمود منصف یک پاره خط مجموعه نقاطی است که **فاصله** آن‌ها از **دو سر پاره خط** برابر است.

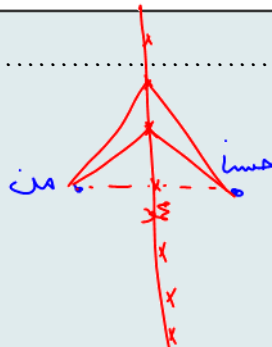
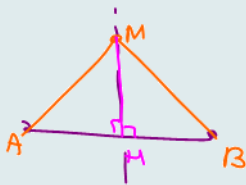


فرض: $AH = HB \quad H_1 = H_2 = 90^\circ$

حکم: $MA = MB$



هر نقطه که روی **عمود منصف** وجود دارد، به یک فاصله است. **عمود منصف مکان هندسی نقاطی است** که از **دو سر پاره خط** به یک فاصله اند.

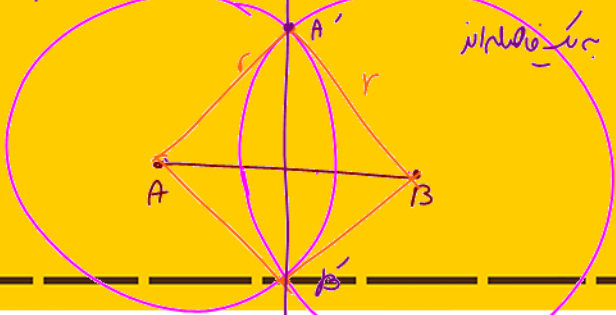


فرض: $MA = MB$

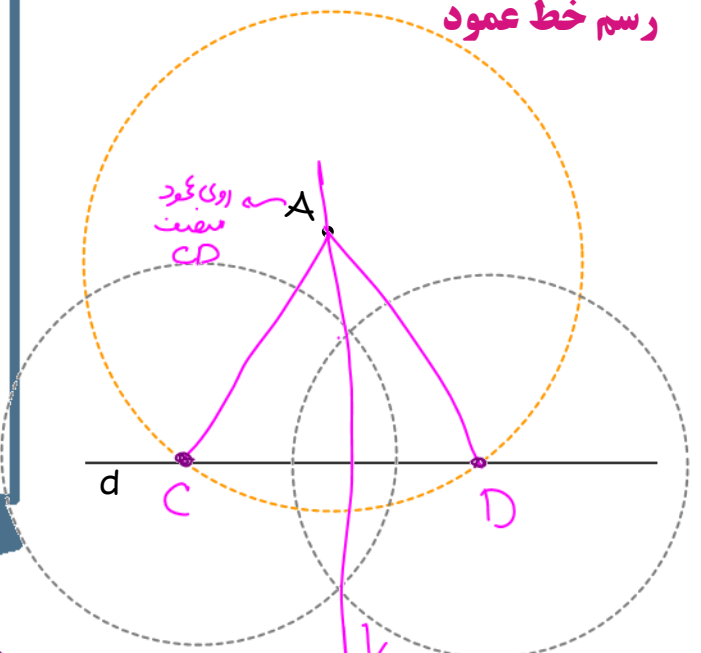
حکم: $HA = HB$
عمود منصف

روش رسم عمود منصف

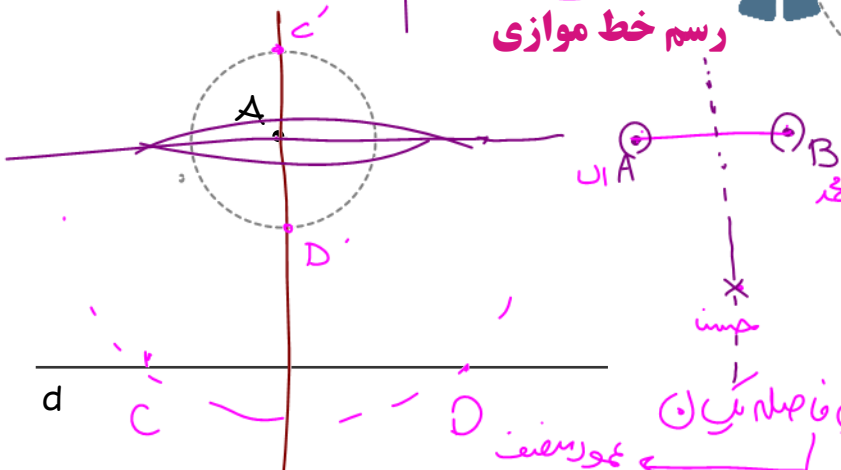
- برای کشیدن یک خط **عمود منصف** لازم است
- عمود منصف از مجموعه نقاطی تشکیل شده است که از **دو سر پاره خط** به یک فاصله اند



رسم خط عمود



رسم خط موازی



دکترها مسیح

در یک سالن بازی کامپیوتری، یک مسابقه گروهی بین بازیکنان برگزار می‌شود. این مسابقه جزو بازی‌های عادلانه محسوب می‌شود، یعنی همه بازیکنان باید در شرایط **فصل و ارتباطی یکسان** قرار بگیرند. برای حفظ عدالت، باید مودم WI-FI در موقعیتی قرار گیرد که فاصله‌اش از بازیکنان مساوی یا نزدیک به مساوی باشد. نقشه سالن به صورت پلان زیر طراحی شده اند و در آن یازده میز با نام‌های الف تا ذ مشخص شده‌اند. بازیکنان در حالت‌های مختلف پشت میزها می‌نشینند.

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) اگر دو بازیکن در مسابقه شرکت کنند:

۱. اگر بازیکنان پشت میزهای الف و ج بنشینند، وای فای باید کجا قرار گیرد تا فاصله‌اش از هر دو برابر باشد؟
۲. اگر بازیکنان پشت میزهای ج و ز بنشینند چگونه؟
۳. اگر بازیکنان پشت میزهای ب و الف بنشینند، جای مناسب مودم کجاست؟

ب) اگر سه بازیکن در مسابقه باشند:

۱. بازیکنان روی میزهای ز، ب، پ
۲. بازیکنان روی میزهای ج، پ، الف

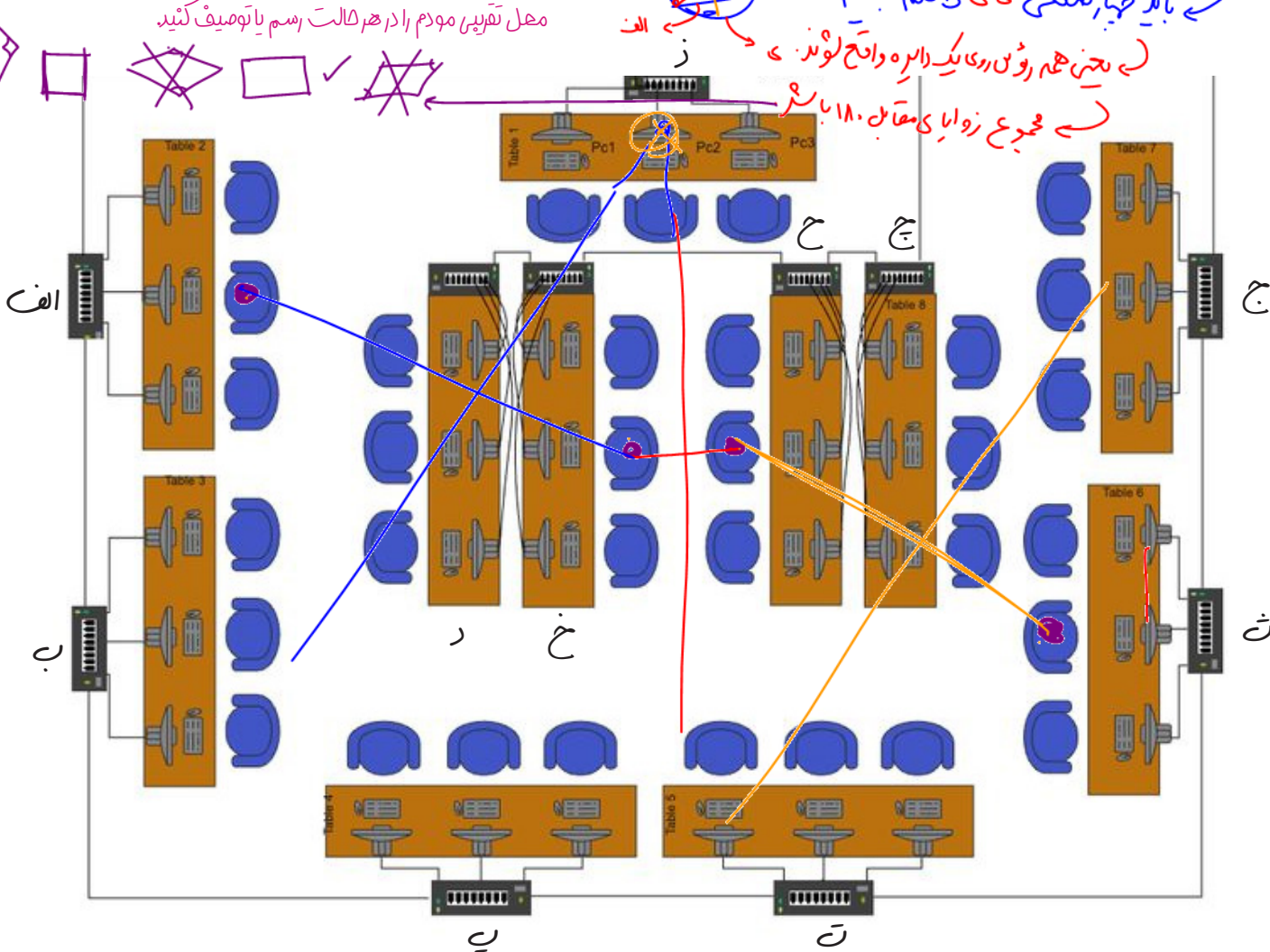
پ) اگر چهار بازیکن در مسابقه باشند:

۱. چه ترکیبی از میزها را پیشنهاد می‌دهید تا وای فای در مرکز هندسی بین آن‌ها قرار گیرد؟
۲. با توجه به پلان، آیا ترکیب میزهای ج، ب، ج، الف مناسب است؟ چرا؟

باید چهار میزهای دایره‌ای داشته باشیم

یعنی هم روشی برای یک دایره واضح شوند
سه مجموع زوایای مقابل ۱۸۰ باشد

محل تقریبی مودم را در هر حالت رسم یا توصیف کنید



خط

هذه هندسه ملی نه بر داری را دارند

مکان هندسی تعریف: مجموعه‌ای نقاطی از صفحه یا فضا که دارای یک ویژگی مشترک هستند را مکان هندسی می‌نامیم، یعنی هر نقطه در این مجموعه دارای این ویژگی است و هر نقطه که این ویژگی را دارد، عضو این مجموعه است.

مکان هندسی نقاط به فاصله ثابت از یک نقطه = دایره $C(O, R)$

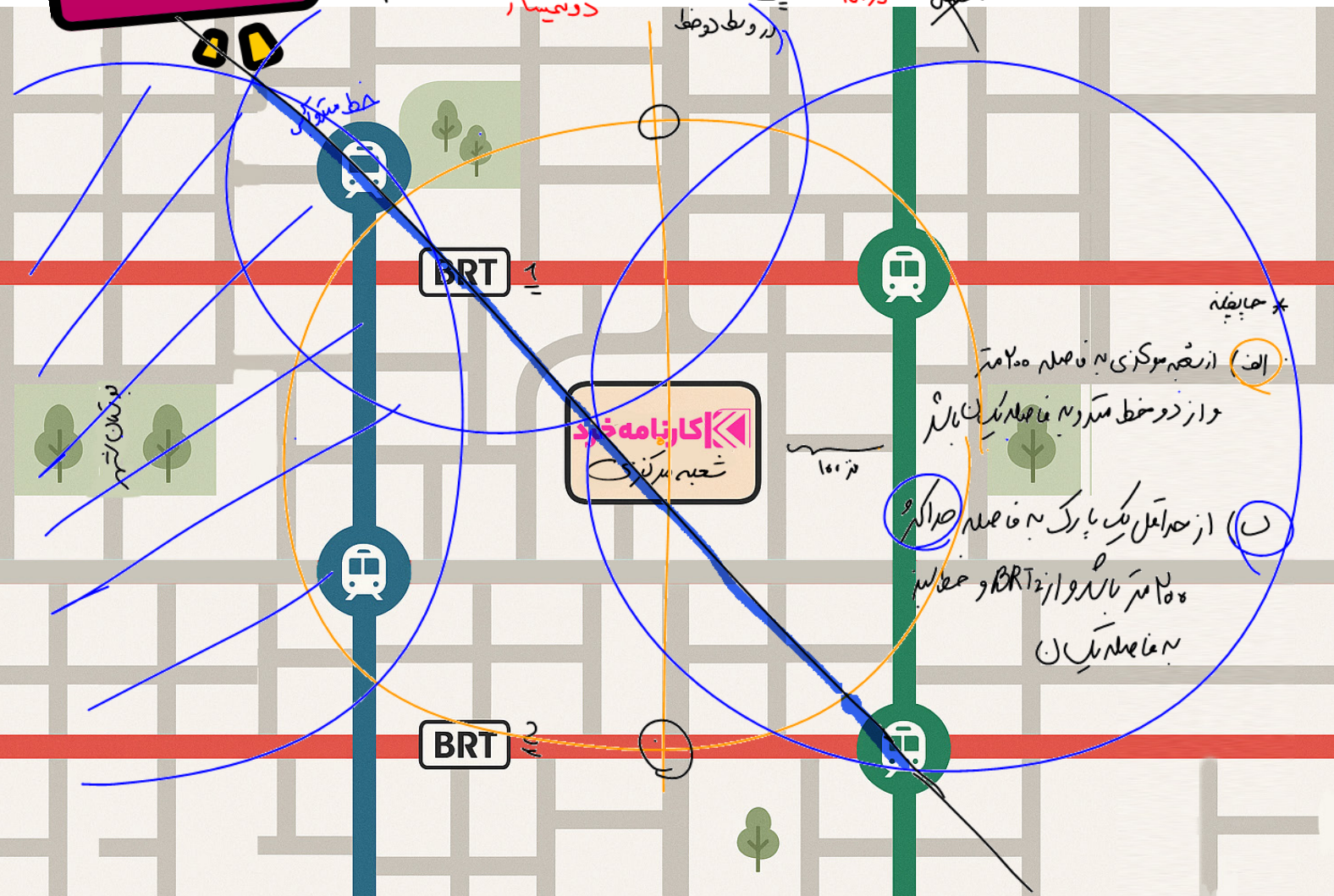
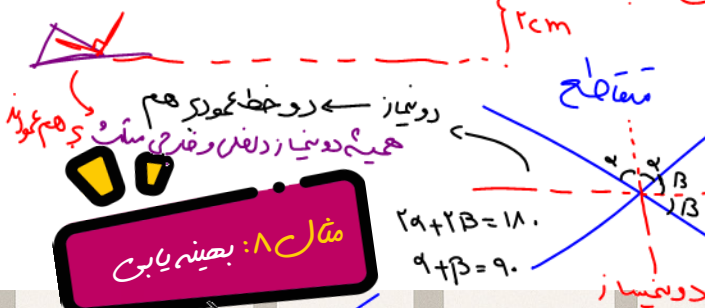
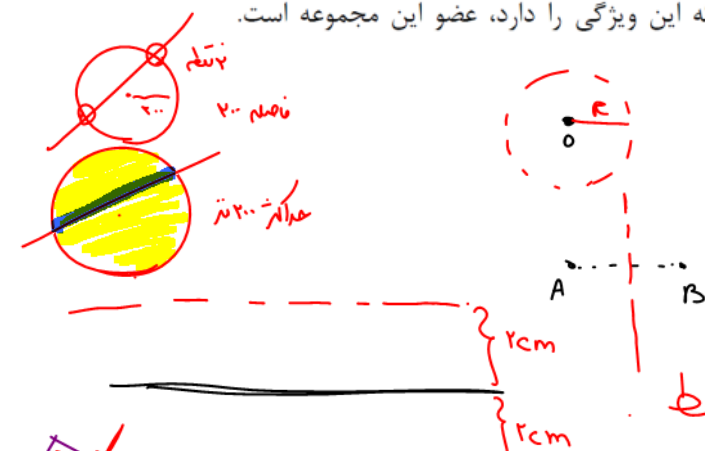
مركز O شعاع R

مکان هندسی نقاط به فاصله یکسان از دو نقطه = عمود منصف AB

مركز A, B شعاع AB

مکان هندسی نقاط به فاصله ثابت از یک خط = دو خط موازی با خط

مركز AB شعاع AB



نیمساز

نیمساز یک زاویه مجموعه نقاطی است که ... فاصله ... آن‌ها از دو ضلع زاویه برابر است.

فرض: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$
حکم: $MH = MH'$

از دو ضلع زاویه ... به یک فاصله است.

نیمی از مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع زاویه (دو خط) به فاصله یکسان هستند

از دو ضلع زاویه ... به یک فاصله است.

نیمی از مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع زاویه (دو خط) به فاصله یکسان هستند

هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه است، ... از دو ضلع زاویه ... به یک فاصله است.

فرض: $MH = MH'$
حکم: $A_1 = A_2$

روش رسم نیمساز

- برای کشیدن یک خط ... نقطه لازم است
- نیمساز از مجموعه نقاطی تشکیل شده است که ...

نقشه همواره نیمساز زاویه داخلی و خارجی در یک مثلث برهم می‌آیند.

$A_1 = A_2$
 $A_2 = A_1$
 $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 180$
 $2A_2 + 2A_3 = 180$
 $A_2 + A_3 = 90$

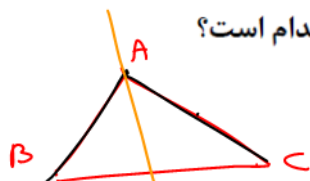
نقشه مجموعه نقاطی که از دو خط d و d' به یک فاصله اند = دو خط عمود بر هم

چند نقطه روی قطرهای دوزنقه ABCD وجود دارد که فاصله آن از دو قاعده یکسان باشد؟

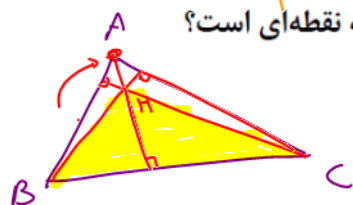
۱) نامشخص
۲) ۲
۳) ۴
۴) بی شمار

در ضلع زاویه

۷ مکان هندسی نقاطی از داخل مثلث که از دو ضلع AB و AC به یک فاصله باشند، کدام است؟

(۲) عمود منصف BC (۴) نیمساز B (۱) میانه BC (۳) نیمساز A

۸ نقطه H محل هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث ABC می‌باشد. نقطه A برای مثلث BHC چه نقطه‌ای است؟

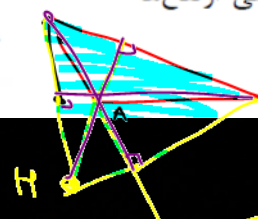


(۳) محل هم‌رسی عمود منصف‌ها

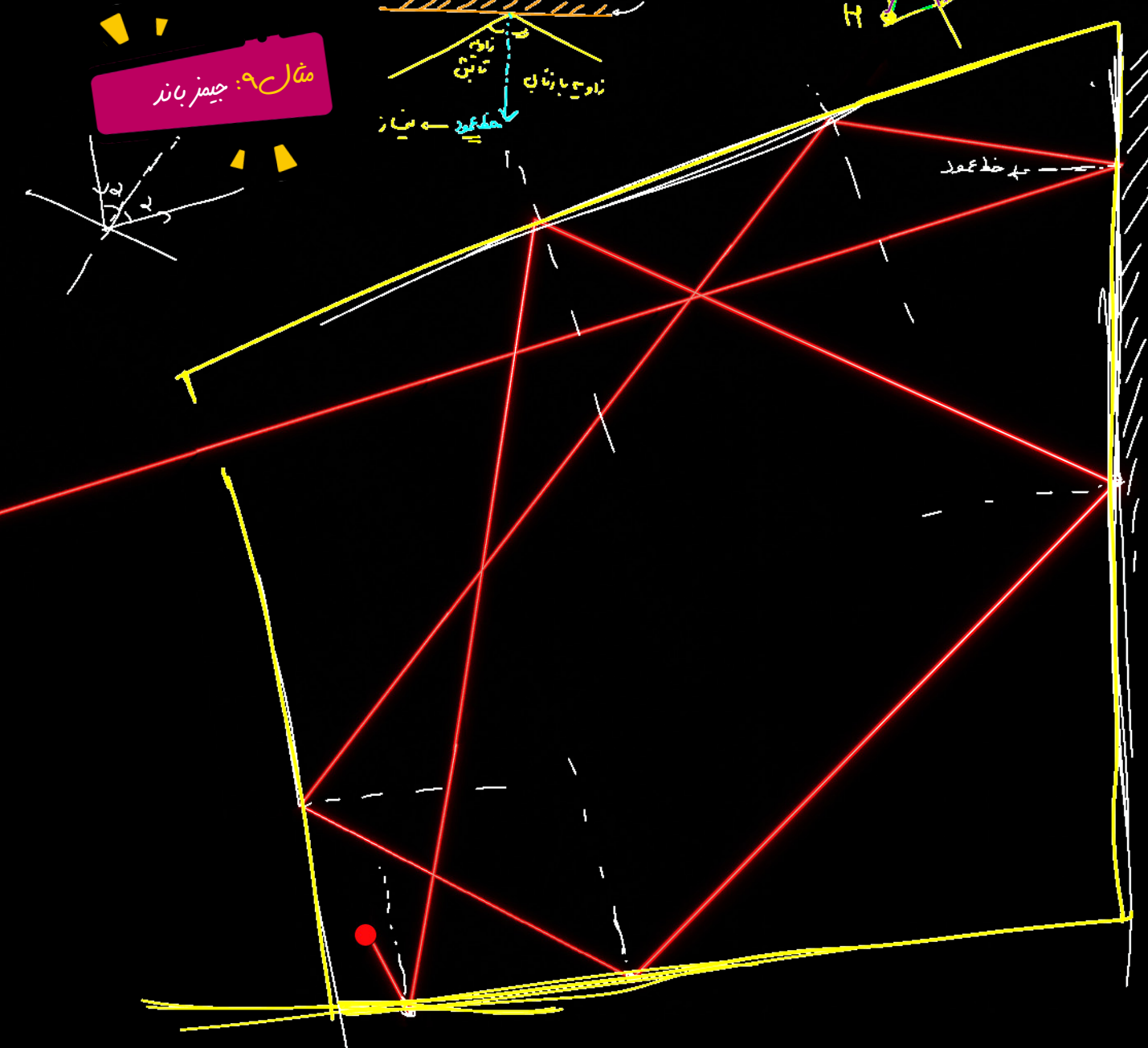
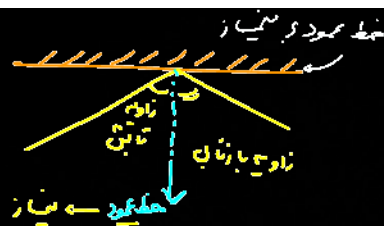
(۴) محل هم‌رسی نیمسازها

(۱) محل هم‌رسی ارتفاع‌ها

(۲) مرکز ثقل



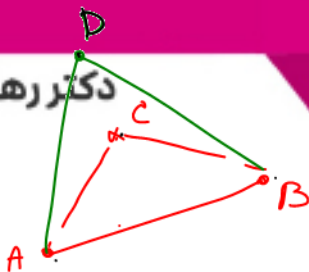
مثال ۹: جیمز باند



دکترها مسیح

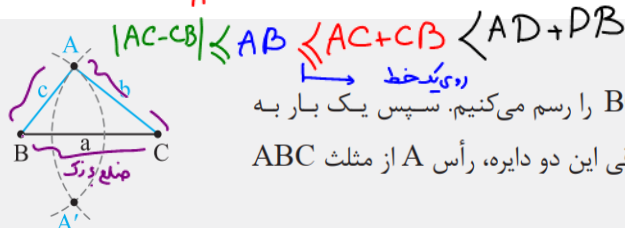
رسم مثلث

سه ضلع



① رسم مثلث با معلوم بودن سه ضلع

اگر a, b, c و اندازه اضلاع مثلث ABC باشند، برای رسم آن ابتدا پاره خط $BC = a$ را رسم می‌کنیم. سپس یک بار به مرکز C و شعاع b و بار دیگر به مرکز B و شعاع c دایره‌ای رسم می‌کنیم. محل تلاقی این دو دایره، رأس A از مثلث ABC است.



ناماوی مثلث

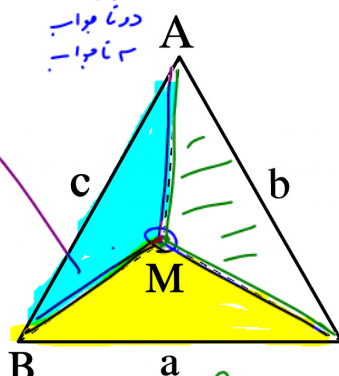
اگر در شکل مقابل $MA + MB + MC = 12$ باشد، آنگاه حاصل $a + b + c$ کدام عدد ممکن است باشد؟

۹

$$|BC - AC| < AB < BC + AC$$

$$BM + MC < AB + AC$$

$$MA + MB + MC < 12$$



$$MC + MB < AB + AC$$

$$MC + MA < AB + BC$$

$$MA + MB < AC + BC$$

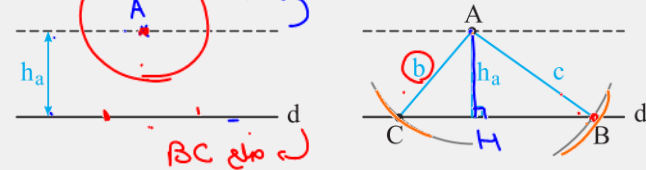
$$\cancel{MA + MB + MC} < \cancel{AB + AC + BC}$$

$$a + b + c < \cancel{MA + MB + MC}$$

ارتفاع

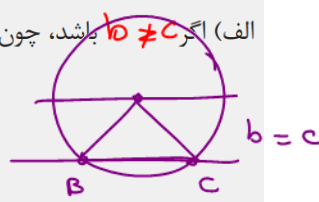
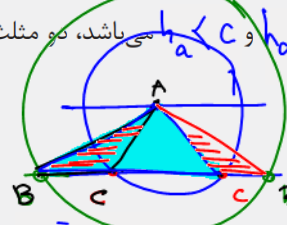
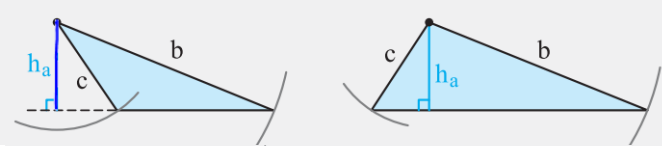
② رسم مثلث با معلوم بودن دو ضلع و ارتفاع وارد بر ضلع سوم

اگر b و c دو ضلع مثلث و h_a ارتفاع وارد بر ضلع a در مثلث ABC داده شده باشند، ابتدا خط d را رسم می‌کنیم، چون فاصله رأس A از ضلع BC برابر h_a می‌باشد، پس A روی خطی به موازات d و به فاصله h_a از آن است. روی این خط نقطه دلخواه A را معلوم می‌کنیم. حال به مرکز A ، یک بار به شعاع b و بار دیگر به شعاع c یک کمان رسم می‌کنیم تا خط d را در دو نقطه B و C قطع کنند. از A به B و C وصل می‌کنیم. مثلث ABC ، مثلث مطلوب است.

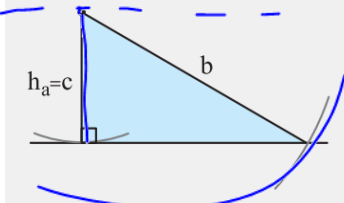
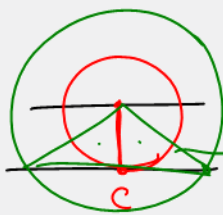
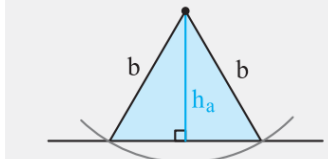


با توجه به اندازه‌های b, c و h_a یکی از حالات زیر اتفاق می‌افتد:

الف) اگر $b \neq c$ باشد، چون $h_a < b$ و $h_a < c$ می‌باشد، دو مثلث حاصل می‌شود که یکی حاده‌الزاویه و دیگری منفرجه‌الزاویه است:



ب) اگر $h_a < b = c$ باشد، یک مثلث متساوی‌الساقین قابل رسم است:



$$h_a = c \leftarrow c < b$$

پ) اگر ارتفاع برابر ضلع کوچک‌تر باشد، یک مثلث قائم‌الزاویه قابل رسم است:

$$h_a > b, c$$

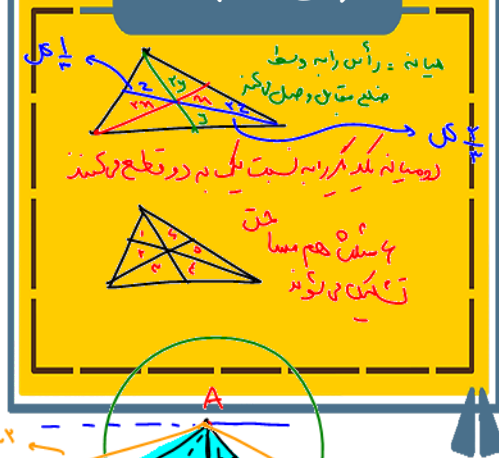
غیر از موارد فوق، هیچ مثلی قابل رسم نیست.

دکترها مسیح

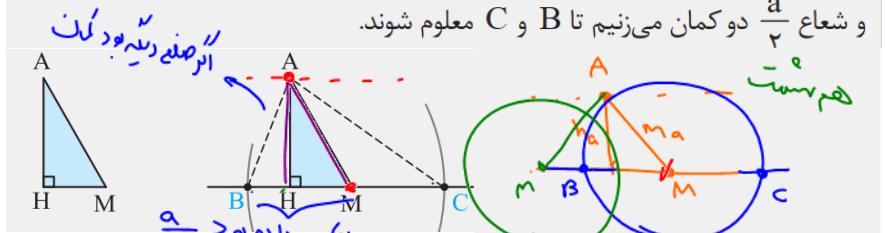
با معلومات دو ضلع و ارتفاع وارد بر یکی از همان اضلاع (a) و (b) در صورتی که $h_a < b$ باشد، دو مثلث، اگر $h_a = b$ باشد یک مثلث و در غیر این صورت هیچ مثلثی قابل رسم نیست. نحوه رسم به صورت زیر است:



ویژگی مهم میانه



اگر a یک ضلع و h_a ارتفاع وارد بر آن و m_a میانه نظیر همان ضلع باشد، در صورتی که $m_a > h_a$ باشد، یک مثلث و اگر $m_a = h_a$ باشد، یک مثلث متساوی الساقین می توان رسم کرد. اگر $m_a < h_a$ باشد، هیچ مثلثی وجود ندارد. طریقه رسم به این صورت است که چون h_a و m_a معلوم هستند، پس می توان مثلث AHM را با دو ضلع معلوم رسم کرد. حال HM را امتداد داده و به مرکز M و شعاع $\frac{a}{2}$ دو کمان می زنیم تا B و C معلوم شوند.



نکته: اگر b یک ضلع، m_a میانه و ارتفاع وارد بر ضلع a باشند که هیچ اطلاعاتی در مورد a نداریم، در صورتی که $b > m_a$ و هم کوچک تر باشد، دو مثلث و اگر h_a با عدد کوچک تر از بین m_a و b برابر باشد، یک مثلث می توان رسم کرد. اما اگر h_a بزرگ تر از میانه یا ضلع باشد، هیچ مثلثی نمی توان رسم کرد.

در رسم مثلث ABC با معلومات $b = 10$ ، $c = 6$ و $h_a = 4$ چند مثلث قابل رسم است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵ (۶) ۶ (۷) ۷ (۸) ۸ (۹) ۹ (۱۰) ۱۰

پیش از ۲

در رسم مثلث ABC با معلومات $a = 3$ ، $b = 1$ و $h_c = 2$ چند مثلث قابل رسم است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵ (۶) ۶ (۷) ۷ (۸) ۸ (۹) ۹ (۱۰) ۱۰

پیش از ۲

چند مثلث ABC با معلوم بودن $c = 7$ ، $b = 4$ و $\hat{A} = 60^\circ$ می توان رسم کرد؟

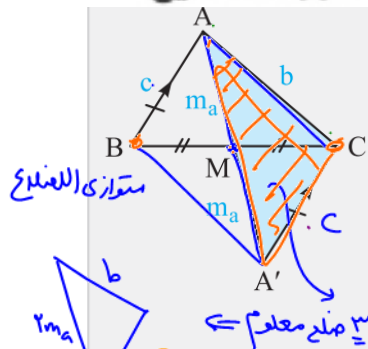
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵ (۶) ۶ (۷) ۷ (۸) ۸ (۹) ۹ (۱۰) ۱۰

پیش از ۲

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

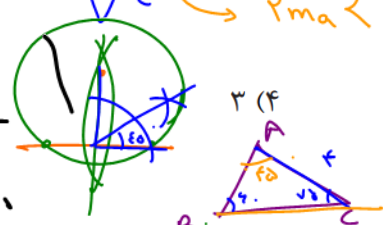
دکترها مسیح

اگر b و c دو ضلع مثلث و m_a میانه وارد بر ضلع سوم مثلث باشد، در صورتی که $m_a < \frac{b+c}{2}$ یک مثلث می توان رسم کرد و در غیر این صورت هیچ مثلثی قابل رسم نیست. نحوه رسم به این صورت است که میانه AM را به اندازه خودش امتداد می دهیم تا به نقطه A' برسیم، چون سه ضلع مثلث $AA'C$ معلوم است، قابل رسم می باشد، پس آن را رسم می کنیم. سپس از C به وسط AA' وصل کرده و به اندازه خودش امتداد می دهیم تا نقطه B به دست آید. حالا دلیل روشن شد، چون داستان اصلی، قابل رسم بودن مثلث $AA'C$ است.

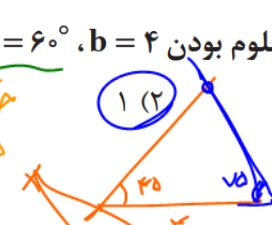


چند مثلث ABC با معلوم بودن $b=4$ ، $\hat{B}=60^\circ$ و $\hat{C}=75^\circ$ قابل رسم است؟

(1) صفر

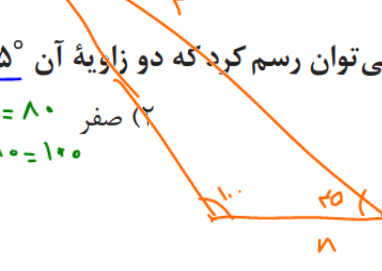
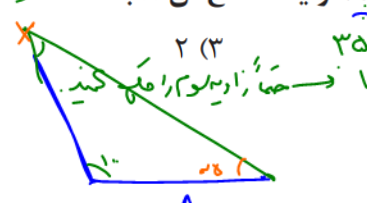
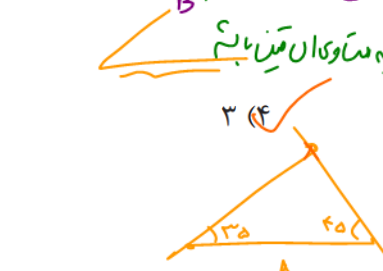


همه زاویه رسم
هم داریم!
 $70 + 75 = 145$
 $180 - 145 = 35$



چند مثلث می توان رسم کرد که دو زاویه آن 35° و 45° و یک ضلع آن 8 باشد؟

(1) 1



با معلومات $AB=6$ ، $AC=6$ و $\hat{B}=45^\circ$ چند مثلث مشخص می شود؟

(1) 1

(4) صفر



(3) 3



(2) 2

$45 + 45 = 90$
 $180 - 90 = 90$

در رسم مثلث ABC با معلوم بودن $a=5$ ، $h_b=4$ و $h_a=6$ ، تعداد جواب های غیرهم نهشت کدام است؟

(1) 1

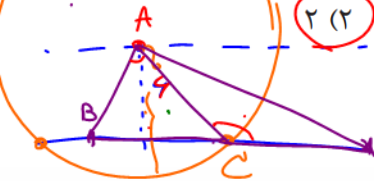
(4) صفر

$$\frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} b h_b$$

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 6 = \frac{1}{2} \times b \times 4$$

$$15 = 2b$$

$$b = 7.5$$



مس

مس

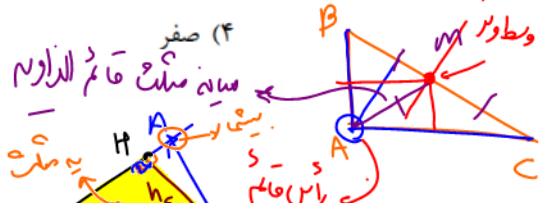
مثلث ABC در رأس A قائم الزاویه است. فاصله ی نقطه ی هم رسی ارتفاع ها از نقطه ی هم رسی عمود منصف های اضلاع برابر کدام است؟

(1) $\frac{AB}{2}$

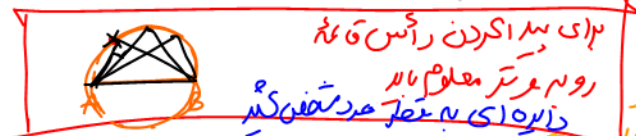
(2) $\frac{AC}{2}$

(3) $\frac{BC}{2}$

(4) صفر



$$AM = \frac{BC}{2}$$

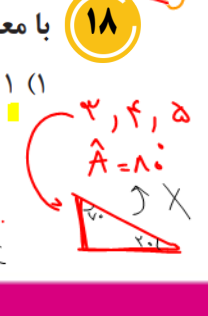
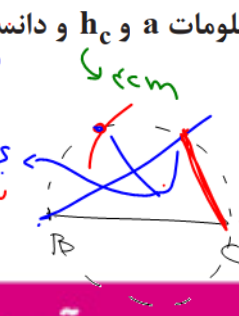
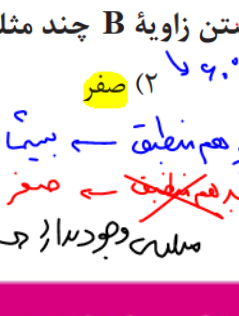
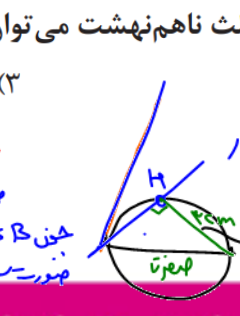


با معلومات a و h_c و دانستن زاویه B چند مثلث ناهم نهشت می توان رسم کرد؟

(1) 1

(2) صفر

(3) 3



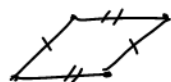
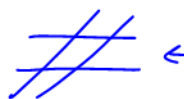
دکترها مسیح

* قطرهای آن هستند



* زوایای مجاور مکملند

* زوایای روبه روبه برابرند



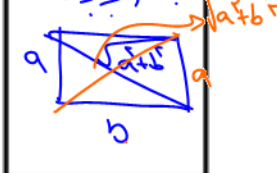
* اضلاع آن دو به دو موازی باشند
* دو ضلع موازی و مساوی دارد
* اضلاع روبه رو با هم برابرند



متوازی الاضلاعی است که ...

زاویه قائمه داشته باشد
یا زاویه برابر داشته باشد

قطرهای
با هم برابرند



ضلع ها برابر

زاویه ها برابر



زاویه ها برابر

ضلع ها برابر

متوازی الاضلاعی است که ...

دو ضلع مجاور برابرند

اضلاع هم برابرند

قطرها
معمود
منصفند



لوزی که زاویه ۹۰ / قطرها برابر / زاویه های آن برابرند

مستطیل که اضلاع آن برابرند / دو ضلع مجاور برابرند / قطرها آن عمود منصفند

متوازی الاضلاعی است که یکی از لوزی / یکی از مستطیل

اضلاع برابر دارد

زاویه ۹۰ دارد / زوایای مجاور

قطرهای آن عمود دارند

زاویه ۹۰

اضلاع برابر دارد

• مربع مستطیلی است که قطرهای آن عمودند

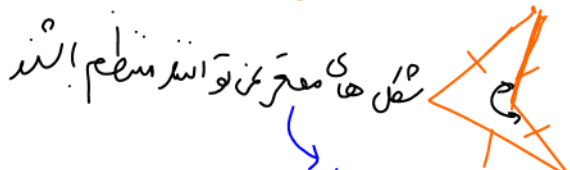
• مربع لوزی است که قطرهای آن برابرند

• مربع متوازی الاضلاعی است که قطرهای آن عمود دارند

• مستطیل متوازی الاضلاعی است که قطرهای آن برابرند

• لوزی متوازی الاضلاعی است که قطرهای آن عمود دارند

چهارضلعی منظم: اضلاع و زوایای برابر



بسیار زاویه برابر از ۹۰

دکترها مسیح

پاره خط AB به طول ۶ متر فرضی است. عمود منصف پاره خط AB را رسم می‌کنیم، تا آن را در نقطه M قطع کند سپس به مرکز M و شعاع ۴، کمانی می‌زنیم تا عمود منصف AB را در C و D قطع کند. چهارضلعی ACBD چگونه است؟

۱۹

۱) لوزی با محیط ۲۰
۲) مربع با مساحت ۲۵
۳) متوازی الاضلاع با محیط ۲۴
۴) مستطیل با قطرهای ۸ و ۶

موازی الاضلاعی رسم کنید که یک ضلع آن ۵ و یک ضلع آن ۳ باشد. چند متوازی الاضلاع داریم؟
عدد قطر آن چقدر است؟

چند متوازی الاضلاع با اقطار ۶ و ۸ می‌توان رسم کرد؟ چند لوزی با همین اقطار؟
چند مستطیل به قطر ۸؟

در یک متوازی الاضلاع، یک ضلع ۷ و یک قطر ۱۹ است. برای این که در رسم متوازی الاضلاع خط کش و پرگار، جواب منحصر به فردی حاصل شود، اندازه ضلع دیگر متوازی الاضلاع کدام می‌تواند باشد؟

۲۰

۲۱

اندازه دو ساق یک ذوزنقه ۴ و ۱۰ و قاعده کوچک آن ۷ است. قاعده بزرگ کدام عدد می‌تواند باشد؟

چند متوازی الاضلاع مختلف می‌توان رسم کرد که طول قطرهای آن ۶ و ۸ باشد؟

۲۲

۲۳

چند متوازی الاضلاع مختلف می‌توان رسم کرد که اندازه قطرهای آن ۵ و ۷ و زاویه بین قطرهایش 30° باشد؟

۲۴

چند مستطیل متمایز با طول قطر ۶ قابل رسم است؟

درس دوم : استدلال

انواع استدلال

تجرباتی به سلیقه +
احساسات یا نظر طرف مقابل

داشته باشم ← خوب / بد
مؤثره / اثر فر

زینا / زینت

اگر دو مثلث هم نسبت باشند آنگاه مساحت آنها برابرند

$$\begin{matrix} A=A' & AB=A'B' \\ B=B' & AC=A'C' \\ C=C' & BC=B'C' \end{matrix}$$

گزاره = جمله خبری که درست یا نادرست است

گزاره ساده = یک جمله
قیمت مساحت نسبت به هفت گشته
افزایش یافته است

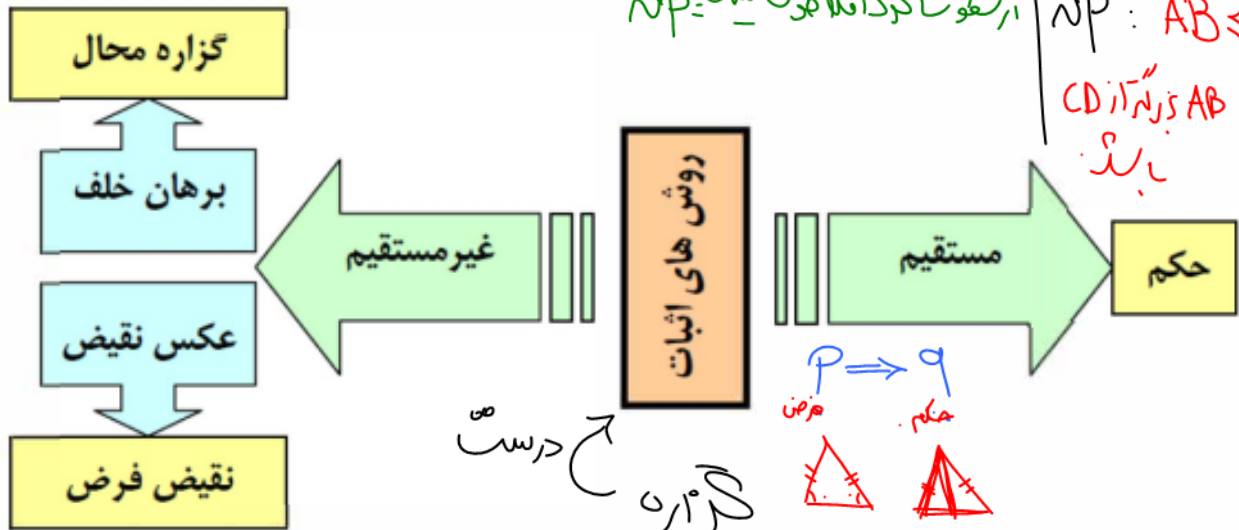
گزاره مرکب = جملی از یک جمله گزاره و گزاره

نقیض گزاره = جملی نیست که گزاره

ارطوط کرداند طول P است
 $P = AB > CD$

ارطوط کرداند طول نیست NP
 $NP : AB < CD$

چنین نیست که AB بزرگتر از CD باشد



استدلال استقرایی: روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است.

استدلال استنتاجی: روش نتیجه گیری کلی بر مبنای حقایقی است که درستی آنها را پذیرفته ایم.

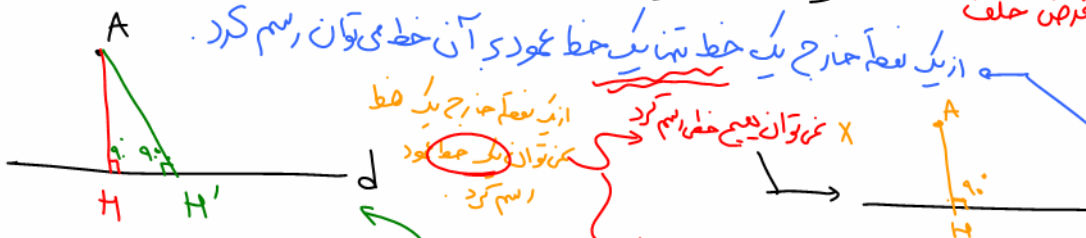
نقین حکم را درست فرض کرده و به یک عبارت مخالف یا نقیض فرض درسیم

فرض خلف

برهان خلف

مثال نقض

اثبات ادرستی



$$H + H' = 180^\circ$$

$$A + H + H' = 180^\circ$$

$$A = 0$$

گزاره شرطی $P \Rightarrow Q$
فرض P آنگاه Q

قضیه

گزاره ها شرطی که درست است مبتلا ابتداست

رابطه متساوی الساقین، زوایای می و در قاعده برابرند
اگر مثلث متساوی الساقین باشد آنگاه زوایای می و در قاعده برابرند

$P \Rightarrow Q$

فرض $AB = AC$

حکم $\hat{B} = \hat{C}$

$$x = x \quad 2x = 2x$$

$$A = B \rightarrow A \times C = B \times C$$

$$2x = 2x$$

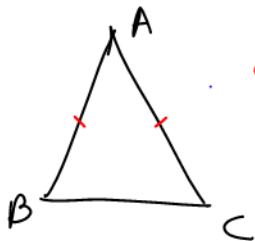
$$A \times C = B \times C$$

$$A = B$$

* عکس قضیه جای فرض و حکم را عوض می کنیم
لزوماً عکس هر قضیه ای درآر نیست
لزوماً برآر نیست

$Q \Rightarrow P$

①



② اگر در مثلث دو زاویه برابر باشند آنگاه دو ضلع آن برابرند

فرض $\hat{B} = \hat{C}$

حکم $AB = AC$

مثلث متساوی الساقین
اگر و تنها اگر
دو زاویه برابر باشند

گزاره دو شرطی $P \Leftrightarrow Q$

اگر و تنها اگر P آنگاه Q
و بالعکس

کدام گزینه یک گزاره است؟

۱) بازیکن فوتبال است.

۲) چرا هندسه نمی خوانید؟

کدام گزینه نادرست است؟

۱) گزاره «a از b کوچک تر است» نقیض گزاره «a از b بزرگ تر است» می باشد.

۲) عبارت $2 < 3$ می باشد، یک گزاره ساده است.

۳) عبارت $3 + x = 0$ گزاره نیست.

۴) «اگر باران بیارد، مسابقه برگزار خواهد شد» یک گزاره شرطی است.

کدام گزینه، مثال نقض دارد؟

۱) هر مربع، یک لوزی است.

۲) دو مثلث هم مساحت، هم نهشت هستند.

کدام گزینه، مثال نقض ندارد؟

۱) برای هر دو مجموعه A و B یا A زیرمجموعه B است یا B زیرمجموعه A می باشد.

۲) در هر مثلث اندازه بزرگترین زاویه، از چهار برابر اندازه کوچکترین زاویه کوچکتر است.

۳) هر چهارضلعی که چهار ضلع برابر داشته باشد، مربع است.

۴) اگر دو دایره مساحت های برابر داشته باشند، آن گاه شعاع های برابر دارند.

$$S = \frac{a \times h}{2} = \frac{a \times h}{2}$$

۱) هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است.

۲) نقطه همرسی نیمسازهای هر مثلث، داخل آن است.

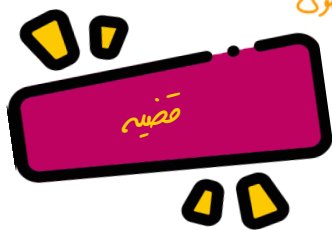
۳) برای هر مثلث می توانیم هواره داخل

۴) هر چهارضلعی که چهار ضلع برابر داشته باشد، مربع است.

۵) اگر دو دایره مساحت های برابر داشته باشند، آن گاه شعاع های برابر دارند.

$$r^2 = r'^2 \rightarrow r = \pm r' \rightarrow r = r'$$

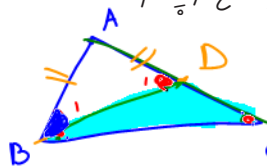
دکترها مسیح



نامری مثلث
نوعی تقسیم نامساوی

اثبات کنید:

در یک مثلث با دو ضلع نامساوی، زاویه روبه روبه ضلع بزرگتر از زاویه روبه روبه ضلع کوچکتر است.



روی AC به اندازه AB علامت کرده D می‌زنیم (فرض)

$AD = AB \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1$ (حکم)

$\hat{D}_1 \hat{B}_1 C : D_1 = C + B \Rightarrow D_1 > C$

$B > C \leftarrow B_1 > C$
 $B_1 < B$



در یک مثلث با دو ضلع نامساوی، زاویه روبه روبه ضلع بزرگتر از زاویه روبه روبه ضلع کوچکتر است.



(فرض) $C < B$

$AB < AC$ (حکم)

فرض کنیم حکم نادرست (برهان خلف)

$AB = AC \xrightarrow{\text{متوجه}} B = C$
 $\times$

$AB > AC$

$\times \hat{C} > \hat{B}$ (خودقضیه)

پس حکم نادرست و حکم درست است.



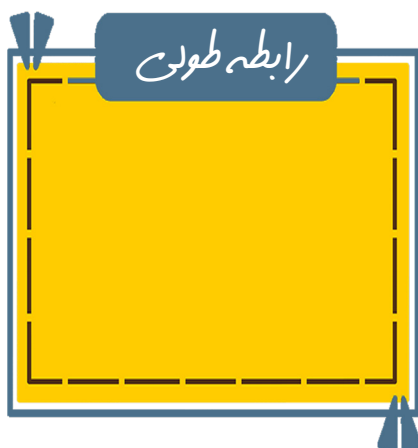
در مثلث ABC، میانه AM و نیمساز داخلی AD رسم شده است. اگر $AD < AM$ باشد، کدام گزینه نمی‌تواند طول اضلاع مثلث ABC باشد؟

(۴) نشدنی

(۳) ۱۰، ۱۰، ۶

(۲) ۸، ۹، ۱۵

(۱) ۵، ۴، ۳



۳۰ در مثلث ABC ، $\hat{B} = 60^\circ$ و $\hat{C} = 61^\circ$ می‌باشد. کدام گزینه صحیح است؟

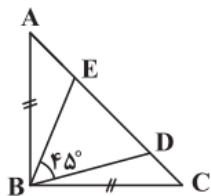
- (۱) $b + c < a + b < c + a$
 (۲) $a + b < c + a < b + c$
 (۳) $b + c < c + a < a + b$
 (۴) $a + b < b + c < c + a$

۳۱ در مثلث ABC ، نیمساز داخلی زاویه A ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند. کدام نامساوی همواره صحیح است؟

- (۱) $AB > BD$ (۲) $AD > BD$ (۳) $AB > AD$ (۴) $BD > AD$

۳۲ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، پای ارتفاع وارد بر وتر BC را نقطه H می‌نامیم. اگر $B = 44^\circ$ باشد، کدام نتیجه‌گیری همواره صحیح است؟

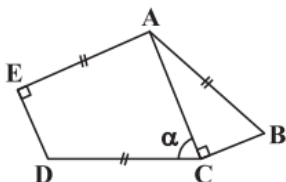
- (۱) $AH < BH < CH < AB$
 (۲) $CH < AH < BH < AB$
 (۳) $AH < CH < BH < AB$
 (۴) $CH < BH < AH < AB$



۳۳ در شکل مقابل، مثلث ABC قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است. اگر $AE > CD$ باشد، کدام

گزینه درست است؟

- (۱) $DE < EB < BD$
 (۲) $DE < BD < EB$
 (۳) $BD < DE < EB$
 (۴) $EB < BD < DE$



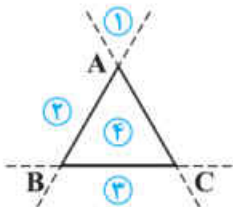
۳۴ در شکل مقابل، مقدار α کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) 45°
 (۲) 65°
 (۳) 60°
 (۴) 55°

همرسی ها در مثلث

مثلث با سه زاویه تند	مثلث قائمه	مثلث با یک زاویه باز
داخل	داخل	داخل
داخل	روی مثلث (وسط)	خارج
داخل	داخل	داخل
داخل	روی مثلث (پایه)	خارج

۳۵ در مثلث ABC شکل مقابل، $\hat{B} = 42^\circ$ و $\hat{C} = 47^\circ$ می باشد. محل برخورد ارتفاع های مثلث در کدام ناحیه قرار دارد؟

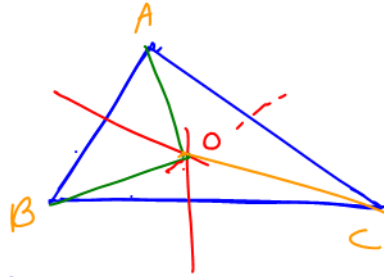


- (۲) ۲
(۴) ۳

- (۱) ۱
(۳) ۴

۳۶ در مثلث ABC زاویه $\hat{A} = 92^\circ$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) نقطه تلاقی سه میانه خارج مثلث است.
(۲) نقطه تلاقی سه نیمساز خارج مثلث است.
(۳) نقطه تلاقی سه ارتفاع خارج مثلث است.
(۴) نقطه تلاقی سه ارتفاع روی ضلع BC است.



نقطه = تقاطع عمود منصف AB و BC و AC، نقطه تقاطع آنهاست.

بسیار از خط = همگی

$OA = OB$ → روی عمود منصف AB

$OB = OC$ → روی عمود منصف BC

→ $OA = OC$ → روی عمود منصف AC

همگی در ارتفاع است!

خط دو دو تقاطع



خط عمود منصف



بسته به نوع مثلث

همسایه ارتفاع ها

متوازی الاضلاع

نقطه A وسط ضلع $B'C'$ است

$B'C' \parallel BC$

$AH \perp BC$

$AH \perp B'C'$

AM
عمود منتهی
است $B'C'$

ارتفاع های مثلث کوچک
همان عمود منتهی های
مثلث بزرگند

پس همسایه

ویژگی همبستگی

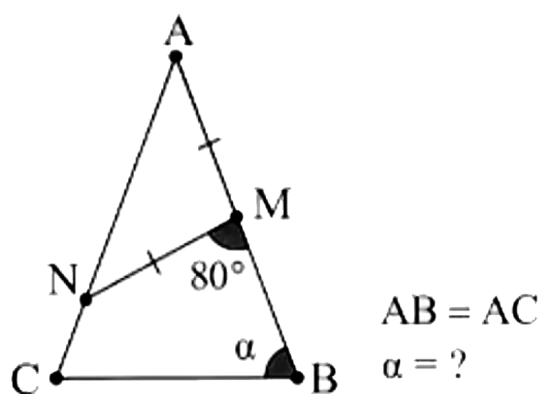
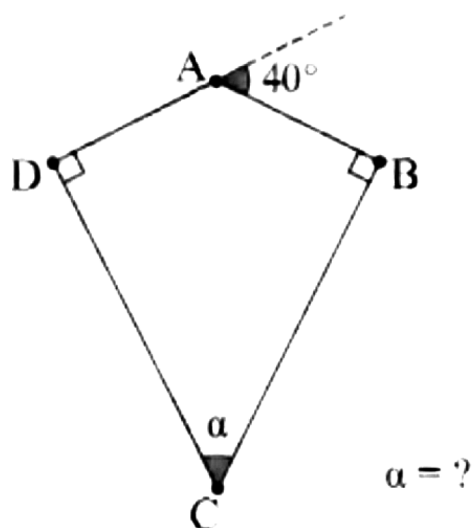
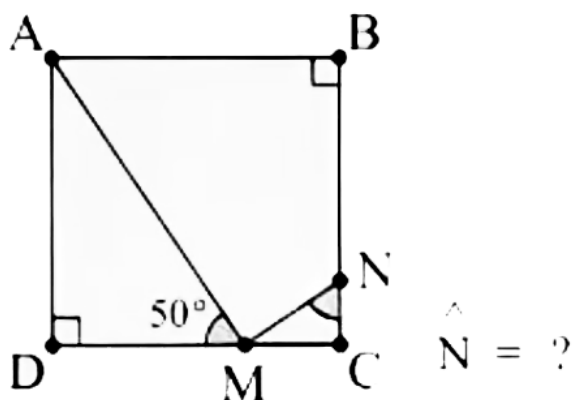
همسایه میانه ها

زوایا میان اجزای مثلث

زاویه بین دو نیمساز داخلی B و C

زاویه بین دو نیمساز خارجی B و C

زاویه بین دو نیمساز داخلی C و نیمساز خارجی B



تست های کنکور سال اخیر

۳۷ مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه ای بر دایره ای به شعاع $\sqrt{2}$ محیط شده است. برای رسم عمود منصف یکی از ساق های این مثلث، باید دهانه پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟

۳۷



(۴) $\sqrt{2} + 1$

(۳) $\sqrt{2} - 1$

(۲) $2 + \sqrt{2}$

(۱) $2 - \sqrt{2}$

از دیپوشن ۱۴۰۴

۳۸ با استفاده از کدام روش رسم زیر، می توانیم نقطه ای در فاصله بین دو ضلع یک زاویه بیابیم به طوری که فاصله آن نقطه از یک ضلع زاویه دو برابر فاصله آن نقطه از ضلع دیگر زاویه باشد؟

۳۸



تیر ۱۴۰۴

(۱) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه ای روی آن

(۲) رسم خط موازی با نیمساز یک زاویه، از نقطه ای روی آن

(۳) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه ای غیرواقع بر آن

(۴) رسم خط موازی با یک خط، از نقطه ای غیرواقع بر آن

۳۹ با استفاده از کدام روش رسم زیر، می توانیم نقطه ای در فاصله بین دو ضلع یک زاویه بیابیم به طوری که فاصله آن نقطه از یک ضلع زاویه $1/5$ برابر فاصله آن نقطه از ضلع دیگر زاویه باشد؟

۳۹

تیر ۱۴۰۴
خارج کشور

(۱) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه ای روی آن

(۲) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه ای غیرواقع بر آن

(۳) رسم خط موازی با نیمساز یک زاویه، از نقطه ای روی آن

(۴) رسم خط موازی با یک خط، از نقطه ای غیرواقع بر آن

۴۰ برای کدام گزاره، نمی توان مثال نقض ارائه کرد؟

۴۰



(۱) هر دو مثلث که مساحت های برابر داشته باشند، همنهشت اند.

(۲) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث، کوچک تر است.

(۳) در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویه روبه رو به آنها نیز برابرند.

(۴) در هر مثلث، اندازه بزرگ ترین زاویه از ۴ برابر اندازه کوچک ترین زاویه، کوچک تر است.

تیر ۱۴۰۳
خارج کشور

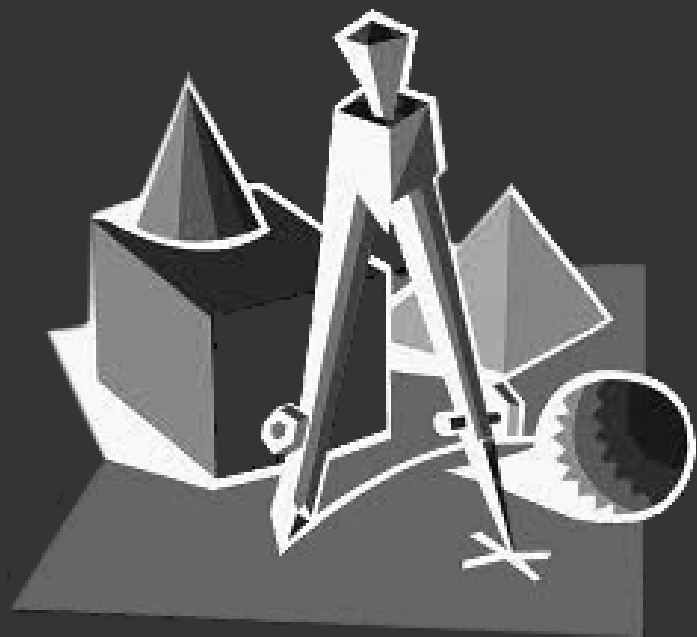
تمرین در خانه

فصل ۱



پیش نیاز

هندسه هفتم
هندسه هشتم
هندسه نهم



دوره پایه نهم
تست ها و سوالات مهم متوسطه اول
و تمرین تشریحی و تستی
ترسیم هندسی
استدلال
مهم ترین قضایا

دکترها مسیح

تمرین در خانه ۱
نهم

ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین، دو زاویه ی مقابل به قاعده با هم برابرند

فرض $AB=AC$ (فرض)
 حکم $\hat{B}=\hat{C}$ (حکم)
 و چون $AB=AC$
 $\hat{H}_1=\hat{H}_2=90^\circ$
 $AH=AH$
 $\Rightarrow ABH \cong ACH \Rightarrow \hat{B}=\hat{C}$

از A به BC عمود بکشی H را رسم کن

برهان: $AB=AC$
 $AC=AB$
 $BC=CB$
 $\Rightarrow \hat{B}=\hat{C}$

ثابت کنید مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

فرض $\hat{A}=90^\circ$
 حکم $AM=\frac{BC}{2}$
 $MC=MB$

AM را به اندازه خود
 امتداد ده و آن
 نقطه را D بنامیم

مستطیل ABCD $\Rightarrow \hat{A}+\hat{C}=180^\circ \Rightarrow \hat{C}=90^\circ$
 قطرها
 نصف $\frac{BC}{2}=AM \leftarrow BC=AD \leftarrow$

ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین، نیمساز زاویه ی رأس، ارتفاع و میانه و عمود منصف قاعده بر هم منطبقند

فرض $AB=AC$
 $\hat{A}_1=\hat{A}_2$

حکم ① $\Rightarrow D_1=D_2=90^\circ$

حکم ② $\Rightarrow BD=DC$

حکم ③ $\Rightarrow ①+②$

فرض $AB=AC$
 $AD=AD$
 $\hat{A}_1=\hat{A}_2$
 $\Rightarrow ABD \cong ADC \Rightarrow BD=DC$ ② ✓
 $D_1=D_2 \rightarrow D_1=D_2$
 $D_1+D_2=180^\circ \Rightarrow 90^\circ$ ③ ✓

ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه، ضلع مقابل به زاویه ی ۳۰ درجه، نصف وتر است.

فرض $\hat{A}=90^\circ$
 $\hat{C}=30^\circ$

میانه AM را رسم کن

حکم $AB=\frac{1}{2}BC$

$AM=MC \rightarrow \hat{A}_1=\hat{C}=30^\circ$
 $MA=MB \rightarrow \hat{A}_2=\hat{B}=60^\circ \rightarrow M_2=90^\circ$
 $\checkmark AB=\frac{BC}{2} \leftarrow AB=MB$

ثابت کنید اگر از نقطه M واقع بر نیمساز AD از مثلث متساوی الساقین ABC به نقاط B و C وصل کنیم، مثلث MBC نیز متساوی الساقین است.

فرض $\hat{D}_1=\hat{D}_2=90^\circ$
 $DB=DC$
 $MD=MD$
 $\Rightarrow MBD \cong MDC$
 $\downarrow$
 $MB=MC$

در شکل زیر چهار ضلعی مربع و مثلث EBC متساوی الساقین است. ثابت کنید مثلث BAE متساوی الساقین است.

مربع ABCD $\rightarrow AB=BC$
 متساوی الساقین BCE $\Rightarrow BE=BC$
 $\Rightarrow AB=BE \Rightarrow BAE$ متساوی الساقین

نهم - فصل ۳

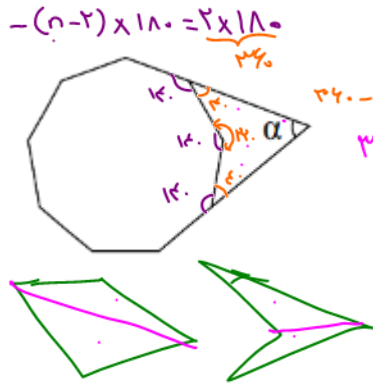
تمرین در خانه ۲

۱

در شکل زیر یک ۹ ضلعی منتظم نمایش داده شده است. اندازه ی زاویه ی α چقدر است؟
 مجموع زوایای خارجی
 $2 \times 180 - 4 \times 180 = 2 \times 180$
 $n \times 180 - (n-2) \times 180 = 2 \times 180$
 $360 - 140 = 220$
 $360 - 300 = 60$

نتیجه

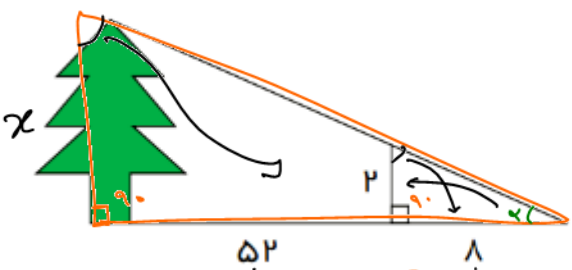
مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی $(n-2) \times 180$
 مجموع زوایای خارجی یک n ضلعی $(n-2) \times 180$
 $\frac{(n-2) \times 180}{n} \rightarrow 180 - \frac{360}{n}$
 هر زاویه خارجی



50° (۲)
 45° (۱)
 55° (۳)
 40° (۴)
 $\frac{20}{9} \times 180 = 40$

۲

در شکل مقابل، ارتفاع درخت کدام است؟



16 (۲)
 18 (۴)
 15 (۱)
 14 (۳)



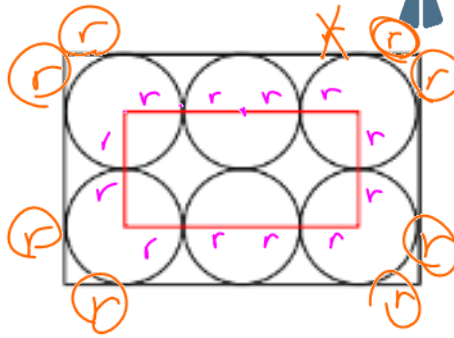
نتیجه

همانند $\Rightarrow$ یک نقطه برخورد $OH = R$
 $OO' = R + R'$
 $OO' = R - R'$

$\frac{2}{n} = \frac{1}{40}$

۳

در شکل زیر ۶ دایره ی یکسان درون مستطیلی وجود دارد. دایره ها با اضلاع مستطیل بزرگ و با یکدیگر مماسند. رأس های مستطیل کوچک روی مرکز های چهار تا از دایره ها قرار دارند. محیط مستطیل کوچک ۶۰ cm است. محیط مستطیل بزرگ چند است؟

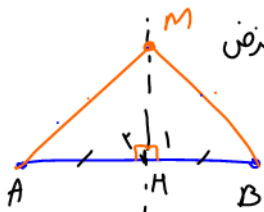


120 cm (۴)
 100 cm (۳)
 90 cm (۲)
 80 cm (۱)
 $12r = 60$
 $r = 5$ cm
 $20r = 20 \times 5 = 100$

دکترها مسیح

ثابت کنید:

۷

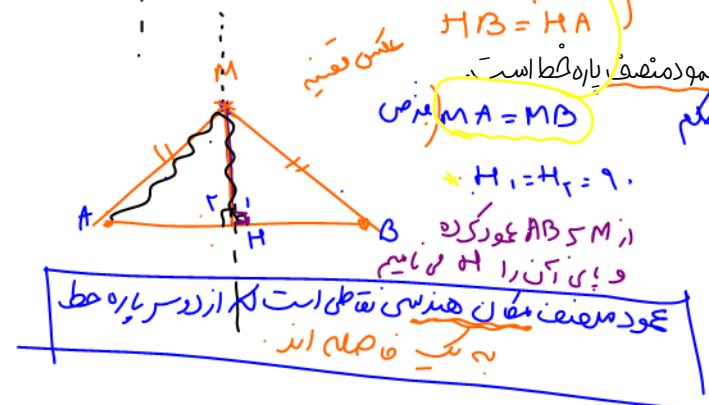


فرض $AH = HB$
 $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ$

قضیه
 حکم $MA = MB$

$MH = MH$
 $H_1 = H_2 = 90^\circ$
 $HA = HB$

فرض $\triangle MAH \cong \triangle MBH \Rightarrow MA = MB$



قضیه

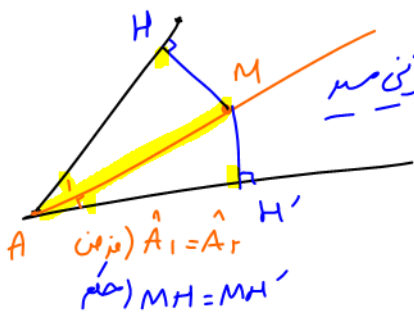
$H_1 = H_2 = 90^\circ$
 از M عبور کند
 و بی آن را H نامیم

حکم $AH = HB$

فرض $\triangle MAH \cong \triangle MBH$
 $\downarrow$
 $AH = HB$

ثابت کنید:

۸

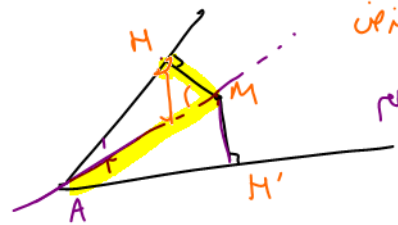


قضیه
 خط عمود = کوتاهترین مسیر

$AM = AM$
 $A_1 = A_2$
 $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ$

فرض $\triangle AMH \cong \triangle AMH' \Rightarrow MH = MH'$

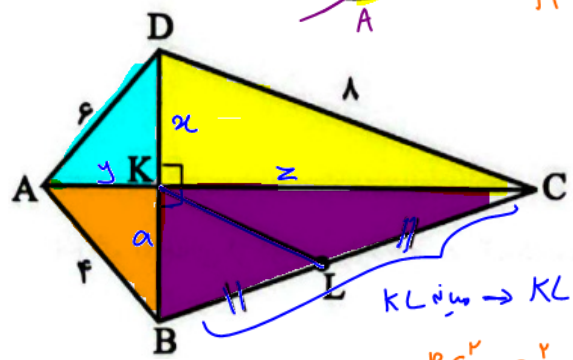
ب) اگر نقطه ای از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد آن نقطه روی نیمساز زاویه قرار می گیرد.



فرض $MH = MH'$
 حکم $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

فرض $\triangle AMH \cong \triangle AMH'$
 $\left. \begin{array}{l} H = H' = 90^\circ \\ AM = AM \end{array} \right\} \Rightarrow$

$AM \leftarrow A_1 = A_2$



$KL \perp BC \Rightarrow KL = \frac{BC}{2}$
 $BC^2 = a^2 + z^2$

در شکل زیر، قطعات چهارضلعی ABCD به هم عمودند اندازه KL را بدست آورید

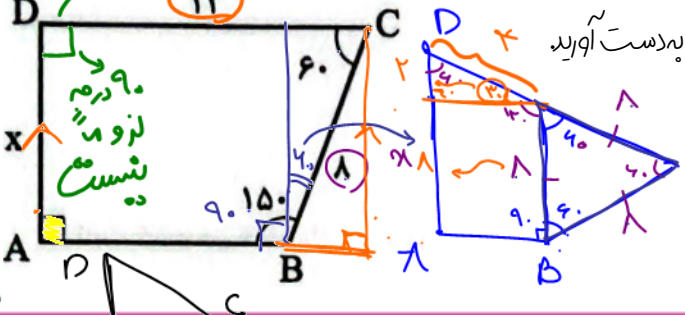
۹

$a^2 + z^2 = 16$
 $-z^2 + y^2 = 4$
 $y^2 + a^2 = 4$
 $a^2 + z^2 = 2 \times 4 + 12 - 4 = 44$
 $a^2 + z^2 = BC^2 = 44 \Rightarrow BC = \sqrt{44} = 2\sqrt{11} \Rightarrow KL = \sqrt{11}$

نکته

• هاله وارد بر وتر لطف و تر است
 • چنانچه رویه رویه زاویه ۳۰ لطف و تر است
 • عمود منصف مکان هندسی نقطه ای است که از دو سر پاره خط به یک فاصله اند
 • نصف زاویه منصف مکان هندسی نقطه ای است که از دو سر زاویه به یک فاصله اند

شکلهای ابداعی



در شکل مقابل اندازه X را بدست آورید

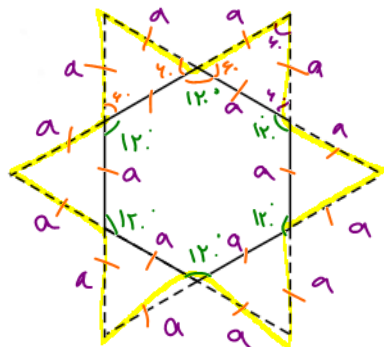
۱۰

$x = 2 + 8 = 10$



دکترها مسیح

از امتداد اضلاع یک ضلعی منتظم، یک ستاره ی ۶ پر به دست می آید. اگر محیط ستاره برابر با ۹۶ سانتی متر باشد، محیط شش ضلعی چند سانتی متر است؟



$$\frac{(6-2) \times 180}{2} = 120$$

$$6 \times 2a = 12a$$

$$12a = 96 \Rightarrow a = 8$$

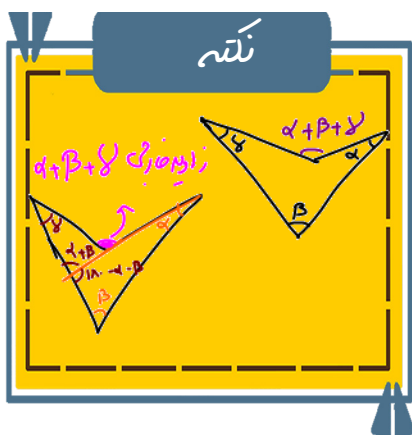
$$62 \text{ (2)}$$

$$54 \text{ (4)}$$

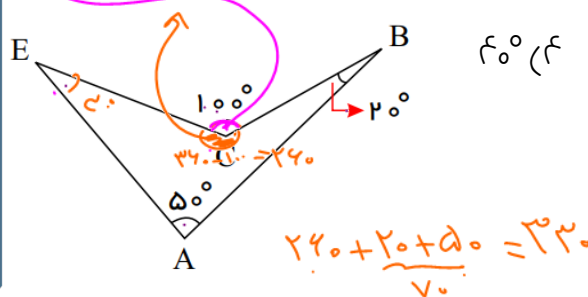
$$4 \times 18 = 72$$

$$36 \text{ (1)}$$

$$48 \text{ (3)}$$



$$360 - (\alpha + \beta + \gamma + \delta + \epsilon + \zeta) = 360 - 330 = 30$$



$$E = 360 - 330 = 30$$

با توجه به شکل، اندازه زاویه E چقدر است؟

$$250 \text{ (1)}$$

$$350 \text{ (3)}$$

$$400 \text{ (4)}$$

طول های دو ضلع مثلث ۱۲۰ و ۱۳۰ سانتی متر است. کدام یک از عددهای زیر نمی تواند طول ضلع سوم مثلث باشد؟



$$130 - 120 < X < 120 + 130$$



$$100 \text{ (2)}$$

$$40 \text{ (1)}$$

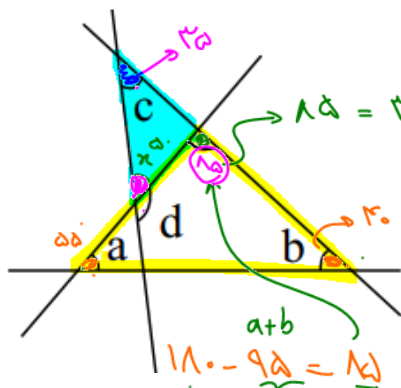
مجموع دو ضلع < ضلع مجاور < تفاضل دو ضلع

$$240 \text{ (4)}$$

$$150 \text{ (3)}$$

$$10 < X < 250$$

در شکل، $a=55^\circ$ ، $b=40^\circ$ ، $c=35^\circ$ مقدار d کدام است؟



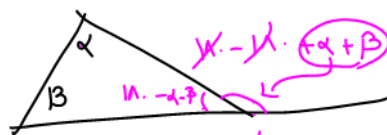
$$180 - 55 = 125$$

$$120 \text{ (2)}$$

$$105 \text{ (1)}$$

$$130 \text{ (3)}$$

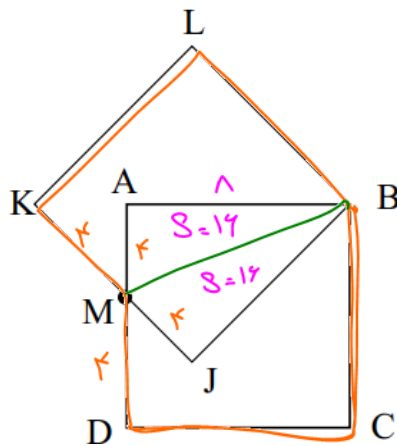
$$125 \text{ (4)}$$



دکترها مسیح

دو مربع ABCD و BJKL مساوی و به ضلع ۸cm هستند. M وسط AD و وسط LK است. در این صورت، مساحت شش ضلعی BCDMKL بر حسب cm^2 برابر است با:

۸



$$S_{\text{شش ضلعی}} = 2S_{\text{مربع}} - 2S_{\text{مثلث}} = 2 \times 64 - 2 \times 14 = 2 \times 14(2 - 1) = 28$$

نکته

$X = 90 + \frac{2}{3}$

در این شکل،

$2 + 2\alpha + 2\beta = 180$

$\alpha + \beta = 89$

$X = 90 + \frac{2}{3}$

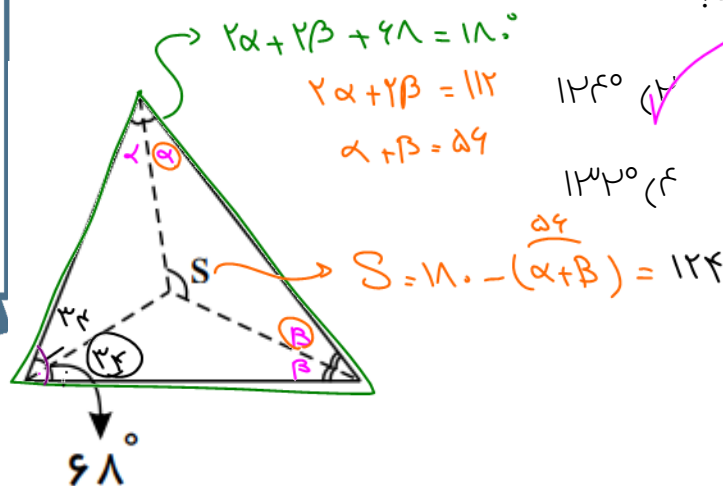
$X = 120 + \frac{2}{3} = \frac{180 + 2}{3} = \frac{182}{3}$

$$124 = 90 + 34$$

$$X = 90 + \frac{2}{3}$$

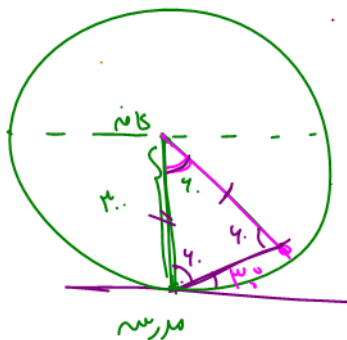
یکی از زاویه‌های داخلی مثلث شکل 68° است. نیمسازهای زاویه‌ها را رسم کرده‌ایم. اندازه زاویه $\angle S$ چقدر شده کدام است؟

۹



در یک روستا کافه در پست در ۳۰۰ متری شمال مدرسه واقع است و کلیسا در فاصله ۳۰۰ متری کافه، با زاویه 60° در قسمت شرقی آن واقع است. زاویه‌ای که خط واصل بین مدرسه و کلیسا با خط افق می‌سازد چقدر است؟

۱۰



$$120^\circ$$

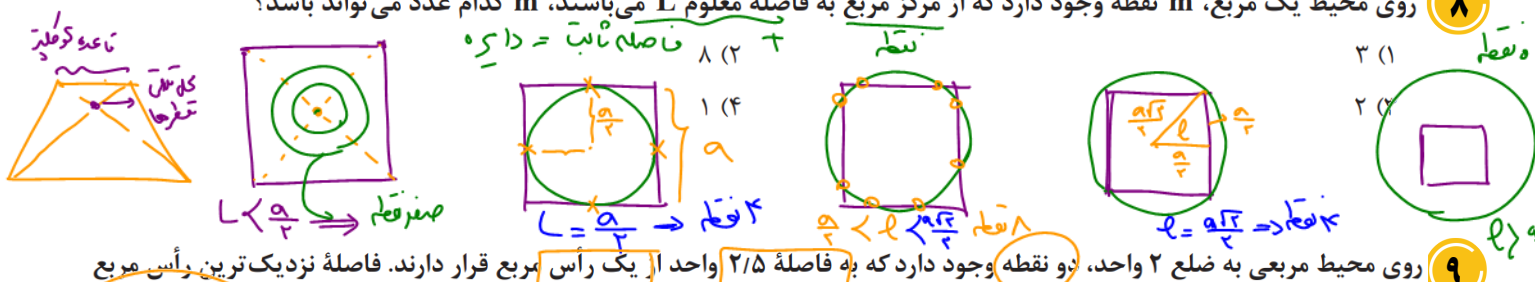
$$300^\circ$$

$$240^\circ$$

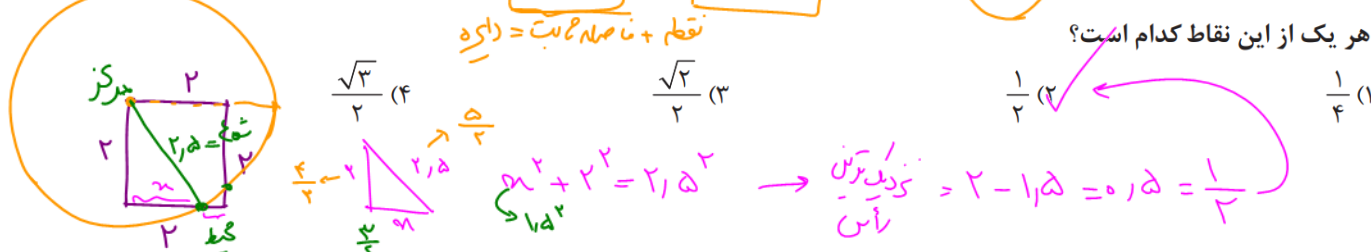


دکتر رها مسیح

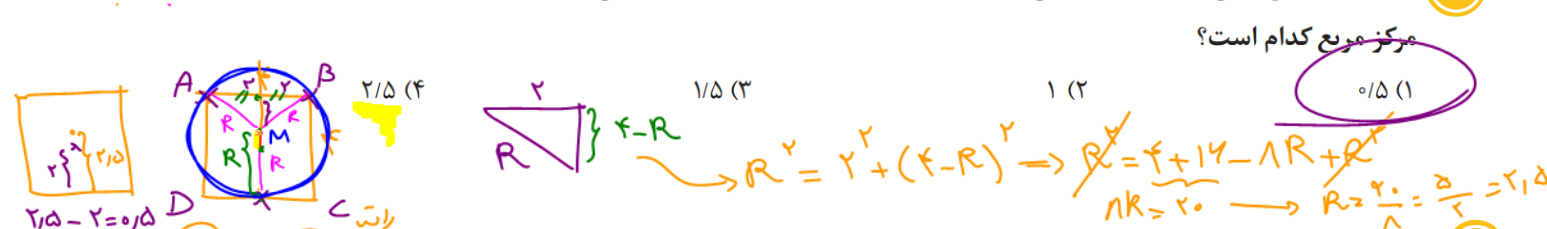
روی محیط یک مربع، m نقطه وجود دارد که از مرکز مربع به فاصله L معلوم می‌باشند، m کدام عدد می‌تواند باشد؟



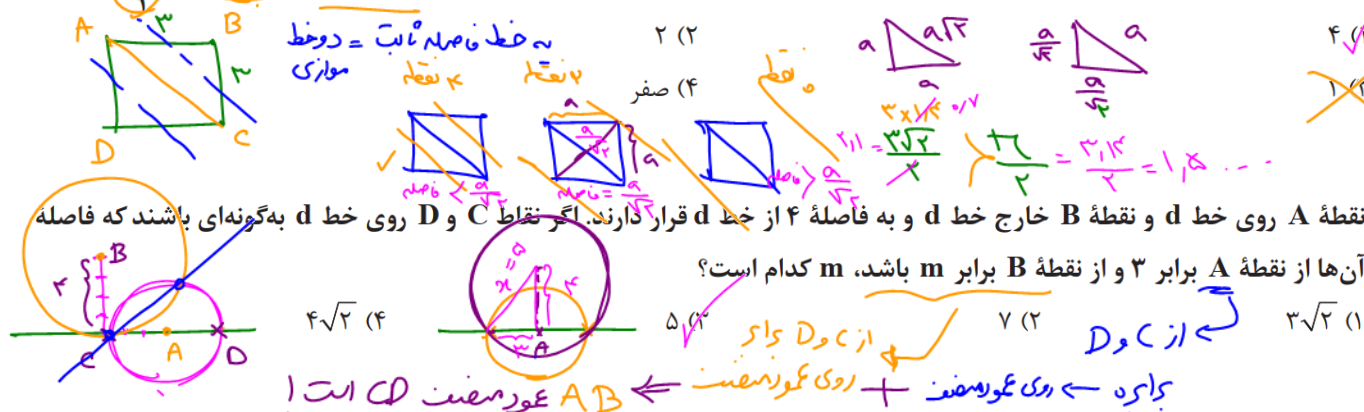
تا هر یک از این نقاط کدام است؟
نقطه + فاصله به ضلع ۲ واحد، دو نقطه وجود دارد که به فاصله $\frac{2}{5}$ واحد از یک رأس مربع قرار دارند. فاصله نزدیک ترین رأس مربع



نقطه M درون مربع $ABCD$ به ضلع 4 قرار دارد. اگر نقاط A و B و وسط ضلع CD از نقطه M به یک فاصله باشند، فاصله M تا



سؤال ۳ مفروض است. چند نقطه روی محیط مربع ABCD وجود دارد که فاصله اش از قطر AC برابر $\frac{\pi}{\sqrt{e}}$ باشد؟



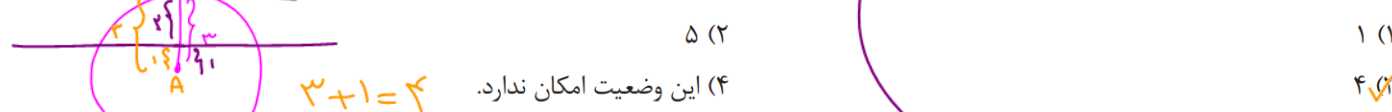
اگر سه نقطه در صفحه وجود داشته باشند که از نقطه A به فاصله ۳ و از خط d به فاصله ۲ خارج خط A خارج خط d مفروض است.

باشند، چند نقطه روی خط d وجود دارد که از نقطه A به فاصله 1 باشد؟



دو خط موازی d و d' به فاصله ۲ از هم در صفحه مفروض اند. نقطه A در صفحه به گونه‌ای است که روی این دو خط قرار ندارد. اگر

سه نقطه روی این دو خط باشند که به فاصله ۳ از نقطه A باشند، مجموع فاصله‌های نقطه A تا این دو خط کدام است؟



نقطه O روی خط L قرار دارد. نقاطی از صفحه که از نقطه O به فاصله $\sqrt{2}$ و از خط L به فاصله m می باشند، رأس های یک مربع



دکترها مسیح

تفاوت (این را در همه مسائل استفاده کنید)

رسم مثلث

تمرین در خانه ۴

۱ در مثلث قائم الزاویه ای وتر آن مشخص است. با معلوم بودن اندازه کدام جزء دیگر، این مثلث قابل رسم نیست؟

(۱) ارتفاع وارد بر وتر (۲) ارتفاع وارد بر ضلع قائم (۳) میانه وارد بر وتر (۴) میانه وارد بر ضلع قائم

برای حل اول جواب رو بگردید

نکته: رسم مثلث قائم الزاویه با وتر مشخص (در تابلو قطر AB = متناهی هندسی بر آن)

۲ کدام دسته از اعداد زیر می تواند سه ضلع یک مثلث باشد؟ **نمساوی مثلث**

$a+b > c > |a-b|$

۳ در مثلث ABC ، $b=12$ و $c=5$ است. حدود ضلع BC کدام است؟

۴ در مثلث ABC ، $b=12$ و $c=5$ است. حدود ضلع BC کدام است؟

$$5 < a < 15 \quad (4)$$

$$10 < a < 17 \quad (3)$$

$$7 < a < 17 \quad (2)$$

$$a < 17 \quad (1)$$

$$|12-5| < BC < 12+5$$

$$5 < a < 15 \quad (4)$$

$$10 < a < 17 \quad (3)$$

$$7 < a < 17 \quad (2)$$

$$a < 17 \quad (1)$$

از a تا b میانه

$$b-a+1 \rightarrow a \text{ و } b \text{ میانه} \quad \left(\frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{\text{فاصله}} + 1 \right)$$

$$b-a-1 \rightarrow a \text{ و } b \text{ هر دو سر به سر} \quad (14 \text{ و } 9)$$

$$12-9-1=9$$

$$10 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$|17-x+1| < 2x < 17+x-1$$

$$17-x+1 < 2x \rightarrow 18 < 3x \rightarrow x > 6$$

$$x-18 < 2x \rightarrow -18 < x$$

۶ در بین مثلث هایی با اضلاع $3/5$ ، 6 و $5x+1$ که اندازه محیط آن ها مقداری صحیح است، بیشترین مقدار محیط برابر چند می باشد؟

$$20 \quad (4)$$

$$19 \quad (3)$$

$$18 \quad (2)$$

$$17 \quad (1)$$

$$2.5 < 5x+1 < 9.5$$

$$1.5 < 5x < 8.5$$

$$0.3 < x < 1.7$$

$$x=1.4$$

$$5 \times 1.4 = 7$$

$$5 \times 1.5 = 7.5 + 1 + 9 + 3.5 = 18$$

۷ مثلثی با اضلاع 2 ، 5 و $(2x-1)$ که در آن عددی صحیح می باشد، چگونه است؟

(۴) قابل رسم نیست.

(۳) نامشخص

(۱) قائم الزاویه

(۲) متساوی الساقین

$$3 < 2x-1 < 7$$

$$4 < 2x < 8 \rightarrow 2 < x < 4$$

$$x=3$$

$$2 \text{ و } 5 \text{ و } 7$$

تمرین در خانه ۵

رسم مثلث و چهار ضلعی

۱ در رسم مثلث ABC با معلومات $c = 14$ ، $b = 10$ و h_a دو مثلث متمایز ایجاد شده است. بیشترین مقدار صحیح h_a کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲ در رسم مثلث ABC با معلوم بودن $b = 8$ ، $c = x + 3$ و $h_b = 2x - 3$ یک مثلث قابل رسم است. x کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۳ با معلومات $a = 10$ ، $m_a = 6$ و $h_a = 5$ ، چند مثلث ناهم‌نهشت می‌توان رسم کرد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۴ آیا با معلومات $a = 8$ ، $m_a = 13$ و $h_a = 5$ ، مثلث ABC قابل رسم است؟ در صورت قبول، فاصله دورترین رأس از ارتفاع کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) قابل رسم نیست.

۵ آیا می‌توان با معلومات $a = 8$ ، $m_a = 3$ و $h_a = 3$ مثلثی رسم کرد؟ در صورت قبول، نسبت ضلع بزرگ‌تر به ضلع کوچک‌تر در این مثلث کدام است؟

- (۱) $1/25$ (۲) $1/5$ (۳) $1/6$ (۴) قابل رسم نیست.

۶ آیا می‌توان با معلومات $h_a = 7$ ، $m_a = 25$ و $a = 48$ مثلثی رسم کرد؟ در صورت قبول، نوع مثلث کدام است؟

- (۱) قائم‌الزاویه (۲) متساوی‌الساقین (۳) نامشخص (۴) قابل رسم نیست.

۷ آیا می‌توان با معلومات $h_a = 8$ ، $c = 10$ و $m_a = 17$ مثلثی رسم کرد؟ در صورت قبول، مقدار a کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۳۰ (۳) ۴۲ (۴) قابل رسم نیست.

دکترها مسیح

سه پاره خط به طول های $4x-4$ ، $x+7$ و $6x$ اضلاع مثلثی هستند، مقادیر x به کدام صورت است؟

$$\frac{11}{9} < x < 4 \quad (4)$$

$$6x + x + 7 > 4x - 4$$

$$3x > -11 \quad x$$

$$2 < x < 3 \quad (3)$$

$$x + 7 + 4x - 4 > 6x$$

$$13 > x$$

$$\frac{5}{3} < x < 3 \quad (2)$$

$$\frac{11}{9} < x < 3 \quad (1)$$

$$6x + 4x - 4 > x + 7$$

$$9x > 11$$

$$x > \frac{11}{9}$$

۹ اگر برای رسم مثلثی با اضلاع $x+1$ ، $2x+4$ و $4x-3$ حدود x به صورت $\alpha < x < \beta$ باشد، مقدار $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

$$4(4)$$

$$4x - 3 + 2x + 4 > x + 1$$

$$5x > 0$$

$$x > 0$$

$$2(3)$$

$$4x - 3 + x + 1 > 2x + 4$$

$$3x > 6$$

$$x > 2$$

$$1(2)$$

$$2x + 4 + x + 1 > 4x - 3$$

$$1 > x$$

(1) صفر

۱۰ به ازای چند x صحیح، مثلث ABC به اضلاع ۸، $4x-1$ و $2x+3$ و مثلث $A'B'C'$ به اضلاع ۲، $3x-2$ و $2x+5$ هر دو قابل رسم هستند؟

$$3(4)$$

$$4 + 2x + 5 > 2x - 2$$

$$9 > -4$$

$$2 + 2x - 2 > 2x + 5$$

$$0 > 5$$

$$5(3)$$

$$5x + 3 > 2$$

$$5x > -1$$

$$x > -\frac{1}{5}$$

$$4(2)$$

$$2x + 3 + 4x - 1 > 8$$

$$6x > 6 \rightarrow x > 1$$

$$2x + 3 + 8 > 4x - 1$$

$$11 > 2x \rightarrow x < \frac{11}{2}$$

$$2(1)$$

$$8 + 4x - 1 > 2x + 3$$

$$2x > -5 \quad x$$

$$1 < x < \frac{11}{2}$$

۱۱ محیط مثلثی برابر ۲۴ می باشد. کدام گزینه زیر نمی تواند طول بزرگ ترین ضلع مثلث باشد؟

$$13(3)$$

$$\frac{24}{3} = 8$$

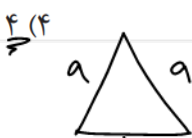
$$9(2)$$

$$a + b + c = 24$$

$$c < 12$$

$$2c < 24 \rightarrow c < 12$$

۱۲ محیط یک مثلث متساوی الساقین برابر ۱۶ می باشد. طول ساق مثلث چند مقدار صحیح می تواند باشد؟



$$3(3)$$

$$a + a + b > a \rightarrow 2a > a \rightarrow a > 0$$

$$a + a + b > b \rightarrow 2a > b \rightarrow a > \frac{b}{2}$$

۱۳ در چهارضلعی شکل مقابل، طول قطر BD چند مقدار صحیح می تواند داشته باشد؟



$$14$$

$$4 + 1 > BD > 2$$

$$3 < BD < 14$$

$$10(3)$$

$$a - b < a < b$$

$$a - b + 1 < \{a_1, \dots, b\}$$

$$b - a - 1$$

۱۴ چند مثلث با اضلاع ۱۰ و ۶ و اندازه ارتفاع ۸ وجود دارد؟

۲(۳)

(۲) صفر

(۱)

نصف کدوم ارتفاع

۱۵ در رسم مثلث ABC با معلومات $b = x + 6$ ، $c = 2x + 5$ و $h_a = 2x + 3$ یک مثلث قائم الزاویه حاصل شده است. طول وتر این

مثلث کدام است؟

$$ha = b$$

$$ha = c$$

$$a =$$

$$2x + 3 = x + 6$$

$$x = 3$$

$$b = 9$$

$$c = 11$$



$$ha \times a = b \times c$$

دکترها مسیح

۸ آیا می‌توان با معلومات $m_a = 8$ ، $b = 4$ و $h_a = 5$ مثلثی رسم کرد؟ در صورت قبول، فاصله رأس B از h_a کدام است؟
 ۳ (۱) ۸ (۲) ۱۱ (۳) ۴ (۴) قابل رسم نیست.

۹ مثلث ABC با معلوم بودن ضلع $b = 9$ و میانه $m_a = 6$ و ضلع a قابل رسم است. a کدام می‌تواند باشد؟
 ۳۲ (۱) ۳۶ (۲) ۲۰ (۳) ۶ (۴)

۱۰ پاره خط AB به طول ۸ مفروض است. عمود منصف AB آن را در نقطه M قطع می‌کند، به مرکز M و شعاع R یک دایره رسم می‌کنیم تا عمود منصف AB را در نقاط C و D قطع کند. اگر چهارضلعی $ACBD$ مربع باشد، R کدام است؟
 ۸ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) هر مقداری بزرگ‌تر از ۴

۱۱ پاره خط AB به طول ۶ مفروض است. از نقطه M وسط پاره خط AB دایره‌ای به شعاع ۳ رسم کرده، سپس قطر CD از دایره که غیر منطبق و غیر عمود بر AB می‌باشد را رسم می‌کنیم. چهارضلعی $ACBD$ کدام است؟
 ۱ (مربع) ۲ (لوزی) ۳ (مستطیل) ۴ (دورنگه)

۱۲ پاره خط AB به طول ۶ مفروض است. از نقطه M وسط پاره خط AB ، دایره‌ای به شعاع ۴ رسم کرده و قطر CD از دایره را رسم می‌کنیم. کدام گزینه در مورد چهارضلعی $ACBD$ صحیح است؟
 ۱ (مستطیل به قطر ۸) ۲ (مستطیل به اضلاع ۶ و ۸)
 ۳ (متوازی‌الاضلاع به قطرهای ۶ و ۸) ۴ (متوازی‌الاضلاع به اضلاع ۶ و ۸)

۱۳ کدام چهارضلعی با معلوم بودن طول یک قطر آن به‌طور منحصر به فرد مشخص می‌شود؟
 ۱ (لوزی) ۲ (مربع) ۳ (مستطیل) ۴ (متوازی‌الاضلاع)

۱۴ متوازی‌الاضلاعی با طول دو ضلع ۵ و ۹ و طول قطر d رسم شده است. d کدام نمی‌تواند باشد؟
 ۵ (۱) ۱۲ (۲) ۴ (۳) ۱۳ (۴)

۱۵ با معلومات $AC = 12$ ، $BD = 6$ و $AB = a$ ، متوازی‌الاضلاع $ABCD$ رسم شده است. a کدام نمی‌تواند باشد؟
 ۵ (۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) ۴ (۴)

تمرین در خانه ۶ برخی از قضایای متوسطه اول

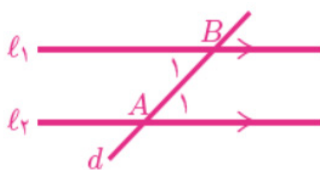
فرض و حکم قضایای پرکاربرد زیر که در هفتم، هشتم و نهم با آنها آشنا شدید را بنویسید. **پس‌های تالی را پ و قضایا را اثبات کنید.**

۱. **قضیه زوایه‌های متقابل به رأس:** زوایه‌های متقابل به رأس، برابرند.

فرض	حکم

۲. **قضیه خطوط موازی و مورب:** اگر خطی دو خط موازی را قطع کند، زوایای تند و باز با هم برابرند.

فرض	حکم



قضیه خطوط موازی و مورب:

فرض	حکم

۳. **قضیه مجموع زوایه‌های مثلث:** مجموع زوایه‌های هر مثلث 180° درجه است.

فرض	حکم

۴. **قضیه زوایه خارجی مثلث:** اندازه هر زاویه خارجی در یک مثلث (خواه برابر است با مجموع اندازه‌های زوایه‌های داخلی غیرمجاورش).

فرض	حکم

دکترها مسیح

اصل من فرض: اگر دو ضلع و زاویه بین آن‌ها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آن‌ها از مثلثی دیگر برابر باشند، آنگاه این دو مثلث همیشه است.

۵

فرض حکم

--	--

قضیه ز من فرض: اگر دو زاویه و ضلع بین آن‌ها از مثلثی با دو زاویه و ضلع بین آن‌ها از مثلثی دیگر برابر باشند، آنگاه این دو مثلث همیشه است.

۶

فرض حکم

--	--

قضیه ض ض ض فرض: اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلثی دیگر برابر باشند، آنگاه این دو مثلث همیشه است.

۷

فرض حکم

--	--

قضیه ز ز ض فرض: اگر دو زاویه و ضلع غیر بین آن‌ها در دو مثلث برابر باشند، آنگاه دو مثلث هم نهشتند.

۸

فرض حکم

--	--

قضیه عمود منصف فرض: هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دوسر آن پاره خط فاصله ی یکسان دارد.

۹

فرض حکم

--	--

عکس قضیه عمود منصف: هر نقطه

فرض حکم

--	--

۱۰

قضیه مثلث متساوی الساقین: اگر.....

فرض حکم

عکس قضیه مثلث متساوی الساقین: اگر.....

فرض حکم

۱۱

قضیه وتر و یک ضلع: اگر دو مثلث قائم الزاویه دارای وتر و یک ضلع قائم برابر باشند آنگاه دو مثلث هم نهشت هستند

فرض حکم

۱۲

قضیه وتر و یک زاویه تند: اگر.....

فرض حکم

۱۳

قضیه برابری قطره‌های مستطیل: در یک مستطیل (متوازی الاضلاع با حداقل یک زاویه قائم)، قطره‌ها با یکدیگر برابرند.

فرض حکم

دکترها مسیح

۱۴

قضیه نیمساز: اگر.....

فرض حکم

--	--

عکس قضیه نیمساز: اگر.....

فرض حکم

--	--

۱۵

قضیه فیثاغورس: اگر.....

فرض حکم

--	--

عکس قضیه فیثاغورس: اگر.....

فرض حکم

--	--

۱۶

قضیه قطر منصف وتر: اگر قطر دایره وتر را نصف کند آنگاه بر آن عمود است.

فرض حکم

--	--

عکس قضیه قطر منصف وتر: اگر قطر دایره بر وتر دایره عمود شود آنگاه آن وتر و کمان نظیر آن را نصف می کند.

فرض حکم

--	--

۱۷

قضیه کمان وتر: وترهای نظیر دو کمان برابر، برابرند.

فرض حکم

--	--

عکس قضیه کمان وتر: اگر آنگاه

فرض حکم

--	--

۱۸

قضیه میانه واردر وتر: در مثلث قائم الزاویه میانه واردر وتر نصف آن است اگر آنگاه

فرض حکم

--	--

عکس قضیه میانه واردر وتر: اگر آنگاه

فرض حکم

--	--

دکترها مسیح

تمرین در
خانه ۷

نهایی سال ۱۴۰۳

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۱	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
پایه دهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۳/۱۶	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. الف) مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی محدب، 360° درجه است. ب) در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با نسبت ارتفاع وارد بر آنها برابر است.		
۲	جاهای خالی را با عبارات (کلمات) مناسب کامل کنید. الف) عمودمنصف وتر یک دایره از دایره می‌گذرد.		
۳	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.		
۴	روش رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای غیرواقع بر آن را توضیح دهید. (با رسم شکل)		

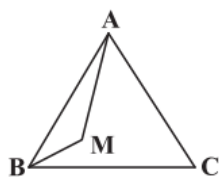
۵	آیا گزاره "هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت‌اند." درست است؟ چرا؟	۰.۵
---	--	-----

تست های ترکیبی

۱

در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی الاضلاع است. اگر محیط مثلث ABC ، ۴ واحد بیشتر از محیط مثلث ABM باشد، محیط مثلث ABC کدام می تواند باشد؟

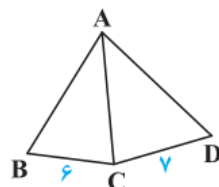
- (۱) ۱۲
(۲) ۱۰
(۳) ۸
(۴) ۱۴



۲

در شکل مقابل، مجموع محیط دو مثلث ABC و ADC کدام می تواند باشد؟

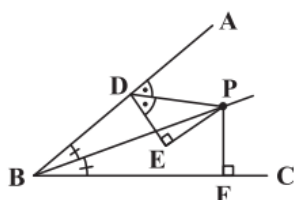
- (۱) ۲۳
(۲) ۲۴
(۳) ۲۶
(۴) ۲۷



۳

در شکل مقابل، نقطه P روی نیمساز زاویه های ABC و ADE قرار دارد. اگر $PF = 5$ باشد، طول پاره خط PE کدام است؟

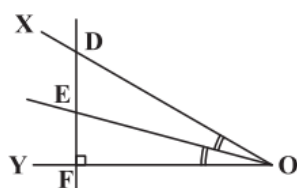
- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷



۴

در شکل مقابل، نیمساز زاویه XOY رسم شده است. کدام گزینه درست است؟

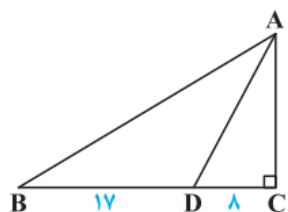
- (۱) $EF < DE$
(۲) $EF = DE$
(۳) $EF = 2DE$
(۴) $EF > DE$



۵

در مثلث قائم الزاویه شکل مقابل، AD نیمساز زاویه A می باشد. در این مثلث، وتر چند واحد از ضلع کوچک تر مثلث، بزرگ تر است؟

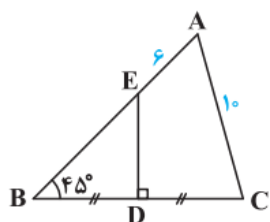
- (۱) ۱۱
(۲) ۱۳
(۳) ۹
(۴) ۱۵



۶

در مثلث شکل مقابل، طول عمود منصف ضلع BC کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{2}$
(۲) $4\sqrt{3}$
(۳) ۶
(۴) ۴



۷

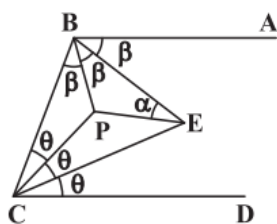
در مثلث ABC داریم $AB = AC$ ، $\hat{A} = 80^\circ$ و عمود منصف های دو ساق مثلث، قاعده BC را در M و N قطع می کنند. کوچک ترین زاویه مثلث AMN چند درجه است؟

- (۱) ۱۵
(۲) ۲۰
(۳) ۲۵
(۴) ۳۰

ریاضی داخل ۹۲



دکترها مسیح



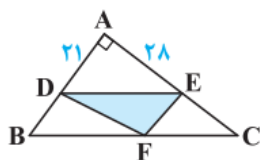
در شکل مقابل، $BA \parallel CD$ می باشد. مقدار α کدام است؟

(۱) 15°

(۲) 30°

(۳) 45°

(۴) 60°



در شکل مقابل، $DE \parallel BC$ و محل برخورد نیمسازهای داخلی روی پاره خط DE قرار دارد. مساحت

مثلث DEF کدام است؟

(۱) ۲۱۰

(۲) ۱۹۰

(۳) ۲۲۰

(۴) ۱۸۰

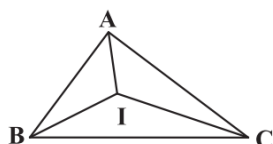
در مثلث ABC، $\hat{B} = 40^\circ$ و $\hat{C} = 20^\circ$ می باشد. اگر I محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث ABC باشد، حاصل $\frac{CI}{AB}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) $\sqrt{2}$



در شکل مقابل، I محل تلاقی نیمسازهای مثلث ABC است. اگر $\frac{S_{ABI}}{S_{AIC}} = \frac{3}{4}$ ، $\hat{BIC} = 135^\circ$ و

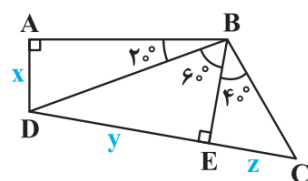
$BC = 10$ باشد، $AB + AC$ کدام است؟

(۱) ۱۸

(۲) ۱۶

(۳) ۱۴

(۴) ۲۰



در شکل مقابل، کدام رابطه، برقرار است؟

(۱) $x > y + z$

(۲) $z > x + y$

(۳) $y > x + z$

(۴) $y > 2x + z$

در مثلث ABC داریم $\hat{A} > \hat{C}$ ، نیمساز زاویه B و عمودمنصف ضلع AB در نقطه D متقاطع اند. M و N پای عمودهایی است که از

نقطه D به ترتیب بر BA و BC رسم شده اند. کدام نابرابری درست است؟

(۱) $NC > NB$

(۲) $NC < NB$

(۳) $DA > DC$

(۴) $AM < NB$



پاره خط AB به طول ۶ مفروض است. عمودمنصف AB را رسم می کنیم. از نقطه A دایره ای به شعاع ۵ رسم کرده تا عمودمنصف AB را

در نقاط C و D قطع کند. چهارضلعی ACBD کدام است؟

(۱) مربع به قطر ۶

(۲) لوزی به قطرهای ۵ و ۶

(۳) مستطیل به اضلاع ۵ و ۶

(۴) لوزی به قطرهای ۶ و ۸

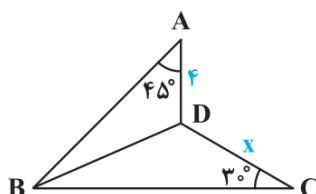
در شکل مقابل، BD نیمساز زاویه ABC است. مقدار x کدام است؟

(۱) ۶

(۲) $4\sqrt{2}$

(۳) ۵

(۴) $2\sqrt{6}$



تمرین در خانه ۸

تست های کنکور این فصل

۱ برای کدام گزاره، می توان مثال نقض ارائه کرد؟

- ۱ هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی الاضلاع است.
 ۲ اندازه میانه های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.
 ۳ هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.
 ۴ نیمسازهای زاویه های داخلی هر مثلث همسرند.

سراسری ریاضی - خرداد ۱۴۰۲

۲ در یک مثلث متساوی الساقین، اندازه قاعده ۱۶ و اندازه میانه وارد بر آن، نصف قاعده است. اندازه میانه نظیر هر ساق کدام است؟

- ۱ $\frac{11}{2}\sqrt{5}$ ۲ $\frac{7}{2}\sqrt{10}$ ۳ $6\sqrt{5}$ ۴ $4\sqrt{10}$

سراسری ریاضی - اردیبهشت ۱۴۰۲

۲ فاصله کدام نقطه از سه ضلع مثلث ABC ، همواره یکسان است؟

- ۱ تلاقی سه ارتفاع ۲ تلاقی سه میانه ۳ تلاقی سه نیمساز ۴ تلاقی سه عمودمنصف

سراسری ریاضی - ۱۴۰۳ اردیبهشت

۲ در مثلث ABC ، $AB = AC$ و عمودمنصف AB ، ضلع AC را در نقطه M قطع می کند. اگر $\widehat{BAM} = 24^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{BMC}$ چند درجه است؟

- ۱ ۳۶ ۲ ۴۸ ۳ ۵۴ ۴ ۷۸

سراسری ریاضی - رفع شبهه آفرماه ۱۴۰۱

۵ در مثلث متساوی الساقین ABC ، $\widehat{A} = 80^\circ$ و عمودمنصف های دو ساق مثلث، قاعده BC را در نقاط M و N قطع می کند. کوچک ترین زاویه مثلث AMN چند درجه است؟

- ۱ ۱۵ ۲ ۲۰ ۳ ۲۵ ۴ ۳۰

کنکورهای خارج از کشور - سراسری ریاضی

۶ در مثلث متساوی الساقین ABC ، نقطه M وسط ساق AB و عمودمنصف آن، ساق AC را در نقطه N قطع می کند. اگر $\widehat{NBC} = 54^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{MNB}$ چند درجه است؟

- ۱ ۴۸ ۲ ۵۶ ۳ ۶۶ ۴ ۷۸

سراسری ریاضی - خرداد ۱۴۰۱

۲ مثلث ABC یک مثلث حاده الزویه است. عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه B در نقطه M در خارج مثلث متقاطع اند. کدام گزینه درست است؟

۴ $\hat{B} < 2\hat{C}$

۳ $\hat{B} > 2\hat{C}$

۲ $\hat{B} < \hat{A}$

۱ $\hat{A} > \hat{B}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸ در یک مثلث با زاویه 138° ، کوچکترین زاویه بین دو نیمساز خارجی به درجه، کدام است؟

۴ ۴۲

۳ $34/5$

۲ $11/5$

۱ ۲۱

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۹ چند نقطه‌ی متمایز برای رأس C در مثلث ABC واقع در صفحه‌ی مختصات، می‌توان یافت که فاصله‌ی رأس C از نقطه‌ی A و پاره‌خط AB ، به ترتیب ۷ و ۵ واحد، باشد؟

۴ ۴

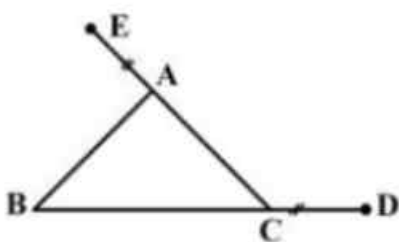
۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۰ در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC ، بر روی امتداد دو ضلع BC و CA پاره‌خط‌های $CD = AE$ جدا شده است. زاویه‌ی بین امتداد DA با BE چند درجه است؟



۴ ۹۰

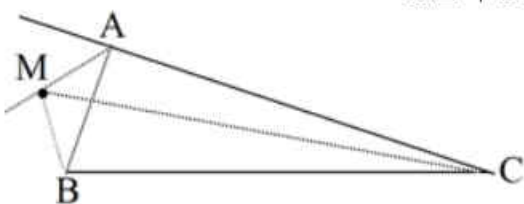
۳ ۷۵

۲ ۶۰

۱ ۴۵

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجزیه

۱۱ در شکل روبه‌رو، نقطه‌ی M روی نیمساز خارجی زاویه‌ی A است. نسبت $\frac{MB + MC}{AB + AC}$ ، چگونه است؟



۴ غیر مشخص

۳ برابر با ۱

۲ کمتر از ۱

۱ بزرگ‌تر از ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

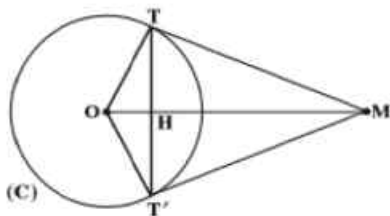
دکترها مسیح

تمرین در خانه ۹

تمرین تشریحی

دوره ای

۱ در شکل از نقطه ای خارج دایره دو مماس بر دایره رسم شده است ثابت کنید



$$MT = MT'$$

• OM نیمساز $\hat{O}$ و نیمساز $\hat{M}$ است.

• OM عمود منصف TT' است.

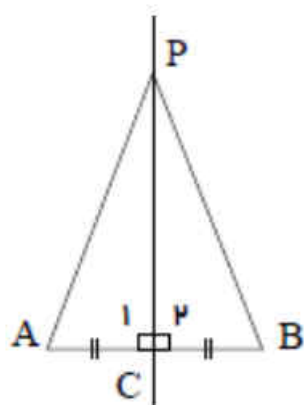
۲ ثابت کنید در یک مثلث عمود منصف ها هم‌رسند

۳ ثابت کنید ارتفاع های هر مثلث در یک نقطه به یکدیگر می رسند

۴ ثابت کنید نیمساز مکان هندسی نقاطی است که

۵ ثابت کنید نیمسازهای هر مثلث در یک نقطه به یکدیگر می‌رسند

۶ ثابت کنید هر نقطه مانند P روی عمود منصف پاره خط AB از نقاط A, B به یک فاصله است.



۷ ثابت کنید مرکز هر دایره روی عمود منصف هر وتر دایره قرار دارد

ثابت کنید هر مثلث دارای یک دایره محاطی است

۸

ثابت کنید فاصله نقطه هم‌رسمی نیمسازهای یک مثلث متساوی الاضلاع از هر یک از سه ضلع یک سوم ارتفاع مثلث است.

۹

ثابت کنید دو نیمساز خارجی و یک نیمساز داخلی در هر مثلث هم‌رسمند (مرکز دایره محاطی خارجی)

۱۰

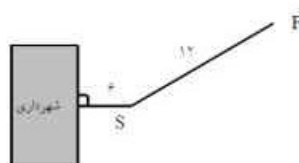
دکترها مسیح

تمرین در خانه ۱۰

تمرین تشریحی

دوره ای

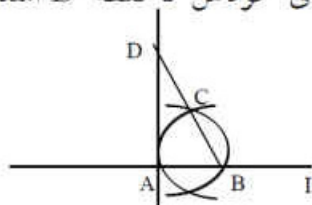
۱ دو نقطه‌ی A و B و خط d در یک صفحه واقعند. نقطه‌ای روی خط d بیابید، که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله باشد. آیا مسئله همواره جواب دارد؟



۲ نمودار مقابل محل قرار گرفتن ساختمان شهرداری، مجسمه‌ی S و فواره‌ی F را نشان می‌دهد. می‌خواهیم میله‌ی پرچم را در محلی نصب کنیم که از مجسمه و فواره به یک فاصله باشد و از مقابل ساختمان شهرداری به فاصله‌ی ۹ متر باشد. مکان هندسی محل نصب میله‌ی پرچم را تعیین کنید.

۳

ابوالوفاء بوزجانی (۳۸۸ - ۳۲۸ ه.ق) ریاضیدان ایرانی برای رسم خط عمود از نقطه‌ی A واقع بر خط مفروض I روش زیر را به کار برده است: نقطه‌ی دلخواه B را روی خط I اختیار می‌کنیم. دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی پاره خط AB باز می‌کنیم دو دایره به مرکزهای A و B و به شعاع AB رسم می‌کنیم یک نقطه‌ی برخورد این دو دایره را C می‌نامیم. از B به C وصل می‌کنیم و پاره خط BC را از طرف نقطه‌ی C به اندازه‌ی خودش تا نقطه D امتداد می‌دهیم. از D به A وصل می‌کنیم. خط AD در نقطه‌ی A بر خط I عمود است. دلیل درستی روش ابوالوفاء را بنویسید.



۴

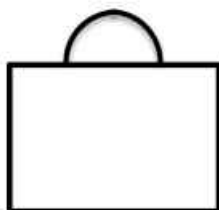
دایره‌ای رسم کنید که AB و BC دو وتر از آن باشند. (روش رسم را توضیح دهید).

۵ مثلث ABC با مشخصات $AB = 5\text{ cm}$ و $AC = 4\text{ cm}$ و ارتفاع $h_a = 3\text{ cm}$ را رسم کرده ایم. روش رسم را توضیح دهید.

۶ مربعی رسم کنید که پاره خط مفروض DE قطر آن باشد.

D_____E

۷ زمین فوتبال نقطه پنالتی مرکز دایره است که قسمتی از قوس آن در جلوی محوطه جریمه کشیده شده است در صورت مشخص نبودن نقطه پنالتی نحوه مشخص کردن آن را با جزئیات شرح دهید

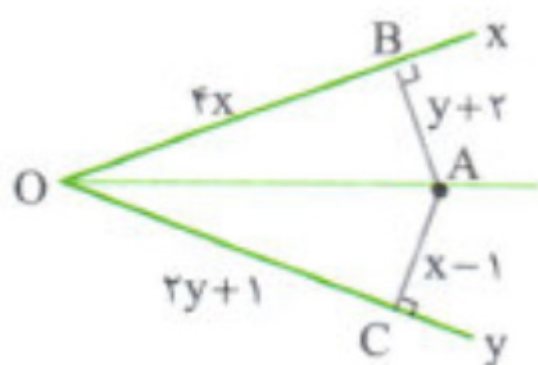


۸ چطور می توان مستطیلی به قطر ۶ رسم کرد؟

۹ در مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع قائم ۶ و ۲ ، عمود منصف وتر امتداد ضلع کوچکتر را در M قطع کرده است. فاصله M از نزدیکترین راس مثلث را بیابید.

۱۰ حدود m را چنان تعیین کنید که اعداد $۱ - ۲m, m, ۳m - ۵$ بتوانند اضلاع یک مثلث باشند.

۱۱ ثابت کنید در هر مثلث، هر میانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور آن کوچکتر است.

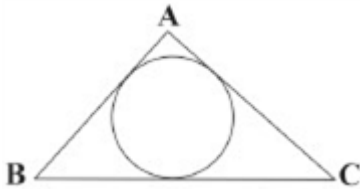


۹ مجهولات را بیابید

۱۰ حدود m را چنان تعیین کنید که اعداد $5 - 3m, m, 2m - 1$ بتوانند اضلاع یک مثلث باشند.

نمونه آزمون

۱ در شکل زیر دایره بر هریک از اضلاع مثلث ABC مماس است. مرکز دایره کدام است؟

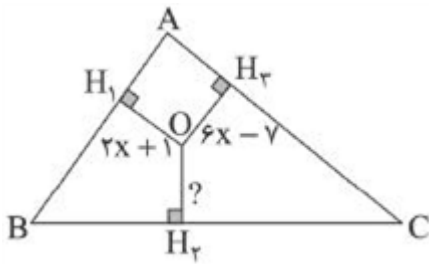


- ۱ تلاقی ارتفاعها ۲ تلاقی نیمسازها ۳ تلاقی میانهها ۴ تلاقی عمودمنصفها

۲ عمودمنصفهای اضلاع AB و AC از مثلث ABC در نقطه O متقاطعاند. اگر $\hat{A} = 70^\circ$ زاویه BOC چقدر است؟

- ۱ 130° ۲ 135° ۳ 140° ۴ 145°

۳ نقطه O محل برخورد نیمسازهای داخلی مثلث ABC است. اگر فاصله O از AB و AC به ترتیب $2x + 1$ و $6x - 7$ باشد، فاصله O از ضلع BC کدام است؟



- ۱ ۵ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۱

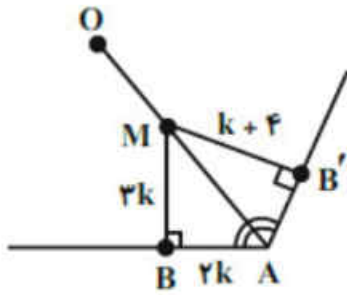
۴ در مثلث قائم الزاویه ABC، عمودمنصف وتر BC، ضلع AC را در نقطه M قطع می کند. اگر $MC = 5$ و $AB = 4$ باشد، طول BC کدام است؟

- ۱ $4\sqrt{5}$ ۲ ۸ ۳ $8\sqrt{5}$ ۴ ۳

۵ در مثلث ABC رابطه $\frac{\hat{A}}{2} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{4}$ بین زاویهها برقرار است. زاویه حاده بین نیمسازهای داخلی دو زاویه $\hat{A}$ و $\hat{C}$ چند درجه است؟

- ۱ 40° ۲ 50° ۳ 60° ۴ 70°

۶ در شکل مقابل، پاره خط OA نیمساز زاویه ی A می باشد. اندازه ی پاره خط AM کدام است؟



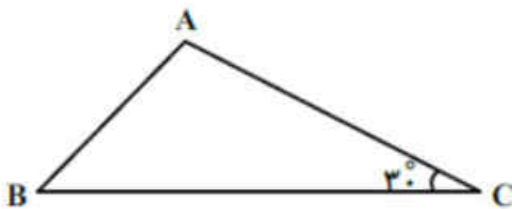
$2\sqrt{17}$ (۴)

$\sqrt{17}$ (۳)

$2\sqrt{13}$ (۲)

$\sqrt{13}$ (۱)

۷ فرض کنید در مثلث ABC ، $C = 30^\circ$ و نیز عمود منصف ضلع BC ضلع AC را در نقطه ی D قطع کند، آن گاه اندازه ی زاویه ی ADB کدام است؟



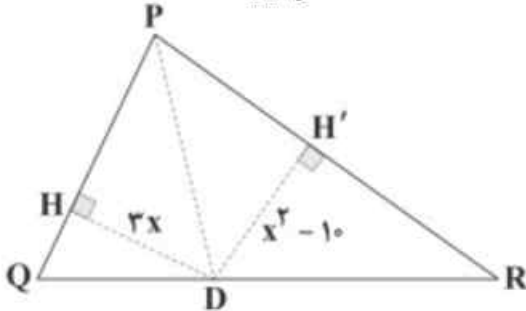
75° (۴)

60° (۳)

70° (۲)

45° (۱)

۸ در شکل زیر، اگر $PQ = 2x + 1$ و $PR = 3x - 5$ و PD نیمساز زاویه ی P باشد، نسبت $\frac{PQ}{PR}$ کدام است؟



$2/2$ (۴)

$2/1$ (۳)

$1/2$ (۲)

$1/1$ (۱)

۹ نقطه ی O محل تلاقی عمود منصف های اضلاع مثلث ABC است. به مرکز O و شعاع OA یک دایره می زنیم. وضعیت نقطه ی B و این دایره کدام است؟

داخل یا بیرون دایره (۴)

داخل دایره (۳)

روی دایره (۲)

بیرون دایره (۱)

۱۰ در یک مثلث ABC داریم $\hat{A} = 80^\circ$. نیمسازهای زوایای داخلی B و C با هم چه زاویه ای می سازند؟

140° (۴)

130° (۳)

120° (۲)

110° (۱)

۱۱ مثلث دلخواه ABC مفروض است. کدام یک از نقاط زیر همواره از سه رأس این مثلث به یک فاصله است؟

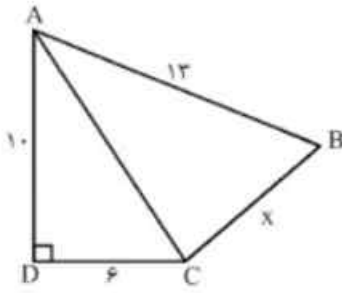
محل برخورد نیمسازهای زوایا (۲)

محل برخورد عمود منصف های اضلاع (۱)

چنین نقطه ای وجود ندارد. (۴)

محل برخورد ارتفاع ها (۳)

۱۲ اگر در شکل مقابل AC نیمساز زاویه ی A باشد، مقدار x کدام است؟



$3\sqrt{7}$ (۴)

$3\sqrt{6}$ (۳)

۷ (۲)

$3\sqrt{5}$ (۱)

۱۳ حداکثر چند نقطه روی محیط مثلث متساوی الاضلاع وجود دارد که از محل برخورد عمودمنصف اضلاع آن به یک فاصله باشد؟

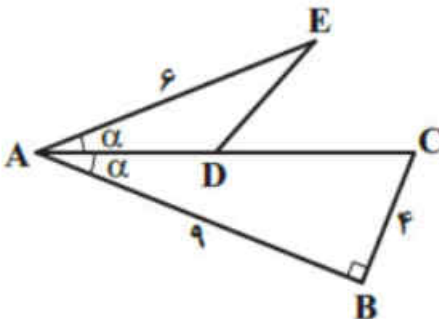
۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۱۴ در شکل مقابل اگر E روی عمودمنصف CD واقع باشد، آنگاه طول ED کدام است؟



$4/5$ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

$3/5$ (۱)

۱۵ در مثلث ABC که در آن $AB < AC$ عمودمنصف ضلع BC، ضلع AC را در M قطع می‌کند، زاویه $\widehat{BMC}$ برابر کدام است؟

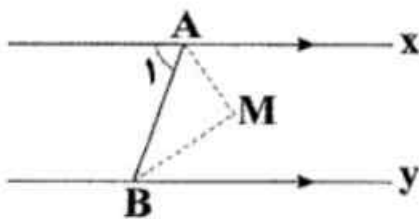
$\frac{\widehat{B} - \widehat{C}}{2}$ (۴)

$\frac{\widehat{A} + \widehat{B}}{2}$ (۳)

$\widehat{A} + \widehat{B} - \widehat{C}$ (۲)

$\frac{\widehat{A}}{2}$ (۱)

۱۶ در شکل زیر، $\widehat{A}_1 = 70^\circ$ است. اگر M محل تلاقی نیمساز زوایای $\widehat{xAB}$ و $\widehat{yBA}$ باشد، کوچک‌ترین زاویه مثلث AMB کدام است؟



70° (۴)

55° (۳)

35° (۲)

45° (۱)

۱۷ در مثلثی هیچ دو ارتفاعی برابر نیست. اگر یکی از زوایای این مثلث 50° باشد. زاویه دیگر این مثلث کدام می‌تواند باشد؟

80° (۴)

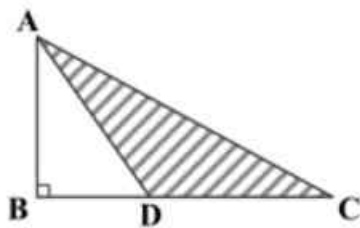
75° (۳)

65° (۲)

50° (۱)

۱۸

در مثلث قائم الزاویه ABC ، نیمساز رأس A ضلع BC را در نقطه‌ی D قطع می‌کند. اگر $AC = ۱۲$ و $BD = ۴$ ، مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



۲۸ (۴)

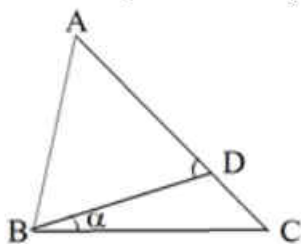
۱۲ (۳)

۱۶ (۲)

۲۴ (۱)

۱۹

با توجه به شکل، اگر $AB = AD$ باشد، اندازه زاویه α برحسب زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ ، کدام است؟ $(\hat{B} = \hat{ABC})$



$\frac{\hat{B}}{۲} - \hat{C}$ (۴)

$C - \frac{\hat{B}}{۲}$ (۳)

$\hat{B} - \hat{C}$ (۲)

$\frac{\hat{B} - \hat{C}}{۲}$ (۱)

۲۰

در مثلث ABC اندازه زاویه‌های B و C به ترتیب ۳۸ و ۶۴ درجه است. اندازه‌ی زاویه بین نیمساز خارجی زاویه‌ی C و نیمساز داخلی زاویه‌ی B کدام است؟

۷۲ (۴)

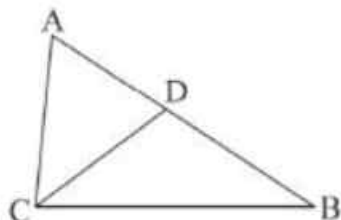
۳۲ (۳)

۳۹ (۲)

۱۹ (۱)

۲۱

در مثلث ABC مطابق شکل، CD نیمساز زاویه‌ی C می‌باشد. اگر $BC = ۲AC$ باشد، نسبت مساحت مثلث ACD به مساحت ABC کدام است؟



$\frac{۱}{۵}$ (۴)

$\frac{۱}{۴}$ (۳)

$\frac{۱}{۳}$ (۲)

$\frac{۱}{۲}$ (۱)

۲۲

در مثلث قائم الزاویه، زاویه‌ی بین دو نیمساز زوایای حاده‌ی مثلث کدام است؟

۱۱۰° (۴)

۱۳۵° (۳)

۱۲۰° (۲)

۹۰° (۱)

۲۳

در مثلثی قائم الزاویه با طول اضلاع قائم ۴ و ۶ ، طول نیمساز وارد بر وتر کدام است؟

$\frac{۲}{۴}\sqrt{۲}$ (۴)

$\frac{۲}{۶}\sqrt{۲}$ (۳)

$\frac{۲}{۲}\sqrt{۲}$ (۲)

$۲\sqrt{۲}$ (۱)

در مثلث ABC ، زاویه‌های A ، B و C به ترتیب با اعداد ۲، ۴ و ۹ متناسب هستند. نیمسازهای داخلی این سه زاویه در نقطه O یک‌دیگر را قطع می‌کنند. اندازه زاویه $\widehat{AOB}$ کدام است؟

۹۸° (۴)

۱۴۴° (۳)

۱۱۴° (۲)

۱۰۲° (۱)

نقطه‌ی O از سه ضلع مثلث ABC به یک فاصله است. اگر $\widehat{C} = ۵۰^\circ$ باشد، زاویه‌ی $\widehat{AOB}$ چند درجه است؟

۱۳۵° (۴)

۱۱۵° (۳)

۱۰۵° (۲)

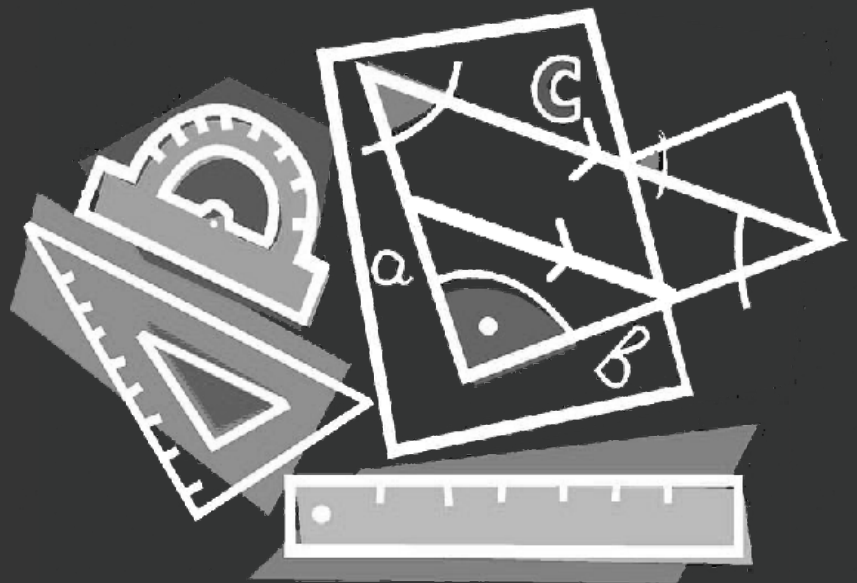
۱۲۵° (۱)

فصل دوم

نمره در امتحان نهایی
هفت نمره

تعداد تست
دو الی سه تست

پیش نیاز
هندسه نهم



فصل دوم هندسه دهم

نسبت ها
تالس
تشابه

نسبت و تناسب در هندسه

نسبت و تناسب: کسر $\frac{a}{b}$ را که در آن $a, b \in \mathbb{R}$ و $b \neq 0$ می باشد، نسبت دو عدد a و b می گوئیم.

به عنوان مثال کسر $\frac{4}{2}$ نسبت دو عدد ۴ و ۲ می باشد. تساوی دو یا چند نسبت را تناسب می گوئیم. به

عنوان مثال تساوی های $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ و $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ هر کدام یک تناسب می باشند.

ویژگی های تناسب:

الف) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ **جابه جایی طرفین یا وارفتن**

ب) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ **معکوس**

پ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$ (طرفین وسطین)

ت) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (ترکیب در صورت)

ث) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ (ترکیب در مخرج)

ج) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (تفاضل در صورت)

چ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ (تفاضل در مخرج)

ح) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ (ترکیب در صورت، تفاضل در مخرج)

خ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots = k \Rightarrow \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots = k$ **نسبت**

د) $\frac{a-c-e-\dots}{b-d-f-\dots} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$

a	30	30%
b	40	20%
a+b	70	?

$\frac{a}{a+b} = \frac{2}{2+3}$

$\frac{a}{a+b} = \frac{2k}{2k+3k}$

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB+AC+BC}{A'B'+A'C'+B'C'}$

اولیة ۱) استاده از روابط بالا

۲) طرفین وسطین / گرفتن k

اگر $\frac{2x+3y}{x+y} = \frac{2}{3}$ باشد، آن گاه نسبت $\frac{x-y}{x+2y}$ کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{-vk-4k}{-vk+8k} = \frac{-11k}{1k} = -11$ $\frac{x}{y} = \frac{-v}{4}$ $\frac{x}{y} = \frac{-11}{4}$

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

دکترها مسیح

$$\frac{a}{a+b} = \frac{2}{5-2}$$

اگر $\frac{a}{a+b} = \frac{2}{5}$ حاصل $\frac{b}{b-a}$ کدام است؟

۲

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{b}{b-a} = \frac{3}{1} = 3$$

اگر $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = k$ بوده و داشته باشیم $2x - y + z = 12$ مقدار y کدام است؟

۳

$$4k - 3k + 5k = 12 \rightarrow 6k = 12 \rightarrow k = 2$$

$$\frac{y}{3} = 2 \rightarrow y = 6$$

زوایای مثلثی متناسب با اعداد ۲، ۵ و ۸ است. مقدار تفاضل دو زاویه‌ی نابزرگ تر بر حسب درجه کدام است؟

۴

$$1k + 5k + 2k = 180^\circ \rightarrow 8k = 180^\circ \rightarrow k = 22.5^\circ$$

$$5k - 2k = 3k = 3 \times 22.5 = 67.5^\circ$$

اگر $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ باشد آنگاه حاصل $\frac{3y-3}{3x-2}$ کدام است؟

۵

$$\frac{3y}{3x} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{3y-3}{3x-2} = \frac{3}{2}$$

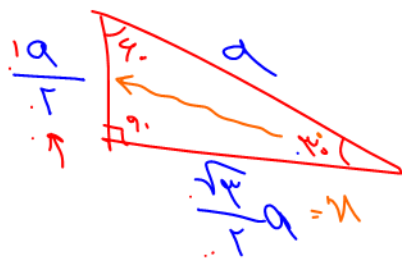
اگر زوایای داخلی مثلثی با اعداد ۱ و ۲ و ۳ متناسب باشند آنگاه نسبت دو ضلع کوچکتر این مثلث

۶

$$k + 2k + 3k = 180^\circ \rightarrow 6k = 180^\circ \rightarrow k = 30^\circ$$

$$6k = 180^\circ \rightarrow k = 30^\circ$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

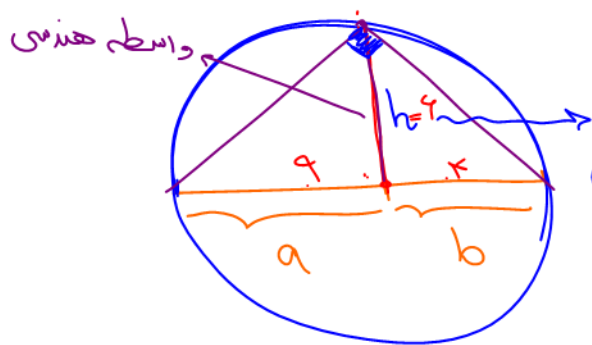


$$a^2 = b^2 + \frac{a^2}{4} \rightarrow \frac{3}{4}a^2 = b^2 \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}a = b$$

سری $d, V, 9, 11, \dots$
 $a_n = a_1 + (n-1)d$

سری 
 $a_n = a_1 q^{n-1}$

وایله
 هیزه $b = \sqrt{ac}$



ارتفاع
 = مثلث قائم الزاویه
 وایله هیزه
 میان در نقطه
 ایاد شده و دی ووم آلت

$b-d$ $b+d$
 a, b, c
 $a+c = 2b$
 $b = \frac{a+c}{2}$

$(\frac{a}{b}, b, c)$
 $\frac{b}{a} \times \frac{c}{b} = 1$

$a \times c = \frac{b}{a} \times b \times a = b^2$

$b^2 = ac \rightarrow b = \sqrt{ac}$

$h = \sqrt{ab}$

$h^2 = ab$

دکترها مسیح

$$10x - 5y = 5x + y$$

$$5x = 6y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{6}{5} \quad x = 6k \quad y = 5k$$

مثال اگر $\frac{2x-y}{5x+y} = \frac{1}{5}$ آن گاه حاصل $\frac{x-y}{x+y}$ را به دست آورید.

$$\frac{1}{11} = \frac{1k}{11k}$$

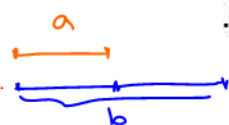
$$x = 6k \quad y = -5k$$

مثال اگر $\frac{x}{x+2y} = \frac{y}{y-5x}$ آن گاه حاصل $\frac{2xy}{(x-y)^2}$ را به دست آورید.

$$\frac{2(6k)(-5k)}{(6k - (-5k))^2} = \frac{-20k^2}{(11k)^2} = \frac{-20}{121}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{-5x} \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{-5}$$

نکته: عدد مثبت b را میانگین هندسی دو عدد a و c می‌گوییم هرگاه $b^2 = ac$ یا $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$



به عنوان مثال میانگین هندسی دو عدد ۲ و ۹ برابر است با: $b = 3\sqrt{2}$ $b^2 = 2 \times 9 \Rightarrow b = 3\sqrt{2}$

۷ عدد طبیعی $2a$ میانگین هندسی عددهای $a-1$ و $a+3$ است. مقدار a کدام است؟ $b^2 = ac$ $b = \sqrt{ac}$

$$(a+3)(a-1) = (2a)^2$$

$$a^2 + 3a - a - 3 = 4a^2$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$(a-3)(a+1) = 0$$

$$a = -1 \quad a = 3$$

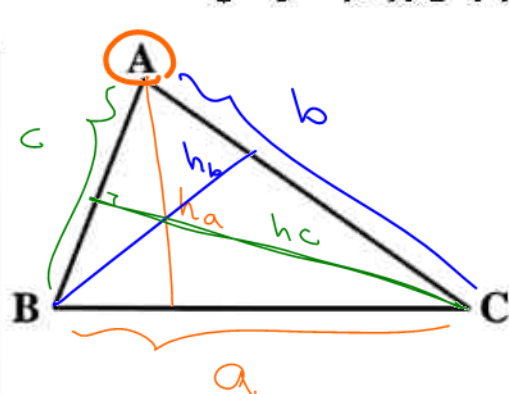
$$ab = c^2$$

۸ اگر واسطه هندسی a و b عدد $c = 2\sqrt{3}$ باشد آن گاه حاصل abc چقدر است؟

$$(2\sqrt{3})^3 = 1 \times 3 \times \sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

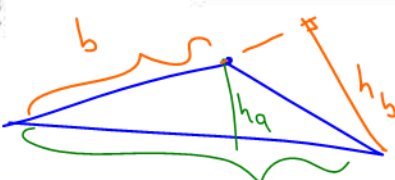
رابطه معکوس اندازه ارتفاعها با اندازه اضلاع و نتایج حاصل از آن

همه می‌دانید مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب یک ضلع در ارتفاع وارد بر همان ضلع.



$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c$$

$$\frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$$



$$\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$$

دکتر رها مسیح

$$S = \frac{1}{2} h_a \times a = \frac{1}{2} h_b \times b = \frac{1}{2} h_c \times c$$

نتیجه ۱: در هر مثلث نسبت اندازه‌های دو ارتفاع با نسبت اندازه‌های اضلاع نظیر آن‌ها، رابطه عکس دارد.

$$\left\{ \frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a} \right\}$$

نتیجه ۲: هر چه اندازه یک ضلع یک مثلث بزرگ‌تر باشد، اندازه ارتفاع نظیر آن کوچک‌تر است و بالعکس.

$$a > b > c \rightarrow h_a < h_b < h_c$$



نسبت اضلاع عکس نسبت ارتفاع‌ها نظیر آن‌هاست (معکوس)

مثال

در مثلث ABC به اضلاع $a=5$, $b=6$, $c=8$ حاصل $\frac{h_a}{h_b + h_c}$ را به دست آورید.

$$h_a = \frac{2S}{a}$$

$$h_b = \frac{2S}{b}$$

$$h_c = \frac{2S}{c}$$

$$\frac{\frac{2S}{a}}{\frac{2S}{b} + \frac{2S}{c}} = \frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{\frac{1}{a}}{\frac{b+c}{bc}} = \frac{bc}{a(b+c)} = \frac{5 \times 6 \times 8}{5(6+8)} = \frac{24}{14} = \frac{12}{7}$$

در مثلث ABC بین اندازه ارتفاع‌ها رابطه $\frac{h_a}{a} = \frac{h_b}{b} = \frac{h_c}{c} = k$ برقرار است. اگر محیط مثلث

$$h_a = k \times a = 2S$$

$$h_b = k \times b = 2S$$

ABC برابر با ۲۶ باشد آن گاه اندازه ضلع کوچک‌تر این مثلث کدام است؟

$$\begin{cases} 2S = k \times a \rightarrow \frac{1}{2}n = kn \\ 2S = k \times b \rightarrow \frac{1}{3}n = kn \\ 2S = k \times c \rightarrow \frac{1}{4}n = kn \end{cases}$$

$$b = 2a$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2k}{k}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{4k}{k}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2}n \\ b = \frac{1}{3}n \\ c = \frac{1}{4}n \end{cases}$$

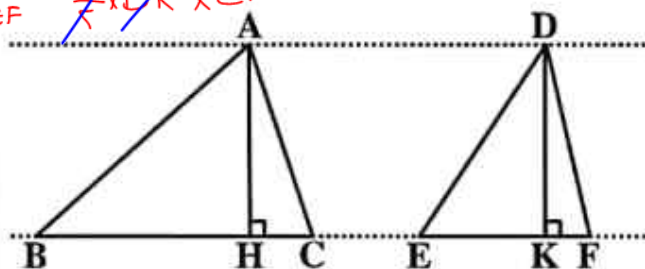
$$\frac{1}{2}n + \frac{1}{3}n + \frac{1}{4}n = 26 \rightarrow \frac{4n+2n+n}{12} = 26 \rightarrow n = 24$$

نتیجه ۳: هر گاه اندازه ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشند، آن گاه نسبت مساحت‌های دو مثلث برابر است با

نسبت قاعده‌های متناظر یا این ارتفاع‌ها در دو مثلث و اگر قاعده‌ها برابر باشند نسبت مساحت‌ها همان

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \frac{\frac{1}{2} \times AH \times BC}{\frac{1}{2} \times DK \times EF} = \frac{BC}{EF}$$

نسبت قاعده‌هاست.



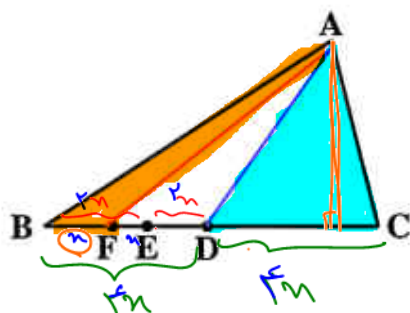
$$AH = DK \rightarrow \frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{EF}{BC}$$

در گشکل مقابل نقطه D وسط BC، E وسط BD و F وسط BE است. مساحت مثلث

۱۰

نسبت مساحت‌ها = نسبت قاعده‌ها

ADC چند برابر مساحت مثلث ABF است؟



۲ (۱)

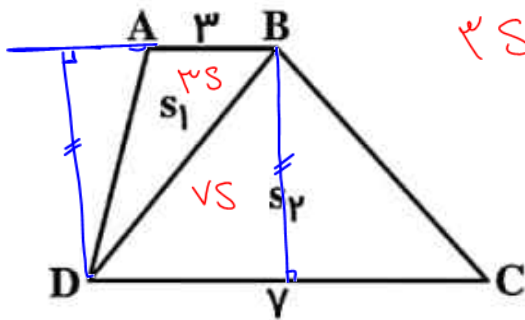
۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

۱۱ اگر مساحت دوزنقه مقابل ۳۱ باشد آن گاه مساحت s_1 چقدر است؟

۱۱



$$3S + VS = 31$$

$$10S = 31$$

$$S = 3,1$$

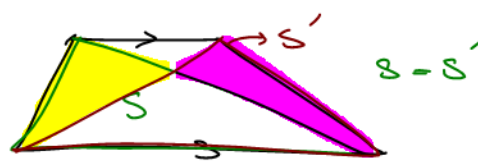
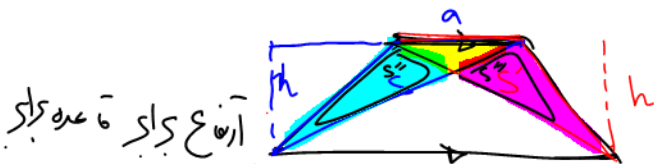
$$S_1 = 3S = \frac{93}{10}$$

$$\frac{31}{3} (1)$$

$$\frac{93}{7} (2)$$

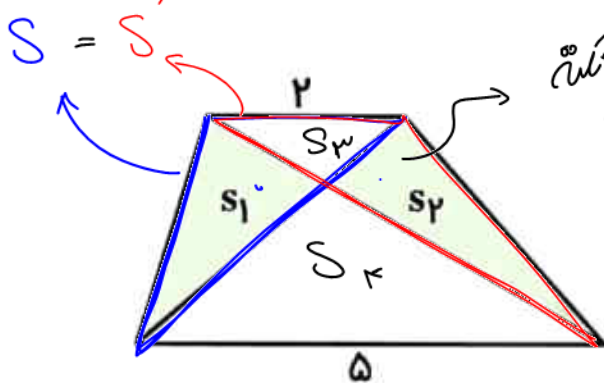
$$\frac{62}{3} (3)$$

$$\frac{93}{10} (4)$$



۱۲ در دوزنقه مقابل نسبت $\frac{s_1}{s_2}$ چقدر است؟

۱۲



$$s_1 \times s_2 = s_3 \times s_4$$

$$s_1^2 = s_2^2 = s_3 \times s_4$$

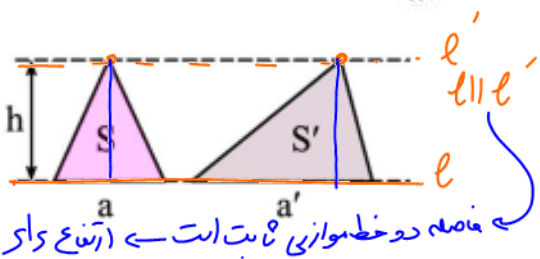
دایره هذسی

$$1 (1)$$

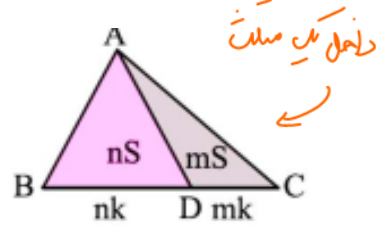
$$\frac{2}{5} (2)$$

$$2 (3)$$

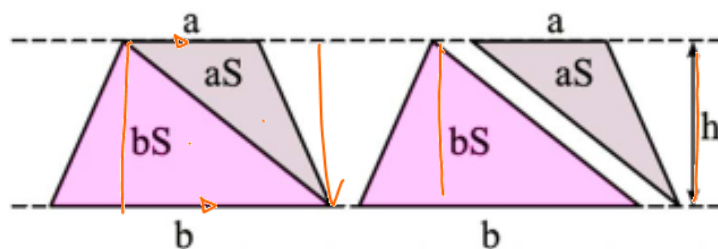
$$2/5 (4)$$



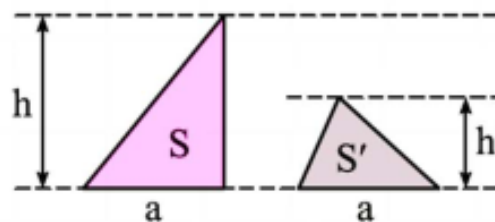
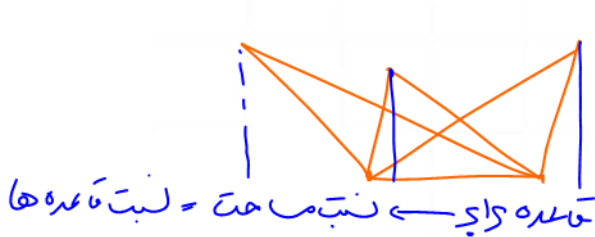
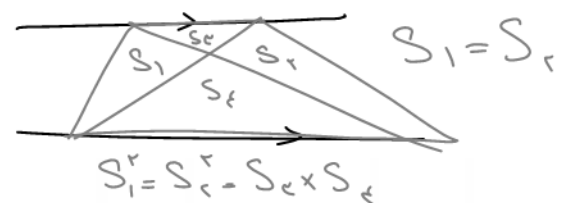
$$\frac{S}{S'} = \frac{a}{a'}$$



نسبت مساحتها
نسبت قاعده



در دوزنقه

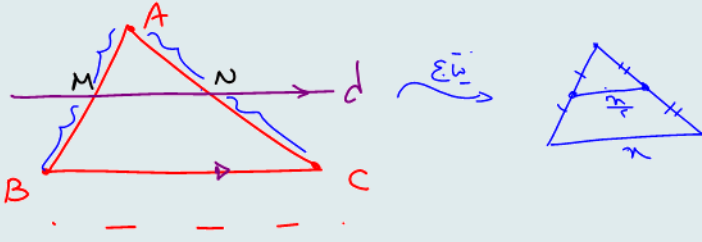


$$\frac{S}{S'} = \frac{h}{h'}$$

قضیه تالس

ست

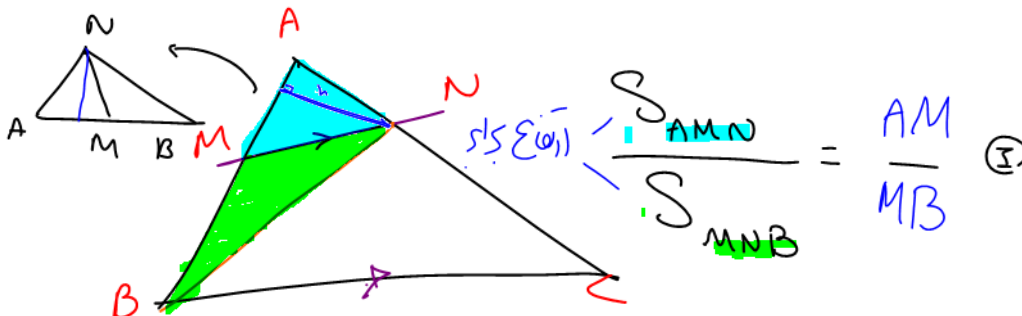
اگر خطی به موازات یکی از اضلاع یک مثلث دو ضلع دیگر را قطع کند، نسبت به خط‌های ای‌بی و جی‌سی برابر خط‌های روی دو ضلع دیگر است



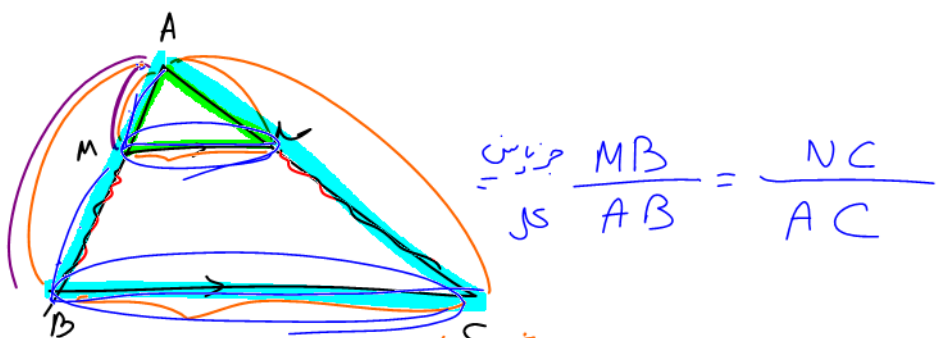
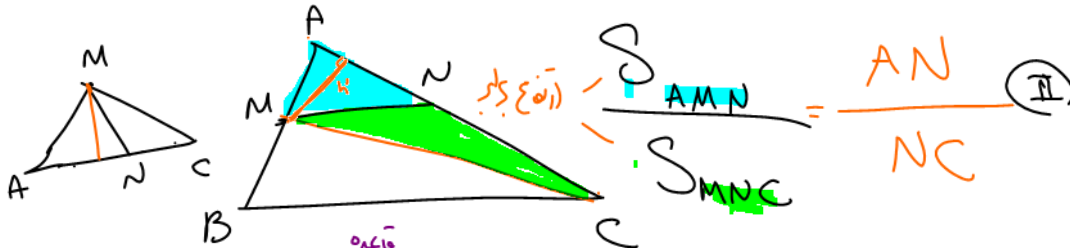
فرض $MN \parallel BC$

مقدمه $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$

اثبات قضیه تالس



$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$



همین مقدار

اضلاع مثلث کوچک

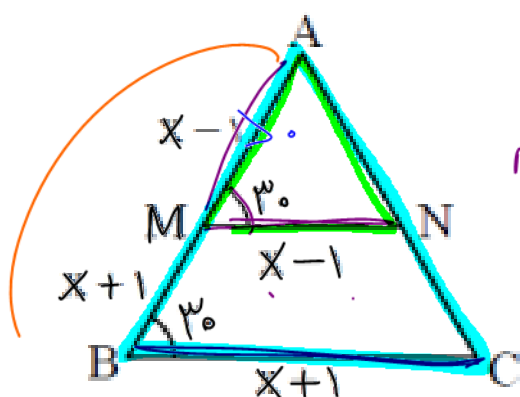
فصل دوم

چون $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$
 $\frac{MB}{AM} = \frac{NC}{AN}$

چون $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

مقدار x را مشخص کنید

مثال



$\hat{M} = \hat{B}$ (عکس خط موازی) $\rightarrow MN \parallel BC$

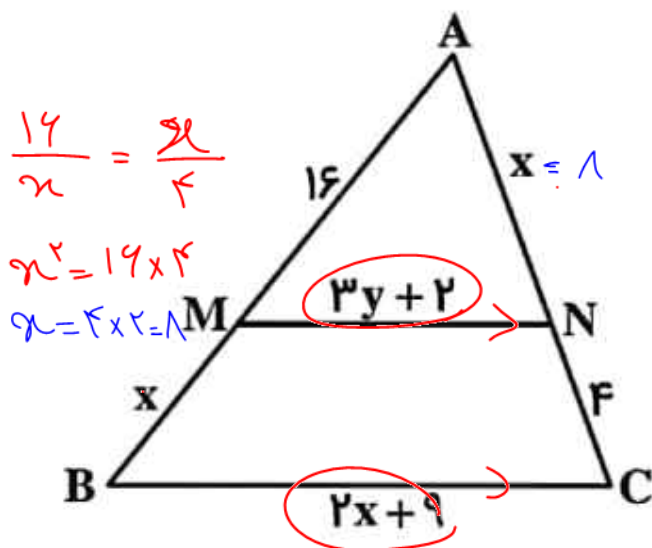
$$\frac{x-1}{x+1} = \frac{x-1}{x+1} \quad x=1 \rightarrow 2x = x+1$$

$$x=1$$

غش

در شکل مقابل MN موازی BC است. x و y را بیابید.

مثال



$$\frac{14}{x} = \frac{3y+2}{4}$$

$$x^2 = 14 \times 4$$

$$x = 4 \times 2 = 8$$

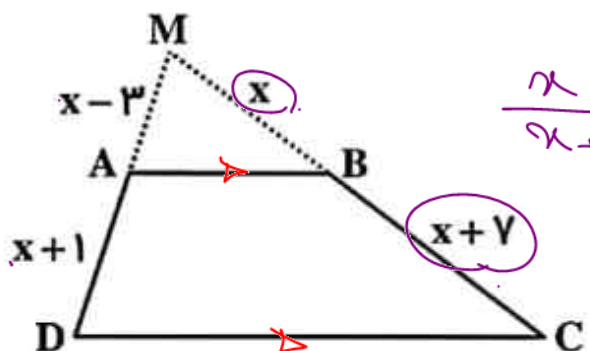
$$\frac{14}{x} = \frac{3y+2}{4}$$

$$56 = 9y + 8$$

$$48 = 9y \rightarrow y = \frac{48}{9}$$

در ذوزنقه‌ای ABCD امتداد ساق‌های آن در نقطه M متقاطع‌اند. مقدار x کدام است؟

۱۳



$$\frac{x}{x+7} = \frac{x-3}{x+1}$$

$$x^2 + x = x^2 + 4x - 21$$

$$21 = 3x$$

$$7 = x$$

۵/۵ (۱)

۶ (۲)

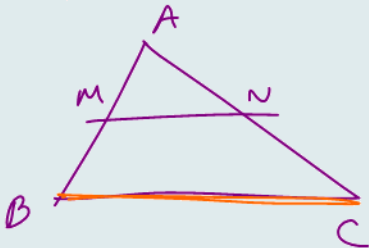
۷ (۳)

۶/۵ (۴)

تعمیم قضیه تالس

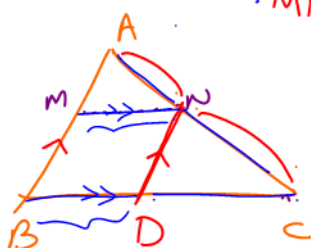
اگر خطی به موازات یکی از اضلاع یک مثلث در ضلع دیگر، رابطه نسبت به ضلع های این دژ به نسبت خط قطع شود و ضلع موازی نیز برقرار است

فرض $MN \parallel BC$



مکمل $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

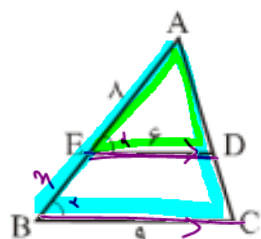
$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ ترکیب و جدح $\frac{AM}{AM+MB} = \frac{AN}{AN+NC} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$



$ND \parallel AB \rightarrow \frac{NC}{AN} = \frac{CD}{BD} \rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{BD}{CD}$ ترکیب و جدح $\frac{AN}{AN+NC} = \frac{BD}{BD+CD} \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{BD}{BC}$

$MN \parallel BD$ و $ND \parallel MB$ $\rightarrow$ $MNPB$ متوازی الاضلاع $\rightarrow BD = MN$ $\rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{AM}{AB}$

در شکل مقابل $\vec{B} = \vec{E}$ ، $ED = 6$ ، $AE = 8$ و $BC = 9$ ؛ طول BE کدام است؟

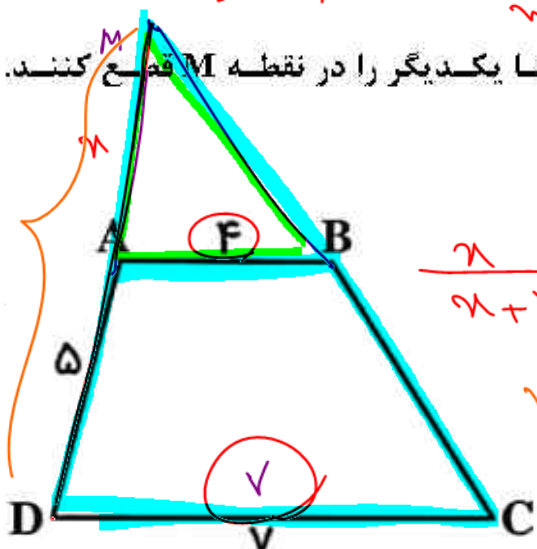


- 4 (1)
- 4/2 (2)
- 4/4 (3)
- 4/6 (4)

$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$ $\frac{8}{n} = \frac{6}{9}$ $8 + n = 12$ $n = 4$

در دوزنقه مقابل، اضلاع AD و BC را امتداد می دهیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع کنند.

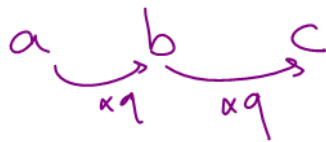
فاصله M از D چقدر است؟



$\frac{MD}{MB} = \frac{AD}{BC}$ $\frac{MD}{MD+5} = \frac{5}{9}$ $9MD = 5MD + 25$ $4MD = 25$ $MD = \frac{25}{4}$

- $\frac{24}{3}$ (1)
- $\frac{27}{3}$ (2)
- 12 (3)
- $\frac{25}{3}$ (4)

دکترها مسیح



واسطه هندسی و تالس $b^2 = ac$ $b = \sqrt{ac}$

مثال: در شکل مقابل $DE \parallel BC$ و $EF \parallel DC$ است. ثابت کنید که اندازه AD واسطه هندسی است بین

اندازه‌های AB و AF

در مثلث ABC، $DE \parallel BC$ است. بنابراین:

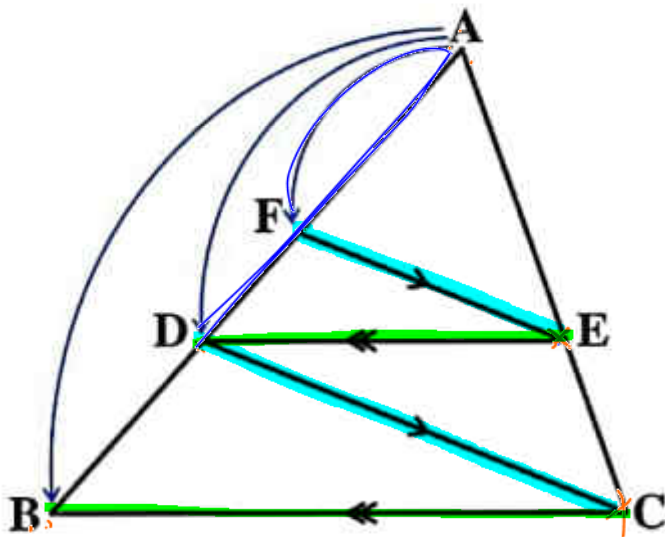
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \quad (I)$$

در مثلث ADC، $EF \parallel DC$ است. بنابراین:

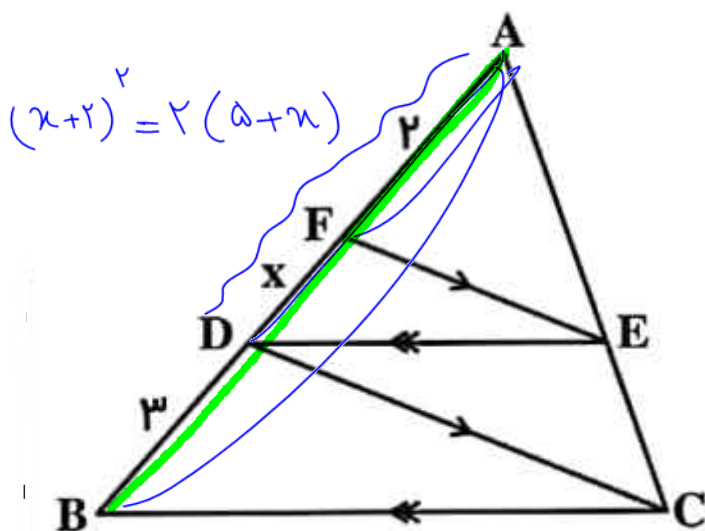
$$\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AC} \quad (II)$$

از مقایسه I و II خواهیم داشت:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow \boxed{AD^2 = AF \times AB}$$



۱۶ در شکل مقابل، $DE \parallel BC$ و $EF \parallel DC$ است. اندازه FD چقدر است؟



$$(x+2)^2 = 2(5+x)$$

$$x^2 + 4x + 4 = 10 + 2x$$

$$x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 4 + 24 = 28$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{2} = -1 \pm \sqrt{7}$$

$$\sqrt{7} - 1 \quad (1)$$

$$\sqrt{6} - 1 \quad (2)$$

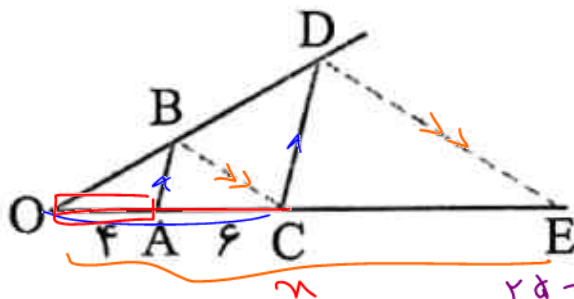
$$\sqrt{5} + 1 \quad (3)$$

$$\sqrt{6} + 1 \quad (4)$$

نقطه $-1 - \sqrt{7}$

$-1 + \sqrt{7}$

۱۷ در شکل روبرو $BC \parallel DE$, $AB \parallel CD$, $OA = 4$ و $AC = 6$ اندازه CE کدام است؟



$$\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{OB}{BD} \Rightarrow 25 = 21$$

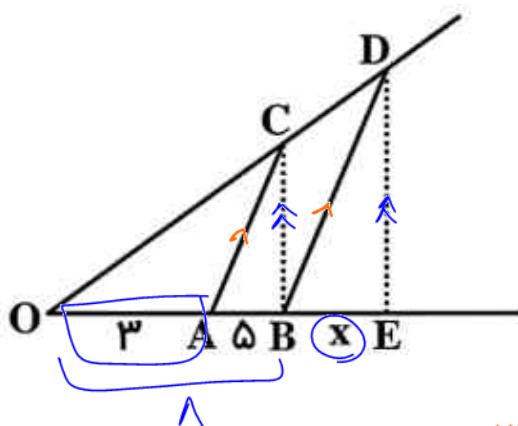
۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

۱۸ (۴)

۱۸ در شکل زیر دو جفت پاره خط AC و BD و هم چنین BC و DE موازی اند. اگر $OA = 3$ و $AB = 5$ باشد، اندازه BE کدام است؟



$$\frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow 12 = 10 + 3x \Rightarrow 2 = 3x \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

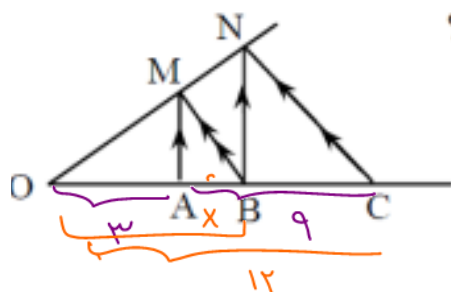
$12 \frac{1}{3}$ (۱)

$12 \frac{2}{3}$ (۲)

$11 \frac{1}{2}$ (۳)

$10 \frac{2}{3}$ (۴)

۱۹ در شکل مقابل $OA = 3$ و $AC = 9$ اندازه OB کدام است؟



$$x^2 = 3 \times 12 \rightarrow x = 6$$

۶ (۲)

۹ (۴)

۴ (۱)

۸ (۳)

در شکل زیر $AD \parallel EF$ و $AB \parallel ED$ می باشد. نسبت $\frac{DE}{AB}$ کدام است؟

۲۰

$$\frac{DE}{AB} = \frac{3x}{7x-15} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$$

$$2x \times (7x-15) = (3x)^2$$

$$14x - 30 = 9x$$

$$5x = 30$$

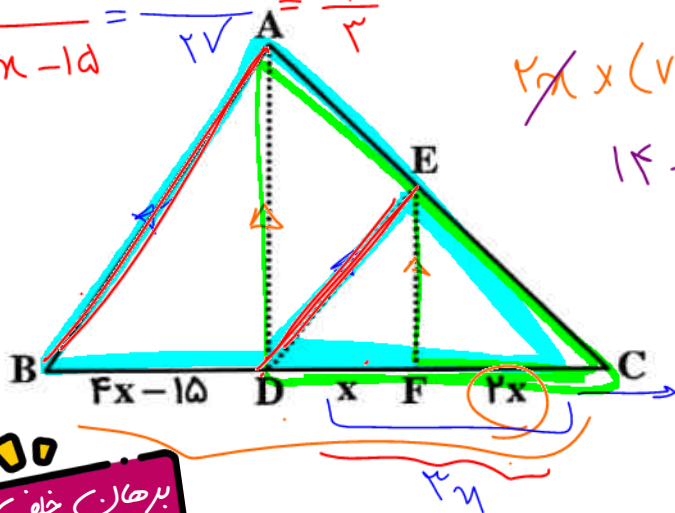
$$x = \frac{30}{5} = 6$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

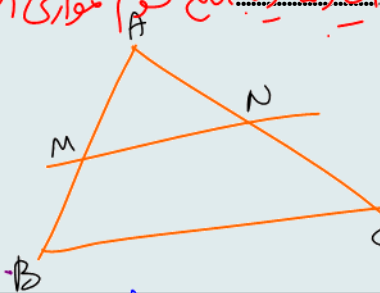
$$\frac{2}{3} \quad (4)$$



برهان خلف

عکس قضیه تالس

اگر خطی که از اضلاع یک مثلث را قطع کند روی آنها پاره های متناسب ای را بر جای بگذارد پس موازی است!

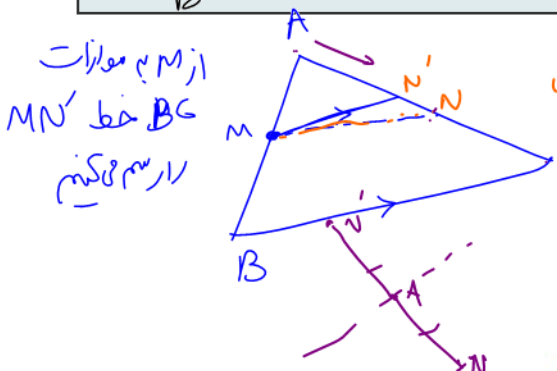


$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad \text{فرض}$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$MN \parallel BC \rightarrow MN' \parallel BC$ برهان خلف

$MN \parallel BC$ مکم



$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} \quad \text{فرض}$$

$$\frac{AN'}{AC} = \frac{AM}{AB}$$

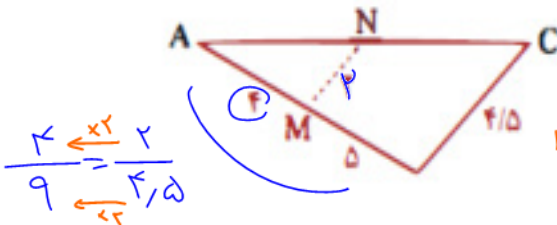
$$\frac{AN'}{AC} = \frac{AN}{AC}$$

$$AN' = AN$$

N و N' هم بر یک منطبق باشند

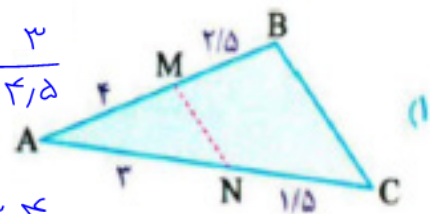
در کدام یک از شکل های زیر، پاره خط MN موازی قاعده BC است؟

۲۱

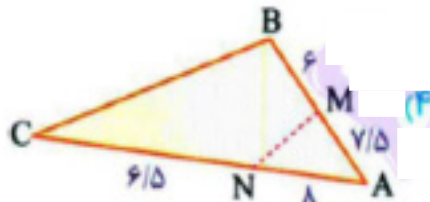


$$\frac{4}{9} \neq \frac{2}{10}$$

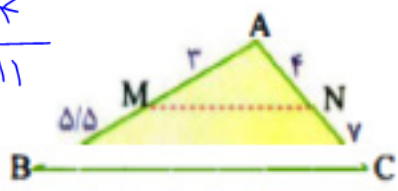
$$\frac{4}{9} \neq \frac{2}{10}$$



$$\frac{2}{5} \neq \frac{1}{6}$$

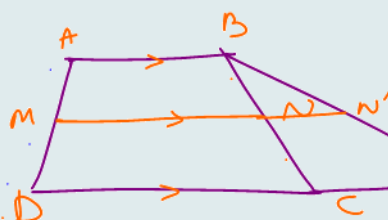


$$\frac{6}{11} \neq \frac{7}{10}$$



تالس دوزنقه

اگر خطی به موازات دو قاعده یک دوزنقه دو ساق آن را قطع کند نسبت پاره های برشده روی ساق ها برابرند



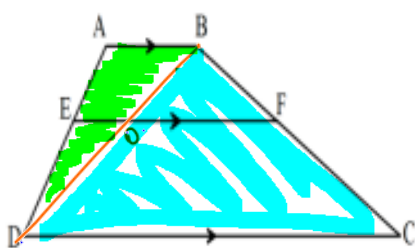
فرض $MN \parallel DC \parallel AB$

$$\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} \quad / \quad \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

مقدم

ثابت کنید

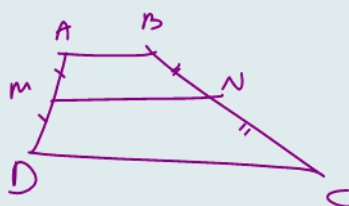
ثابت کنید اگر خطی موازی قاعده های دوزنقه دو ضلع دیگر را قطع کند روی آنها پاره های متناسب ایجاد می کند (قضیه تالس در دوزنقه)



$$\begin{aligned} EF \parallel AB &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DE}{AE} = \frac{DO}{OB} \rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{BO}{OD} \\ FO \parallel DC &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BF}{FC} = \frac{BO}{OD} \rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} \end{aligned}$$

عکس تالس دوزنقه

اگر خطی دو ساق یک دوزنقه را به گونه ای قطع کند که نسبت پاره های برشده روی ساق ها برابر باشد آن خط موازی با قاعده ها خواهد بود



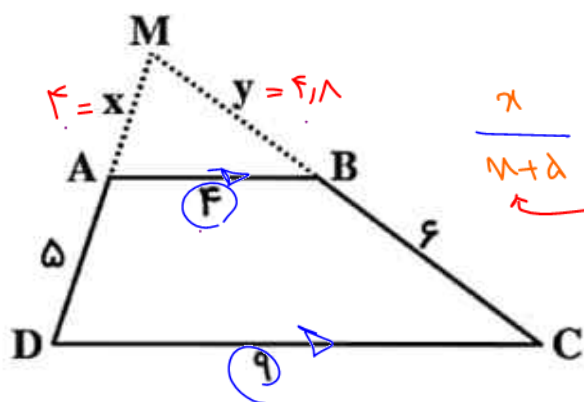
$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

فرض

مقدم $MN \parallel AB \parallel DC$

۲۱ در ذوزنقه‌ای اندازه قاعده‌ها ۴ و ۹ و طول ساق‌ها ۶ و ۵ است. محیط مثلثی که از امتداد

ساق‌ها در بیرون ذوزنقه تشکیل می‌شود کدام است؟



$$9y = 4y + 24 \rightarrow 5y = 24 \quad 11/4 \quad (1)$$

$$y = \frac{24 \times 2}{5 \times 2} \quad 11/6 \quad (2)$$

$$= 4/18 \quad 12/2 \quad (3)$$

$$12/8 \quad (4)$$

$$\frac{x}{m+5} = \frac{y}{y+6} = \frac{4}{9}$$

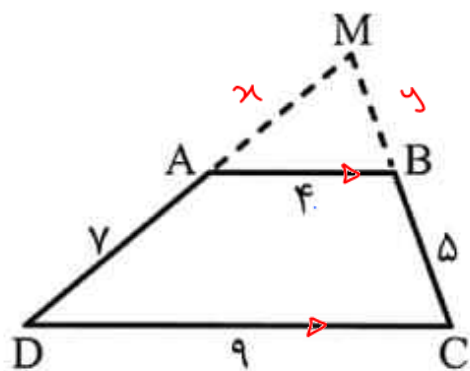
$$9m = 4m + 20$$

$$5m = 20$$

$$m = 4$$

۲۲ اندازه اضلاع متوازی الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث

MAB کدام است؟



$$\frac{x}{x+7} = \frac{4}{9} = \frac{y}{y+5}$$

$$4x + 28 = 9x$$

$$28 = 5x$$

$$\frac{28}{5} = \frac{5 \times 28}{5 \times 5} = 4$$

$$4y + 20 = 9y$$

$$20 = 5y$$

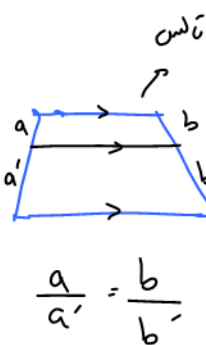
$$4 = y$$

$$13/2 \quad (1)$$

$$13/6 \quad (2)$$

$$14/4 \quad (3)$$

$$14/8 \quad (4)$$



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

$$\frac{a'}{a+a'} = \frac{b'}{b+b'}$$

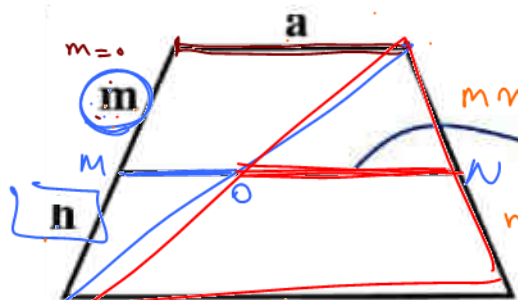
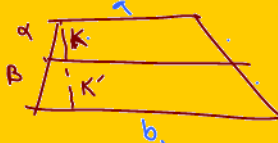
$$\frac{c}{c'} = \frac{a}{a+a'} = \frac{b}{b+b'}$$

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}$$

طول پاره خط

موازی

$$MN = \frac{ab+ba}{a+b} = \frac{kb+ka}{k+k'}$$

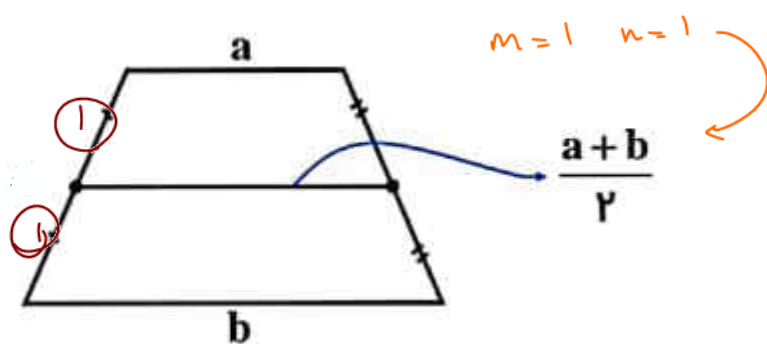


$$\frac{na+mb}{n+m}$$

$$\frac{MO}{a} = \frac{n}{h+m} \Rightarrow MO = \frac{an}{n+m}$$

$$NO = \frac{bm}{m+n} \quad \frac{NO}{b} = \frac{m}{m+n}$$

$$MN = OM + ON = \frac{an + bm}{n+m}$$



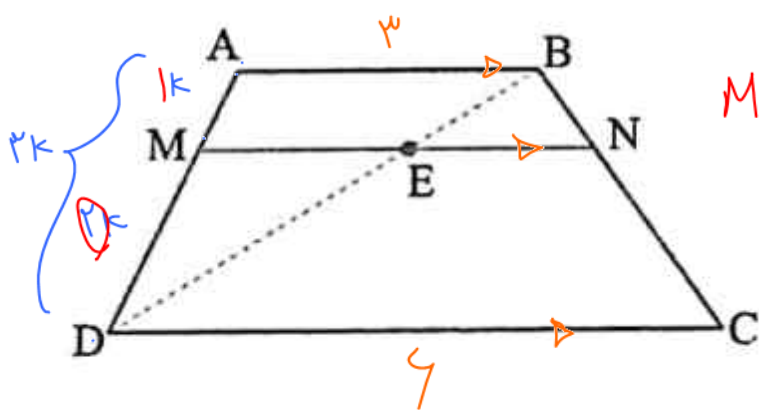
وط

در کل خط به صورت میانی قرار دارد
بدست می آید اینها وزن برابر

میانی واقع = MN

۲۳ در ذوزنقه $ABCD$, $AB=3$ و $CD=6$ و M و N روی ساق‌ها به گونه‌ای قرار دارند که

$\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{3}$ و MN موازی AB است. اندازه MN کدام است؟



$$MN = \frac{2 \times 3 + 1 \times 6}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

۳/۲۵ (۱)

۴ (۲)

۴/۵ (۳)

۵ (۴)

۲۴ در ذوزنقه $ABCD$ ($AB \parallel CD$) نقاط E و F بر روی ساق‌های AD و BC طوری قرار دارند که

$EF \parallel AB$, $AE=3$ و $ED=6$. اگر $AB=4$ و $CD=10$ باشد، اندازه پاره خط EF کدام

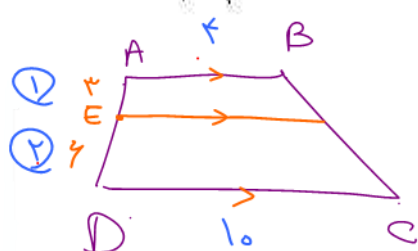
است؟

۶ (۱)

۵/۵ (۲)

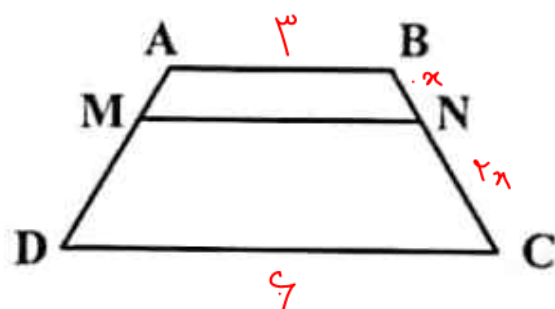
۵ (۳)

۶/۵ (۴)



$$\frac{2 \times 4 + 1 \times 10}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

۲۵ در ذوزنقه $ABCD$ ، اگر $AB = 3$ و $DC = 6$ و $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{3}$ باشد آن گاه:



$$MN = \frac{1 \times 3 + 2 \times 6}{3} = 4$$

$$MN = \frac{14}{3} \quad (1)$$

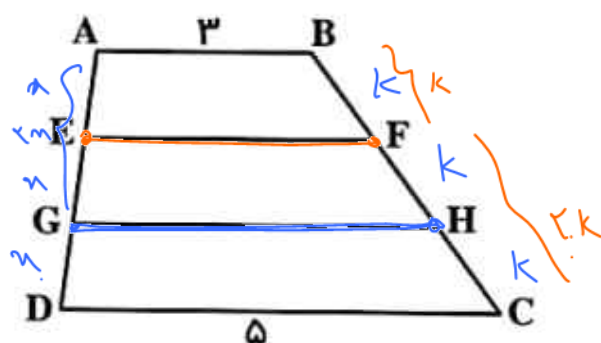
$$MN = \frac{9}{2} \quad (2)$$

$$MN = 4 \quad (3)$$

$$MN = 5 \quad (4)$$

۲۶ در ذوزنقه زیر هر ساق ذوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده‌اند. اندازه GH چند برابر

EF است؟



$$EF = \frac{2 \times 3 + 1 \times 5}{3} = \frac{11}{3}$$

$$GH = \frac{3 \times 3 + 1 \times 5}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{5}{13} \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$\frac{13}{11} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

۲۷ در ذوزنقه $ABCD$ ، پاره‌خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$ است. اندازه‌ی MN کدام

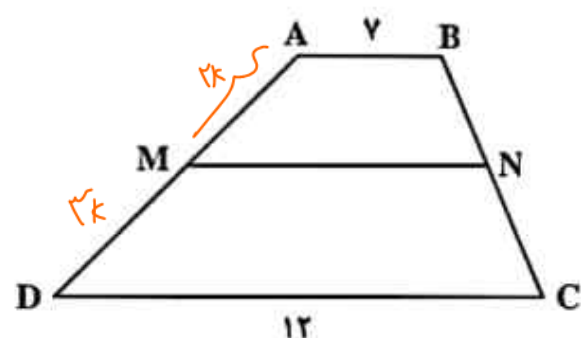
است؟

$$8 \quad (1)$$

$$8/5 \quad (2)$$

$$9 \quad (3)$$

$$9/5 \quad (4)$$



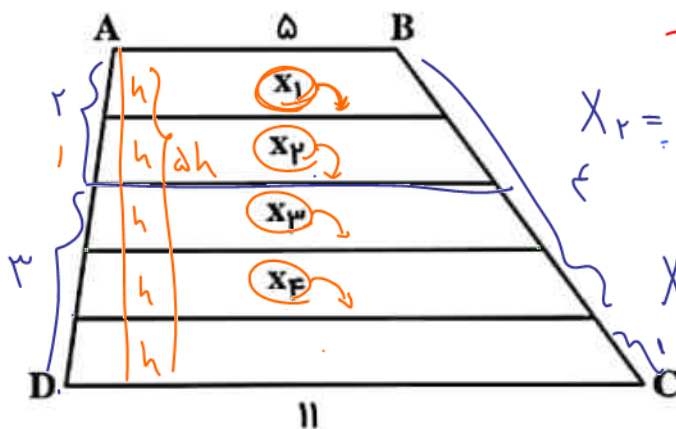
$$MN = \frac{2 \times 7 + 3 \times 12}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

دکترها مسیح

$$S = \frac{(a+b) \times h}{2}$$

هر ساق دوزنقه مقابل به Δ قسمت مساوی افراز شده است. حاصل $x_r + x_f$ کدام است؟

۲۸



$$X_r = \frac{3 \times 5 + 2 \times 11}{5} = \frac{37}{5}$$

$$X_f = \frac{1 \times 5 + 3 \times 11}{5} = \frac{34}{5}$$

$$X_r + X_f = \frac{71}{5}$$

۱۴ (۱)

۱۸ (۲)

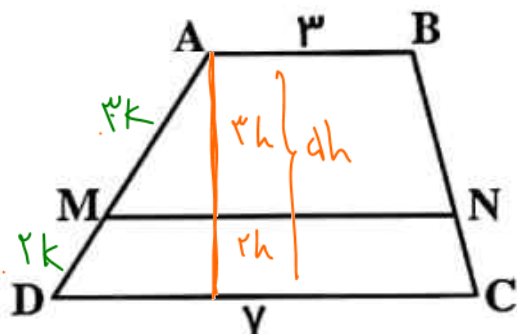
$\frac{۸۶}{۵}$ (۳)

$\frac{۷۶}{۵}$ (۴)

اگر در شکل مقابل، نقاط M و N روی دو ساق دوزنقه ABCD طوری باشند که

۲۹

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{3}{2}$$



$$MN = \frac{3 \times 5 + 2 \times 3}{3+2} = \frac{21}{5}$$

۴/۸ (۱)

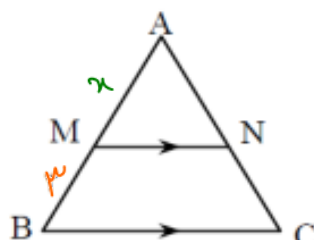
۵/۱ (۲)

$\frac{۵/۴}{۵/۷}$ (۳)

$\frac{۵/۷}{۱۰}$ (۴)

در شکل مقابل $BC = \frac{1}{5} MN$ است. اندازه‌ی AB چقدر است؟

۳۰



$$2x + 4 = 3x$$

$$4 = x$$

$$\frac{MN}{BC} = \frac{MN}{\frac{1}{5} MN} = \frac{5}{1} = \frac{x}{x+3}$$

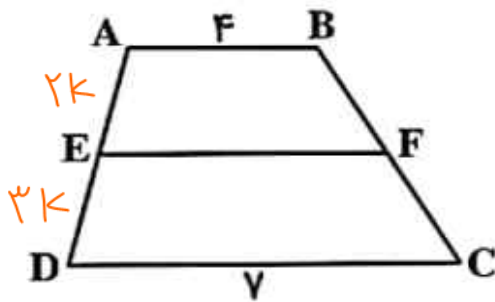
۴ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

$\frac{۹}{۴}$ (۴)

۳۱ در ذوزنقه زیر، EF موازی دو قاعده است و $AE = 2DE$ ، اندازه EF چقدر است؟



$$\frac{AE}{DE} = \frac{2}{3}$$

(۱) $5/2$

(۲) $5/4$

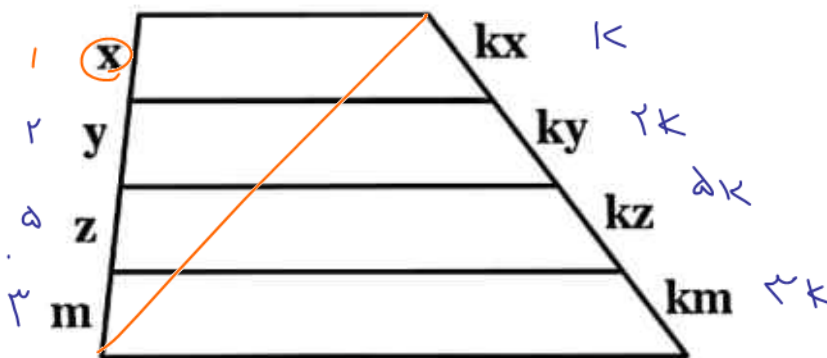
(۳) $5/6$

(۴) 5

$$EF = \frac{2 \times 17 + 3 \times 4}{5} = \frac{14 + 12}{5} = \frac{26}{5} = \frac{52}{10}$$

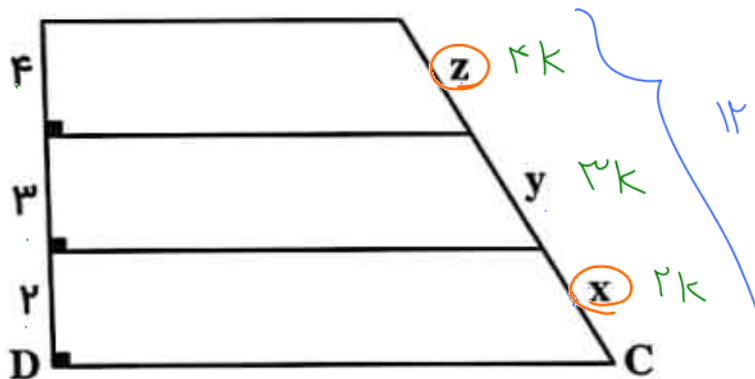
اگر در یک ذوزنقه خطوطی موازی قاعده‌ها ساق‌های ذوزنقه را قطع کنند (به هر تعداد) آن‌گاه نسبت پاره‌های پدید آمده روی ساق‌ها یکسان است.

مثبت



۳۲ در ذوزنقه قائم‌الزاویه ABCD مطابق شکل، اندازه ساق بزرگ ۱۲ است. مقدار $x + z$ کدام است؟

مثبت



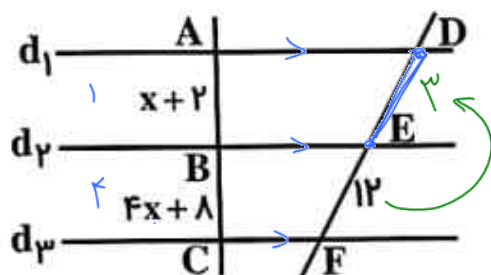
$$x + z = 4k = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

$$4k + 3k + 2k = 12 \rightarrow 9k = 12 \rightarrow k = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

۳۳ در شکل داده شده خطوط d_1 و d_2 موازی اند. با توجه به مقادیر داده شده روی شکل،

نسبت

اندازه پاره DE کدام است؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

$$\frac{7x+8}{x+2} = \frac{3}{12} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

تالس و مساحت

اگر در تستی خطوطی موازی اضلاع درون مثلث رسم شده بود و مساحت قسمتی از شکل ایجاد شده را نسبت به قسمتی دیگر خواستند این موارد کلی در ذهن شما باشد.

الف) می‌توانید مثلث را خاص (مثلاً متساوی‌الاضلاع) فرض کنید.

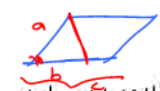
ب) طرف مجهول را برابر طرف معلوم بگیرید. مثلاً اگر

$$\frac{AE}{BE} = \frac{3}{5} \text{ فرض می‌کنیم } AE = 3 \text{ و } BE = 5 \text{ است.}$$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S_{\square} = ab \sin \alpha$$

زادیه بایر می

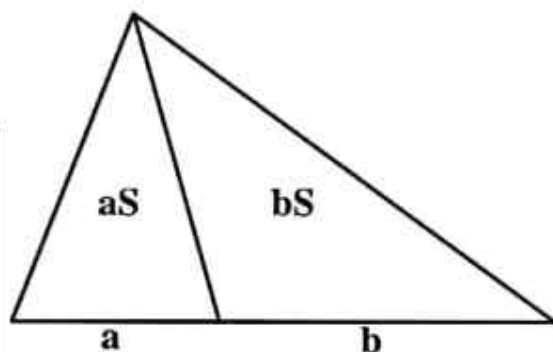


$$S_{\square} = a \times c$$

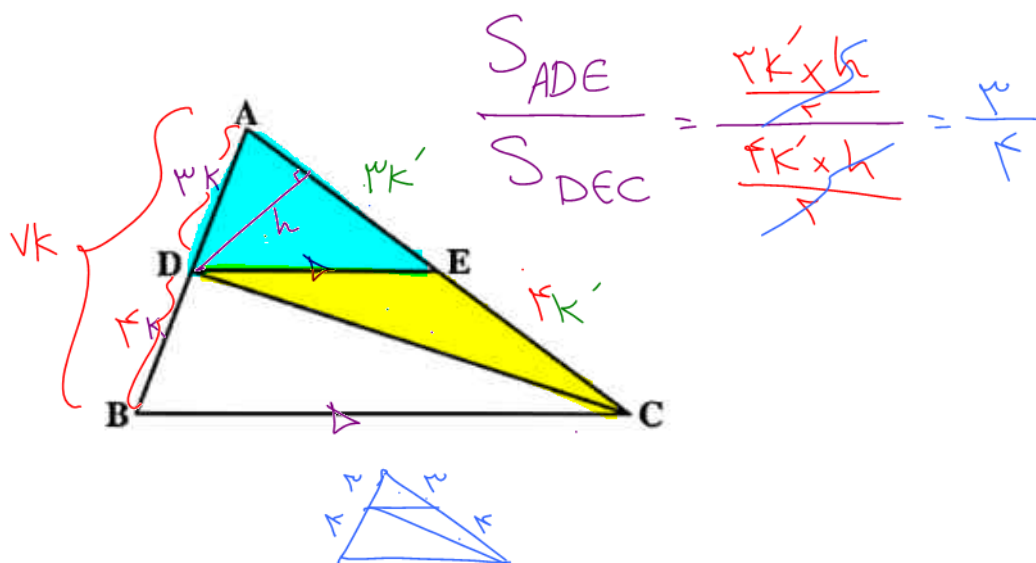
$$S_{\triangle} = \frac{a \times b}{2}$$

ج) مساحت مثلث را نصف ضرب دو ضلع و مساحت متوازی‌الاضلاع را ضرب دو ضلع بگیرید.

د) اگر خطی قاعده را به نسبتی تقسیم کند مساحت را نیز به همان نسبت تقسیم می‌کند.

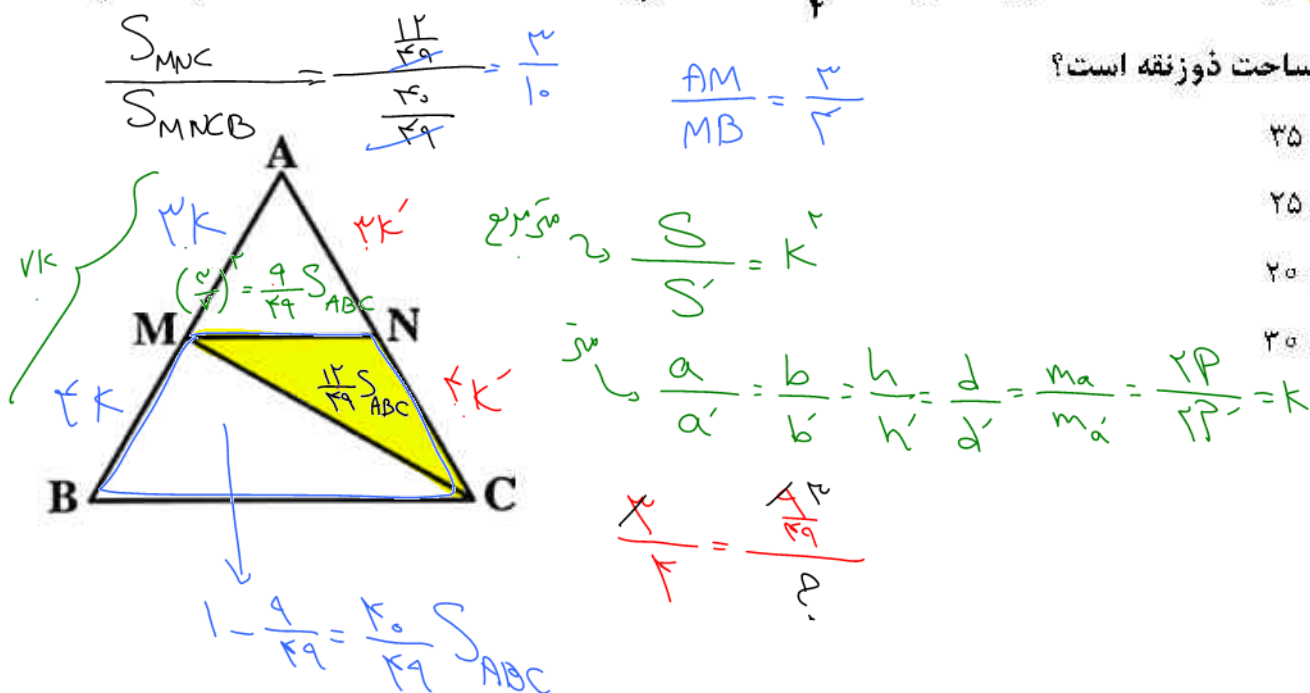


۳۴ در شکل زیر اگر $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{7}$ و $DE \parallel BC$ باشد، آن گاه مساحت ADE چند درصد مساحت DEC است؟



- ۷۵ (۱)
- ۷۵ (۲) ✓
- ۷۸ (۳)
- ۸۴ (۴)

۳۵ در مثلث ABC مطابق شکل $AM = \frac{3}{4}MB$ می باشد. مساحت مثلث MNC چند درصد مساحت ABC است؟



- ۳۵ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۲۵ (۳)
- ۳۵ (۴) ✓

۳۶ در مثلث ABC پاره خط DE موازی ضلع BC و $AD = \frac{4}{5} DB$ است. مساحت مثلث

$\frac{AD}{DB} = \frac{4}{5}$

EBC چند برابر مساحت مثلث EBD است؟

$9S$ $2(1)$
 $2/25$ $2/5$ $2/25$ $2/5$

$K^2 = \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}$

$11 - 16 = \frac{45}{11}$

کل $\frac{4}{13} \times \frac{45}{11} S$

کل $\frac{9}{13} \times \frac{45}{11} S$

۳۷ در شکل داده شده $AM = \frac{2}{3} MB$ و پاره خط MN موازی قاعده BC است. مساحت مثلث

رنگ شده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

$\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$

$\frac{1}{5}$ (1)
 $\frac{2}{5}$ (2)
 $\frac{2}{7}$ (3)
 $\frac{2}{5}$ (4)

$\frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{25}$

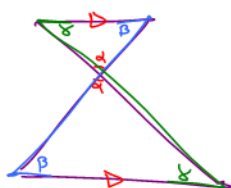
مستوی الاضلاع

در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ می باشد. مساحت مثلث سایه زده شده چند درصد مساحت

۳۸

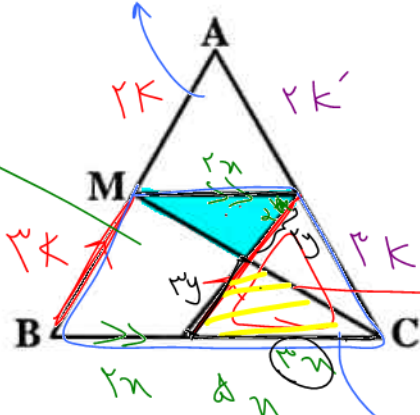
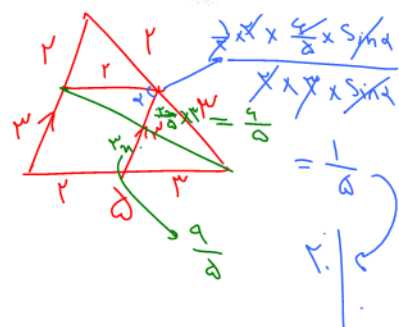
متوازی الاضلاع است؟

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} S_{\triangle}$$



$$\frac{S_{\triangle}}{S_{\square}} = \frac{\frac{2 \times 2 \times \sin \alpha}{2}}{2 \times 2 \times \sin \alpha} = \frac{1}{5} = 20\%$$

۲۰ (۱)
۲۴ (۲)
۲۵ (۳)
۳۰ (۴)



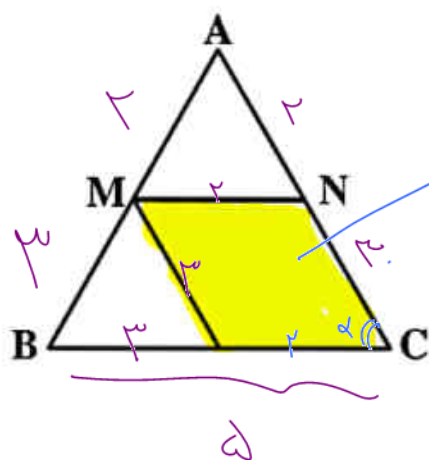
$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} S_{\triangle}$$

$$\frac{21}{25} S_{\triangle}$$

در شکل زیر $AM = \frac{2}{3} MB$ و چهارضلعی متوازی الاضلاع است. مساحت متوازی الاضلاع

۳۹

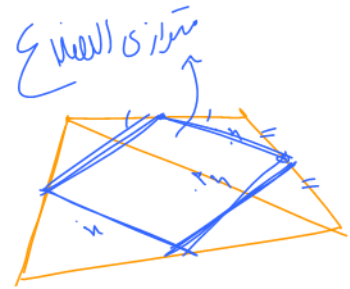
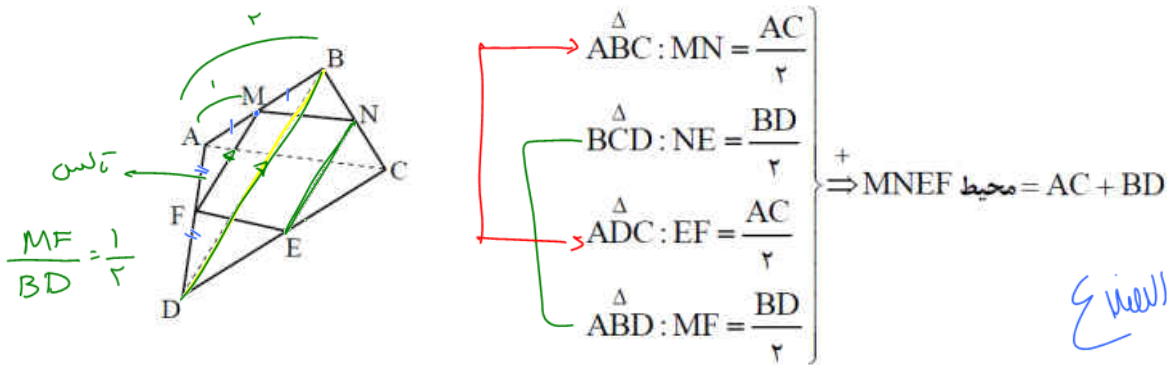
چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



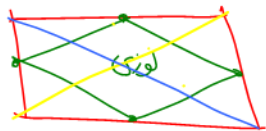
$$\frac{2 \times 2 \times \sin \alpha}{2 \times 2 \times \sin \alpha} = \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{25}$$

۴۸ (۱)
۵۰ (۲)
۵۴ (۳)
۶۰ (۴)

وسط اضلاع

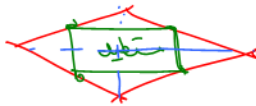


امضاع روبه رو فقط موازی و مساوی می شوند



در مستطیل قطرها برابرند

امضاع مثل با هم برابرند



در لوزی قطرها هم عمودند

امضاع هم عمودند



در مربع قطرها برابر و عمودند

مثل امضاع پای و عموددار

۴۰ در یک چهار ضلعی وسطهای دو ضلع مقابل را به هم وصل کرده ایم. در این صورت دو پاره خط ایجاد شده کدام ویژگی را دارند؟

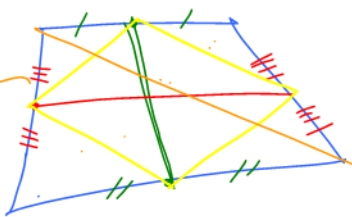
(۱) مساویند

(۲) عمودند

(۳) منصفند

(۴) عمود منصفند

قطرهای متوازی الاضلاع منصفند



اگر وسط امضاع هر دو ضلعی را به هم وصل کنیم متوازی الاضلاع ایجاد می شود

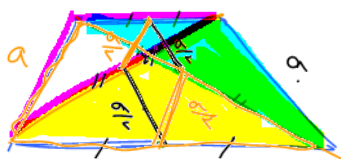
۴۱ اگر در یک چهار ضلعی دو ضلع مقابل مساوی باشند آنگاه وسطهای دو قطر و وسطهای دو ضلع مقابل دیگر رئوس کدام چهار ضلعی خواهند بود؟

(۱) متوازی الاضلاع

(۲) لوزی

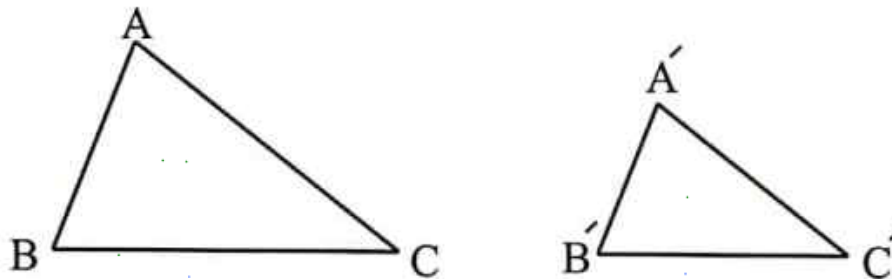
(۳) مستطیل

(۴) دوزنقه



تشابه مثلث ها

دو مثلث را متشابه گوییم هر گاه اضلاعشان نظیر به نظیر و زوایایشان نیز نظیر به نظیر متناسب باشند.



$$k = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

$$\begin{aligned} A &= A' \\ B &= B' \\ C &= C' \end{aligned}$$

هم‌بندی

تثابه

زمن ز

از

من ز من

دو ضلع متناسب در یک زاویه

من من من

من ضلع متناسب → من من من

حالت های تشابه

قضیه اساسی تشابه

اگر قطری به موازات یکی از اضلاع یک مثلث فرض

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\hat{A} = \hat{A} \quad \hat{N} = \hat{C} \quad \hat{M} = \hat{B}$$

مکمل

تشابه مثلث ها

حالت ۱ زز

اگر دو مثلث دارای باشند

فرض

مکمل

حالت ۲ ض ض ض

اگر دو مثلث دارای باشند

فرض

مکمل

تشابه مثلث ها

حالت ۳ ض ض ض

اگر دو مثلث دارای باشند

فرض

مکمل

نسبت دیگر اجزای دو مثلث متشابه

نسبت نیمسازها

اگر دو مثلث متشابه با نسبت تشابه باشند

فرض

مکمل

نسبت میانه ها

اگر دو مثلث متشابه با نسبت تشابه $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فرض

مکم

نسبت ارتفاع ها

اگر دو مثلث متشابه با نسبت تشابه $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فرض

مکم

نسبت مساحت ها

..... اگر دو مثلث متشابه با نسبت تشابه

$$\frac{S}{S'} = \frac{1}{K^2} \times \frac{AH}{A'H'} \times \frac{BC}{B'C'} \\ K \times K = K^2$$

فرض

مکمل

نسبت محیط ها

..... اگر دو مثلث متشابه با نسبت تشابه

فرض

مکمل

دو مثلث فقط با تناسب ارتفاع‌هایشان متشابه می‌گردند و این جمله در مورد میانه‌ها یا نیمسازها

درست نیست.

حالت تشابه دو زاویه بسیار کاربردی‌تر از حالت‌های دیگر تشابه در تست است.

$$r = \frac{S}{P} \quad \text{و} \quad R = \frac{a}{\sin A}$$

نتیجه اصلی تشابه دو مثلث:

۱- نسبت نیمسازهای داخلی، خارجی، میانه‌ها، ارتفاع‌ها، شعاع‌های دایره‌های محاطی و محیطی متناظر با

آنها و همچنین نسبت محیط‌های آنها با نسبت تشابه برابر است.

۲- نسبت مساحت‌ها با توان دوم نسبت تشابه برابر است.

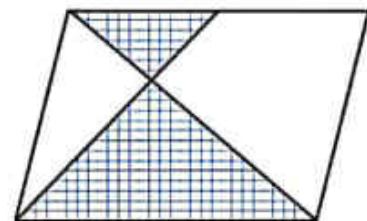
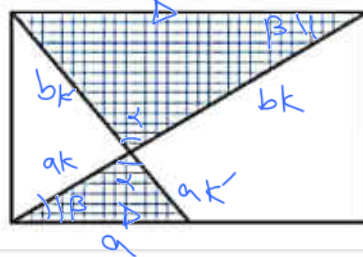
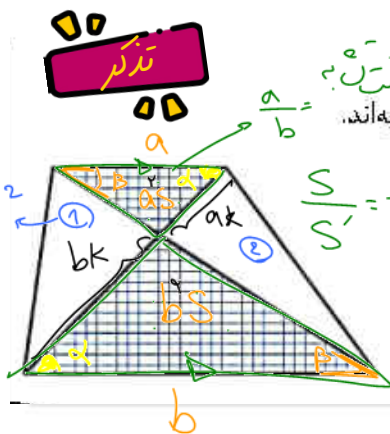
$$\frac{S}{S'} = k^2$$

چند حالت تشابه معروف که بهتر است بلد باشید.

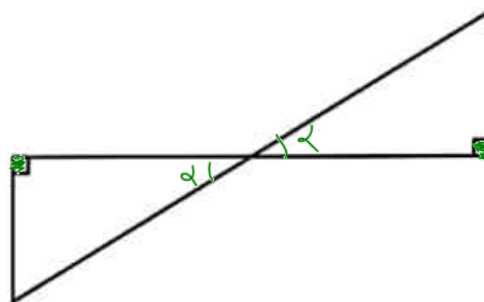
(۱) هر دو n ضلعی منتظم دلخواه متشابه‌اند.

(۲) پروانه‌های ایجاد شده درون دوزنقه، متوازی‌الاضلاع، مستطیل، مربع و لوزی متشابه‌اند.

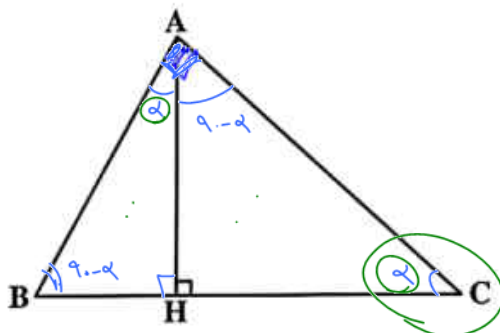
$$\frac{S}{S'} = \frac{a^2}{b^2}$$



(۳) مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ای که دارای یک زاویه متقابل به راس برابر باشند متشابه‌اند.



(۴) اگر در مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر رسم شود مثلث‌های متشابه ایجاد می‌شود.



$$\triangle ABC \sim \triangle ABH \sim \triangle ACH$$

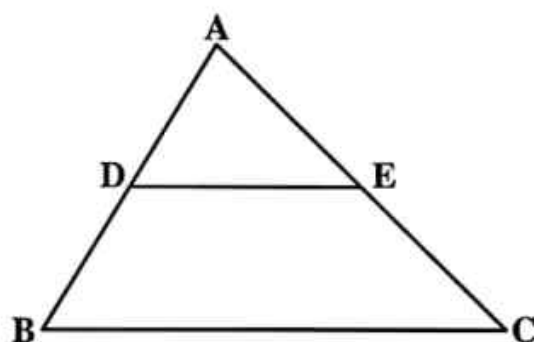
$$AH^2 = BH \times HC$$

$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$

$$AH \times BC = AB \times AC$$

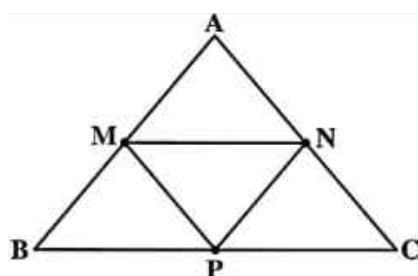
(۵) اگر در مثلثی خطی موازی قاعده رسم شود مثلث ایجاد شده با مثلث اصلی متشابه است.



$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

(۶) اگر وسط‌های اضلاع مثلثی را به هم وصل کنیم هر یک از چهار مثلث پدید آمده با مثلث اصلی متشابه

هستند.



$$\triangle AMN \sim \triangle BMP \dots$$

۴۲ طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتی‌متر و طول کوچک‌ترین ضلع مثلثی متشابه با

مثلث اولی ۲۲/۵ است. محیط مثلث دوم کدام است؟

۱۰۳/۵ (۴)

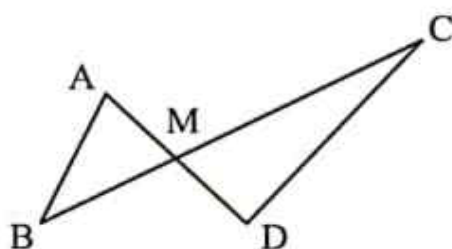
۱۰۳ (۳)

۱۰۲/۵ (۲)

۱۰۲ (۱)

۴۳ در شکل زیر $AB \parallel CD$ و $\frac{AM}{AD} = \frac{3}{5}$ نسبت مساحت‌های دو مثلث در این شکل کدام

است



$\frac{2}{5}$ (۲)

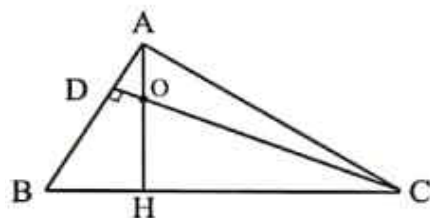
$\frac{9}{25}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۱)

$\frac{4}{9}$ (۳)

۴۴ در شکل مقابل AH و CD دو ارتفاع مثلث ABC هستند. اگر $OH = AD = 5DO$ و $12 = \frac{1}{3}OH$ ،

طول HC کدام است؟



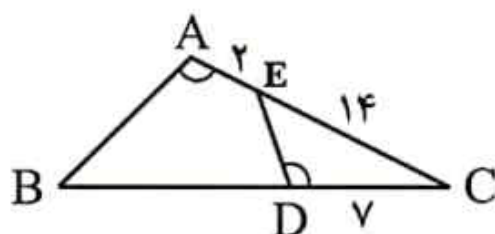
(۱) ۱۶۵

(۲) ۱۷۰

(۳) ۱۷۵

(۴) ۱۸۰

۴۵ در شکل مقابل، BD چند واحد است؟



(۱) ۲۲

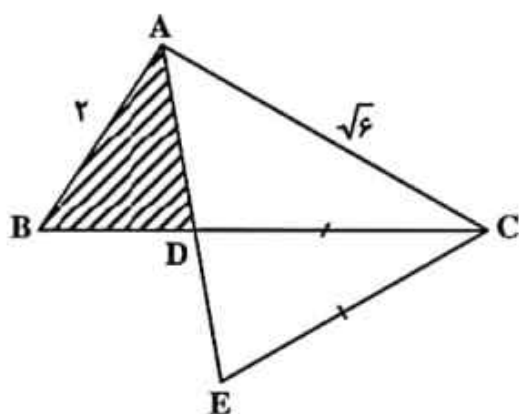
(۲) ۲۳

(۳) ۲۴

(۴) ۲۵

۴۶ در شکل زیر، AD نیمساز زاویه‌های A و C است. نسبت مساحت‌های دو مثلث

ABD و ACE کدام است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

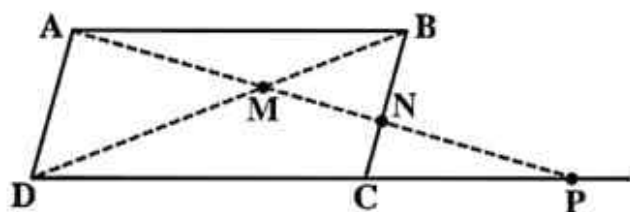
(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

دکترها مسیح

۴۷ در شکل روبرو، $ABCD$ متوازی الاضلاع است. حاصل $MN \times MP$ برابر کدام است؟



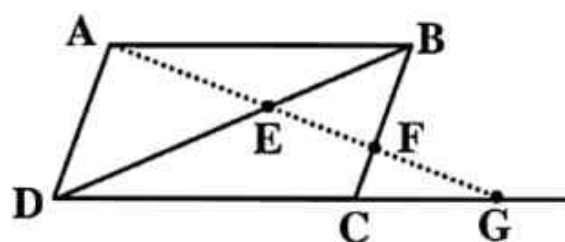
(۱) AB^2

(۲) AD^2

(۳) MD^2

(۴) AM^2

۴۸ در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟



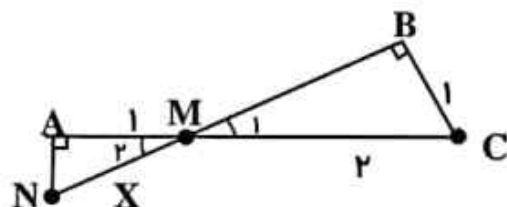
(۱) EA^2

(۲) ED^2

(۳) $EB \times ED$

(۴) $FB \times FC$

۴۹ در شکل مقابل دو زاویه $\hat{A}$ و $\hat{B}$ قائمه‌اند. مقدار X چقدر است؟



(۱) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

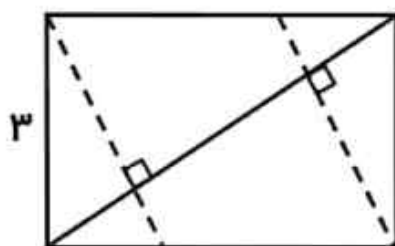
(۲) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{2}{3}$

۵۰ در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴ واحد، از هر دو راس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این

مستطیل رسم شده است. مساحت متوازی الاضلاع حاصل کدام است؟



(۱) $5/25$

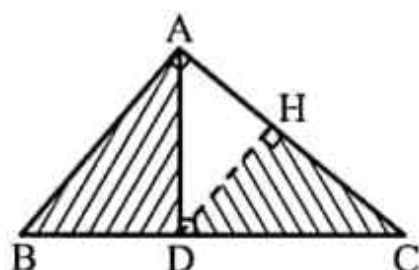
(۲) $5/75$

(۳) ۶

(۴) $7/5$

۵۱ در مثلث قائم الزویه ABC ، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت

مساحت های دو مثلث قائم الزویه ABD و HCD کدام است؟



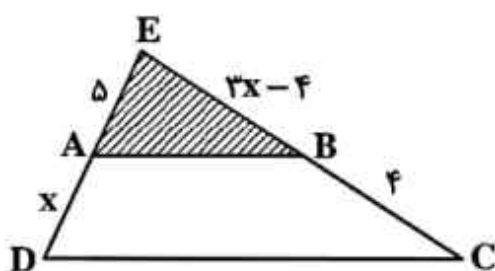
(۲) $\frac{4}{7}$

(۱) $\frac{3}{7}$

(۴) $\frac{8}{9}$

(۳) $\frac{16}{21}$

۵۲ در شکل زیر، مساحت ذوزنقه $ABCD$ چند برابر مساحت مثلث EAB است؟



(۲) $\frac{16}{9}$

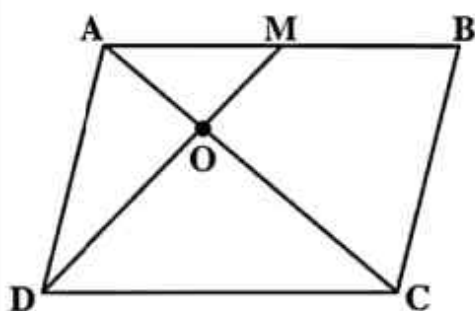
(۱) $\frac{9}{4}$

(۴) $\frac{26}{25}$

(۳) $\frac{25}{16}$

۵۳ در متوازی الاضلاع $ABCD$ مطابق شکل $AB = 6$ و نقطه M وسط ضلع AB است. اگر

$AC = 6$ و $OM = \frac{2}{5}$ باشد، محیط مثلث OCD کدام است؟



(۱) ۱۴

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۷

۵۴: در یک مثلث قائم الزاویه ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جز تقسیم می‌کند. اگر

مساحت مثلث کوچک تر $\frac{1}{5}$ مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع

قائم آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۵۵: در مثلث ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) ارتفاع AH مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند.

مساحت اصلی $6/76$ برابر مساحت مثلث کوچک تر است. نسبت فواصل H از دو ضلع قائم

کدام است؟

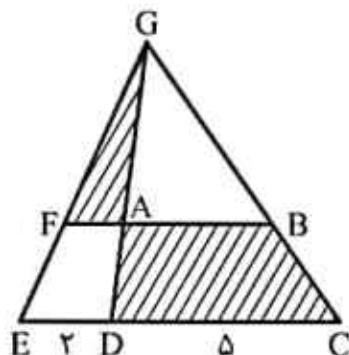
- (۱) $\frac{2}{8}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۵۶: در مثلث ABC داریم $\hat{A} = \hat{B}$ کدام رابطه بین سه ضلع این مثلث برقرار است؟

- (۱) $a^2 = bc$ (۲) $b^2 = ac$ (۳) $a^2 - b^2 = bc$ (۴) $a^2 - c^2 = bc$

۵۷: در شکل زیر، $DG = 3DA$ و اندازه پاره‌خط‌های DE و DC به ترتیب ۲ و ۵ واحد هستند.

مساحت مثلث AFG چند درصد مساحت ذوزنقه $ABCD$ است؟

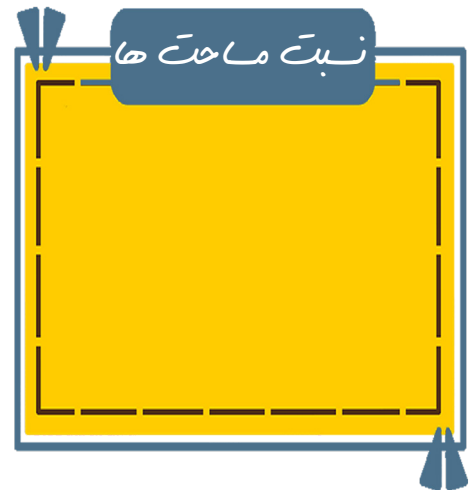
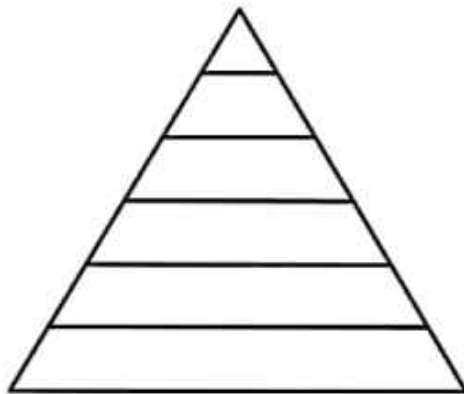


(۱) ۴۰

(۲) ۳۶

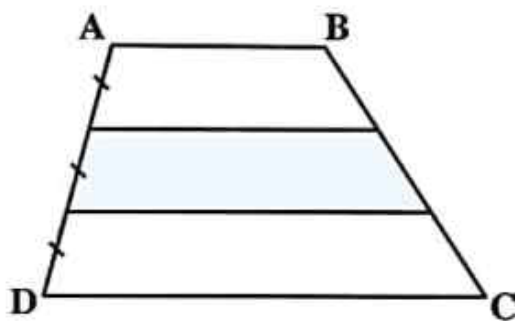
(۳) ۳۲

(۴) ۲۴



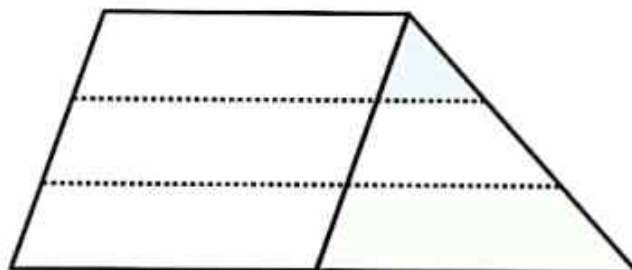
۵۸ در ذوزنقه ABCD ساق AD به سه قسمت مساوی تقسیم شده و از هر یک خطوطی به موازات قاعده‌ها رسم شده است. مساحت ذوزنقه رنگ شده چه کسری از مساحت ذوزنقه

است؟



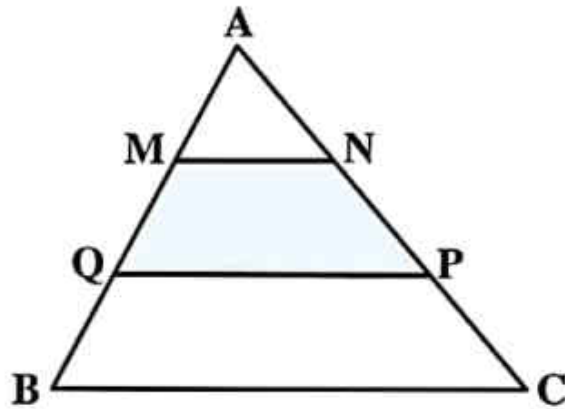
- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{4}$
- (۳) $\frac{2}{5}$
- (۴) $\frac{1}{3}$

۵۹ یک ساق ذوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه زده کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{6}$
- (۲) $\frac{1}{5}$
- (۳) $\frac{2}{9}$
- (۴) $\frac{1}{4}$

۶۰ در شکل مقابل، هر یک از اضلاع AB و AC را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. مساحت دوزنقه $MNPQ$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



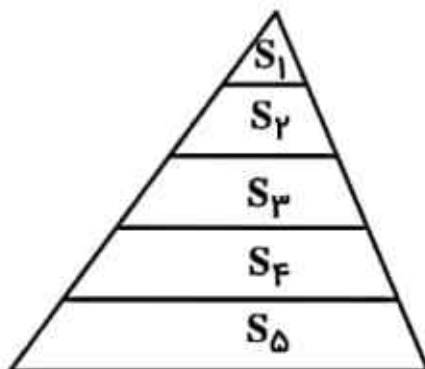
(۱) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{2}{5}$

۶۱ اگر هر یک از اضلاع AB و AC از مثلث ABC را مطابق شکل به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنیم آن‌گاه نسبت $\frac{S_2}{S_4}$ کدام است؟



(۱) $\frac{4}{5}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{3}{4}$

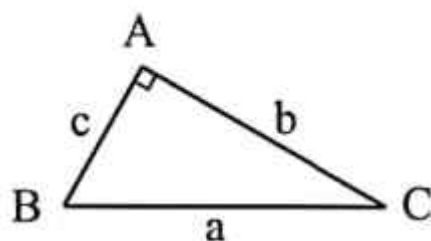
(۴) $\frac{5}{7}$

مثلث قائم الزاویه

۱- در هر مثلث قائم الزاویه داریم:



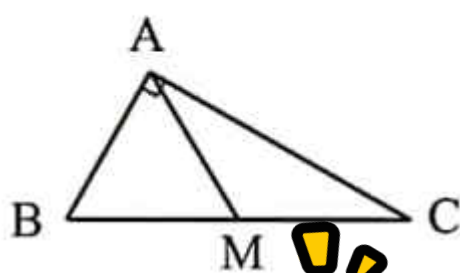
$$a^2 = b^2 + c^2$$



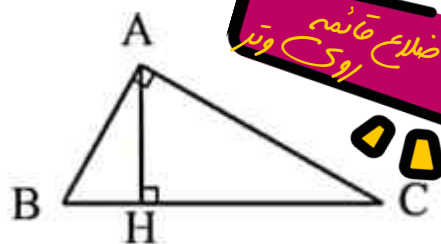
و اگر ۳ عدد فیثاغورثی باشند هر ضریبی از آن‌ها هم فیثاغورثی است.

۲- در هر مثلث قائم الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است و آن

وتر را نصف می‌کند.



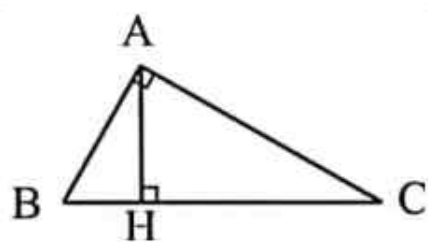
$$AM = \frac{BC}{2}$$



$$\begin{aligned} AB^2 &= BH \cdot BC \\ AC^2 &= CH \cdot BC \end{aligned}$$

۳-

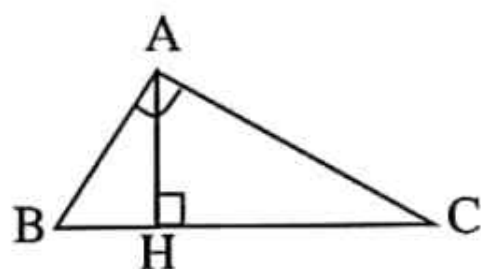
دکترها مسیح



$$AH^2 = BH \cdot HC$$

۴- ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی دو قطعه‌ای است که روی وتر جدا می‌کند.

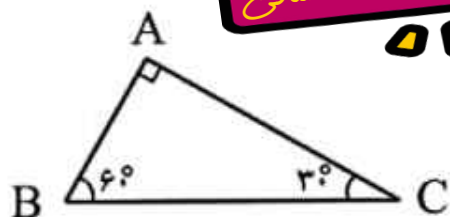
ارتفاع وارد بر وتر



۵- در هر مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} AB \times AC \\ S &= \frac{1}{2} \times AH \times BC \end{aligned} \Rightarrow AB \times AC = AH \times BC$$

نسبت‌های مشتقی



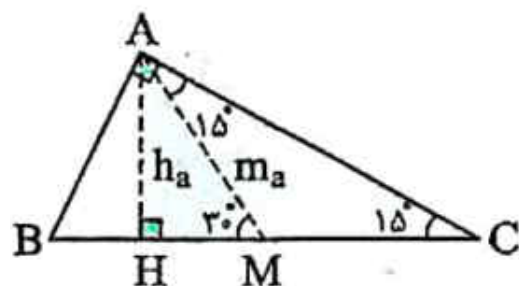
تصف وتر و ضلع

۶- در هر مثلث قائم‌الزاویه ضلع مقابل به زاویه

مقابل به زاویه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است.

زاویه ۱۵ درجه

اگر یک زاویه از مثلث قائم‌الزاویه‌ای 15° باشد ارتفاع وارد بر وتر، برابر ربع وتر است و برعکس:



$$h_a = \frac{1}{2} m_a \Rightarrow h_a = \frac{1}{4} a$$

۶۲- مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ای $\frac{1}{8}$ مجذور وتر آن است. کوچک‌ترین زاویه‌ای این مثلث چند

درجه است؟

۳۰ (۴)

۲۲/۵ (۳)

۱۷/۵ (۲)

۱۵ (۱)

۶۳ زاویه‌های مثلثی متناسب با اعداد ۶، ۵ و ۱ می‌باشند. کوچک‌ترین ارتفاع این مثلث چند برابر بزرگ‌ترین ضلع آن است؟

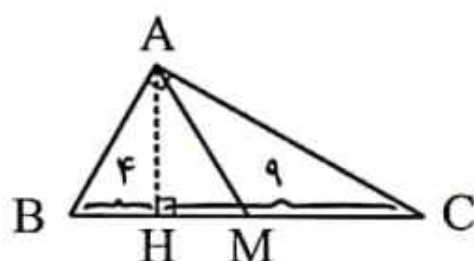
$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

۶۴ در مثلث ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) ارتفاع AH و میانه AM را رسم می‌کنیم. اگر HB و HC به ترتیب ۴ و ۹ واحد باشند، مساحت مثلث AMH کدام است؟



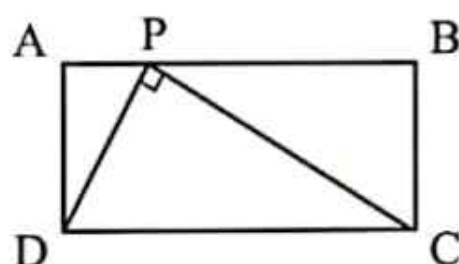
$$4/5 \quad (۱)$$

$$5 \quad (۲)$$

$$6 \quad (۳)$$

$$7/5 \quad (۴)$$

۶۵ در مستطیل شکل زیر $\hat{P} = 90^\circ$ و $AP = PB = 9$ است. طول DP کدام است؟



$$5 \quad (۱)$$

$$3\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$4\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$6 \quad (۴)$$

۶۶ در مثلث ABC ($\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = 4$) ارتفاع AH و نیم‌ساز داخلی AD رسم شده است. اندازه DH کدام است؟

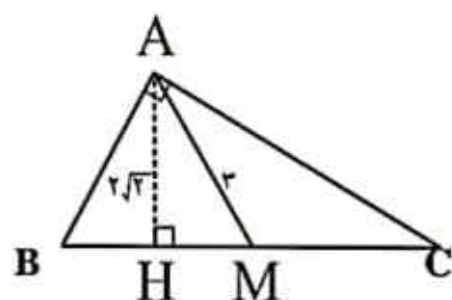
$$\frac{15}{28} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{15} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{14} \quad (۲)$$

$$\frac{12}{35} \quad (۱)$$

۶۷ در یک مثلث قائم الزویه اندازه های میانه و ارتفاع وارد بر وتر به ترتیب ۳ و $2\sqrt{2}$ است. اندازه ضلع متوسط این مثلث کدام است؟



(۱) $2\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{5}$

(۳) $2\sqrt{6}$

(۴) $2\sqrt{3}$

۶۸ شعاع دو دایره خارج هم به ترتیب $22/5$ و $7/5$ سانتی متر است. اگر زاویه بین مماس داخل و خط المרכזین و دایره 30° درجه باشد طول خط المרכזین دو دایره چند سانتی متر است؟

(۴) $62/5$

(۳) ۶۰

(۲) $75/5$

(۱) ۵۵

۶۹ در مثلث قائم الزویه ای اندازه دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر بر روی وتر ایجاد می کند به ترتیب $6/4$ و $3/6$ است. در این صورت مجموع دو ضلع مجاور به زاویه قائم کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۴

(۲) ۱۲

(۱) ۱۰

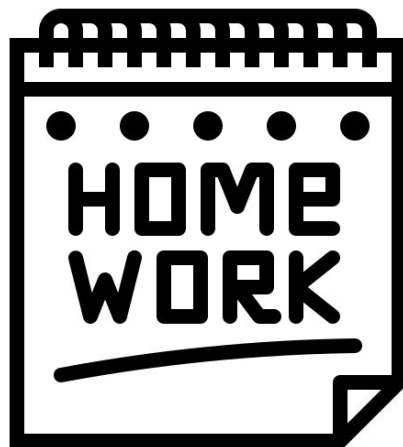
۷۰ در مثلث قائم الزویه ABC، زاویه $A = 90^\circ$ و اندازه اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. ارتفاع AH و نیمساز AD رسم شده است. اندازه DH کدام است؟

(۴) $\frac{6}{25}$

(۳) $\frac{12}{25}$

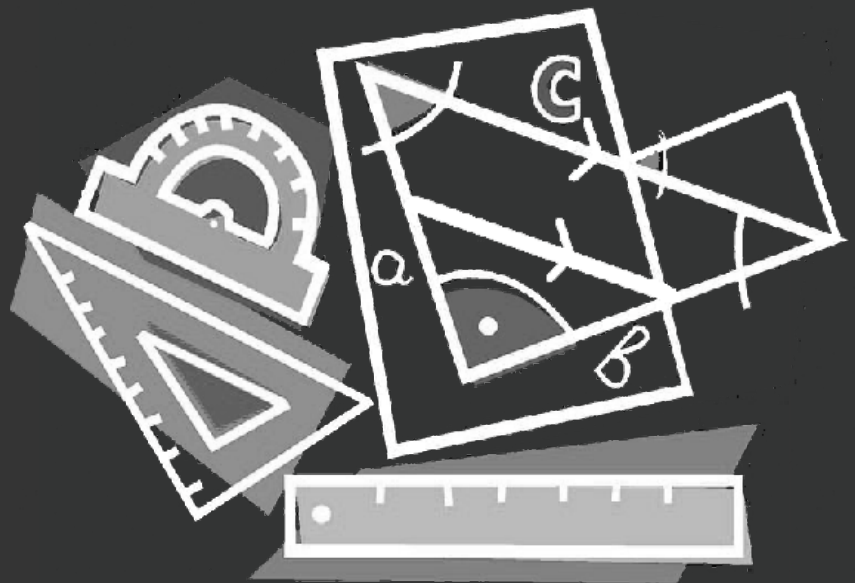
(۲) $\frac{9}{25}$

(۱) $\frac{8}{25}$



پیش نیاز
هندسه نهم

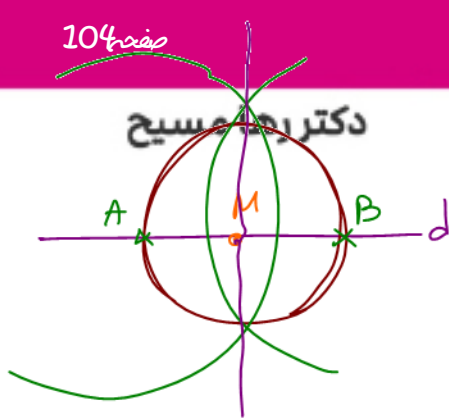
تمرین در خانه فصل ۲



فصل دوم هندسه دهم

دوره فصل ۱
نسبت تناسب
نسبت ارتفاع و ضلع
تالس
تالس دوزنقه
تشابه

دکتر محمد مسیح



دوره فصل ۱ و نسبت تناسب

تمرین در خانه ۱

۱ نقطه M روی خط d قرار دارد، برای رسم خط عمود بر d و گذرا از M کدام روش درست است؟

۱) پیدا کردن دو نقطه A و B با فاصله مساوی از M و سپس رسم عمود منصف AB

۲) رسم دایره‌ای گذرا از M و مماس بر d و سپس رسم شعاع گذرا از M

۳) در نظر گرفتن دو نقطه دلخواه مانند A و B و رسم منصف AB

۴) از نقطه دلخواه A روی خط d دایره‌ای به شعاع AM رسم کرده، سپس مماس بر دایره در M را رسم می‌کنیم.

در رسم خط عمود بر خط d از نقطه M خارج خط d طبق روش بیان شده در کتاب درسی اولین گام کدام است؟

۱) رسم دو خط غیر عمود بر خط d

۲) در نظر گرفتن دو نقطه دلخواه روی خط d

۳) رسم دایره‌ای به مرکز M که خط را در دو نقطه قطع کند.

۴) پیدا کردن پای عمود روی خط d

در رسم کدام یک از موارد زیر طبق روش‌های کتاب درسی نیاز به ترسیم کمان‌های بیشتری داریم؟

۱) رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای واقع بر آن

۲) رسم خط موازی یک خط از نقطه‌ای خارج آن

۳) ترسیم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای خارج خط

۴) ترسیم خط موازی یک خط از نقطه‌ای خارج خط

در ترسیم ارتفاع AH از مثلث ABC طبق روش بیان شده در کتاب درسی کدام ترسیم در صورت نیاز متقدم بر سایرین است؟

۱) ترسیم عمود منصف ضلع BC

۲) ترسیم کمانی به مرکز A و متقاطع با BC

۳) ترسیم خط گذرا از A و عمود بر BC

۴) رسم کمان‌هایی به مراکز A و B به شعاع بزرگتر از نصف BC

دو پاره خط به طول‌های ۸ و ۸ مفروض‌اند، اندازه پاره خطی که واسطه هندسی بین این دو پاره خط است برابر ۱۲ است، a کدام است؟

۱) ۲۰

۲) ۱۶

۳) ۱۸

۴) ۲۴

دو پاره خط به طول‌های x و ۱۳- x مفروض‌اند. اگر طول پاره خط واسطه هندسی بین آن‌ها ۶ واحد باشد، طول پاره خط بزرگتر کدام است؟

۱) ۴

۲) ۹

۳) ۶

۴) ۸

گردانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع واسطه هندسی بین دو قطعه ایجاد شده توسط ارتفاع روی وتر است.

محیط مستطیل ABCD چقدر است؟

۱) ۳۴

۲) ۳۶

۳) ۳۸

۴) ۳۵

آموزش را با دبیران برند ایران تجربه کنید

تمرین در خانه ۲ نسبت ضلع و ارتفاع

- ۱ در یک مثلث به اضلاع ۱۰، ۱۷، ۲۱ اندازه کوتاه‌ترین ارتفاع ۸ است. اندازه بلندترین ارتفاع این مثلث کدام است؟

$21 \times 8 = 25$ $\frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a}$

$10 \times h = 8 \times 21$ $h = \frac{168}{10} = 16,8$

۱۴/۸ (۴) ۱۷/۸ (۳) ۱۶/۸ (۲) ۱۵/۸ (۱)
- ۲ در یک مثلث ارتفاع‌ها به نسبت $\frac{2}{3}, 1, \frac{1}{4}$ هستند. اگر محیط این مثلث ۱۸ باشد، اندازه ضلع بزرگ کدام است؟

$\frac{2}{3}K + K + \frac{1}{4}K = 18$ $\frac{11}{12}K = 18$ $K = \frac{18 \times 12}{11} = \frac{216}{11}$

۷/۵ (۴) ۸ (۳) ۹ (۲) ۶ (۱)
- ۳ در مثلثی به اضلاع $a+8, a+1, a+1$ اندازه بزرگ‌ترین ارتفاع ۸ و $\frac{7}{2}$ است. در این مثلث اندازه کوتاه‌ترین ارتفاع کدام است؟

$a \times 8 = 25$ $(a+1) \times \frac{7}{2} = 25$

$8a = 25$ $7(a+1) = 50$ $7a + 7 = 50$ $7a = 43$ $a = \frac{43}{7}$

$\frac{72}{17}$ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴)
- ۴ اگر در مثلثی به اضلاع a, b, c ارتفاع‌های وارد بر این اضلاع h_a, h_b, h_c باشد و $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ باشد، حاصل $\frac{h_b + h_a}{h_a - h_b}$ کدام است؟

$\frac{2K + 4K}{4K - 2K} = \frac{6K}{2K} = 3$

۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)
- ۵ در مثلث ABC اگر a و c اضلاع و h_a و h_c ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها باشند و رابطه $\frac{h_a}{h_c} = \frac{a}{c}$ بین آن‌ها برقرار باشد، نوع مثلث کدام است؟

$\frac{a}{c} = \frac{h_c}{h_a} = \frac{h_a}{h_c} \Rightarrow h_a^2 = h_c^2 \Rightarrow h_a = h_c$

قائم الزاویه (۱) متساوی الساقین (۲) متساوی الاضلاع (۳) نامشخص (۴)
- ۶ در مثلثی اندازه‌های دو ضلع ۱۰ و ۱۵ واحد است، مجموع ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع، برابر ارتفاع ضلع سوم است. اندازه ضلع سوم کدام است؟

$h_a + h_b = h_c$

$\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{x}$ $\frac{3+2}{30} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{5}{30} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 6$

۸ (۴) ۷/۵ (۳) ۷ (۲) ۶ (۱)
- ۷ در مثلث قائم‌الزاویه ABC اگر h_a, h_b, h_c ارتفاع‌ها باشند، کدام رابطه درست است؟ ($\hat{A} = 90^\circ$)

$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b^2} + \frac{1}{h_c^2}$ $h_a^2 = h_b^2 + h_c^2$ $h_a^2 = h_b \times h_c$ $h_a^2 = h_b^2 + h_c^2$

$a^2 = b^2 + c^2$
- ۸ در شکل مقابل مساحت مثلث رنگ شده چند درصد مساحت مثلث ABC است؟

$\frac{S_{ABM}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times 10}{\frac{1}{2} \times 10 \times 5} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 20\%$

۳۰ (۱) ۲۵ (۳) ۲۰ (۲) ۱۵ (۴)
- ۹ در شکل مقابل $AN = 2NC$ و $BM = 2MC$ می‌باشد. مساحت مثلث رنگ شده چه کسری از مساحت ABC است؟

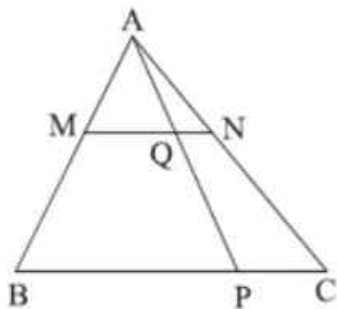
$\frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} = \frac{K}{4K} = \frac{1}{4}$ $\frac{S_{MNC}}{S_{AMC}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 2}{\frac{1}{2} \times 2 \times 2} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$
- ۱۰ مطابق شکل $d \parallel d'$ است و مساحت مثلث ABC برابر 8 cm^2 است. اگر $BD = 6 \text{ cm}$ باشد، فاصله رأس C از ضلع BD کدام است؟

$h = \frac{2 \times 8}{6} = \frac{8}{3}$

$\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{2}{4}$ (۳)

۱ در مثلث $\triangle ABC$ ، MN موازی BC ، $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{3}$ و $\frac{PC}{PB} = \frac{1}{3}$ است. مساحت مثلث AQN چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



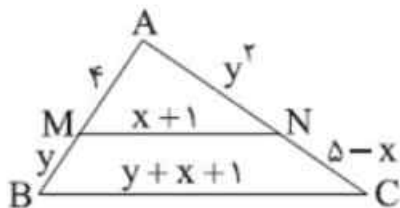
$\frac{1}{18}$ (۴)

$\frac{1}{24}$ (۳)

$\frac{1}{32}$ (۲)

$\frac{1}{36}$ (۱)

۲ در شکل، چهارضلعی $BMNC$ دوزنقه است. مقدار $x + y$ برابر کدام است؟



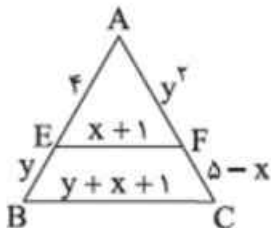
۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۳ در شکل مقابل، EF موازی BC است. نسبت مساحت $\triangle AEF$ به مساحت $\triangle ABC$ کدام است؟



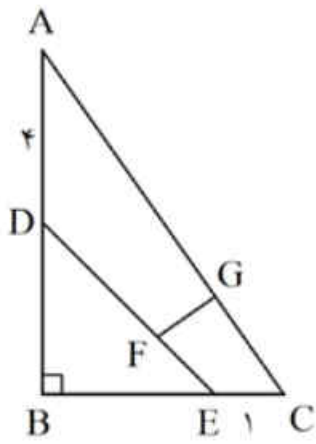
$\frac{4}{9}$ (۴)

$\frac{1}{9}$ (۳)

$\frac{4}{49}$ (۲)

$\frac{2}{9}$ (۱)

۲ در شکل مقابل، اگر $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = ۲$ باشد، اندازه FG کدام است؟



۱/۷۵ (۴)

۱/۵ (۳)

۱/۲۵ (۲)

۱ (۱)

۵ اگر $\frac{۲a+۳}{۲b+۱} = \frac{۶a+۳}{۲b+۱}$ باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

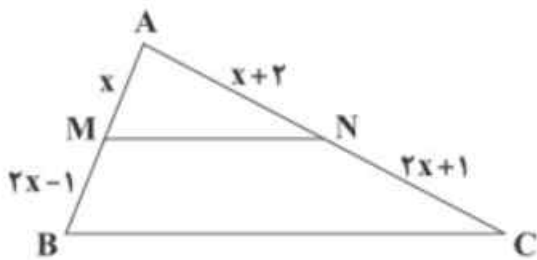
-۲ (۴)

۲ (۳)

$-\frac{۱}{۲}$ (۲)

$\frac{۱}{۲}$ (۱)

۶ در شکل زیر اختلاف دو زاویه‌ی حاده‌ی M و N با اختلاف دو زاویه‌ی B و C برابر است. مقدار x کدام است؟



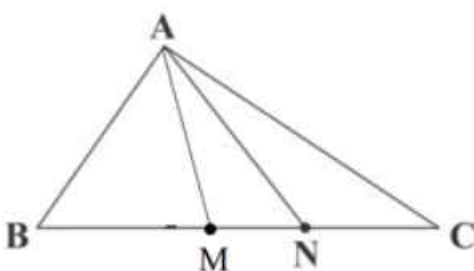
-۱/۶ (۲)

۱ یا ۱/۶ (۱)

۱ (۴)

۳ چنین x ای وجود ندارد.

۷ در مثلث ABC مقابل، مساحت $\triangle ABM$ ، $\frac{۳}{۴}$ مساحت $\triangle ANC$ است. اگر $MN = \frac{۱}{۴} BC$ باشد، کدام رابطه لزوماً صحیح نیست؟



$BM = \frac{۱}{۲} BC$ (۴)

$CN = \frac{۳}{۵} BC$ (۳)

$S_{\triangle AMN} = \frac{۱}{۴} S_{\triangle BCA}$ (۲)

$BM = \frac{۱}{۷۵} CN$ (۱)

۸ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = K$ باشد، مقدار K^2 کدام است؟

$\frac{ac + a^2}{bd}$ (۴)

$\frac{ac}{bd} + \frac{c^2}{d^2}$ (۳)

$\frac{ad + bc}{(b + d)^2}$ (۲)

$\frac{ac + c^2}{bd + d^2}$ (۱)

۹ روی پاره خط $AB = a$ ، دو نقطه‌ی M و N را طوری اختیار می‌کنیم که $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = 2$ ، در این صورت طول پاره خط MN چه قدر است؟

$\frac{2a}{3}$ (۴)

$\frac{a}{2}$ (۳)

$\frac{a}{3}$ (۲)

$\frac{a}{6}$ (۱)

۱۰ اگر $M = \frac{x + 2y}{y} = \frac{2z - 1}{z - 6} = \frac{2x - y}{2x + 2y}$ آن گاه مقدار z کدام است؟ ($x \neq -y$)

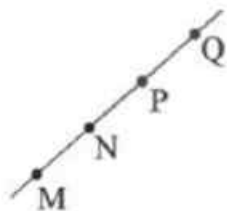
-۵ (۴)

۱ (۳)

۵ (۲)

-۱ (۱)

۱۱ در شکل زیر چهار نقطه M ، N ، P و Q طوری روی یک قرار گرفته‌اند که $\frac{MN}{NP} = \frac{MP}{PQ} = \frac{4}{3}$. اگر $MQ = ۱۲$ باشد، طول پاره خط PQ کدام است؟



$6/2$ (۴)

۶ (۳)

$5/8$ (۲)

$5/6$ (۱)

۱۲ اگر در مربع $ABCD$ اندازه قطر، واسطه هندسی بین مقادیر محیط و مساحت آن باشد، اندازه ضلع مربع چه قدر است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۱۳ اگر $a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4+b}$ باشد، کمترین مقدار $a + b + c + d$ کدام است؟

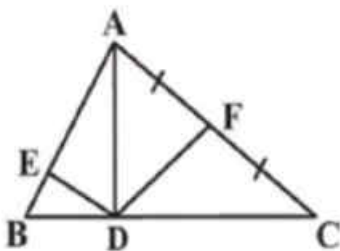
$-\frac{5}{2}$ (۴)

$-\frac{25}{2}$ (۳)

-۵ (۲)

-۲۵ (۱)

۱۴ در شکل مقابل $AE = 2EB$ ، $DC = 2BD$ و F وسط AC است. مساحت چهارضلعی $AEDF$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$\frac{5}{12}$ (۴)

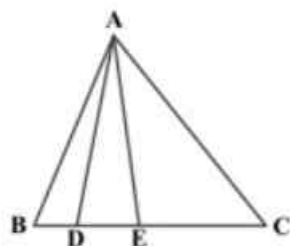
$\frac{5}{12}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۱۵

در شکل مقابل، مساحت مثلث **ACE**، دو برابر مساحت مثلث **ADE** و سه برابر مساحت مثلث **ABD** است. نسبت $\frac{BD}{DE}$ کدام است؟



$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

۱۶ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \alpha$ باشد، کدام نسبت برابر $\frac{1}{\alpha^r}$ است؟

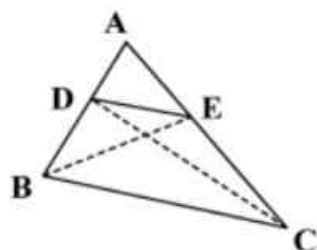
$\frac{(b+d)}{(a+c)} \cdot \frac{b^r + rbd + d^r}{a^r - ac + c^r}$ (۲)

$\frac{b^r + d^r}{(b+d)(a+c)}$ (۱)

$\frac{(b+d)(b^r - bd + d^r)}{a^r + c^r}$ (۴)

$\frac{(b+d)(b^r - bd + d^r)}{(a+c)^r}$ (۳)

۱۷ در شکل روبه‌رو $DE \parallel BC$ نسبت مساحت **ADE** به مساحت مثلث **DEB** برابر کدام است؟



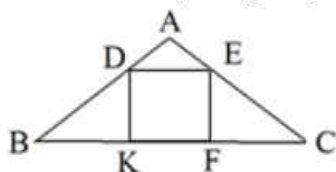
$\frac{AB}{AD}$ (۴)

$\frac{DA}{DB}$ (۳)

$\frac{AD}{AB}$ (۲)

$\frac{DB}{DA}$ (۱)

۱۸ در شکل زیر، DEFK مربع می‌باشد. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۵۰ و $BC = ۲۰$ باشد، طول ضلع مربع کدام است؟



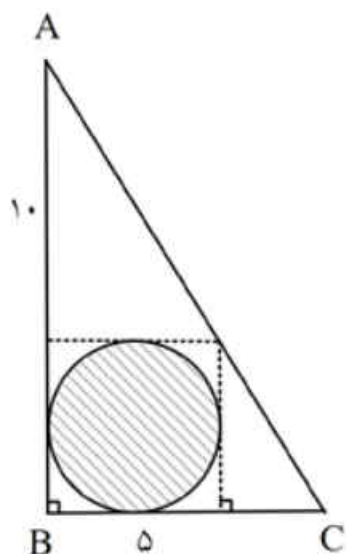
۵ (۴)

۴ (۳)

$۲\sqrt{۲}$ (۲)

۲ (۱)

اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC ، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده، کدام است؟



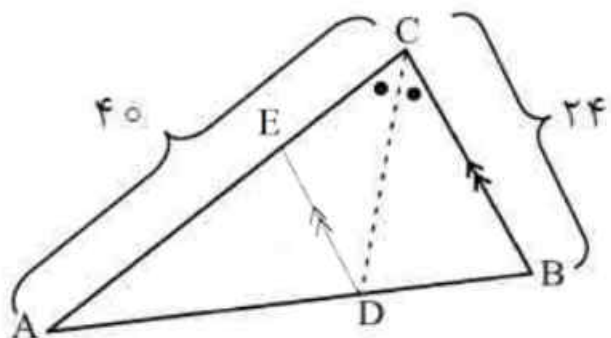
$\frac{5}{4}\pi$ (۴)

$\frac{9}{4}\pi$ (۳)

$\frac{16}{9}\pi$ (۲)

$\frac{25}{9}\pi$ (۱)

مطابق اندازه‌های روی شکل، اگر CD نیمساز زاویه C باشد و $DE \parallel BC$ ، آن‌گاه اندازه‌ی پاره‌خط AE کدام است؟



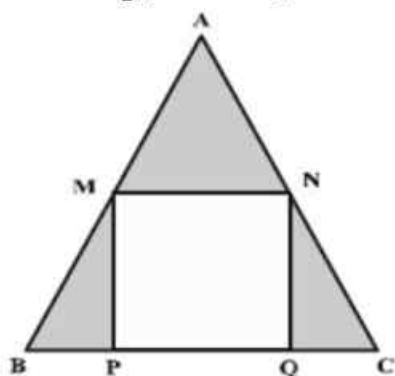
۲۴ (۴)

۲۵ (۳)

۲۶ (۲)

۳۰ (۱)

در شکل مقابل اگر $BC = ۶$ ، $MN = ۳$ باشد، مساحت ناحیه‌ی سایه خورده چه قدر است؟ (۴ ضلعی $MNPQ$ مربع است.)



۱۰ (۴)

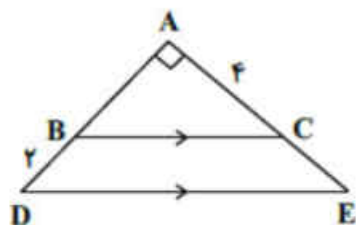
۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

۲۲

اگر مساحت مثلث ABC برابر ۶ باشد، مقدار DE کدام است؟ ($\hat{A} = 90^\circ$)



$$\frac{25}{3} \quad \text{۴}$$

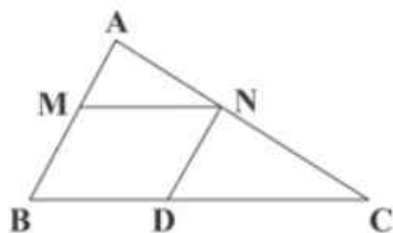
$$9 \quad \text{۳}$$

$$\frac{28}{3} \quad \text{۲}$$

$$25 \quad \text{۱}$$

۲۳

در شکل زیر MNDB متوازی الاضلاع است. اگر $\frac{AN}{NC} = \frac{1}{2}$ و $AB = \frac{2}{3} BC$ باشد، نسبت اضلاع متوازی الاضلاع چقدر است؟



$$\frac{2}{4} \quad \text{۴}$$

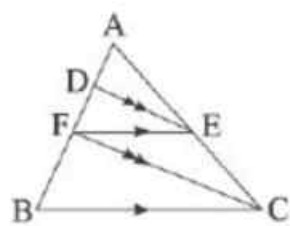
$$\frac{3}{5} \quad \text{۳}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{۱}$$

۲۴

در شکل مقابل اگر $AD = 2$ ، $DF = 3$ و $EF = 2$ باشد، طول BC کدام است؟



$$10 \quad \text{۴}$$

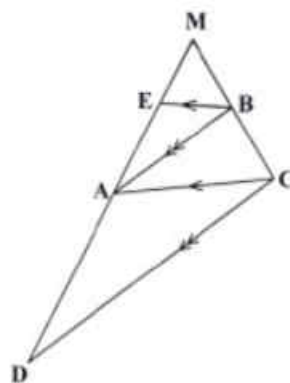
$$12 \quad \text{۳}$$

$$8 \quad \text{۲}$$

$$6 \quad \text{۱}$$

۲۵

مطابق شکل اگر $AD = 7$ و $AE = 3$ و $BE \parallel AC$ و $AB \parallel DC$ باشد، اندازه MD کدام است؟



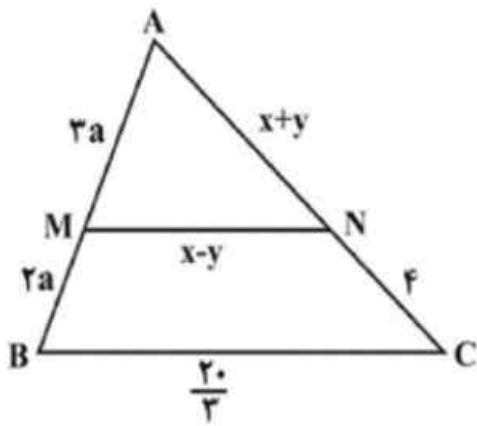
$$12 \quad \text{۴}$$

$$12/25 \quad \text{۳}$$

$$12/5 \quad \text{۲}$$

$$12/75 \quad \text{۱}$$

۲۶ در شکل مقابل $MN \parallel BC$ است. حاصل $2x + 3y$ است؟



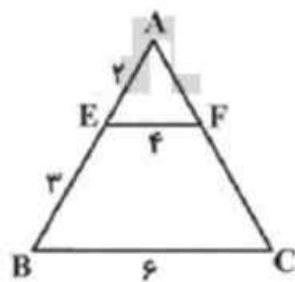
۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

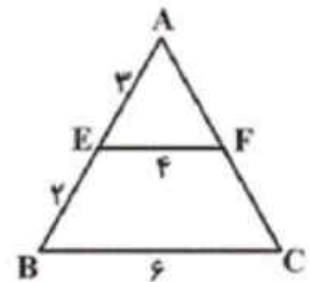
۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

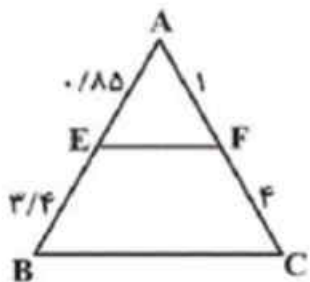
۲۷ در کدام شکل، پاره خط EF حتماً با BC موازی است؟



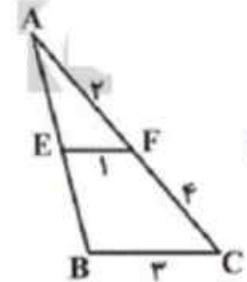
(۲)



(۱)

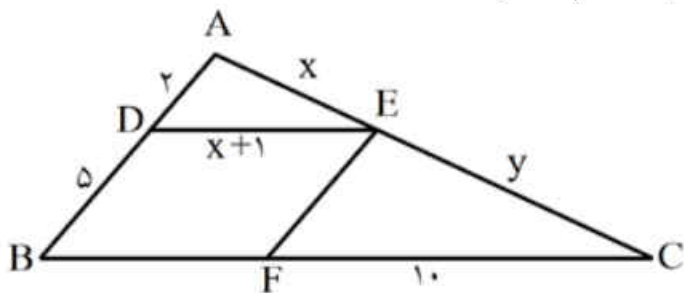


(۴)



(۳)

۲۸ در شکل زیر چهارضلعی DEFB متوازی الاضلاع است، حاصل $x + y$ کدام است؟



۷۵ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰/۵ (۲)

۱۰ (۱)

۲۹ در مثلثی نسبت دو ضلع آن ۲ به ۵ است، اگر مجموع ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع ۲۸ واحد باشد، ارتفاع وارد بر ضلع کوچک‌تر کدام است؟

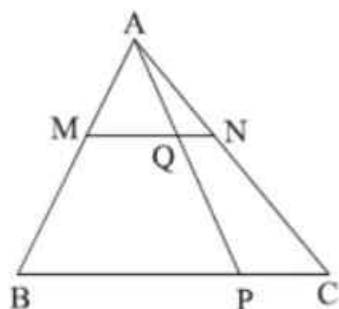
۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۰ (۲)

۲۰ (۱)

۱ در مثلث $\triangle ABC$ ، MN موازی BC ، $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{3}$ و $\frac{PC}{PB} = \frac{1}{3}$ است. مساحت مثلث AQN چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



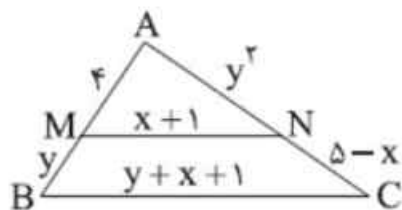
$$\frac{1}{18} \quad (4)$$

$$\frac{1}{24} \quad (3)$$

$$\frac{1}{32} \quad (2)$$

$$\frac{1}{26} \quad (1)$$

۲ در شکل، چهارضلعی $BMNC$ دوزنقه است. مقدار $x + y$ برابر کدام است؟



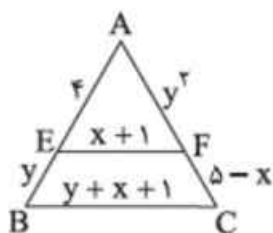
$$7 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۳ در شکل مقابل، EF موازی BC است. نسبت مساحت $\triangle AEF$ به مساحت $\triangle ABC$ کدام است؟



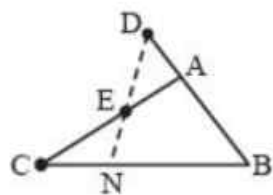
$$\frac{4}{9} \quad (4)$$

$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

$$\frac{4}{29} \quad (2)$$

$$\frac{2}{9} \quad (1)$$

در مثلث ABC نسبت اضلاع AB به AC برابر $\frac{۳}{۷}$ است. پاره خط DN موازی میانه وارد بر ضلع BC است. نسبت پاره خط AE به پاره خط AD چه قدر است؟



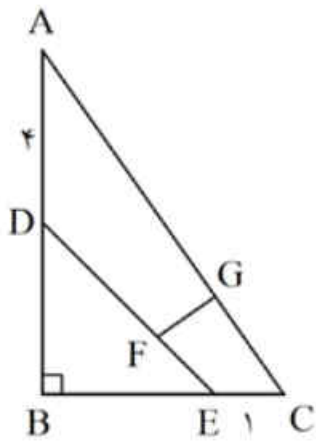
$$\frac{۷}{۲} \quad \boxed{۴}$$

$$\frac{۷}{۶} \quad \boxed{۳}$$

$$\frac{۳}{۷} \quad \boxed{۲}$$

$$\frac{۶}{۷} \quad \boxed{۱}$$

۲ در شکل مقابل، اگر $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = ۲$ باشد، اندازه FG کدام است؟



۱/۷۵ (۴)

۱/۵ (۳)

۱/۲۵ (۲)

۱ (۱)

۵ اگر $\frac{۲a+۳}{۲b+۱} = \frac{۶a+۳}{۲b+۱}$ باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

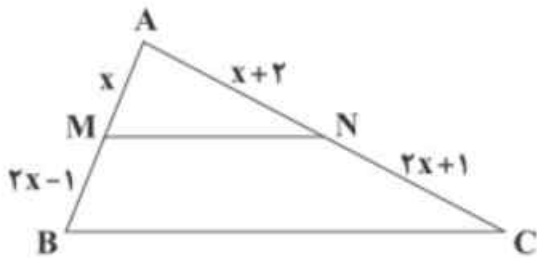
-۲ (۴)

۲ (۳)

$-\frac{۱}{۲}$ (۲)

$\frac{۱}{۲}$ (۱)

۶ در شکل زیر اختلاف دو زاویه‌ی حاده‌ی M و N با اختلاف دو زاویه‌ی B و C برابر است. مقدار x کدام است؟



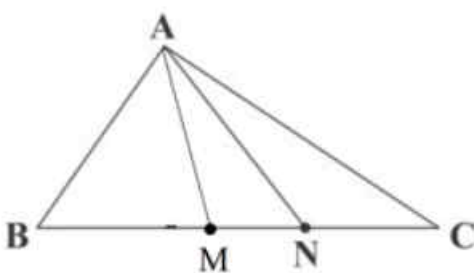
-۱/۶ (۲)

۱ یا ۱/۶ (۱)

۱ (۴)

۳ چنین x ای وجود ندارد.

۷ در مثلث ABC مقابل، مساحت $\triangle ABM$ ، $\frac{۳}{۴}$ مساحت $\triangle ANC$ است. اگر $MN = \frac{۱}{۴} BC$ باشد، کدام رابطه لزوماً صحیح نیست؟



$BM = \frac{۱}{۲} BC$ (۴)

$CN = \frac{۳}{۵} BC$ (۳)

$S_{\triangle AMN} = \frac{۱}{۴} S_{\triangle BCA}$ (۲)

$BM = \frac{۱}{۷۵} CN$ (۱)

۸ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = K$ باشد، مقدار K^2 کدام است؟

$\frac{ac + a^2}{bd}$ (۴)

$\frac{ac}{bd} + \frac{c^2}{d^2}$ (۳)

$\frac{ad + bc}{(b + d)^2}$ (۲)

$\frac{ac + c^2}{bd + d^2}$ (۱)

۹ روی پاره خط $AB = a$ ، دو نقطه M و N را طوری اختیار می‌کنیم که $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = 2$ ، در این صورت طول پاره خط MN چه قدر است؟

$\frac{2a}{3}$ (۴)

$\frac{a}{2}$ (۳)

$\frac{a}{3}$ (۲)

$\frac{a}{6}$ (۱)

۱۰ اگر $M = \frac{x + 2y}{y} = \frac{2z - 1}{z - 6} = \frac{2x - y}{2x + 2y}$ آن گاه مقدار z کدام است؟ ($x \neq -y$)

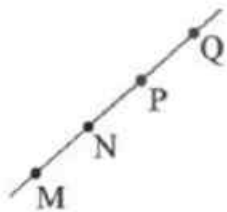
-۵ (۴)

۱ (۳)

۵ (۲)

-۱ (۱)

۱۱ در شکل زیر چهار نقطه M ، N ، P و Q طوری روی یک قرار گرفته‌اند که $\frac{MN}{NP} = \frac{MP}{PQ} = \frac{4}{3}$. اگر $MQ = ۱۲$ باشد، طول پاره خط PQ کدام است؟



$6\frac{1}{2}$ (۴)

۶ (۳)

$5\frac{1}{8}$ (۲)

$5\frac{1}{6}$ (۱)

۱۲ اگر در مربع $ABCD$ اندازه قطر، واسطه هندسی بین مقادیر محیط و مساحت آن باشد، اندازه ضلع مربع چه قدر است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۱۳ اگر $a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{2+b}$ باشد، کمترین مقدار $a + b + c + d$ کدام است؟

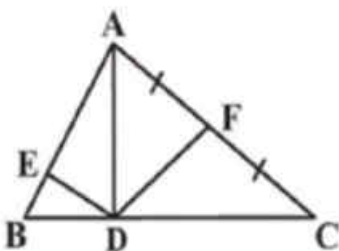
$-\frac{5}{2}$ (۴)

$-\frac{25}{2}$ (۳)

-۵ (۲)

-۲۵ (۱)

۱۴ در شکل مقابل $AE = 3EB$ ، $DC = 2BD$ و F وسط AC است. مساحت چهارضلعی $AEDF$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$\frac{5}{12}$ (۴)

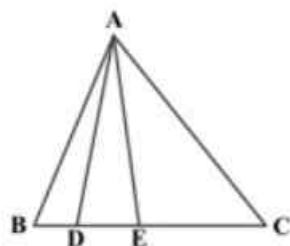
$\frac{5}{12}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۱۵

در شکل مقابل، مساحت مثلث **ACE**، دو برابر مساحت مثلث **ADE** و سه برابر مساحت مثلث **ABD** است. نسبت $\frac{BD}{DE}$ کدام است؟



$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

۱۶ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \alpha$ باشد، کدام نسبت برابر $\frac{1}{\alpha^r}$ است؟

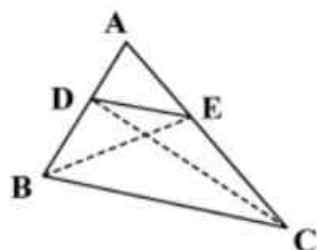
$\frac{(b+d)}{(a+c)} \cdot \frac{b^r + rbd + d^r}{a^r - ac + c^r}$ (۲)

$\frac{b^r + d^r}{(b+d)(a+c)}$ (۱)

$\frac{(b+d)(b^r - bd + d^r)}{a^r + c^r}$ (۴)

$\frac{(b+d)(b^r - bd + d^r)}{(a+c)^r}$ (۳)

۱۷ در شکل روبه‌رو $DE \parallel BC$ نسبت مساحت **ADE** به مساحت مثلث **DEB** برابر کدام است؟



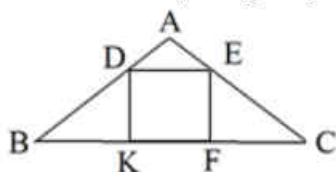
$\frac{AB}{AD}$ (۴)

$\frac{DA}{DB}$ (۳)

$\frac{AD}{AB}$ (۲)

$\frac{DB}{DA}$ (۱)

۱۸ در شکل زیر، DEFK مربع می‌باشد. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۵۰ و $BC = ۲۰$ باشد، طول ضلع مربع کدام است؟



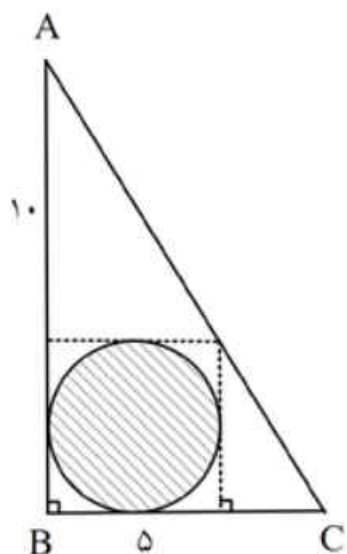
۵ (۴)

۴ (۳)

$۲\sqrt{۲}$ (۲)

۲ (۱)

اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC ، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده، کدام است؟



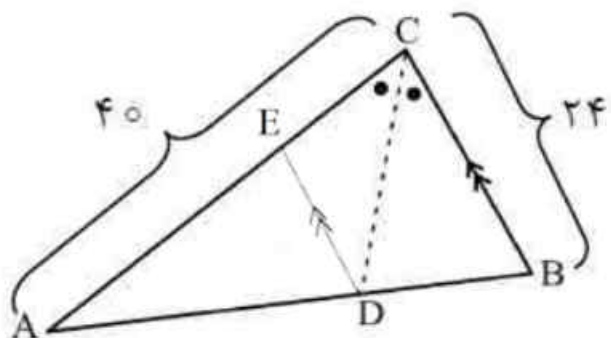
$\frac{5}{4}\pi$ (۴)

$\frac{9}{4}\pi$ (۳)

$\frac{16}{9}\pi$ (۲)

$\frac{25}{9}\pi$ (۱)

مطابق اندازه‌های روی شکل، اگر CD نیمساز زاویه C باشد و $DE \parallel BC$ ، آن‌گاه اندازه‌ی پاره‌خط AE کدام است؟



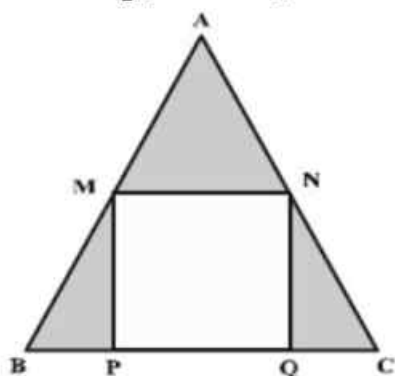
۲۴ (۴)

۲۵ (۳)

۲۶ (۲)

۳۰ (۱)

در شکل مقابل اگر $BC = ۶$ ، $MN = ۳$ باشد، مساحت ناحیه‌ی سایه خورده چه قدر است؟ (۴ ضلعی $MNPQ$ مربع است.)



۱۰ (۴)

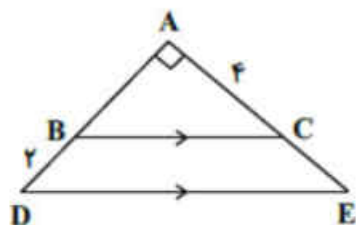
۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

۲۲

اگر مساحت مثلث ABC برابر ۶ باشد، مقدار DE کدام است؟ ($\hat{A} = 90^\circ$)



$$\frac{25}{3} \quad (4)$$

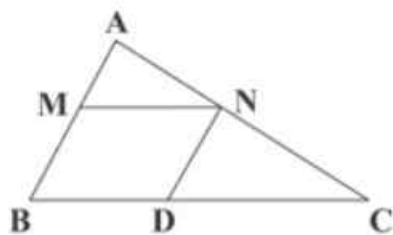
$$9 \quad (3)$$

$$\frac{28}{3} \quad (2)$$

$$25 \quad (1)$$

۲۳

در شکل زیر MNDB متوازی الاضلاع است. اگر $\frac{AN}{NC} = \frac{1}{2}$ و $AB = \frac{2}{3}BC$ باشد، نسبت اضلاع متوازی الاضلاع چقدر است؟



$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

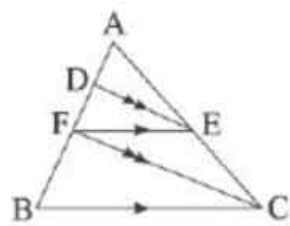
$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

۲۴

در شکل مقابل اگر $AD = 2$ ، $DF = 3$ و $EF = 4$ باشد، طول BC کدام است؟



$$10 \quad (4)$$

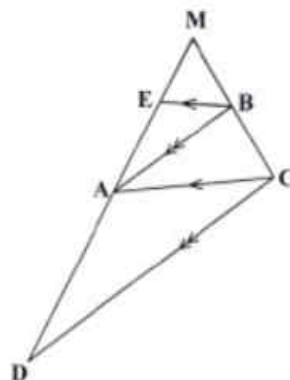
$$12 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۲۵

مطابق شکل اگر $AD = 7$ و $AE = 3$ و $BE \parallel AC$ و $AB \parallel DC$ باشد، اندازه MD کدام است؟



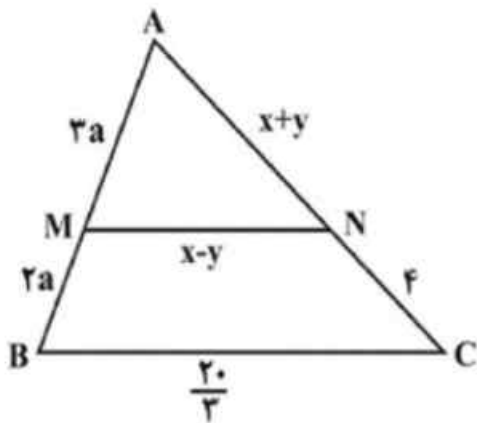
$$12 \quad (4)$$

$$12/25 \quad (3)$$

$$12/5 \quad (2)$$

$$12/75 \quad (1)$$

۲۶ در شکل مقابل $MN \parallel BC$ است. حاصل $2x + 2y$ است؟



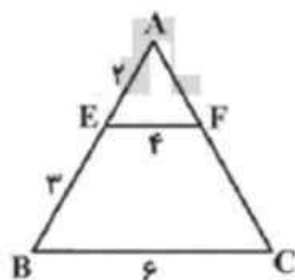
۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

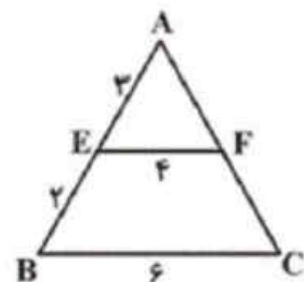
۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

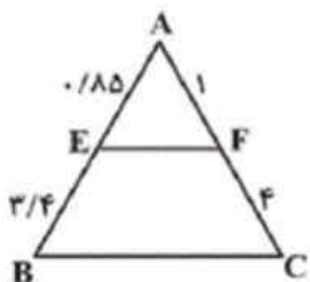
۲۷ در کدام شکل، پاره خط EF حتماً با BC موازی است؟



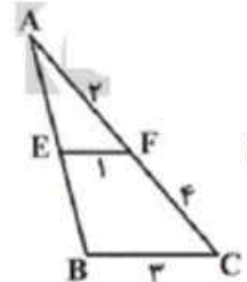
(۲)



(۱)

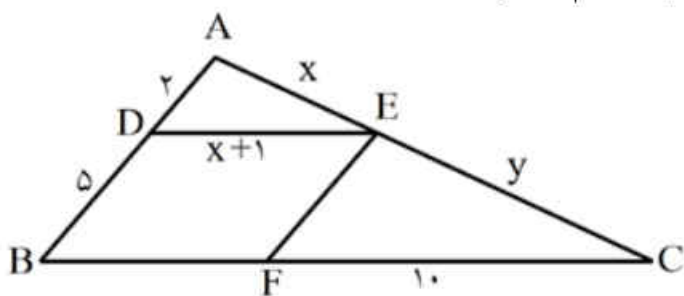


(۴)



(۳)

۲۸ در شکل زیر چهارضلعی DEFB متوازی الاضلاع است، حاصل $x + y$ کدام است؟



۷۵ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰/۵ (۲)

۱۵ (۱)

۲۹ در مثلثی نسبت دو ضلع آن ۲ به ۵ است، اگر مجموع ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع ۲۸ واحد باشد، ارتفاع وارد بر ضلع کوچک‌تر کدام است؟

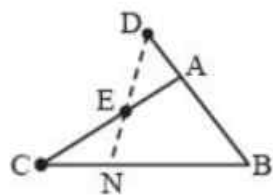
۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۲۵ (۱)

در مثلث ABC نسبت اضلاع AB به AC برابر $\frac{3}{5}$ است. پاره خط DN موازی میانه وارد بر ضلع BC است. نسبت پاره خط AE به پاره خط AD چه قدر است؟



$$\frac{5}{2} \quad \boxed{4}$$

$$\frac{5}{6} \quad \boxed{3}$$

$$\frac{3}{5} \quad \boxed{2}$$

$$\frac{6}{5} \quad \boxed{1}$$

تمرین در خانه ۵

تالس و مساحت

۱. در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه اضلاع قائم $۱/۵$ و ۲ می باشد. از رأس های مثلث خطی به موازات اضلاع می گذرانیم تا همدیگر را قطع کنند. محیط مثلث به دست آمده کدام است؟

(۱) ۱۰

(۲) ۸

(۳) ۱۲

(۴) ۲۴

۲. در شکل داده شده نقطه M وسط ضلع AB از مثلث ABC می باشد. اگر ضلع $AC = ۷$ و محیط متوازی الاضلاع $MNPB$ برابر ۱۳ می باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟

(۱) $۱۳/۵$

(۲) ۲۰

(۳) ۲۸

(۴) $۲۰/۵$

۳. در شکل زیر $NMCB$ دوزنقه است. اندازه پاره خط BC کدام است؟

(۱) $۸/۵$

(۲) $۷/۵$

(۳) ۹

(۴) ۱۰

۴. در شکل زیر دوزنقه $ABCD$ مفروض است و امتداد ساق های آن در M متقاطع اند. محیط دوزنقه کدام است؟

(۱) $۲۰/۴$

(۲) $۲۰/۸$

(۳) $۲۲/۶$

(۴) $۲۲/۸$

۵. در شکل مقابل مساحت مثلث رنگ شده چند درصد مساحت مثلث ABC است؟

(۱) ۳۰

(۲) ۱۵

(۳) ۲۵

(۴) ۳۵

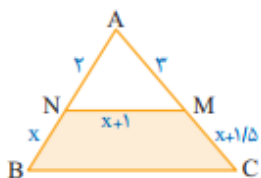
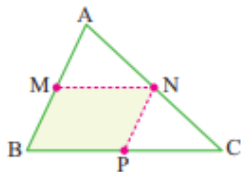
۶. در شکل مقابل $AN = ۲NC$ و $BM = ۳MC$ می باشد. مساحت مثلث رنگ شده چه کسری از مساحت ABC است؟

(۱) $۱/۳$

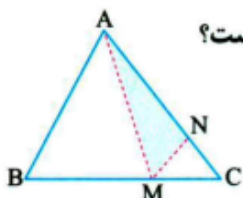
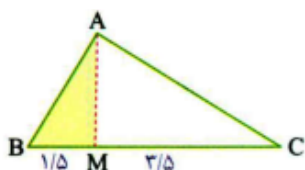
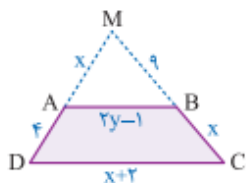
(۲) $۱/۶$

(۳) $۲/۹$

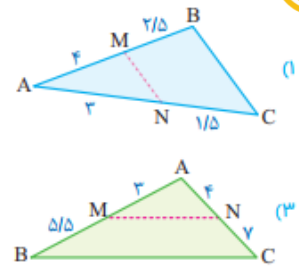
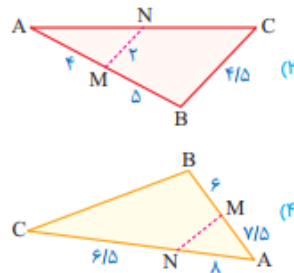
(۴) $۳/۸$



(تمرین کتاب درسی)

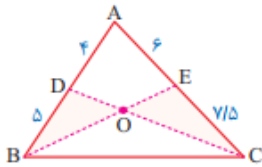


در کدام یک از شکل های زیر، پاره خط MN موازی قاعده BC است؟



۷

در شکل زیر نسبت مساحت مثلث OBD به مساحت مثلث OCE کدام است؟



$\frac{4}{5}$ (۲)

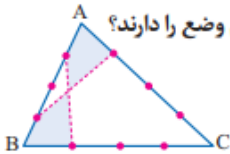
$\frac{2}{3}$ (۱)

۱ (۴)

$\frac{5}{6}$ (۳)

۸

در شکل مقابل هر ضلع مثلث ABC به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است. دو چهارضلعی سایه زده شده نسبت به هم کدام وضع را دارند؟



هم محیط (۲)

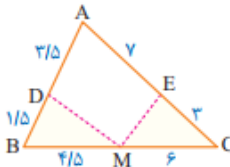
هم مساحت (۱)

متشابه (۴)

هم نهشت (۳)

۹

در شکل داده شده مساحت مثلث BDM چند درصد مساحت مثلث EMC است؟



۷۵ (۲)

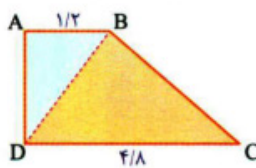
۵۰ (۱)

۴۸ (۴)

۶۰ (۳)

۱۰

در ذوزنقه ABCD، مساحت ABD چند درصد مساحت CBD است؟



۲۵ (۲)

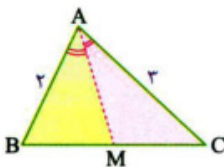
۲۰ (۱)

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۱۱

اگر بدانیم هر نیمساز مثلث، ضلع مقابل خود را به نسبت اضلاع کناری تقسیم می کند. در مثلث ABC مطابق شکل مساحت ABM چه درصد



۲۵ (۲)

۴۰ (۱)

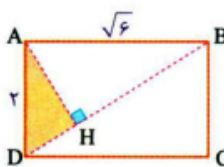
۵۰ (۴)

۳۰ (۳)

۱۲

از مساحت بزرگ ترین مثلث است؟

اگر بدانیم در مثلث های قائم الزاویه ارتفاع وارد بر وتر، مساحت را به نسبت مربع اضلاع کناری تقسیم می کند. در مستطیل شکل زیر مساحت AHD



۰/۲۵ (۲)

۰/۴ (۱)

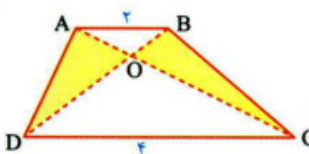
۰/۲ (۴)

۰/۳ (۳)

۱۳

چه کسری از مساحت مستطیل است؟

در ذوزنقه ABCD مطابق شکل نسبت مساحت مثلث OAD به مثلث OBC کدام است؟



$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

۱۴

در متوازی الاضلاع ABCD نقطه M وسط ضلع AB است، خط واصل از M به رأس D قطر AC را در O قطع می کند، مساحت مثلث OMC

چند برابر مساحت مثلث OAD است؟

۲ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

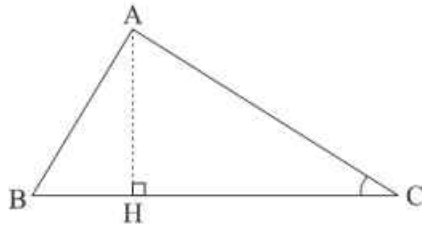
۱۵

تمرین در خانه ۶

تلفیقی

سوالات تلفیقی هندسه دهم با ریاضیات

۱ در شکل زیر، $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{2}$ و $AC = 96$. اندازه ارتفاع AH ، کدام است؟ کشور سراسری ریاضی ۱۳۹۹



(۱) ۴۸

(۲) ۵۶

(۳) ۶۴

(۴) ۷۲

۲ اگر انتهای کمان α در ربع اول دایره مثلثاتی و $\tan \alpha = \frac{1}{y}$ باشد، مقدار $\sin(\frac{13\pi}{4} + \alpha)$ ، کدام است؟

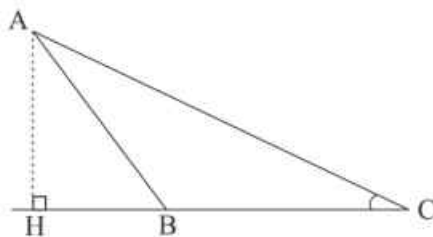
کنکور ریاضی خارج از کشور سال ۱۳۹۹

(۲) $-\frac{3}{5}$
(۴) $\frac{4}{5}$

(۱) $-\frac{4}{5}$
(۳) $\frac{3}{5}$

کشور سراسری ریاضی ۱۳۹۹

۳ در شکل زیر، فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$. اندازه ارتفاع AH ، کدام است؟



(۱) ۳/۲۵

(۲) ۳/۵

(۳) ۳/۶

(۴) ۳/۷۵

۴ اندازه دو قطر از متوازی الاضلاع ۱۲ و $8\sqrt{3}$ واحد است. این دو قطر با زاویه 60° درجه متقاطع هستند. مساحت این متوازی الاضلاع کدام است؟

کشور سراسری ریاضی ۱۳۹۵

(۲) ۵۴

(۴) ۷۲

(۱) ۴۸

(۳) ۶۴

۵ مثلث ABC ، با اضلاع $\sqrt{3}$ و ۶ و α (زاویه بین آنها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث $\frac{4}{5}$ باشد، بیشترین

مقدار α چند برابر کمترین مقدار α است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

دکترها مسیح

تمرین در خانه ۷

تلفیقی

۱ اگر نسبت مساحت‌های دو شکل متشابه $\frac{52}{117}$ باشد آنگاه نسبت محیط‌های آنها کدام است؟

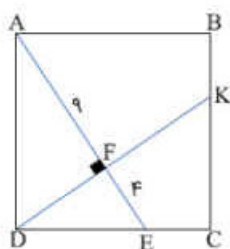
$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{9} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{9} \quad (1)$$

۲ در شکل زیر، ABCD مربع است. طول پاره خط DE کدام است؟



$$\sqrt{56} \quad (1)$$

$$\sqrt{55} \quad (2)$$

$$\sqrt{54} \quad (3)$$

$$\sqrt{52} \quad (4)$$

۳ نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{49}{128}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچکتر ۲۱ سانتی متر باشد، ضلع متناظر به این ضلع در مثلث بزرگتر چند سانتی متر است؟

سراسری ریاضی ۸۲

$$24\sqrt{3} \quad (4)$$

$$24\sqrt{2} \quad (3)$$

$$13/5 \quad (2)$$

$$12/75 \quad (1)$$

۴ مثلثی به اضلاع ۵، ۴، a با مثلثی به اضلاع ۹، ۷، b متشابه است. کمترین مقدار ممکن برای a کدام است؟

خارج از کشور ۹۰

$$3\frac{1}{9} \quad (4)$$

$$3\frac{8}{9} \quad (3)$$

$$6\frac{3}{7} \quad (2)$$

$$5\frac{4}{7} \quad (1)$$

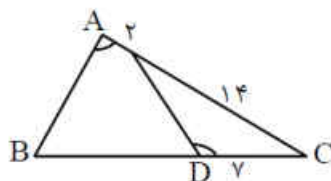
۵

در مثلث قائم الزاویه ABC داریم $\hat{A} = 90^\circ$ و $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ارتفاع AH و میانه AM رسم شده
 است، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟
 ۷ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

سراسری تجربی ۸۴

۶

در شکل مقابل $\hat{A} = \hat{D}$ ، طول BD چند واحد است؟ سراسری ریاضی ۸۶



۲۲ (۱)

۲۳ (۲)

۲۴ (۳)

۲۵ (۴)

۷

در مثلث ABC داریم: $\hat{A} = 70^\circ$ و $\hat{B} = 50^\circ$ و ضلع $AB = 18$ ، در مثلث MNP داریم: $\hat{N} = 60^\circ$ و $\hat{M} = 70^\circ$. اگر مساحت مثلث ABC برابر $\frac{9}{4}$ مساحت مثلث MNP باشد، ضلع MP چه قدر است؟

سراسری ریاضی ۸۶

۲۷ (۴)

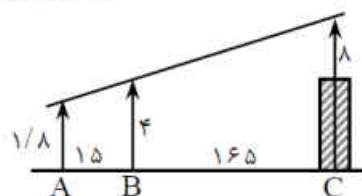
۲۴ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

۸

در شکل مقابل دکل به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع $1/8$ متر، از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است، بلندی برج چند متر است؟ سراسری ریاضی ۸۷



۱۹/۸ (۱)

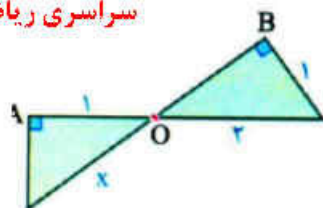
۲۰/۲ (۲)

۲۰/۸ (۳)

۲۱/۲ (۴)

۹

در شکل زیر دو زاویه A و B قائمه اند. مقدار x کدام است؟



$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

۱۰

در مثلث ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) ارتفاع AH مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. مساحت اصلی ۶/۷۶ برابر مساحت مثلث کوچکتر است.

نسبت فواصل H از دو ضلع قائم کدام است؟

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$\frac{7}{12} \quad (3)$$

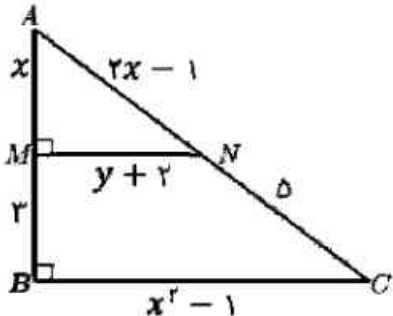
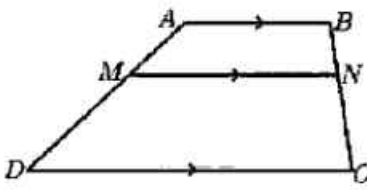
$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

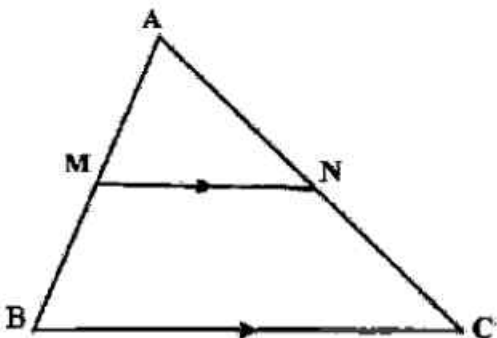
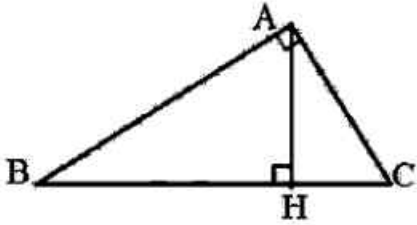
$$\frac{2}{8} \quad (1)$$

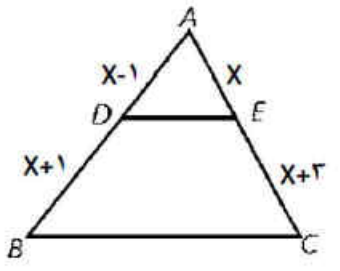
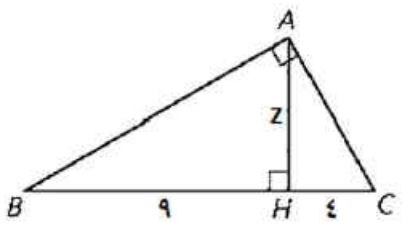
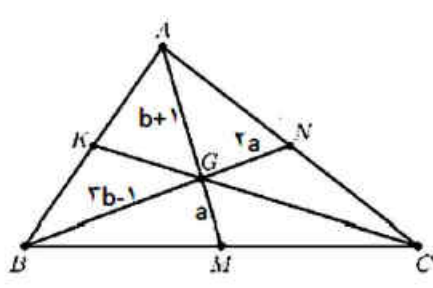
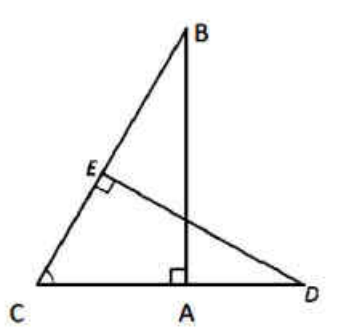
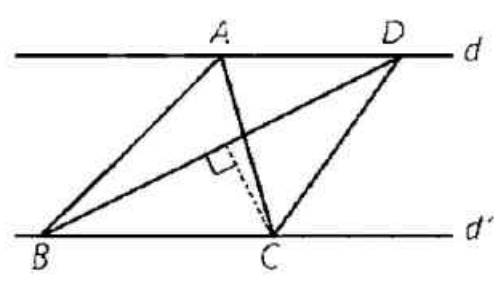
سراسری ریاضی ۹۷

تمرین در خانه ۸

نهایی سال ۱۴۰۲

۱.۲۵	جاهای خالی را با عبارات (کلمات) مناسب کامل کنید. ب) اگر نسبت مساحت‌های دو شکل متشابه $\frac{9}{25}$ باشد، در این صورت نسبت تشابه برابر با است. پ) واسطه هندسی مثبت بین دو عدد ۳ و ۱۲ برابر با است. ت) شکل حاصل از تقاطع نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع می‌باشد.	۲
۱.۲۵	در شکل مقابل مقادیر x و y را بیابید. 	۶
۰.۲۵	در ذوزنقه زیر MN با قاعده‌ها موازی است. با رسم قطر AC، تناسب داده شده را ثابت کنید: $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$ 	۷

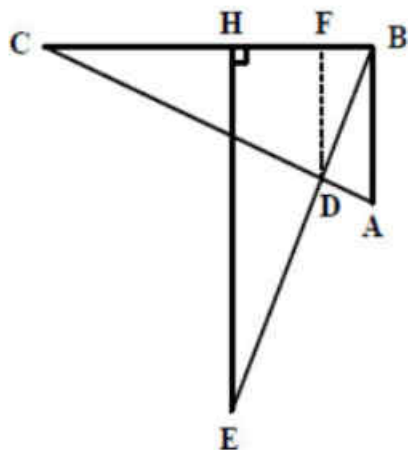
۱.۵	قضیه اساسی تشابه: در شکل زیر MN موازی BC است. ثابت کنید مثلث AMN با مثلث ABC متشابه است. 	۸
۱.۲۵	در مثلث قائم الزاویه‌ی زیر ثابت کنید دو مثلث ABH و ACH متشابه‌اند و به کمک آن نشان دهید AH واسطه هندسی بین BH و HC است. 	۹
۱	طول اضلاع یک مثلث ۷، ۸ و ۱۲ سانتی‌متر بوده و طول بزرگ‌ترین ضلع مثلثی متشابه با آن ۱۶ سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم را به دست آورید.	۱۰

۳	۶ مقادیر مجهول را بدست آورید. (الف)  (ب)  (ج) G مرکز ثقل مثلث است.  (د) 	۶
۰/۷۵	۷ در شکل زیر، دو خط d_1، d_2 موازی هستند. اگر مساحت مثلث ABC برابر 20 cm^2 و $BD = 8 \text{ cm}$ باشد، فاصله نقطه C از BD چند سانتی متر است؟ 	۷
۰/۷۵	۸ اگر $\frac{x-1}{2} = \frac{2y}{5} = \frac{2z-2}{3} = 2$ آنگاه مقدار $\frac{xy}{z}$ را بدست آورید.	۸

تمرین در خانه ۹

تست های کنکور فصل

۱ در شکل مقابل، دو مثلث ABC و BEH همنهشت هستند. اگر $AB = ۴$ ، $EH = ۸$ و $EH \parallel DF$ باشد، اندازه BF کدام است؟



۲/۶ (۴)

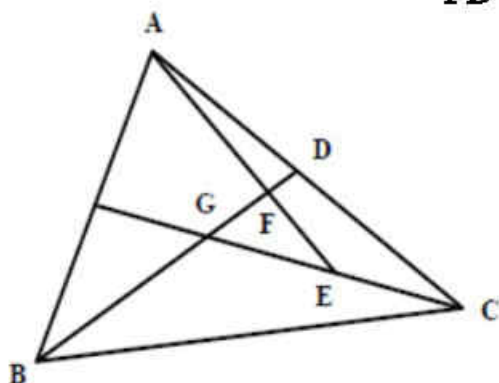
۲/۴ (۳)

۱/۶ (۲)

۱/۴ (۱)

سراسری ریاضی خرداد ۱۴۰۳

۲ در شکل مقابل، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟



۵ (۴)

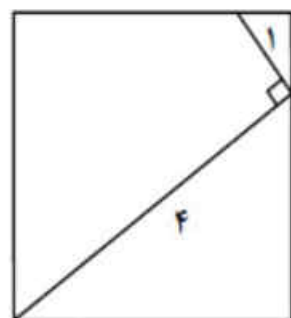
۶ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

سراسری ریاضی خرداد ۱۴۰۳

۲ مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟



۱۰/۲۴ (۴)

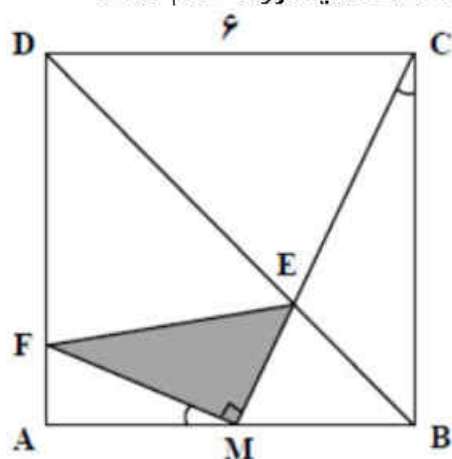
۸/۴۱ (۳)

۷/۲۹ (۲)

۱۳/۳۱ (۱)

سراسری ریاضی خرداد ۱۴۰۳

۲ در مربع شکل مقابل، نقطه M وسط ضلع AB و $\widehat{BCE} = \widehat{AMF}$ است. مساحت مثلث سایه‌خورده کدام است؟



۳/۲۵ (۴)

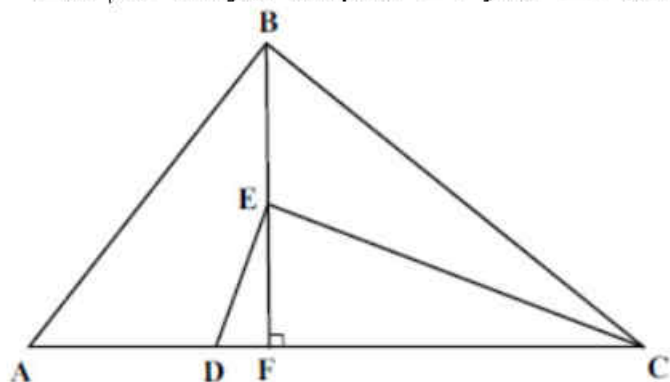
۳/۷۵ (۳)

۴/۲۵ (۲)

۴/۷۵ (۱)

سراسری ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۵ در شکل مقابل، $\widehat{ABC} = \widehat{CED} = 90^\circ$ است. اگر $AD = 3$ ، $EF = 4$ و $DF = 1$ باشد، اندازه BC کدام است؟



$8\sqrt{5}$ (۴)

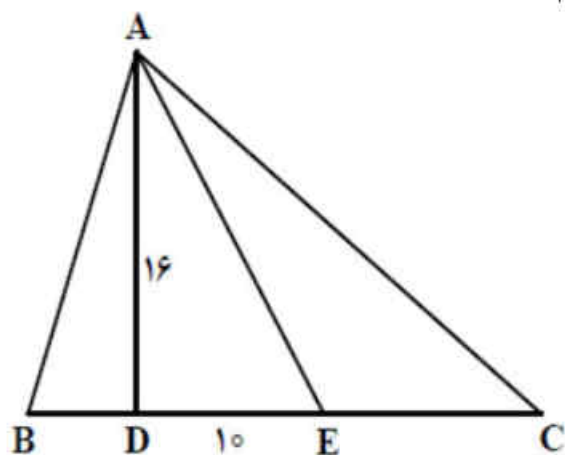
$6\sqrt{3}$ (۳)

$10\sqrt{2}$ (۲)

$4\sqrt{6}$ (۱)

سراسری ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۶ در شکل مقابل، $BA = BE$ و $\widehat{BAD} = \widehat{EAC}$ است. طول EC کدام است؟



$15/6$ (۴)

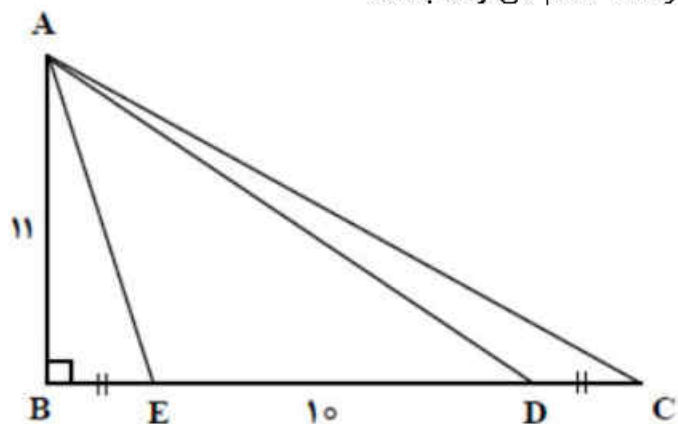
$9/3$ (۳)

$12/4$ (۲)

$8/7$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری ریاضی

۷ در شکل مقابل، $D\hat{A}E = A\hat{C}D$ و $BE = DC$ است. اندازه DC کدام می‌تواند باشد؟



۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

سراسری ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۸ در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هریک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجاد شده در مستطیل است؟

۸ (۴)

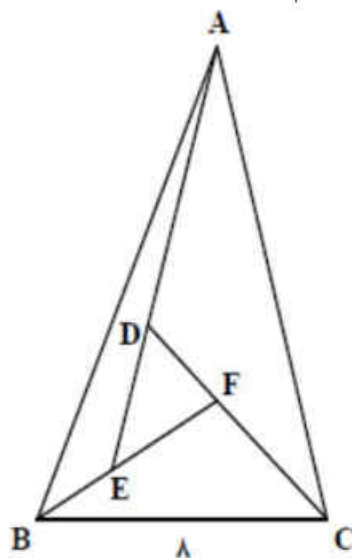
۱۲ (۳)

۱۶ (۲)

۲۴ (۱)

سراسری ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۹ در شکل مقابل، $A\hat{B}F = C\hat{A}E = B\hat{C}D$ ، $DF = \frac{2}{5}$ و $EF = 3$ است. طول AB کدام است؟



۹/۶ (۴)

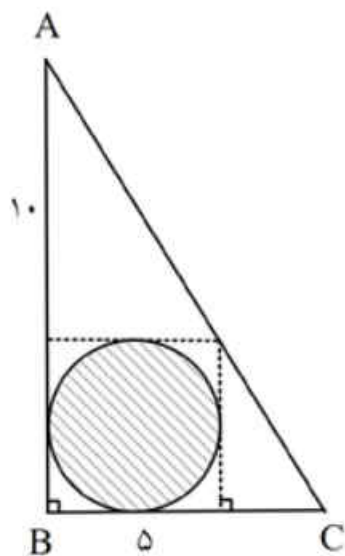
۱۰/۵ (۳)

۷/۵ (۲)

۸/۶ (۱)

سراسری ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC ، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده، کدام است؟



$$\frac{5}{4}\pi \quad (4)$$

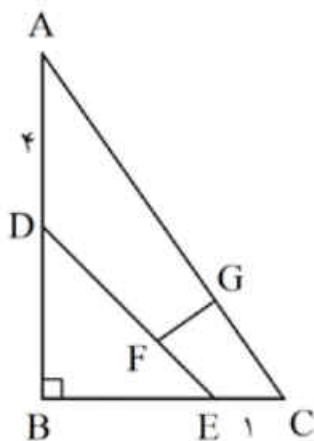
$$\frac{9}{4}\pi \quad (3)$$

$$\frac{16}{9}\pi \quad (2)$$

$$\frac{25}{9}\pi \quad (1)$$

سراسری-ریاضی-دهم ۱۳۰۱

در شکل مقابل، اگر $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = 4$ باشد، اندازه FG کدام است؟



$$1/75 \quad (4)$$

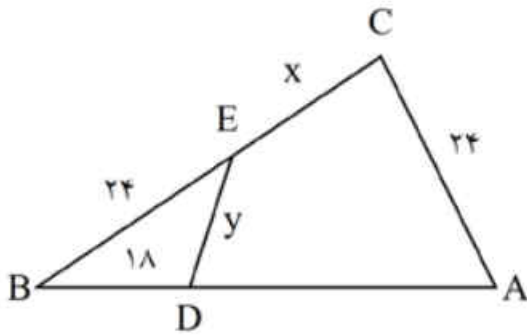
$$1/5 \quad (3)$$

$$1/25 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

سراسری-ریاضی-دهم ۱۳۰۱

۱۲ در شکل مقابل، $E\hat{C}A = B\hat{D}E$ و $AB = 48$ است. مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟



۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور سراسری ریاضی

۱۳ در مثلثی به اضلاع ۱۰، ۱۷ و ۲۱، طول یکی از ارتفاع‌ها برابر $AH = 8$ است. اگر M ، N و P وسط اضلاع باشند، مساحت چهارضلعی که M ، N ، P و H رأس‌های آن هستند، کدام است؟

۳۵ (۴)

۲۹ (۳)

۲۸ (۲)

۲۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور سراسری ریاضی

۱۴ در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند $\frac{2}{5}$ و $\frac{14}{4}$ سانتی‌متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی‌متر است؟

۸ (۴)

$\frac{7}{2}$ (۳)

۶ (۲)

$\frac{4}{8}$ (۱)

سراسری ریاضی - خرداد ۱۴۰۱

۱۵ رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع بر روی اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیگر قرار دارد، به طوری که اضلاع آن بر یک‌دیگر عمودند. نسبت مساحت مثلث بزرگ‌تر به مساحت مثلث کوچک‌تر، کدام است؟

۴ (۴)

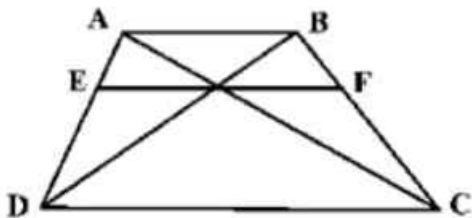
$\frac{3}{5}$ (۳)

$2\sqrt{3}$ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور سراسری ریاضی

۱۶ در شکل زیر، $AB \parallel EF \parallel DC$ و اندازه‌ی پاره‌خط‌های AB و DC ، به ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازه‌ی پاره‌خط EF ، کدام است؟



۷ (۴)

$3\sqrt{5}$ (۳)

$\frac{45}{6}$ (۲)

$\frac{45}{7}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور سراسری ریاضی

۱۷ اندازه‌ی اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به صورت $x+1$ ، $2x+1$ و $2x+3$ است. مساحت مثلث، کدام است؟

۳۹ (۴)

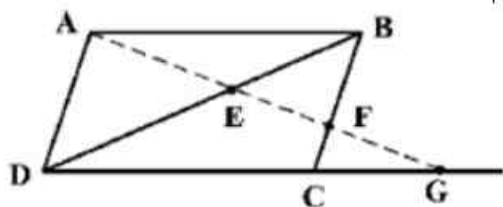
۴۵ (۳)

۵۶ (۲)

۶۰ (۱)

سراسری ریاضی - ۹۶

در شکل زیر، چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟



$FB \times FC$ (۴)

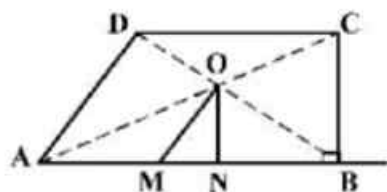
$EB \times ED$ (۳)

ED^2 (۲)

EA^2 (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم الزاویه‌ی ABCD ($\widehat{B} = 90^\circ$)، پاره‌خط‌های OM و ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟



۲ (۲)

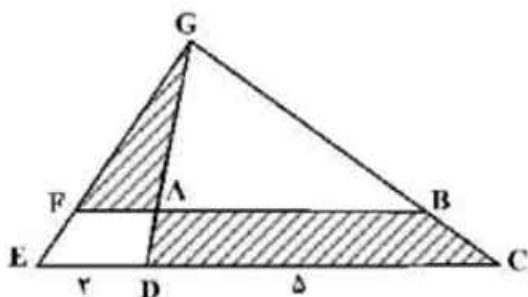
۱ (۱)

بزرگ‌تر از ۱ کوچک‌تر از ۲ (۴)

کوچک‌تر از ۱ (۳)

سراسری - ریاضی - ۹۹

در شکل زیر، $DG = 3DA$ و اندازه‌ی پاره‌خط‌های DE و DC به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG، چند درصد مساحت دوزنقه‌ی ABCD است؟



۲۴ (۴)

۳۲ (۳)

۳۶ (۲)

۴۵ (۱)

سراسری - ریاضی - ۹۹

مربع ABCD به ضلع ۴ واحد، مفروض است. شعاع دایره‌ی گذرا بر دو رأس A و B و مماس بر ضلع CD کدام است؟

۳ (۴)

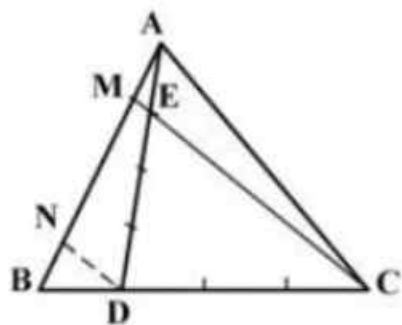
$2\sqrt{2}$ (۳)

$2/5$ (۲)

$2/25$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۲ در شکل زیر، $AE = \frac{1}{4}AD$ و $BD = \frac{1}{4}BC$ و $DN \parallel CM$ ، اندازه‌ی AB چند برابر AM است؟



۴ ۶

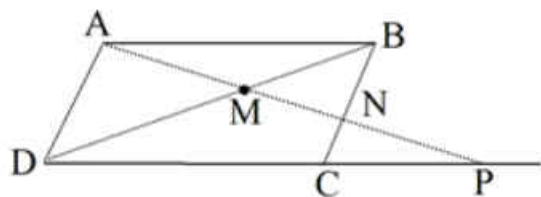
۳ ۵

۲ ۴/۵

۱ ۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۳ در شکل روبه‌رو، $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. حاصل $MN \times MP$ برابر کدام است؟



۴ MA^2

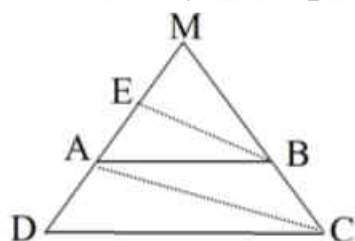
۳ MD^2

۲ AD^2

۱ AB^2

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۴ در دوزنقه $ABCD$ ، پاره‌خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = 7$ و $AE = 3$ باشد، فاصله‌ی MD کدام است؟



۴ $12/75$

۳ $12/5$

۲ $12/25$

۱ 12

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۵ در شکل مقابل محیط شش ضلعی منتظم چند برابر محیط مستطیل، محیط بر آن است؟



۴ $3(2 - \sqrt{3})$

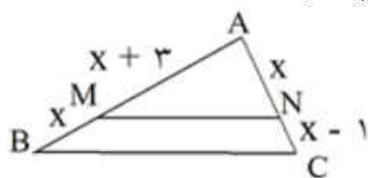
۳ $2(\sqrt{3} - 1)$

۲ $3(3 - 2\sqrt{2})$

۱ $3(\sqrt{2} - 1)$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

در شکل مقابل، MN موازی BC است. مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟



۱ $\frac{8}{9}$ (۴)

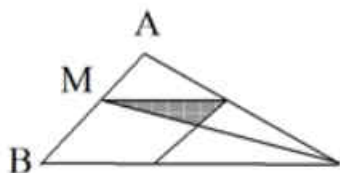
۱ $\frac{7}{9}$ (۳)

۱ $\frac{5}{9}$ (۲)

۱ $\frac{2}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ ، مساحت مثلث سایه‌زده چند درصد مساحت متوازی‌الاضلاع است؟



۳۵ (۴)

۲۵ (۳)

۲۴ (۲)

۲۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

در مثلث ABC داریم $AC = \frac{\sqrt{5}}{2} AB$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ ، ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

۱۸ (۴)

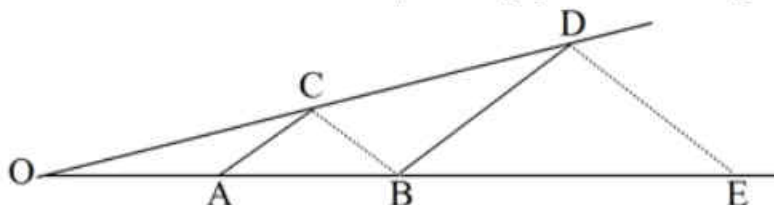
۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

در شکل روبه‌رو، دو جفت پاره‌خط موازی اند. $OA = 3$ و $AB = 5$ ، اندازه‌ی BE کدام است؟



۱۰ $\frac{2}{3}$ (۴)

۱۱ $\frac{1}{3}$ (۳)

۱۲ $\frac{2}{3}$ (۲)

۱۳ $\frac{1}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 2\hat{B}$ و $BC = 6$ و $AC = 4$ ، اندازه‌ی ضلع AB کدام است؟

۶ (۴)

۵/۵ (۳)

۵ (۲)

۴/۵ (۱)

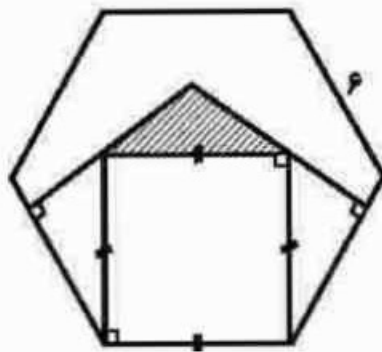
کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

تمرین در خانه ۱۰
مرور و دوره

جاست تست

تالس و تشابه - فصل ۲ هندسه دهم

۱) در مثلث منظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است؟



سراسری ۱۴۰۱

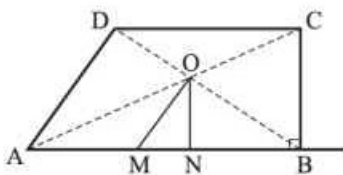
۱) $3\sqrt{3}$

۲) $2\sqrt{3}$

۳) ۲

۴) ۲

۲) مطابق شکل روبه‌رو، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ($\hat{B} = 90^\circ$)، پاره‌خط‌های



OM و ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ کدام است؟ سراسری ۱۳۹۹

۱) ۲

۲) ۱

۳) کوچک‌تر از ۱

۴) بزرگ‌تر از ۱ کوچک‌تر از ۲

۳) اندازه قاعده‌های دوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با

مساحت مساوی تقسیم کند. اندازه پاره‌خط کدام است؟ سراسری ۱۳۹۹

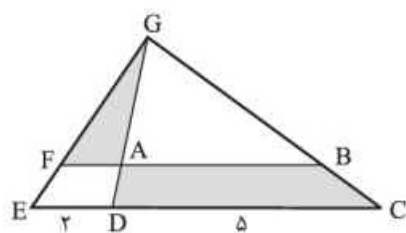
۱) $\sqrt{57}$

۲) $4\sqrt{3}$

۳) $\sqrt{53}$

۴) ۷

دکترها مسیح



۴ در شکل روبه‌رو، $DG = 2DA$ و اندازه پاره‌های DE و DC ، به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG ، چند درصد مساحت ذوزنقه $ABCD$ است؟

سراسری ۱۳۹۹

۳۶ (۲)

۴۰ (۱)

۲۴ (۴)

۳۲ (۳)

۵ در یک ذوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند، نسبت قاعده

سراسری ۱۳۹۸

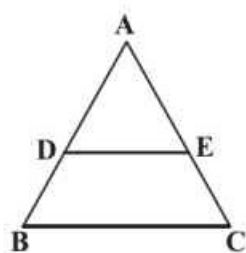
های ذوزنقه کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$



۶ در شکل مقابل، $DE \parallel BC$ ، $DE = 3$ و $BC = 4$ است. حاصل $\frac{AD + AE}{DB + EC}$ کدام است؟

۲ (۲)

۳ (۱)

$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

۷ در شکل مقابل، دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظری به

ارتفاع $\frac{1}{8}$ متر، از ارتفاع دکل و یک تیرک ۴ متری در یک راستا است. بلندی برج چند متر

است؟

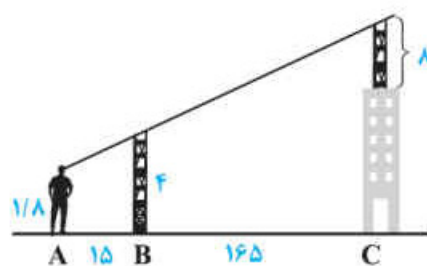
$\frac{20}{2}$ (۲)

$\frac{19}{8}$ (۱)

$\frac{21}{2}$ (۴)

$\frac{20}{8}$ (۳)

ریاضی داخل ۸۷



۸ در مثلثی اندازه‌های دو ضلع ۱۰ و ۱۵ واحد است. مجموع ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع، برابر ارتفاع ضلع سوم است. اندازه ضلع سوم کدام

است؟

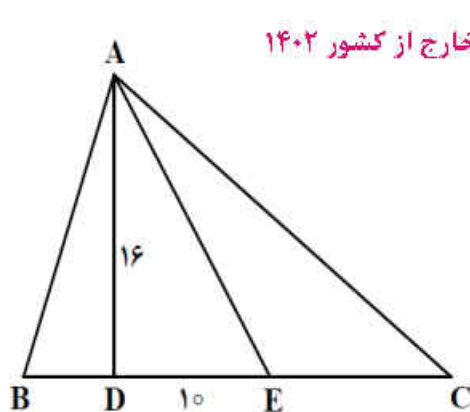
۸ (۴)

$\frac{7}{5}$ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

تجربی خارج از
کشور ۹۵



در شکل زیر، $\hat{B}AD = \hat{E}AC$ و $BA = BE$ است. طول EC کدام است؟ خارج از کشور ۱۴۰۲

(۱) ۸/۷

(۲) ۱۲/۴

(۳) ۹/۳

(۴) ۱۵/۶

در چهارضلعی $ABCD$ وسط دو ضلع غیر مجاور و وسط دو قطر آن، رأس های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه گیری

در مورد چهار ضلعی مفروض، درست است؟

سراسری ۱۳۹۸

(۲) دو قطر عمود برهم اند.

(۱) دو ضلع غیر مجاور دیگر، برابرند.

(۴) دو ضلع غیر مجاور، موازی اند.

(۳) دو ضلع شامل رأس های لوزی، برابرند.

۱۱

در مثلث ABC، طول دو میانه عمود بر هم رسم شده از رأس‌های B و C به ترتیب، ۱۲ و ۹ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

خارج از کشور ۱۴۰۲

۷۲ (۴)

۶۴ (۳)

۵۴ (۲)

۳۲ (۱)

۱۲

از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی‌الاضلاع، خط‌هایی عمود بر قطر بزرگ رسم می‌کنیم تا سه پاره‌خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره‌خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره‌خط‌های کناری باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم‌شده چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ساخته‌شده در شکل است؟

خارج از کشور ۱۴۰۲

۱/۵ (۴)

۲ (۳)

۲/۵ (۲)

۳ (۱)

۱۳

در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هریک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجادشده در مستطیل است؟

کنکور سراسری ۱۴۰۲

۸ (۴)

۱۲ (۳)

۱۶ (۲)

۲۴ (۱)

۱۴

در مثلث ABC، میانه‌های رسم‌شده از رأس‌های B و C بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم‌شده از رأس C برابر $\frac{4}{5}$ و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه‌های رسم‌شده از دو رأس B و C کدام است؟

کنکور سراسری ۱۴۰۲

 $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{19}{9}$ (۲) $\frac{17}{9}$ (۱)

فصل سوم

نمره در امتحان نهایی

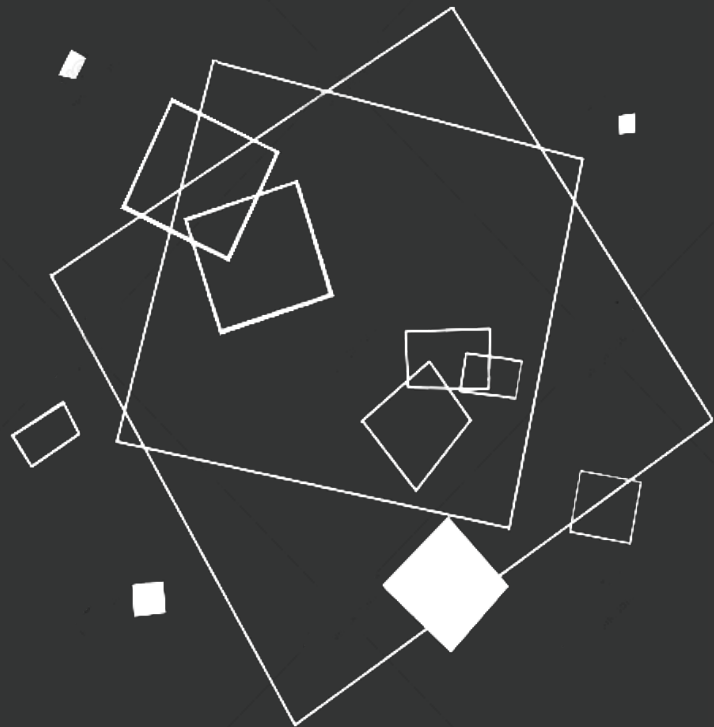
شش نمره

تعداد تست

یک تست

پیش نیاز

هندسه هفتم و هشتم



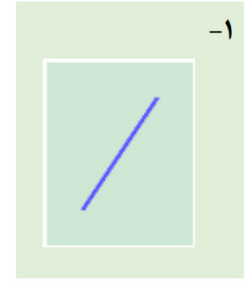
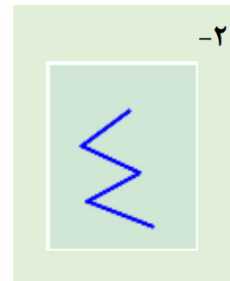
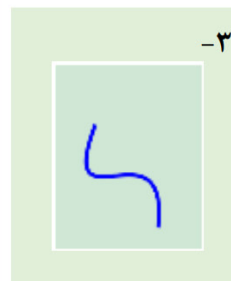
فصل سوم هندسه دهم

چهار ضلعی ها
مساحت

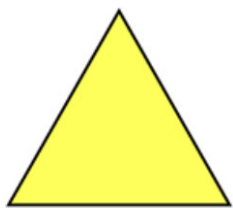
چند ضلعی

انواع خط:

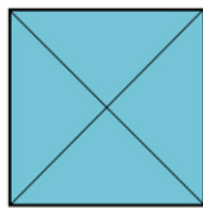
تعریف چند ضلعی:



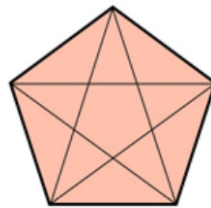
تعداد قطر

Triangle
۳ ضلعی

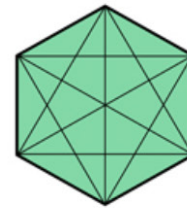
تعداد قطر:

Quadrilateral
۴ ضلعی

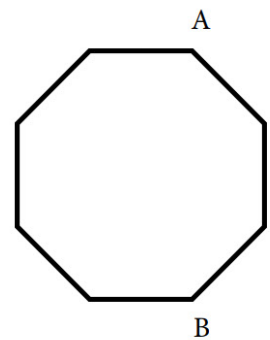
تعداد قطر:

Pentagon
۵ ضلعی

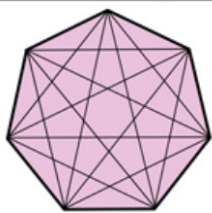
تعداد قطر:

Hexagon
۶ ضلعی

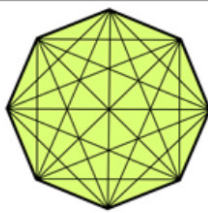
تعداد قطر:



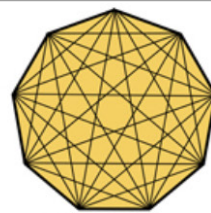
n ضلعی:

Heptagon
۷ ضلعی

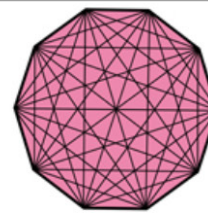
تعداد قطر:

Octagon
۸ ضلعی

تعداد قطر:

Nonagon
۹ ضلعی

تعداد قطر:

Decagon
۱۰ ضلعی

تعداد قطر:

چندضلعی محدب

(کوژ)



چندضلعی مقعر

(کاو)

زاویه چند ضلعی

۱ در کدام چندضلعی محدب، مجموع زوایای داخلی چهار برابر مجموع زوایای خارجی است؟

(۴) چهارده ضلعی

(۳) ده ضلعی

(۲) دوازده ضلعی

(۱) هشت ضلعی

۲ مجموع زاویه های داخلی یک چندضلعی محدب بدون یکی از آنها برابر 2570° است. اندازه زاویه کنار گذاشته شده کدام است؟

(۴) 130° (۳) 120° (۲) 105° (۱) 90°

۳ اندازه زاویه داخلی کدام یک از n ضلعی های منتظم زیر بزرگ تر است؟

(۴) ۵ ضلعی

(۳) ۷ ضلعی

(۲) ۹ ضلعی

(۱) ۱۰ ضلعی

۴

در یک n ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از

تعداد قطرهای کم می‌شود؟

سراسری داخل دی ۱۴۰۲

۳۳ (۴)

۳۲ (۳)

۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

زوایا

۱ مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث، برابر 180° است.

۲ مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث، برابر 360° است.

۳ هر زاویه خارجی مثلث، برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور با آن است.

۴ مجموع زاویه‌های درونی هر n ضلعی محدب، برابر با $(n-2) \times 180^\circ$ است.

۵ مجموع زاویه‌های بیرونی هر n ضلعی محدب، برابر 360° است.

۶ هر یک از زاویه‌های داخلی n ضلعی منتظم، برابر $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ و هر زاویه خارجی آن برابر $\frac{360^\circ}{n}$ است.

۵

چند ضلعی‌هایی که تعداد قطرهای آنها از تعداد اضلاع آن کمتر یا مساوی با آن است را مشخص کنید.

۶

تعداد قطرهای یک n ضلعی، واسطه‌ی هندسی بین تعداد اضلاع و تعداد قطرهای گذرنده از یک رأس آن می‌باشد. n کدام

است؟

۴ (۲)

۷ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

خانواده متوازی الاضلاع

در هر متوازی الاضلاع هم دو ضلع مقابل هم اندازه اند





هر چهار ضلعی که ضلع های روبه رو با هم برابرند متوازی الاضلاع است.



در هر متوازی الاضلاع هر دو زاویه مجاور مکملند.



هر چهار ضلعی که دارای زوایای مجاور مکملند، متوازی الاضلاع است.



در هر متوازی الاضلاع هم دو زاویه مقابل برابرند.



هر چهارضلعی که دارای زوایای مقابل برابرند متوازی الاضلاع است.



در هر متوازی الاضلاع قطرها منصفند.



هر چهارضلعی با قطرهای منصف، متوازی الاضلاع است.



هر چهارضلعی که دو ضلع آن هم اندازه و موازی باشند، متوازی الاضلاع است.

کدام گزینه همواره درست است؟



(۱) اگر در یک چهارضلعی قطرهای همدیگر را نصف کنند، چهارضلعی متوازی الاضلاع است.

(۲) اگر در یک چهارضلعی قطرهای برابر باشند، چهارضلعی مستطیل است.

(۳) اگر در یک چهارضلعی قطرهای برهم عمود باشند، چهارضلعی مربع است.

(۴) اگر در یک چهارضلعی اضلاع برابر باشند، چهارضلعی مربع است.

کدام گزینه در مورد متوازی الاضلاع نادرست است؟

۸

(۱) چهارضلعی که قطرهای آن منصف هم باشند.

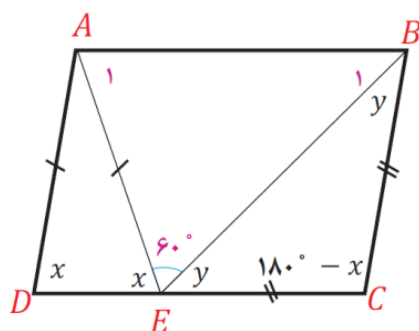
(۲) چهارضلعی که زاویه های روبه روی آن مساوی باشند.

(۳) چهارضلعی که دو ضلع آن مساوی و دو ضلع آن موازی است.

(۴) چهارضلعی که زاویه های مجاور در آن مکمل اند.

در متوازی الاضلاع زیر اختلاف بزرگترین و کوچکترین زاویه مثلث کدام است؟

۹



(۱) ۲۰

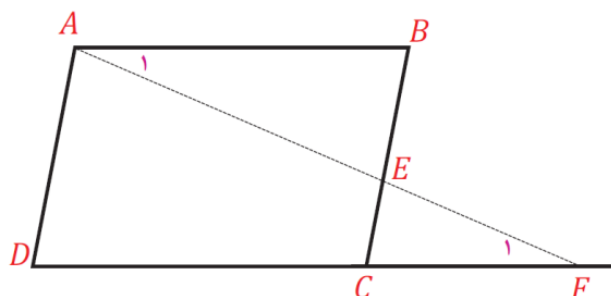
(۲) ۶۰

(۳) ۴۰

(۴) صفر

در متوازی الاضلاع زیر حاصل $BE \cdot DF$ کدام است؟

۱۰



(۱) AB^2

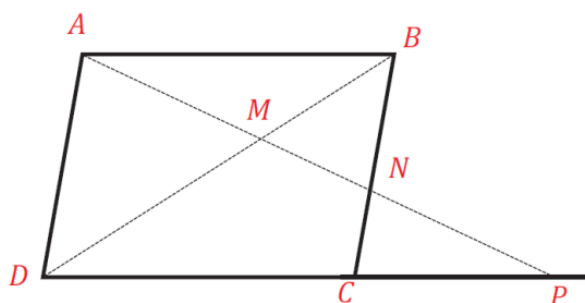
(۲) $AB \cdot AD$

(۳) MD^2

(۴) AM^2

در متوازی الاضلاع زیر حاصل $MN \times MP$ کدام است؟

۱۱



(۱) AB^2

(۲) AD^2

(۳) MD^2

(۴) AM^2



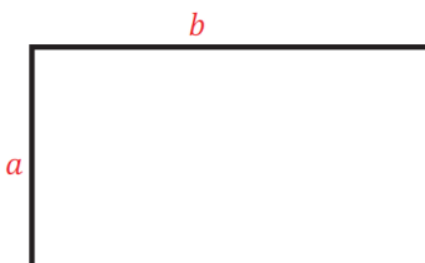
در هر مستطیل قطرهای برابرند.



هر چهارضلعی که قطرهاش برابرند، یک مستطیل است.

طول یک مستطیل ۲ واحد کمتر از $\frac{1}{5}$ برابر عرض آن است، اگر مساحت مستطیل برابر ۱۹۲ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟

«ریاضی خارج ۱۳۹۹»



۵۶ (۲)

۵۲ (۱)

۶۴ (۴)

۶۰ (۳)



میان وارد بر وتر نصف وتر است.



اگر میان وارد بر یک ضلع نصف آن ضلع باشد آنگاه آن مثلث قائم الزاویه است.

۱۳ در یک مثلث قائم الزاویه اندازه ارتفاع وارد بر وتر ۲۴ و نسبت دوپاره خطی که ارتفاع روی وتر، پدید می آورد $\frac{9}{16}$ است،

طول وتر کدام است؟ «قلمچی ۱۰ بهمن ۱۴۰۰»

۴۰ (۱) ۴۵ (۲)

۵۰ (۳) ۵۵ (۴)

۱۴ اندازه اضلاع در مثلث قائم الزاویه ای $x + 1$ ، $2x + 1$ و $2x + 3$ است. مساحت مثلث کدام است؟

«ریاضی داخل ۱۳۹۹»

۶۰ (۱) ۵۶ (۲)

۴۵ (۳) ۳۹ (۴)

۱۵

طول یک مستطیل ۵ برابر عرض آن است. نسبت محیط شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخل این مستطیل به

محیط مستطیل کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{6} (۱) \quad 3\sqrt{2} (۲)$$

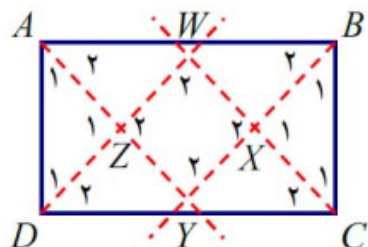
$$\frac{\sqrt{2}}{2} (۳) \quad \frac{2\sqrt{2}}{3} (۴)$$

نکته: محل تلاقی نیمسازهای داخلی مستطیل با توجه با اندازه‌ی طول و عرض آن (a عرض مستطیل و b طول مستطیل)

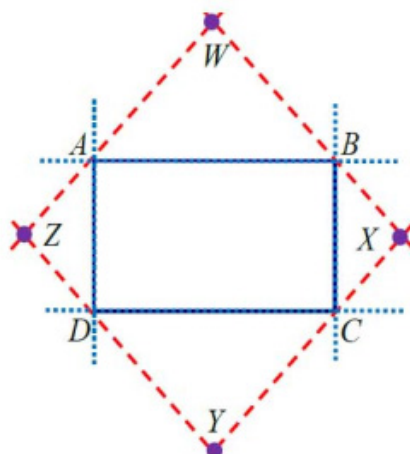
(۱) اگر $b > 2a$ آنگاه محل تقاطع خارج از مستطیل است

(۲) اگر $b = 2a$ آنگاه محل تقاطع روی طول مستطیل است

(۳) اگر $a < b < 2a$ آنگاه محل تقاطع درون مستطیل است



$$S = \frac{1}{2}(a - b)^2$$



$$S = \frac{1}{2}(a + b)^2$$

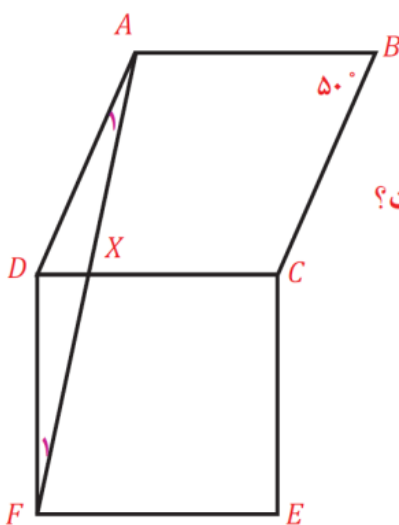
در لوزی قطرهای نیمسازند.

اگر قطرها یک چهارضلعی متعین نیمساز و موازی باشند، آن چهارضلعی لوزی است.

۱۶ مساحت مثلث قائم الزاویه ای $\frac{1}{8}$ مجذور وتر آن است. کوچک ترین زاویه این مثلث کدام است؟ «خارج تجربی ۱۳۹۳»

۱۵ (۱) ۲۲/۵ (۲)

۳۰ (۳) ۱۷/۵ (۴)



۱۷ در شکل زیر $ABCD$ لوزی و $DCEF$ مربع است. اندازه زاویه $\widehat{X}$ کدام است؟

۴۰ (۱) ۵۰ (۲)

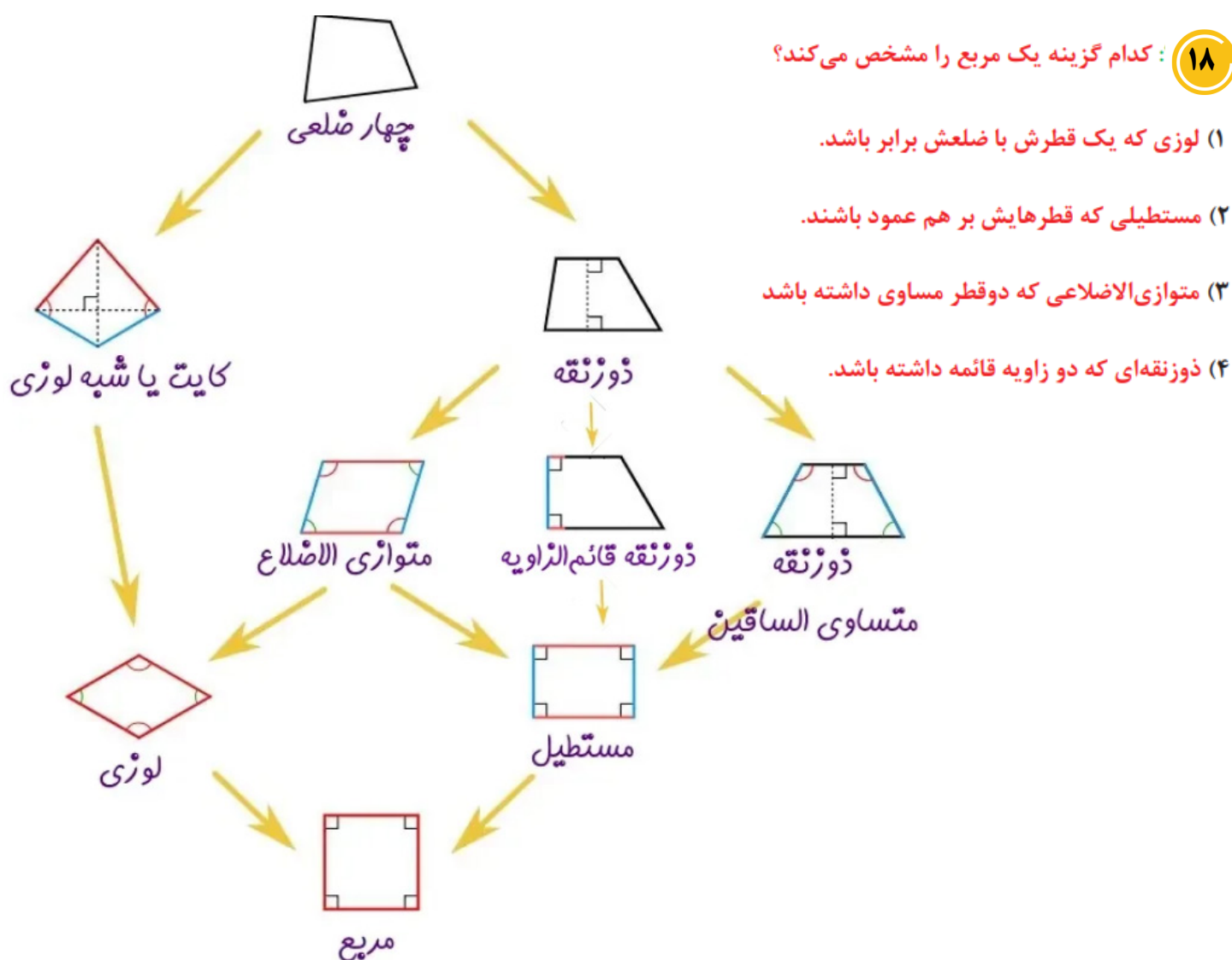
۶۰ (۳) ۷۰ (۴)



در لوزی قطرهای عمود منصفند.



اگر قطره‌های یک چهارضلعی معرب قطرهای عمود منصف باشند، آن چهارضلعی لوزی است.





در دُوزَنقه متساوی الساقین، زاویه های مجاور قاعده ها با هم برابرند.



دُوزَنقه ای با زوایای مجاور قاعده برابر، یک دُوزَنقه متساوی الساقین است.

۱۸

اندازه قاعده های دوزنقه ای ۵ و ۹ واحد است، پاره خطی موازی قاعده های دوزنقه چنان رسم می کنیم که دوزنقه را به دو

قسمت با مساحت مساوی تقسیم کنید اندازه پاره خط کدام است؟

«ریاضی داخل ۱۳۹۹»

$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

$$\sqrt{57} \quad (4)$$

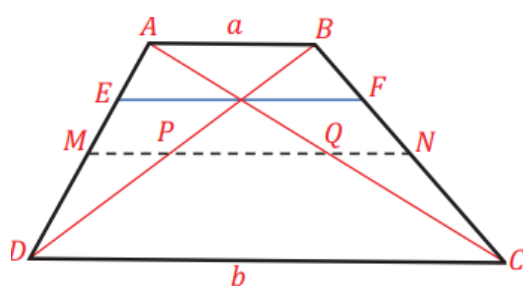
$$\sqrt{53} \quad (3)$$



در ذوزنقه متساوی الساقین، قطرهای برابرند.



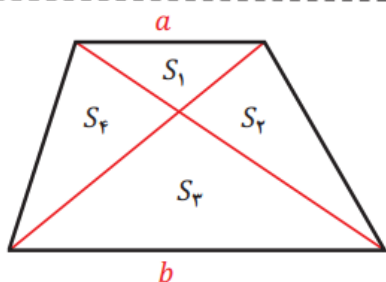
ذوزنقه ای با قطرهای برابر، یک ذوزنقه متساوی الساقین است.



$$MP = \frac{a}{2} \quad PN = \frac{b}{2}$$

$$PQ = \frac{b-a}{2} \quad EF = \frac{2ab}{a+b}$$

اگر مساحت ذوزنقه برابر S باشد آنگاه:

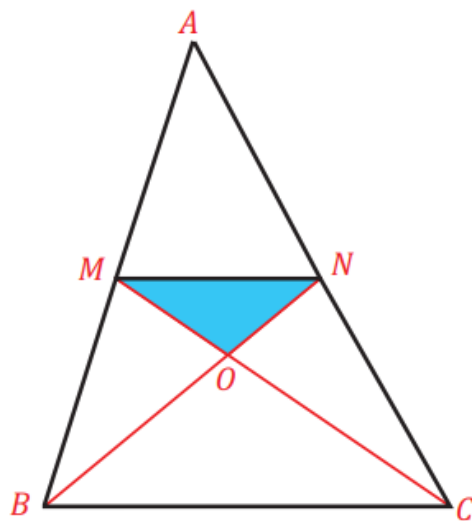


$$S_1 = \left(\frac{a}{a+b}\right)^2 S \quad S_2 = \left(\frac{b}{a+b}\right)^2 S$$

$$S_3 = S_4 = \frac{ab}{(a+b)^2} S$$

دکترها مسیح

۱۹ در شکل زیر M و N وسط اضلاع هستند نسبت مساحت ABC به مساحت مثلث رنگی کدام است؟

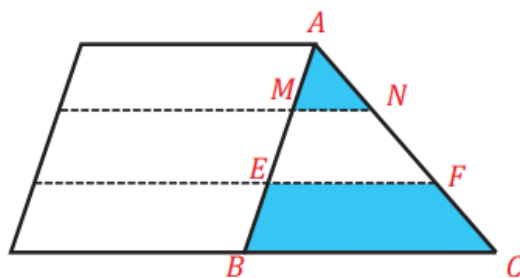


۹ (۱) ۶ (۲)

۱۲ (۳) ۸ (۴)

۲۰ یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. نسبت مساحت دو ناحیه سازه زده شده، کدام است؟

«تجربی خارجی ۱۳۹۸»



۱ (۱) $\frac{1}{5}$ ۲ (۲) $\frac{1}{6}$

۲ (۳) $\frac{2}{9}$ ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۱ در یک لوزی اگر اندازه اضلاع برابر $2\sqrt{10}$ و نسبت اندازه‌های دوقطر برابر $\frac{1}{3}$ باشد. مساحت لوزی کدام است؟

«تمرین صفحه ۷۲ کتاب درسی»

۱۲ (۱) ۴۸ (۲)

۹۶ (۳) ۲۴ (۴)

۲۲ در یک دوزنقه قائم‌الزاویه، اندازه قاعده‌ها، ۱۴ و ۹ و اندازه ساق مایل $2\sqrt{11}$ واحد است. اندازه قطر کوچک دوزنقه، کدام است؟

«ریاضی خارج ۱۳۹۶»

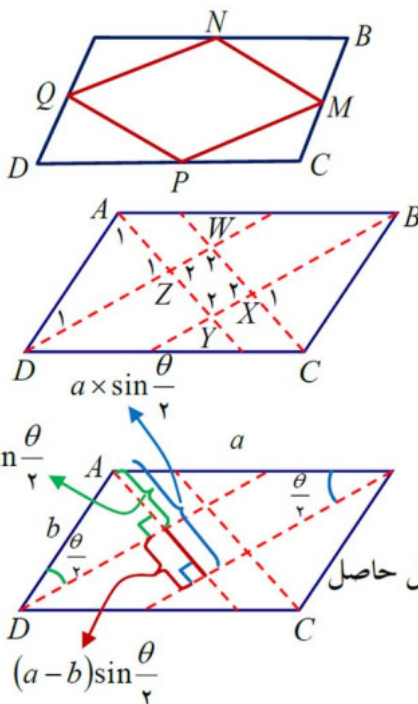
۱۱ (۱) ۸ (۲)

۷ (۳) $7\sqrt{2}$ ۱۰ (۴)

شکل حاصل از اتصال اوساط اضلاع

کلیت	ذو زنه	مربع	لوزی	مستطیل	متوازی الاضلاع	هر چهار ضلعی معدب

شکل حاصل از تلاقی نیمسازها



از به هم وصل کردن وسط‌های اضلاع یک متوازی الاضلاع، یک متوازی الاضلاع به وجود می‌آید که مساحت آن نصف مساحت متوازی الاضلاع اولیه است.

با رسم نیمسازهای داخلی هر متوازی الاضلاع یک مستطیل بوجود می‌آید.

شکل حاصل از برخورد نیمسازهای یک متوازی الاضلاع به اضلاع a, b و زاویه θ مستطیلی است به اضلاع،

$$(a-b)\cos\frac{\theta}{2}, (a-b)\sin\frac{\theta}{2}$$

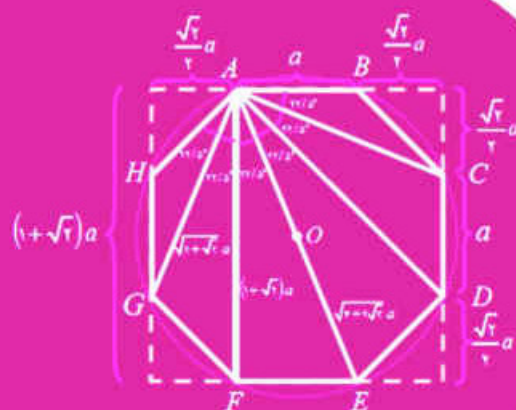
پس قطر این مستطیل برابر است با: $|a-b|$

$$\text{قطر مستطیل حاصل} = \sqrt{(a-b)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + (a-b)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \sqrt{(a-b)^2 \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right)} = |a-b|$$

شش ضلعی

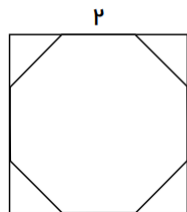


هشت ضلعی



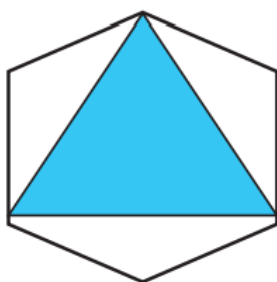


در شکل زیر یک هشت ضلعی منتظم به ضلع ۲ در یک مربع قرار گرفته است. مساحت هشت ضلعی را به دست آورید.



۲۳

اگر در ۶ ضلعی منتظم زیر، طول ضلع ۴ واحد باشد مساحت قسمت رنگی چقدر است؟



$$12\sqrt{3} \text{ (2)}$$

$$12\sqrt{3} \text{ (1)}$$

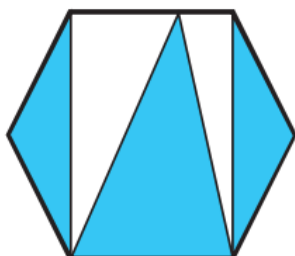
$$16\sqrt{3} \text{ (4)}$$

$$16\sqrt{3} \text{ (3)}$$

--

۲۴

اگر در ۶ ضلعی منتظم زیر، اگر مساحت قسمت رنگی برابر $4\sqrt{3}$ باشد مساحت قسمت سفید رنگ چقدر است؟



$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (2)}$$

$$2\sqrt{3} \text{ (1)}$$

$$\sqrt{3} \text{ (4)}$$

$$2\sqrt{3} \text{ (3)}$$

۲۵ - مساحت شش ضلعی منتظم به طول ضلع $\sqrt{32}$ کدام است؟

$$\sqrt{324} \text{ (4)}$$

$$24 \text{ (3)}$$

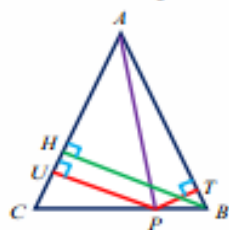
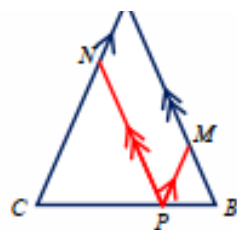
$$\sqrt{318} \text{ (2)}$$

$$3\sqrt{12} \text{ (1)}$$

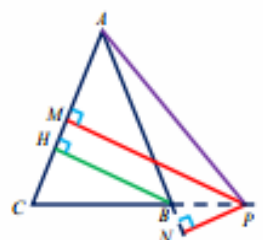
دکترها مسیح

مثلث متساوی الساقین

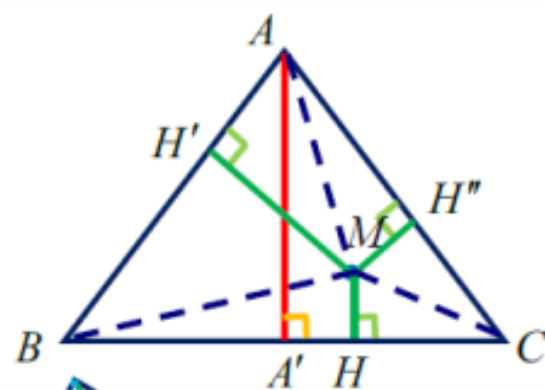
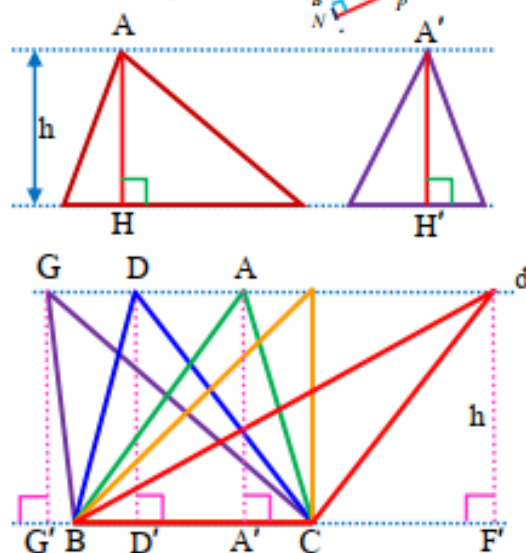
درس دوم مساحت



مثلث قائم الزاویه



مثلث متساوی الاضلاع



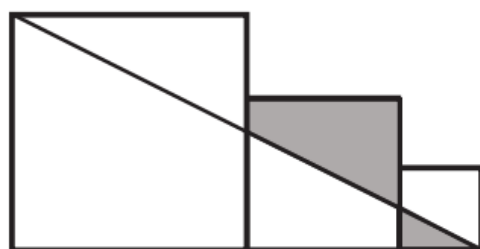
نکته: اگر اندازه‌های ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر نسبت اندازه‌های قاعده‌هایی است که این ارتفاع‌ها بر آنها وارد می‌شود.

$$AH = A'H' = h \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'}$$

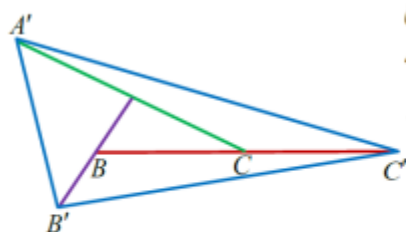
مثال: در شکل مقابل خط d موازی است BC

$$S_{GBC} = S_{DBC} = S_{ABC} = S_{EBC} = S_{FBC} =$$

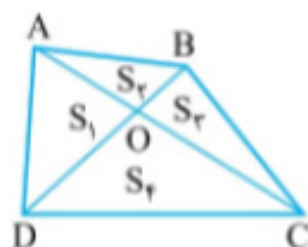
در شکل زیر سه مربع به اضلاع ۴، ۲ و ۱ واحد در کنار یکدیگر قرار دارند. مساحت قسمت های رنگی کدام است؟



- ۲ (۱) ۳ (۲)
۴ (۳) ۱ (۴)

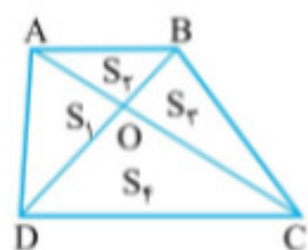


مثال اگر در مثلث ABC ضلع BC را از طرف رأس C به اندازه خودش تا نقطه C' و ضلع AC را از طرف رأس A به اندازه خودش تا نقطه A' و ضلع AB را از طرف رأس B به اندازه خودش تا نقطه B' امتداد دهیم، مساحت مثلث $A'B'C'$ چند برابر مساحت مثلث ABC است.



ا در چهارضلعی محدب شکل مقابل، اگر O ، نقطه برخورد دو قطر باشد، آن گاه داریم:

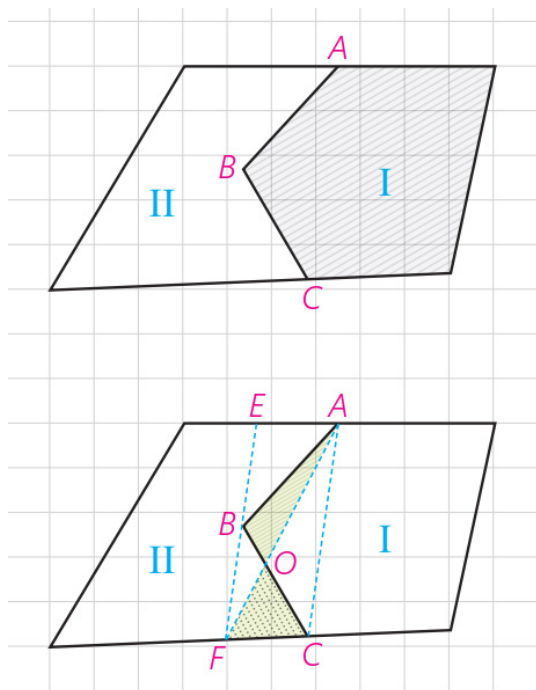
$$S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$$



ب در دوزنقه شکل مقابل، به سادگی معلوم می شود $S_1 = S_3$ و بنا بر رابطه ای که در قسمت (الف) بیان شد، داریم:

$$S_1^2 = S_3^2 = S_2 \cdot S_4$$

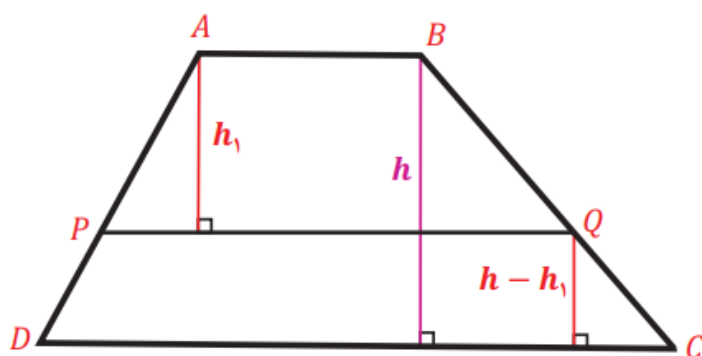
دکترها مسیح



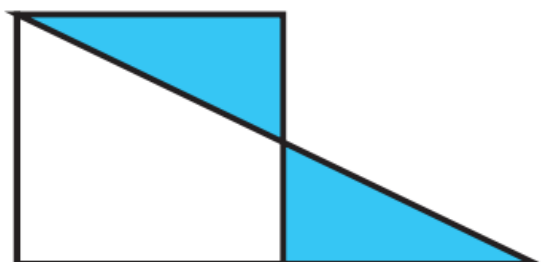
۲۷: اندازه قاعده‌های دوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است، پاره خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی تقسیم کنید اندازه پاره خط کدام است؟
«ریاضی داخل ۱۳۹۹»

$$4\sqrt{3} \quad (2) \quad 7 \quad (1)$$

$$\sqrt{57} \quad (4) \quad \sqrt{53} \quad (3)$$



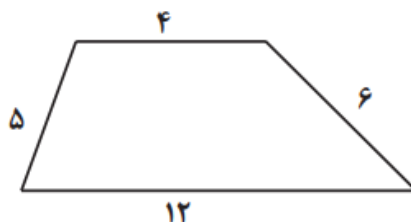
۲۸: در مثلث قائم الزاویه ABC بر روی ضلع AB مربعی ساخته شده است. اگر دو مثلث رنگ شده هم نهشت باشند مساحت دوزنقه چند برابر مساحت مربع است؟
«تجربی داخل ۱۳۹۲»



$$\frac{2}{3} \quad (2) \quad \frac{5}{9} \quad (1)$$

$$\frac{4}{5} \quad (4) \quad \frac{3}{4} \quad (3)$$

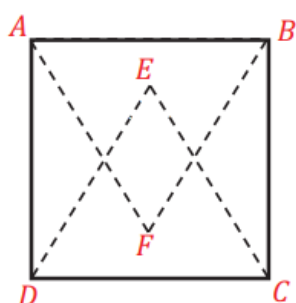
۲۹ در ذوزنقه زیر، امتداد ساق‌ها همدیگر را در نقطه M قطع کرده‌اند محیط مثلث $\triangle ABM$ کدام است؟



۱۱/۸ (۱) ۸/۸ (۲)

۱۰ (۳) ۱۲/۸ (۴)

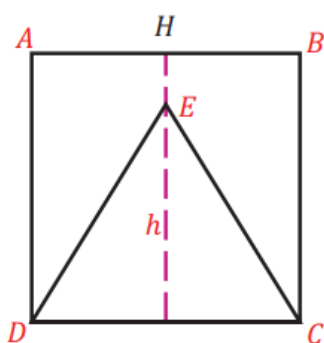
۳۰ در شکل زیر روی دوزیلع مقابل مربع، مثلث‌های متساوی الاضلاع ساخته شده است. قطر بزرگ‌تر لوزی حاصل چند برابر ضلع مربع اصلی است؟ «ریاضی خارج ۱۳۹۶»



۲-√۳ (۱) ۱/۳ (۲)

۱/۲ (۳) √۳ - ۱ (۴)

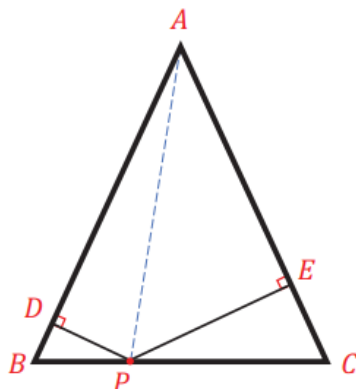
۳۱ در شکل زیر مربعی به ضلع a و DCE مثلث متساوی الاضلاع است فاصله E تا AB چقدر است؟ «تجربی داخل ۱۳۹۴»



۱) $a(1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$ ۲) $a(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$

۳) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

۳۲ در شکل زیر اگر $AB = AC = ۵$ ، $S_{ABC} = ۱۰$ و $S_{APC} - S_{APB} = ۲$ باشد آنگاه S_{APC} کدام است؟

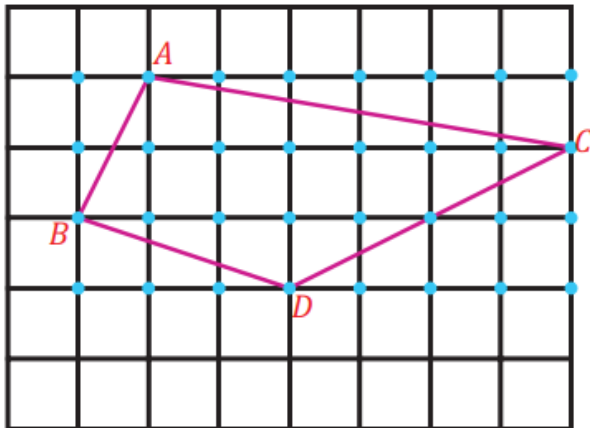


۶ (۱) ۱۴ (۲)

۷ (۳) ۱۲ (۴)

نقاط شبکه‌ای و مساحت

نقاط و چندضلعی شبکه‌ای :



اگر نقطه‌ها روی خط‌های افقی و عمودی واقع باشند (مطابق شکل)؛ به طوری که فاصله هر دو نقطه متوالی روی یک خط افقی (عمودی) برابر واحد باشد. چنین نقاطی را **نقاط شبکه‌ای** و چندضلعی‌هایی مانند $ABCD$ را که **تمام رأس‌های** آنها روی نقاط شبکه‌ای واقع‌اند، **چندضلعی‌های شبکه‌ای** می‌نامند

نقاط مرزی: نقاط شبکه‌ای روی رأس‌ها و ضلع‌های چندضلعی

نقاط درونی: نقاط شبکه‌ای درون چندضلعی‌ها

تعداد نقاط مرزی چهارضلعی شبکه‌ای $ABCD$ برابر ۵ است.

تعداد نقاط درونی چهارضلعی شبکه‌ای $ABCD$ برابر ۱۰ است.

۳۳ - اگر مساحت یک n ضلعی شبکه‌ای برابر $7/5$ و تعداد نقاط درونی آن برابر ۵ باشد، تعداد نقاط مرزی آن کدام است؟

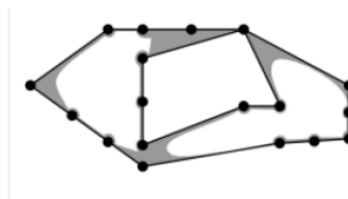
- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۷ ۴) ۸

۳۴ - اگر در یک چند ضلعی شبکه‌ای، دو رأس اضافه شود و یک نقطه درونی کم شود، مساحت چند واحد مربع افزایش می‌یابد؟

- ۱) ۰ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۳۵ - اختلاف مساحت دو چند ضلعی شبکه‌ای زیر برابر $16/5$ است. تعداد نقاط درونی چندضلعی

بزرگ‌تر، چه قدر از تعداد نقاط درونی چند ضلعی کوچک‌تر، بیش‌تر است؟



- ۱) ۱۱ ۲) $13/5$ ۳) ۱۱ ۴) $18/5$

دکترها مسیح

در شکل زیر، مساحت بین دو چندضلعی شبکه‌ای داده شده برابر $19/5$ است. اختلاف تعداد نقاط درونی آن‌ها کدام است؟



- (۱) ۱۰
(۲) ۱۲
(۳) ۱۴
(۴) ۱۶

مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای، واسطه‌ی حسابی تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است. کمترین مساحت این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

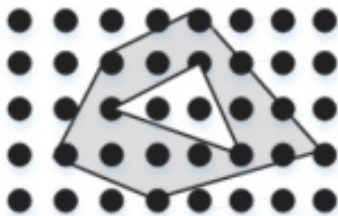
(۴) $4/5$

(۳) $3/5$

(۲) $2/5$

(۱) $1/5$

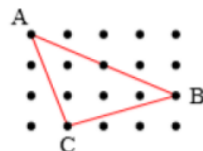
در شکل زیر، مساحت قسمت رنگی کدام است؟



- (۱) $\frac{27}{2}$
(۲) $\frac{21}{2}$
(۳) ۱۲
(۴) ۱۱

- در شکل روبه‌رو، فاصله هر دو نقطه متوالی به صورت افقی و عمودی برابر واحد است. طول

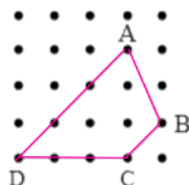
ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع مثلث کدام است؟



- (۵) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$
(۶) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

- (۱) $\sqrt{22}$
(۳) $\sqrt{5}$

در شکل زیر، فاصله بین دو قاعده ذوزنقه ABCD کدام است؟

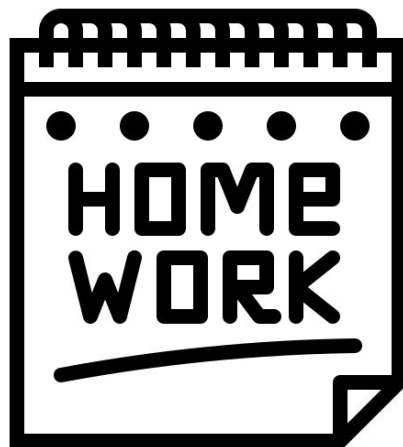


- (۱) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
(۵) $\frac{3}{2}$
(۳) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
(۴) $\frac{4}{3}$

اگر برای تخمین مساحت دایره‌ای ریز به شعاع یک سانتی متر، فاصله بین نقاط شبکه را نصف کنیم، مساحت تخمینی نسبت به مساحت اولیه چند درصد افزایش می‌یابد؟



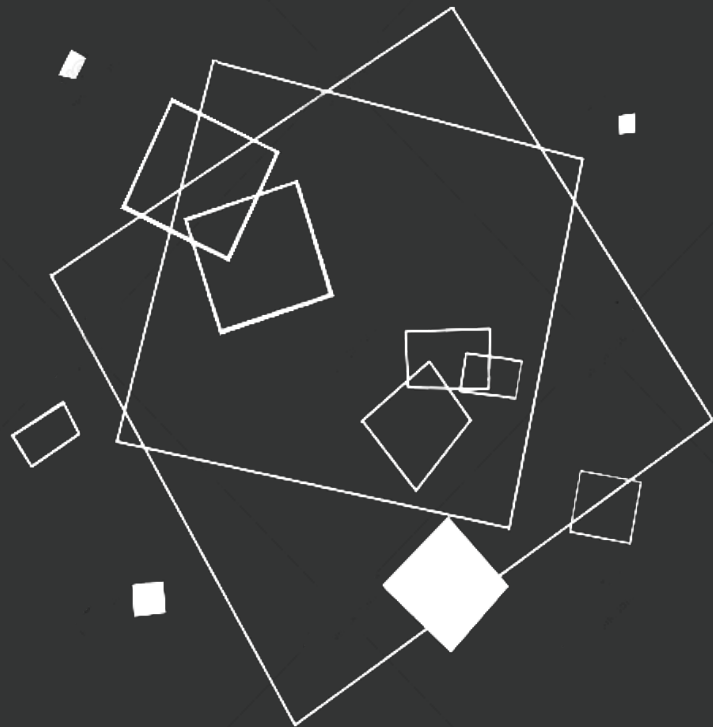
- (۱) ۱۰
(۲) ۲۰
(۳) ۲۵
(۴) ۳۰



پیش نیاز

هندسه هشتم

تمرین در خانه فصل ۳

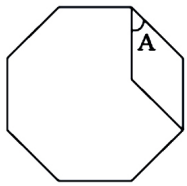


فصل دوم هندسه دهم

دوره چند ضلعی هشتم
چهار ضلعی ها
متوازی الاضلاع و خانواده آن
لوزی، کایت و ذوزنقه
امتحان نهایی
تست های کنکور

تمرین در خانه ۱

دوره فصل ۳ هشتم



۱ در شکل زیر، شکل بزرگتر هشت ضلعی منتظم و شکل کوچکتر درون هشت ضلعی، لوزی است. زاویه A چند درجه است؟

(۲) 45°

(۴) 75°

(۱) 30°

(۳) 60°

۲ چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح هستند؟

(الف) هر لوزی لزوماً یک مربع است.

(ب) متوازی‌الاضلاعی که یک زاویه قائمه داشته باشد، لزوماً مربع است.

(پ) هر لوزی که قطرهای برابر داشته باشد، مربع است.

(ت) هر متوازی‌الاضلاع لزوماً دو خط متقارن دارد.

(۲) یک

(۱) صفر

۳ در شکل زیر، حاصل $y - x$ کدام است؟

(۱) 30°

(۲) 90°

(۳) 20°

(۴) 40°

۴ چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

(الف) هر دوزنقه یک متوازی‌الاضلاع است.

(ب) قطرهای هر مستطیل با هم برابر و بر هم عمودند.

(ج) هر لوزی ۴ خط تقارن دارد.

(د) زوایای روبه‌رو به هم در هر متوازی‌الاضلاع، با هم برابرند.

(۲) ۱

(۱) صفر

۵ کدام گزینه همه خطوط موازی در شکل زیر را به‌درستی نشان می‌دهد؟

(۱) $d_1 \parallel d_2$

(۲) $d_1 \parallel d_4, d_3 \parallel d_2$

(۳) $d_2 \parallel d_4, d_1 \parallel d_3$

(۴) هیچ کدام از خطوط با هم موازی نیستند.

۶ کدام یک از گزینه‌های زیر لزوماً ویژگی یک متوازی‌الاضلاع نیست؟

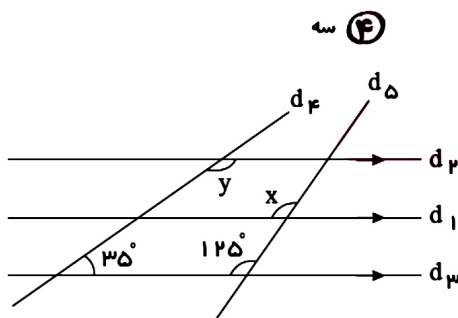
(۱) دو ضلع موازی و دو زاویه 90° درجه داشته باشد.

(۳) قطرهای آن یکدیگر را نصف کنند.

۷ اگر چهار ضلعی زیر متوازی‌الاضلاع باشد، حاصل $x + y$ کدام است؟

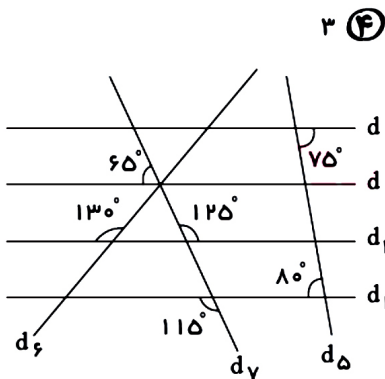
(۱) 37°

(۳) 27°



(۴) سه

(۳) دو



(۴) ۳

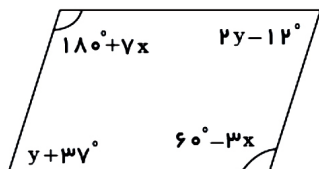
(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(۲) دو جفت ضلع موازی داشته باشد.

(۴) اضلاع روبه‌روی آن دو به دو مساوی باشند.



(۲) 47°

(۴) چنین متوازی‌الاضلاع قابل رسم نیست.

دکترها مسیح

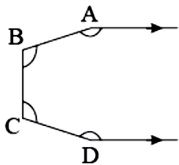
۸ اگر دو خط را بر دو ضلع متوالی یک ۸ ضلعی منتظم عمود کنیم، زاویه‌ای که از برخورد دو خط به وجود می‌آید، چند درجه است؟

۳۷ (۴)

۲۲٫۵ (۳)

۶۰ (۲)

۴۵ (۱)



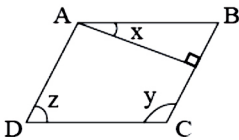
۹ در شکل زیر مجموع زاویه‌های A, B, C, D چند درجه است؟ (دو نیم خط نشان داده شده موازی هستند.)

۴۵۰° (۲)

۷۰۰° (۱)

۵۴۰° (۴)

۶۳۰° (۳)



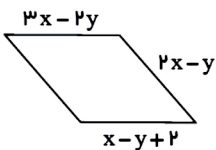
۱۰ در متوازی‌الاضلاع زیر، ارتفاع وارد بر یکی از اضلاع آن را رسم کرده‌ایم. $x + y$ همواره کدام است؟

۲۷۰° - ۲z (۲)

۱۸۰° - ۲z (۱)

۱۸۰° + ۲z (۴)

۹۰° + ۲z (۳)



۱۱ در صورتی که متوازی‌الاضلاع زیر لوزی باشد، مقدار $x + y$ کدام است؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

۱۲ اگر اندازه هر زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم $30^\circ - \frac{1}{3}x$ و اندازه هر زاویه خارجی آن $40^\circ - \frac{2}{9}x$ باشد، مجموع زوایای داخلی آن کدام است؟

۵۴۰° (۴)

۷۲۰° (۳)

۹۰۰° (۲)

۳۶۰° (۱)

۱۳ اندازه هر زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم برابر ۱۶۵ درجه است. این n ضلعی چند محور تقارن دارد؟

۳۰ (۴)

۱۲ (۳)

۲۴ (۲)

۱۵ (۱)

۱۴ از هر رأس یک چندضلعی محدب، ۸ قطر می‌گذرد. مجموع زوایای داخلی این چند ضلعی چند درجه است؟

۱۶۲۰ (۴)

۱۰۸۰ (۳)

۱۹۸۰ (۲)

۱۴۴۰ (۱)

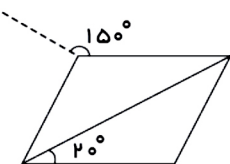
۱۵ زاویه حاده حاصل از برخورد دو نیم‌ساز داخلی رئوس مجاور یک پنج‌ضلعی منتظم، چند درجه است؟

۲۴° (۴)

۳۶° (۳)

۷۲° (۲)

۱۲° (۱)



۱۶ در متوازی‌الاضلاع زیر اگر نقطه چین ادامه قطر باشد، اندازه زاویه تند (حاده) بین دو قطر کدام است؟

۶۰° (۲)

۵۰° (۱)

۶۵° (۴)

۵۵° (۳)

۱۷ اگر مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی منتظم x باشد، مجموع زوایای داخلی کدام گزینه برابر $2x$ خواهد بود؟

 $2n - 2$ ضلعی منتظم (۴) $2n + 1$ ضلعی منتظم (۳) $2n - 1$ ضلعی منتظم (۲) $2n$ ضلعی منتظم (۱)

۱۸ اگر تعداد قطرهای یک چند ضلعی منتظم چهار برابر تعداد محورهای تقارن آن باشد، مجموع زوایای داخلی این چند ضلعی کدام است؟

۱۵۸۰° (۴)

۱۶۲۰° (۳)

۱۸۰۰° (۲)

۱۹۸۰° (۱)

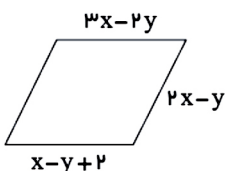
۱۹ در کدام چند ضلعی محدب، مجموع زوایای داخلی، ۵ برابر مجموع زوایای خارجی است؟

دوازده ضلعی (۴)

ده ضلعی (۳)

چهارده ضلعی (۲)

هشت ضلعی (۱)



۲۰ در صورتی که متوازی‌الاضلاع زیر لوزی باشد، مقدار $x + y$ کدام است؟ (نگاه به گذشته)

۴ (۲)

۳ (۱)

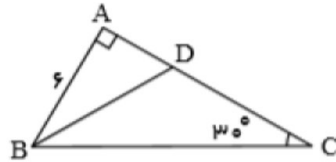
۶ (۴)

۵ (۳)

تمرین در خانه ۲

چندضلعی ها و ویژگی های آنها

۱- در شکل زیر، اگر BD نیمساز زاویه B باشد، آنگاه طول پاره خط CD کدام است؟



- ① ۶
② $\sqrt{34}$
③ ۹
④ $\sqrt{36}$

۲- در یک چندضلعی محدب که تعداد قطرها، دو برابر تعداد ضلع هایش است، مجموع زاویه های داخلی چند درجه است؟

- ① ۵۴۰ ② ۷۲۰ ③ ۹۰۰ ④ ۱۰۸۰

۳- تعداد اضلاع یک n ضلعی با تعداد اقطار آن برابر است، مجموع زوایای داخلی آن چند برابر مجموع زوایای خارجی آن است؟

- ① $1/5$ ② ۱ ③ ۲ ④ $2/5$

۴- در مثلث قائم الزاویه ی ABC، طول AM میانه ی وارد بر وتر برابر ۶ واحد و $\hat{B} = 30^\circ$ است. فاصله ی نقطه ی M، از ضلع AB چند واحد است؟

- ① ۳ ② $\sqrt{22}$ ③ ۴ ④ $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

۵- اگر تعداد قطرهای یک $(n + 2)$ ضلعی محدب، ۱۱ واحد بیشتر از تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب باشد، آنگاه مقدار n کدام است؟

- ① ۵ ② ۶ ③ ۷ ④ ۸

۶- یک چند ضلعی منتظم ۳۵ قطر دارد. اندازه هر زاویه داخلی آن چقدر است؟

- ① 120° ② 130° ③ 136° ④ 144°

۷- یک چند ضلعی غیر محدب حداقل دارای چند ضلع می باشد؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ ۶

۸. مجموع تعداد اقطار و ضلع‌های یک چند ضلعی برابر ۱۲۰ است، تعداد اضلاع آن چند تاست؟

- ① ۱۴ ② ۱۵ ③ ۱۶ ④ ۱۷

۹. مجموع زوایای خارجی در یک ۶ ضلعی چند برابر مجموع زوایای خارجی در یک ۳ ضلعی

است؟

- ① ۴ ② ۳ ③ ۲ ④ ۱

۱۰. یک ده ضلعی محدب را در نظر بگیرید. مجموع تعداد قطرهای دو رأس مجاور هم برابر است

با:

- ① ۱۰ ② ۱۲ ③ ۱۴ ④ ۲۰

۱۱. کدام گزینه نادرست است؟

① در متوازی الاضلاع، هر دو زاویه مجاور مکمل‌اند.

② چهار ضلعی که دو ضلع برابر و دو زاویه برابر دارد متوازی‌الاضلاع است.

③ در متوازی‌الاضلاع، اضلاع روبه‌رو و زاویه‌های روبه‌رو برابرند.

④ چهار ضلعی که قطرهای آن منصف یکدیگر باشند، متوازی‌الاضلاع است.

۱۲. در هر متوازی الاضلاع، زاویه بین نیمسازهای داخلی دو رأس مجاور، چند درجه است؟

- ① ۱۲۰ ② ۴۵ ③ ۶۰ ④ ۹۰

۱۳. در کدام حالت، چهار ضلعی ABCD یک n ضلعی مقعر (غیر محدب) می‌باشد؟

① $\hat{C} = 60^\circ$ ، $\hat{B} = 40^\circ$ ، $\hat{A} = 100^\circ$

② $\hat{C} = 70^\circ$ ، $\hat{B} = 70^\circ$ ، $\hat{A} = 70^\circ$

③ $\hat{C} = 25^\circ$ ، $\hat{B} = 80^\circ$ ، $\hat{A} = 70^\circ$

④ $\hat{C} = 80^\circ$ ، $\hat{B} = 70^\circ$ ، $\hat{A} = 50^\circ$

۱۴. اگر تعداد قطرهای یک $(n + 3)$ ضلعی محدب، ۲۱ واحد بیشتر از تعداد قطرهای یک n

ضلعی محدب باشد، مقدار n کدام است؟

- ① ۶ ② ۷ ③ ۸ ④ ۱۰

۱۵. مجموع تعداد اضلاع و اقطار یک چند ضلعی کدام می‌تواند باشد؟

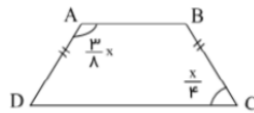
- ① ۳۵ ② ۴۵ ③ ۷۵ ④ ۶۵

دکترها مسیح

تمرین در خانه ۴

چندضلعی ها و ویژگی های آنها

۱- در دوزنقه متساوی الساقین مقابل، اندازه زاویه D چند درجه است؟



۶۸ (۷)

۵۴ (۱)

۸۴ (۴)

۷۲ (۳)

۲- اگر وسط های اضلاع یک چهار ضلعی محدب را متوالیاً به هم وصل کنیم. چهار ضلعی حاصل الزاماً کدام است؟

(۴) نامشخص

(۳) متوازی الاضلاع

(۷) دوزنقه

(۱) مستطیل

۳- از برخورد نیمسازهای زاویه های داخلی و زاویه های خارجی یک مربع به ترتیب و تشکیل می شود.

(۷) مربع - مستطیل

(۱) نقطه - مستطیل

(۴) لوزی - مستطیل

(۳) نقطه - مربع

۴- کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) اگر در یک چهارضلعی قطر ها یکدیگر را نصف کنند، متوازی الاضلاع است.

(۷) اگر در یک چهار ضلعی قطر ها با یکدیگر برابر باشند، مستطیل است.

(۳) اگر در یک چهار ضلعی قطر ها بر هم عمود باشند، لوزی است.

(۴) اگر در یک چهار ضلعی اضلاع برابر باشند، مربع است.

۵- از برخورد نیمساز زاویه های داخلی یک مستطیل کدام چهار ضلعی حاصل می شود؟

(۴) متوازی الاضلاع

(۳) دوزنقه

(۷) لوزی

(۱) مربع

۶- در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می کند، $3/6$ و $6/4$ سانتی متر است. مجموع اندازه های دو ضلع زاویه قائمه در این مثلث، چند سانتی متر است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

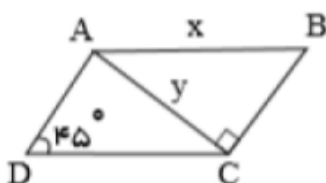
۷- در متوازی الاضلاع ABCD، نقاط M و N وسط اضلاع BC و CD هستند. اگر $AB = 8$ و فاصله A از ضلع CD برابر ۶ واحد باشد، مساحت مثلث AMN کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

۸- در شکل زیر ABCD متوازی الاضلاع است. نسبت $\frac{y}{x}$ کدام است؟ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۷) $\sqrt{2}$ (۱) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

۹ وسط‌های اضلاع یک مستطیل را به طور متوالی به هم وصل کرده‌ایم و یک چهارضلعی با یک

زاویه 60° حاصل شده است. نسبت طول به عرض این مستطیل کدام است؟

- ① ۲ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$

۱۰ با افزودن یک ضلع به اضلاع یک چندضلعی محدب، چندضلعی محدب جدیدی پدید می‌آید که

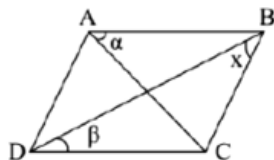
تعداد قطرهای آن، ۵ واحد بیش‌تر از تعداد قطرهای چندضلعی اولیه است. تعداد قطرهای

چندضلعی جدید کدام است؟

- ① ۲۷ ② ۲۰ ③ ۱۴ ④ ۹

۱۱ - در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، دو قطر AC و BD را رسم می‌کنیم. اگر $BD = 2BC$ و مجموع

دو زاویه α و β برابر با 65° باشد. آنگاه اندازه زاویه x کدام است؟



- ① 40°
② 45°
③ 50°
④ 55°

۱۲ زاویه‌های داخلی مثلثی با اعداد ۱، ۵ و ۶ متناسب هستند. اگر اندازه بزرگ‌ترین ضلع مثلث α

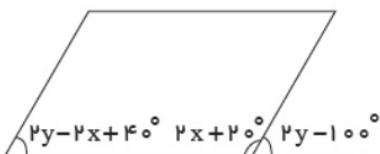
باشد، مساحت آن کدام است؟

- ① $\frac{1}{8}\alpha^2$ ② $\frac{1}{4}\alpha^2$ ③ $\frac{1}{2}\alpha^2$ ④ α^2

۱۳ کدام گزینه درست است؟

- ① مجموع زوایای داخلی یک شش‌ضلعی از مجموع زوایای داخلی یک چهارضلعی 180° بیشتر است.
② مجموع زوایای داخلی یک پنج‌ضلعی منتظم از هر زاویه خارجی‌اش، 180° بیشتر است.
③ اندازه هر زاویه داخلی یک هشت‌ضلعی منتظم، 120° است.
④ در هر پنج ضلعی منتظم، اندازه هر زاویه داخلی، ۱٫۵ برابر اندازه هر زاویه خارجی است.

۱۴ در متوازی‌الاضلاع زیر، حاصل $2x - y$ کدام است؟



- ① 75° ② 100°
③ 80° ④ 70°

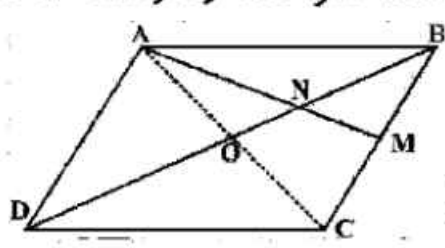
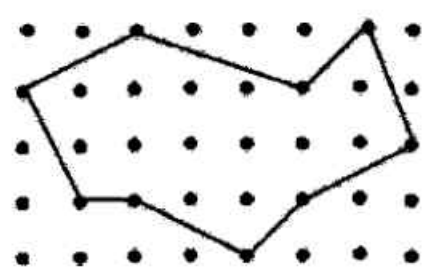
۱۵ در ذوزنقهی $ABCD$ ، اندازه‌ی دو قطر AC و BD برابر است و

$AD = x + 5$ ، $BC = 3x - 3$ ، $CD = 2x - 1$ می‌باشد. محیط این ذوزنقه کدام است؟

- ① ۳۹ ② ۴۰ ③ ۴۲ ④ ۳۷

تمرین در خانه ۵

امتحان نهایی

۰.۲۵	۱۱	ثابت کنید در متوازی الاضلاع، هر دو زاویه مجاور مکمل اند.
۱.۲۵	۱۲	ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه، اندازه میانه وارد بر وتر، نصف اندازه وتر است.
۱.۲۵	۱۳	در یک لوزی، اندازه هر ضلع $2\sqrt{10}$ و نسبت اندازه های دو قطر $\frac{1}{3}$ است. مساحت لوزی را پیدا کنید.
۱.۲۵	۱۴	در متوازی الاضلاع $ABCD$، M وسط ضلع BC بوده و پاره خط AM قطر BD را در نقطه N قطع کرده است. نشان دهید، $S_{BNM} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$ 
۱	۱۵	با توجه به مساحت چندضلعی های شبکه ای، مساحت شکل زیر را محاسبه کنید. 

۵	طول پاره خطی را به دست آورید که واسطه هندسی بین دو پاره خط به طول های ۲۰ و ۵ سانتی متر باشد.	۱
۶	ثابت کنید اگر قطرهای یک چهارضلعی بر هم عمود باشند، مساحت آن برابر است با نصف حاصلضرب اندازه های دو قطر	۱.۵
۷	اگر مساحت یک مثلث متساوی الاضلاع $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ باشد، طول ضلع و ارتفاع آن را به دست آورید	۱
۸	چهار مورد از ویژگیها و خواص متوازی الاضلاع را نام ببرید.	۲
۹	در کدام n ضلعی تعداد قطرهای ۲ برابر تعداد اضلاع آن است؟	۱

تمرین در خانه ۶

تست های کنکور فصل ۳

۱ در مثلث ABC ، طول دو میانه عمود بر هم رسم شده از رأس های B و C به ترتیب، 12 و 9 است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

۷۲ (۴)

۶۴ (۳)

۵۴ (۲)

۳۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲ در یک لوزی، هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه بزرگتر لوزی، چند درجه است؟

۱۱۵ (۴)

۱۳۵ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۳ از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی الاضلاع، خطهایی عمود بر قطر بزرگ رسم می کنیم تا سه پاره خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره خط های کناری باشد، مساحت متوازی الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم شده چند برابر مساحت کوچک ترین مثلث ساخته شده در شکل است؟

۱/۵ (۴)

۲ (۳)

۲/۵ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴ در یک لوزی هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه کوچک تر در هر مثلث حاصل از رسم قطرهای این لوزی چند درجه است؟

۴۵ (۴)

۳۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۲ - ترم اول

۵ در مثلث ABC ، میانه های رسم شده از رأس های B و C بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم شده از رأس C برابر $4/5$ و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه های رسم شده از دو رأس B و C کدام است؟

 $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{19}{9}$ (۲) $\frac{17}{9}$ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۲ - ترم اول

۶ در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می کند، $4/6$ و $3/6$ سانتی متر است. مجموع اندازه های دو ضلع زاویه قائمه در این مثلث، چند سانتی متر است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

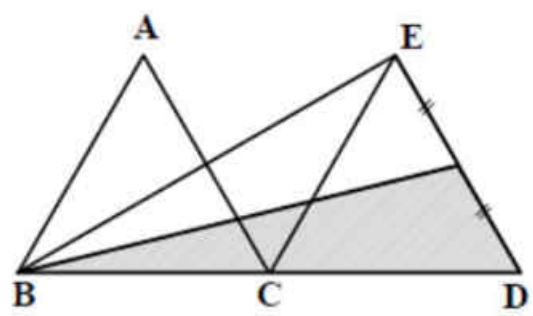
۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری - ریاضی - رفع شبهه آفرماه ۱۴۰۱

۷

در شکل مقابل، مثلث‌های ABC و CDE متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴ سانتی‌متر هستند. مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



۴ $\sqrt{3}$ (۴)

۸ $\sqrt{3}$ (۳)

۴ $\sqrt{3}$ (۲)

۲ $\sqrt{3}$ (۱)

سراسری ریاضی - رفع شبهه آفرماه ۱۴۰۱

۸

در یک ۷ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از تعداد قطرها کم می‌شود؟

۳۳ (۴)

۳۲ (۳)

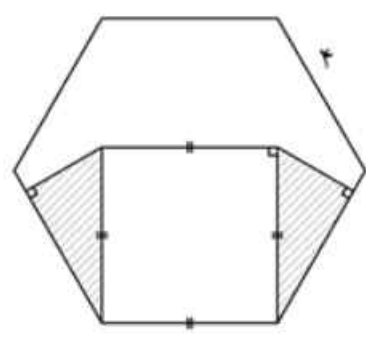
۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

سراسری ریاضی - دی ۱۴۰۱

۹

در شش‌ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



۴ $\sqrt{3}$ (۴)

۳ $\sqrt{3}$ (۳)

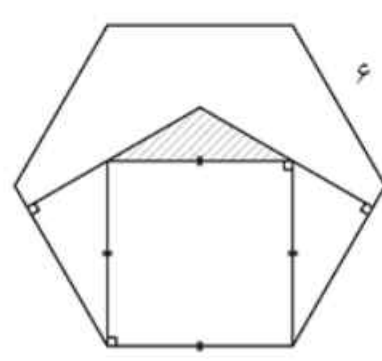
۲ $\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری ریاضی

۱۰

در شش‌ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



۲ (۴)

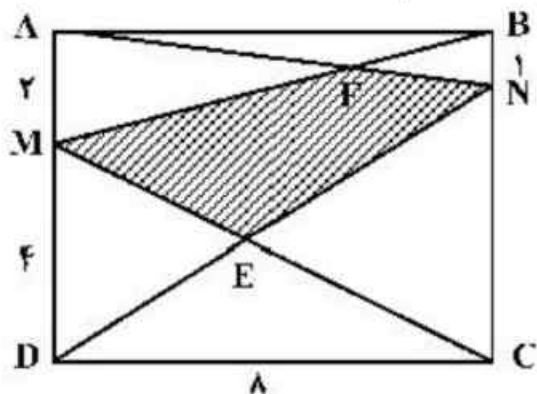
۳ (۳)

۲ $\sqrt{3}$ (۲)

۳ $\sqrt{3}$ (۱)

سراسری ریاضی - خرمه ۱۴۰۱

مستطیل ABCD مطابق شکل زیر مفروض است. مساحت چهارضلعی **MENF**، کدام است؟



۱۶ (۴)

$\frac{47}{3}$ (۳)

۱۳ (۲)

$\frac{104}{9}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

اندازه‌ی قاعده‌های دوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه‌ی پاره‌خط، کدام است؟

$\sqrt{57}$ (۴)

$4\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{53}$ (۲)

۷ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

طول یک مستطیل ۲ واحد کمتر از $\frac{1}{5}$ برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۱۹۲ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟

۶۴ (۴)

۶۵ (۳)

۵۶ (۲)

۵۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

$\frac{3}{5}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸

در چهارضلعی **ABCD**، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

(۲) دو قطر عمود برهم‌اند.

(۱) دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.

(۴) دو ضلع غیرمجاور، موازی‌اند.

(۳) دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.

سراسری-ریاضی-۹۸

در یک چهارضلعی، از برخورد نیم‌سازهای داخلی آن، یک مربع ایجاد شده است. الزاماً نوع این چهارضلعی کدام است؟

(۴) مستطیل

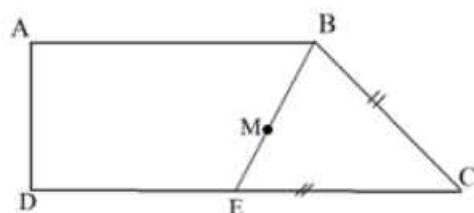
(۳) محیطی

(۲) متوازی‌الاضلاع

(۱) محاطی

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در شکل مقابل چهار ضلعی $ABCD$ ، دوزنقه قائم‌الزاویه است و $CB = CE$ ، مجموع فواصل M از دو خط CE و CB برابر کدام است؟



AD (۴)

BE (۳)

BC (۲)

DE (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تئوری

در مثلث قائم‌الزاویه طول اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. نیم‌دایره‌ها به قطر اضلاع مثلث رسم شده‌اند. مجموع مساحت دو ناحیه‌ی سایه زده، کدام است؟

 3π (۴)

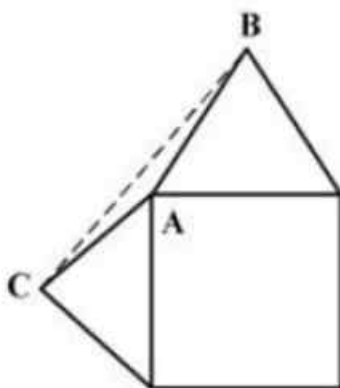
۷ (۳)

۶ (۲)

 2π (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تئوری

بر روی دو ضلع مجاور مربعی به ضلع ۲ واحد، مثلث‌های متساوی‌الاضلاع ساخته شده است. مساحت مثلث ABC چند واحد مربع است؟

 $\sqrt{3}$ (۴)

۱ (۳)

 $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3} - 1$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تئوری

فصل چهارم

نمره در امتحان نهایی

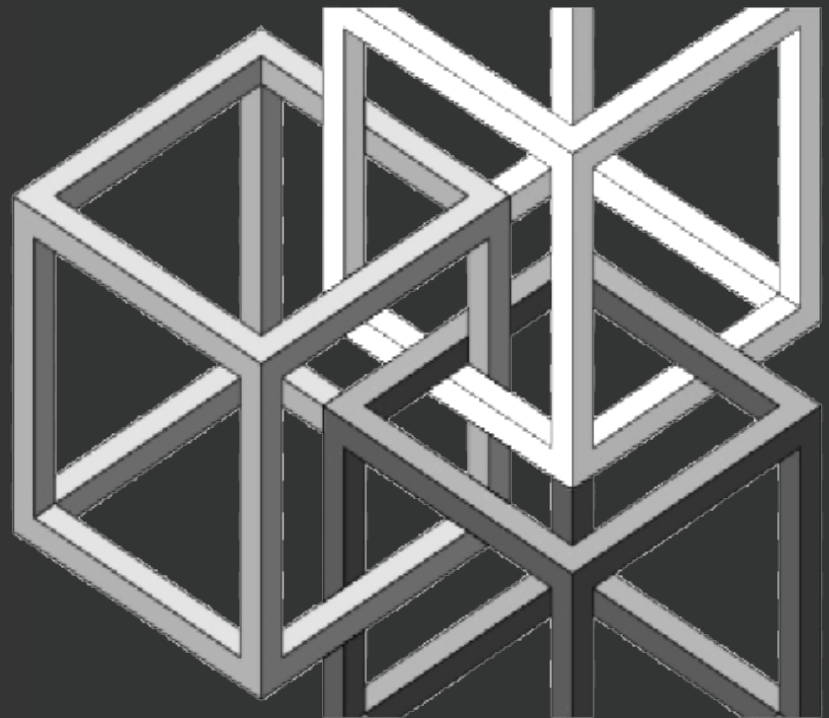
چهار نمره

تعداد تست

یک تست

پیش نیاز

این مبحث پیش نیاز فصل ۳ هندسه
سال دوازدهم می باشد



فصل چهارم هندسه دهم

هندسه فضایی

فصل چهارم

هندسه فضایی

حالات دو خط

حالت های مختلف دو خط در فضا : (منطبق ، موازی ، متقاطع ، متنافر)
 دو خط متنافر : دو خط را در فضا متنافر می گویند هر گاه در یک صفحه نبوده و همدیگر را قطع نکنند.

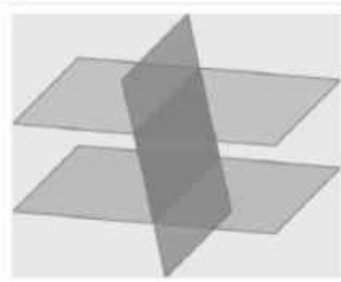


حالت های مختلف خط و صفحه در فضا : (منطبق ، موازی ، متقاطع)



حالات دو صفحه

حالت های مختلف دو صفحه در فضا : (منطبق ، موازی ، متقاطع)



تعامد خط و صفحه : اگر خطی در یک نقطه صفحه را قطع کند بر آن صفحه عمود است، هرگاه بر تمام خطوط آن صفحه که از این نقطه می گذرند عمود باشد.

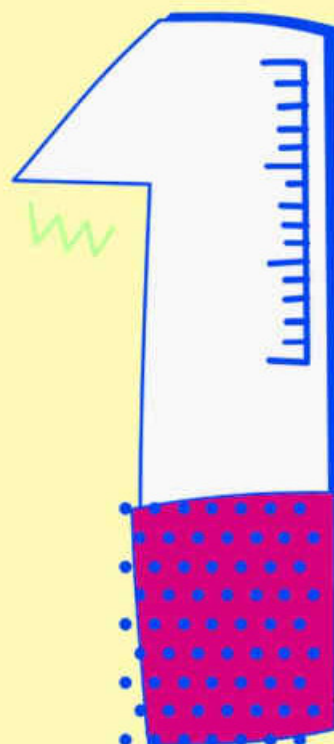
******* می توان نشان داد اگر این خط فقط بر دو خط متقاطع از صفحه عمود باشد، بر صفحه عمود است.



تعامد دو صفحه : دو صفحه بر هم عمودند هرگاه هر یک شامل خطی باشند که بر دیگری عمود است.



برش یک استوانه 01



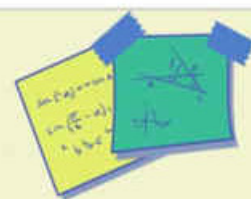
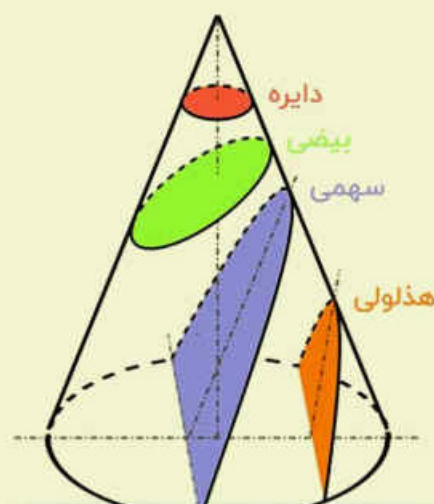
صفحه ی برش	صفحه ی قائم	صفحه ی افقی	صفحه هایی که از قاعده ها عبور نکنند
سطح مقطع مقطع دایره ای است به شعاع قاعده استوانه	سطح مقطع یک بیضی است	مساحت سطح مقطع	مساحت سطح مقطع
$S = \pi r^2$	$S = 2rh$		

برش مکعب مستطیل 02

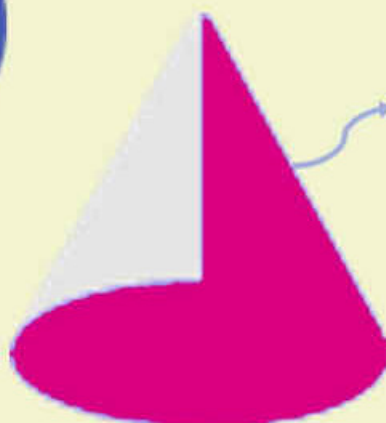


صفحه ی برش	صفحه ی قائم	صفحه ی مایل که از یال ها بگذرد	صفحه ی مایلی که از یال ها عبور نکنند	صفحه ی افقی
سطح مقطع مستطیلی به ابعاد a و b	مستطیلی به ابعاد a و c	یک مثلث	مستطیلی به ابعاد b و a	مستطیلی به ابعاد a و b
$S = ac$	$S = a\sqrt{b^2 + c^2}$	$S = ab$		

برش مخروط قائم 03



مولد



به دایره و سهمی و بیضی ایجاد
شده در این شکل مقاطع
مخروطی نیز می گوئیم.



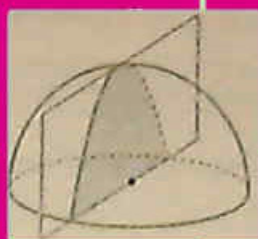
برش کره و نیم کره 04



$$r = \sqrt{R^2 - h^2}$$

اگر فاصله ی مرکز کره
به شعاع R از صفحه
برابر H باشد شعاع
مقطع برابر است با:

اگر صفحه ای نیم کره را به صورت افقی قطع کند
سطح مقطع حاصل از آن همچنان دایره است
؛ولی اگر صفحه ای مورد نظر قائم باشد سطح مقطع
تبدیل به نیم کره می شود



صفحه ای قائم



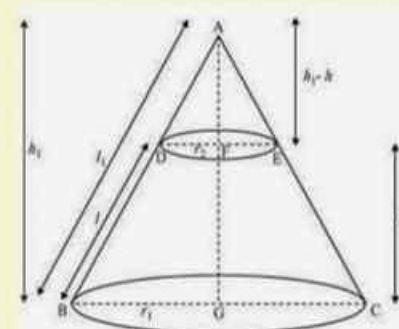
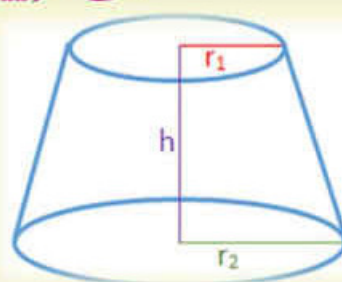
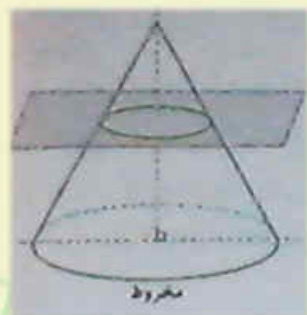
صفحه ای افقی

مخروط ناقص

اگر صفحه ای موازی با قاعده، مخروط قائم را برش دهد، این صفحه
مخروط را به دو بخش تقسیم می کند که بخش بالایی یک مخروط
کوچک تر و متشابه اولی است و به بخش پایینی مخروط ناقص



می گوئیم



دکترها مسیح

۱ در فضا، دو خط ℓ_1 و ℓ_2 موازی هستند. اگر خط d خط ℓ_1 را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد در خصوص

وضعیت خط d و ℓ_2 همواره درست است؟

دی ۱۴۰۱

- (۱) متناظرند. (۲) موازی اند. (۳) غیرمقاطع اند. (۴) غیرموازی اند.

۲ یک لوزی به اقطار ۴ و ۶ را حول قطر بزرگترش دوران می دهیم حجم حاصل کدام است؟

- (۱) 4π (۲) 6π (۳) 8π (۴) π

۳ کدام یک از گزینه های زیر فقط یک صفحه را مشخص می کند؟

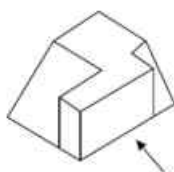
- (۱) دو خط متناظر (۲) دو خط موازی و متمایز
(۳) چهار نقطه ی متمایز (۴) سه نقطه ی واقع بر یک خط راست

۴ دو زاویه در فضا برابرند اگر یکی از اضلاع آن ها با هم موازی باشد. اضلاع دیگر آن ها باهم چه وضعی دارند؟

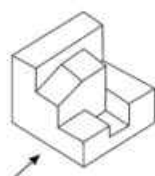
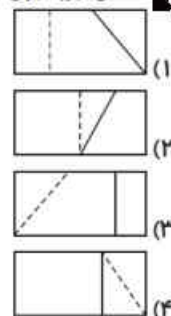
- (۱) الزاماً عمودند (۲) الزاماً موازیند
(۳) الزاماً متناظرند (۴) نمی توان نظر داد

۵ از یک نقطه خارج یک صفحه در فضا

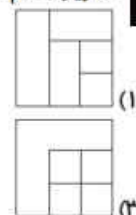
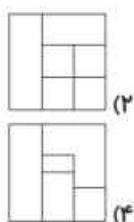
- (۱) فقط یک خط می توان موازی صفحه رسم کرد. (۲) فقط یک خط می توان بر صفحه عمود رسم کرد.
(۳) فقط یک صفحه می توان موازی صفحه رسم کرد. (۴) گزینه های ۲ و ۳



۶. نمای روبه روی درست در شکل مقابل کدام است؟



۷. تصویر جسم مقابل از نمای بالا چگونه است؟

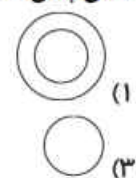
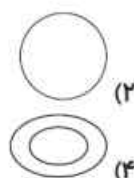


۸. نقطه ی A را خارج از خط L در فضا در نظر بگیرید. از نقطه ی A چند خط موازی L و چند صفحه موازی L می توان رسم کرد؟

- (۱) یک - بی شمار
(۲) یک - بی شمار
(۳) بی شمار - یک
(۴) بی شمار - بی شمار



۹. نمای بالایی مخروط ناقص مقابل کدام است؟



۱۰ در مخروطی که مولد آن برابر قطر قاعده و مساوی ۶ واحد است، کره‌ای محاط شده است. حجم کره کدام است؟

$$6\pi\sqrt{3} \quad (4)$$

$$4\pi\sqrt{3} \quad (3)$$

$$3\pi\sqrt{3} \quad (2)$$

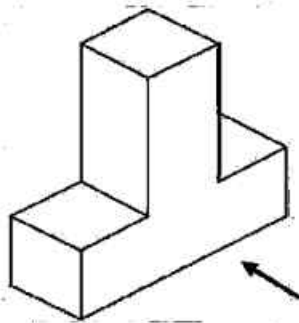
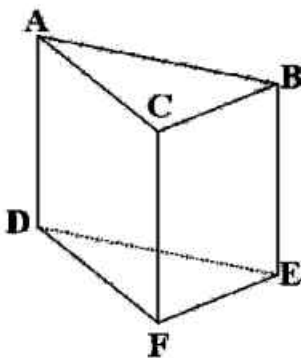
$$2\pi\sqrt{3} \quad (1)$$

۱۱ یک متوازی‌الاضلاع از یک مربع و دو مثلث قائم‌الزاویه مساوی هم تشکیل شده است، اگر مساحت مربع و یک مثلث، قائم‌الزاویه به ترتیب ۶۴ و ۲۴ واحد مربع باشند، محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟

$$36 \quad (2)$$

$$32 \quad (1)$$

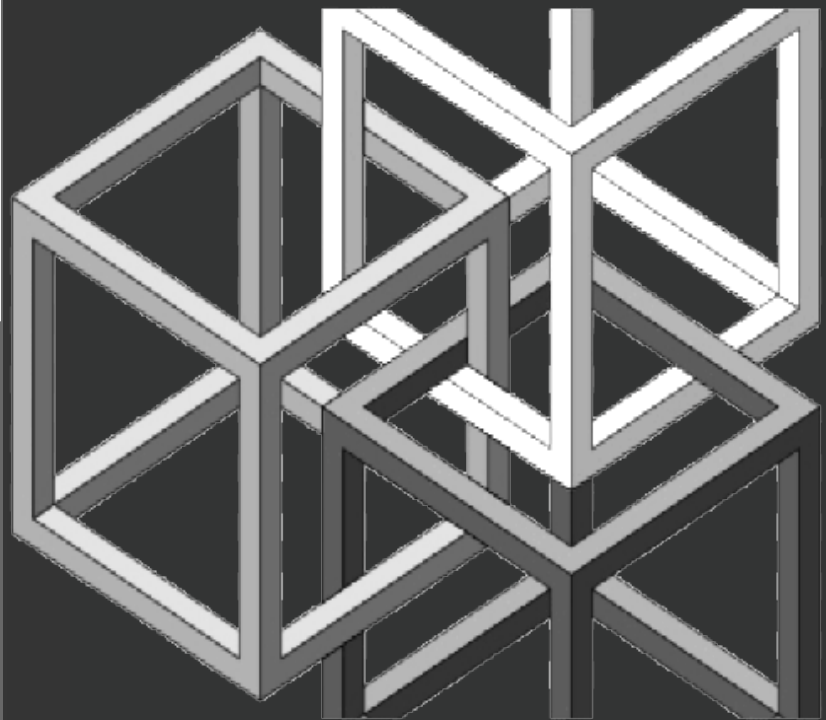
۱۶	در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ تصویر مناسبی رسم کنید. (الف) دوران یک مستطیل حول طول آن. (ب) دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع زاویه قائمه.	۱.۲۵
۱۷	منشور سه پهلوی روبه‌رو را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. (الف) یک خط متناظر با CF نام ببرید. (ب) یک خط موازی با CF نام ببرید. (پ) دو صفحه موازی نام ببرید.	۰.۷۵
۱۸	(الف) سطح مقطع استوانه با صفحه مایلی که با قاعده‌های استوانه متقاطع نباشد، به چه شکل است؟ تصویر مناسبی رسم کنید. (ب) در شکل مقابل نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ را رسم کنید.	۱.۵





پیش نیاز
هندسه هفتم

تمرین در خانه فصل ۴



فصل دوم هندسه دهم

نمونه آزمون
تست های کنکور
نهایی

نام و نام خانوادگی :

عنوان آزمون : هندسه دهم اسفند فصل ۴

نمونه آزمون کل فصل

پایه تحصیلی :

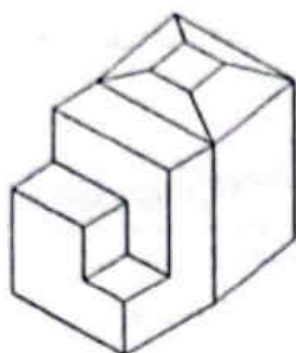
زمان آزمون :

نام دبیر :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۳/۱۲/۱۰

کارنامه خرد

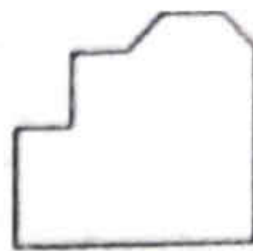
تمرین در خانه ۱



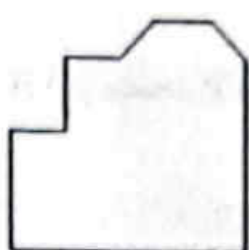
۱ نمای روبه‌رو و چپ از شکل مقابل، به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟



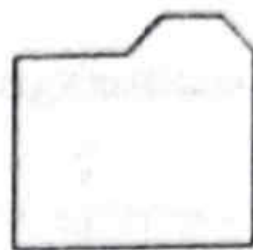
۲



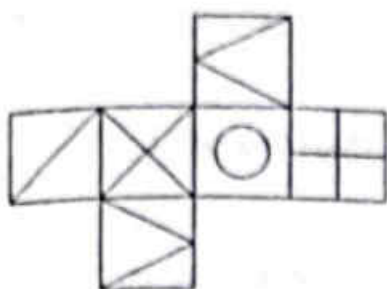
۱



۴



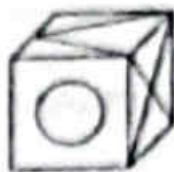
۳



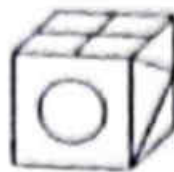
۲ گسترده مقابل، مربوط به کدام مکعب است؟



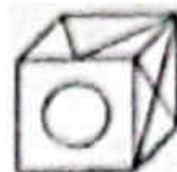
۴



۳



۲



۱

۳ یک مکعب شامل ۶۴ مکعب کوچک است. اگر این مکعب را درون یک سطل رنگ بیاندازیم، چند مکعب کوچک وجود دارد که حداقل دو وجه آن رنگی است؟

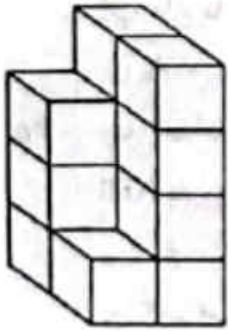
۳۲ ۴

۲۶ ۳

۲۵ ۲

۴۸ ۱

۴ نمای روبه‌روی شکل مقابل شامل چند مربع است؟



۴ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۵ (۱)

۵ دو صفحه P و P' متقاطع‌اند و A نقطه‌ای خارج آن‌ها است. اگر صفحه Q شامل A باشد و Δ فصل مشترک P و P' باشد، Q و Δ چه وضعی با هم دارند؟

۴ هر سه مورد

۳ متقاطع

۲ منطبق

۱ موازی

۶ صفحه P مفروض است. اگر d با P موازی باشد و d' با P متقاطع باشد، چند خط می‌توان رسم کرد که d و P' را قطع کند و با P موازی باشد؟

۴ صفر

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ بی‌شمار

۷ چند خط در فضا وجود دارد که از سه رأس مثلث ABC به یک فاصله باشد؟

۴ نمی‌توان تعیین کرد

۱ (۳)

۲ بی‌شمار

۱ صفر

۸ خط d موازی صفحه P و عمود بر صفحه P' است. در این صورت کدام گزینه لزوماً صحیح است؟

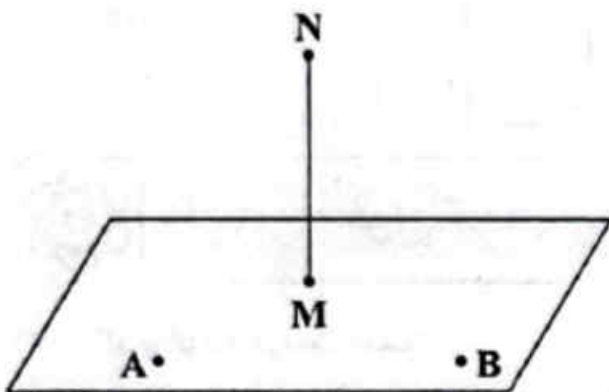
۲ $P \perp P'$

۱ $P \parallel P'$

۴ d بر فصل مشترک P و P' عمود است.

۳ d با فصل مشترک P و P' موازی است.

۹ در شکل مقابل، نقطه M روی عمود منصف AB از صفحه P قرار دارد و NM بر صفحه P عمود است. نوع مثلث NAB کدام است؟



۲ متساوی الساقین

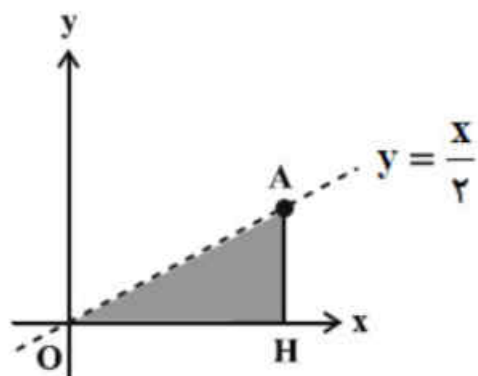
۱ متساوی الاضلاع

۴ قائم الزاویه متساوی الساقین

۳ قائم الزاویه

۱۰ از نقطه A روی خط $y = \frac{x}{2}$ بر محور x عمود کرده ایم. حجم شکل حاصل از دوران مثلث OAH حول محور y ها چند برابر

حجم شکل حاصل از دوران همین مثلث حول محور x هاست؟



۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۱ مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC = ۱۳$) به طول قاعده $BC = ۲۴$ مفروض است. حجم شکل حاصل از دوران این مثلث حول خطی که از رأس A به موازات قاعده BC عبور می کند، چند برابر π است؟

۵۰۰ (۴)

۴۵۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۳۵۰ (۱)

۱۲ صفحه P کره ای به مرکز O را قطع کرده است. اگر مساحت سطح مقطع حاصل ۶۴π و فاصله مرکز کره تا صفحه P برابر ۶ باشد، شعاع کره کدام است؟

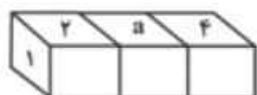
۱۵ (۴)

$۱۲/۵$ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۳ می دانیم در یک تاس اعداد ۱ تا ۶ طوری قرار گرفته اند که جمع اعداد وجه های مقابل هم برابر ۷ است. مطابق شکل، سه تاس را طوری کنار هم روی زمین قرار می دهیم که اعداد دو وجه چسبیده برای دو تاس کنار هم، یکسان باشند. اگر مجموع اعداد قابل مشاهده برابر ۳۹ باشد، مقدار a کدام است؟



۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۴ دو منشور قائم یکسان را که قاعده آن ها مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین به ضلع قائم ۳ در وجه بزرگ تر که یک مربع است به هم می چسبانیم. قطر مکعب مستطیل حاصل چند واحد است؟

۷ (۴)

$۳\sqrt{۵}$ (۳)

۶ (۲)

$۴\sqrt{۲}$ (۱)

۱۵ اگر شعاع یک مخروط را دو برابر و ارتفاع آن را نصف کنیم، حجم مخروط چه تغییری می کند؟

چهار برابر می شود. (۴)

تغییر نمی کند. (۳)

نصف می شود. (۲)

دو برابر می شود. (۱)

تمرین در خانه ۲

تست های کنکور فصل ۳

۱ در فضا، دو خط L_1 و L_2 موازی هستند. اگر خط d خط L_1 را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد در خصوص وضعیت خط d و L_2 همواره درست است؟

- ۱ متناظرند ۲ موازی اند ۳ غیرمتقاطع اند ۴ غیرموازی اند

سراسری ریاضی - دی ۱۴۰۱

۲ دو کره به شعاع های ۳ و ۴ واحد، که مرکزهای آنها با یک دیگر ۵ واحد فاصله دارند، متقاطع اند. مساحت مکان هندسی نقاط مشترک این دو کره، کدام است؟

- ۱ $3/24\pi$ ۲ $4/41\pi$ ۳ $4/8\pi$ ۴ $5/76\pi$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری ریاضی

۲ در مکعب مفروض، صفحه ای بر یک یال و وسط یال دیگر گذشته است. مساحت مقطع حاصل، چند برابر مساحت یکی از وجوه مکعب است؟

- ۱ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ۲ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ۳ $\frac{3}{2}$ ۴ $\sqrt{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری ریاضی

۲ حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه ABC با ضلع های قائم AB و AC، به ترتیب با اندازه های ۵ و $2\sqrt{6}$ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB، کدام است؟

- ۱ 60π ۲ 70π ۳ 75π ۴ 80π

سراسری ریاضی - ۹۹

۵ در یک مکعب، صفحه ای گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن را به دو قطعه نابرابر تقسیم می کند. نسبت حجم های این دو قطعه، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{4}$ ۲ $\frac{1}{3}$ ۳ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ۴ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

سراسری ریاضی - ۹۸

۶ خط d و صفحه ی P و نقطه ی A در خارج آن دو مفروض است. در رسم خطی گذرا از نقطه ی A، موازی صفحه ی P و متقاطع با خط d ، در کدام وضعیت، خط و صفحه مفروض، تنها یک جواب دارد؟

- ۱ الزاماً عمود ۲ منطبق ۳ موازی ۴ متقاطع

کنکورهای خارج از کشور - سراسری ریاضی

۲ چهار نقطه ی A و B و C و D در فضا مفروض است به طوری که امتدادهای AB و CD متناظرند. تصاویر این نقاط بر صفحه ی عمود بر خطی که از وسط AC و وسط BD بگذرد، رأس های کدام چهارضلعی است؟

- ۱ متوازی الاضلاع ۲ لوزی ۳ دوزنقه ۴ غیرمشخص

کنکورهای خارج از کشور - سراسری ریاضی

۸ نقطه‌ی A و خط d و صفحه‌ی P مفروض‌اند. در رسم صفحه‌ای گذرا از نقطه‌ی A ، موازی خط d و عمود بر صفحه P ، در کدام حالت، تعداد جواب‌ها، بی‌شمار است؟

$$d \perp p \quad (4)$$

$$d \parallel p \quad (3)$$

$$d \cap p \neq \emptyset \quad (2)$$

$$d \cap p = d \quad (1)$$

سراسری-ریاضی-۹۸

۹ در یک هرم منتظم با قاعده‌ی مربع، ارتفاع هرم ۴ و ارتفاع مثلث جانبی آن $2\sqrt{7}$ واحد است. حجم این هرم، چند واحد مکعب است؟

$$64 \quad (4)$$

$$54 \quad (3)$$

$$48 \quad (2)$$

$$36 \quad (1)$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰ در یک مکعب مستطیل، با امتداد تمام یال‌ها، هر یال با چند یال دیگر، متناظر است؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی