

معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن:

هر معادله را که پس از ساده شدن، بزرگترین توان متغیر در آن برابر ۲ باشد، معادله درجه دوم می نامیم. به عبارت دیگر هر معادله به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ که در آن a و b و c اعداد حقیقی هستند و $(a \neq 0)$ را یک معادله درجه دوم می نامیم.

روش های حل معادله درجه دوم

تجزیه

معادله را تجزیه می کنیم سپس هر یک از عامل های ایجاد شده را برابر صفر قرار می دهیم. دقت کنید که ابتدا باید همه عبارت ها را به سمت چپ ببریم تا سمت راست معادله (تساوی) برابر صفر شود.

مثال: معادله $x^2 - 7x + 12 = 0$ را حل کنید.

تست: مجموع جواب های معادله $x^2 = 16x^2$ کدام است؟

۴ (۴)

-۸ (۳)

۸ (۲)

۰ (۱)

$ax^2 + bx + c = 0$
 $(a \neq 0)$ ← ۲, ۱, ۰

مثال: معادله $x^2 - 5x + 6 = 0$ را حل کنید.

$(x - 3)(x - 2) = 0$
 $x = 3$
 $x = 2$

مثال: معادلات زیر را تجزیه کنید.

الف) $2x^2 - 15x + 27 = 0$ → $x^2 - 15x + 27 = 0$
 $(x - 4)(x - 9) = 0$ → $x = 4$ or $x = 9$

ب) $2x^2 - 3x - 2 = 0$ → $x^2 - 3x - 2 = 0$
 $(x - 6)(x + 1) = 0$ → $x = 6$ or $x = -1$

ج) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

د) $3x^2 - 4x - 4 = 0$ → $x^2 - 4x - 4 = 0$
 $(x - 6)(x + 2) = 0$ → $x = 6$ or $x = -2$

Handwritten solutions for the examples:
 Example 1: $x = 2$ or $x = 3$
 Example 2: $x = 2$ or $x = -1/2$

تست: ریشه‌های معادله $(3t-2)^2 - 4 = 0$ کدام است؟

$\frac{4}{3}, \frac{4}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}, 0$ (۳) $\frac{4}{3}, \frac{1}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}, 0$ (۱)

$(3t-2)^2 = 4 \rightarrow 3t-2 = \pm 2$

$3t-2 = 2 \rightarrow t = \frac{4}{3}$

$3t-2 = -2 \rightarrow t = 0$

تست: اگر در معادله درجه دوم $ax^2 - (4a^2 + 4a)x + (4a^2 + 6a^2 + 2a) = 0$ یکی از ریشه‌ها $x=2$ و a یک

عدد حقیقی باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای a کدام است؟ (قلمچی ۱۰ بهمن ۹۹)

$\frac{1}{2}$ (۴) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) صفر (۱)

$4a - 16a - 16a + 16a^2 + 24a^2 + 2a = 0$

$\rightarrow 16a^2 - 16a - 16a + 2a = 0 \rightarrow 16a^2 - 30a = 0 \rightarrow 2a(8a - 15) = 0$

$8a^2 - 15a = 0 \rightarrow a(8a - 15) = 0$

$a = 0$

$8a - 15 = 0 \rightarrow a = \frac{15}{8}$

$a = 1$

$a = -1$

نکته: در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ که ضرایب a, b, c اعداد گویا هستند اگر یکی از ریشه‌ها $m + \sqrt{n}$ باشد، ریشه

دیگر حتماً $m - \sqrt{n}$ است.

تست: مجموع جواب‌های معادله $((x-1)^2 - x^2)^2 = 5$ کدام است؟

$1 - \sqrt{5}$ (۴) $1 + \sqrt{5}$ (۳) -1 (۲) ۱ (۱)

$(x^2 - 2x + 1 - x^2)^2 = 5 \rightarrow (1 - 2x)^2 = 5 \rightarrow 1 - 2x = \pm \sqrt{5}$

$1 - 2x = \sqrt{5} \rightarrow 2x = 1 - \sqrt{5} \rightarrow x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

$1 - 2x = -\sqrt{5} \rightarrow 2x = 1 + \sqrt{5} \rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$\frac{1 - \sqrt{5} + 1 + \sqrt{5}}{2} = 1$

مربع کامل

۱- ابتدا همه جملات یک طرف تساوی و ضریب x^2 برابر ۱ باشد.

۲- نصف ضریب x را به توان ۲ رسانده و هر چه شد منفی آن مقدار را نیز کنارش قرار می‌دهیم.

۳- سمت چپ تساوی را به صورت یک اتحاد مربع دو جمله‌ای تبدیل می‌کنیم و عدد باقیمانده را به سمت دیگر تساوی

می‌بریم.

مثال: معادله $x^2 - 6x + 4 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید؟ (کتاب درسی)

مثال: معادله $x^2 - 4x + 5 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید؟ (کتاب درسی)

تست: در حل معادله $3x^2 + 10x + 3 = 0$ به روش مربع کامل از چه عددی جذر می‌گیریم؟

$$x^2 + \frac{10}{3}x + 1 = 0$$

$$x^2 + \frac{10}{3}x + \frac{25}{9} - \frac{25}{9} + 1 = 0 \rightarrow (x + \frac{5}{3})^2 = \frac{16}{9}$$

(۱) $\frac{25}{9}$ (۲) $\frac{9}{25}$ (۳) $\frac{16}{9}$ (۴) $\frac{9}{16}$

تست: در حل معادله $3x^2 + x - 4 = 0$ با روش مربع کامل به معادله $(x+m)^2 = n$ رسیدیم. مقدار $m+n$ کدام است؟

$$x^2 + \frac{x}{3} - \frac{4}{3} = 0$$

$$(x + \frac{1}{6})^2 = \frac{49}{36}$$

$$m = \frac{1}{6}, n = \frac{49}{36}$$

$$m+n = \frac{1}{6} + \frac{49}{36} = \frac{55}{36}$$

(۱) $\frac{43}{36}$ (۲) $\frac{45}{36}$ (۳) $\frac{55}{36}$ (۴) $\frac{65}{36}$

تست: در حل معادله $x^2 + 5x - 3 = 0$ به روش مربع کامل از عدد کدام گزینه جذر گرفته می‌شود؟ (قلمچی)

۱۶ بهمن ۹۹

(۱) $\frac{17}{4}$ (۲) ۱۳ (۳) $\frac{23}{2}$ (۴) $\frac{37}{4}$

فرمول کلی (Δ)

یک بار دیگر فرآیند مربع کامل‌سازی در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ را نشان می‌دهیم تا به فرمول کلی حل معادله برسیم.

$$ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{+a} x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \rightarrow$$

$$\underbrace{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}}_{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

طرفین اول را مربع کامل می نویسم اعداد
اضافه را به سمت دیگر تساوی می بریم

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

از طرفین جذر می گیریم

$$\begin{cases} \left(x + \frac{b}{2a}\right) = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right) = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases} \Rightarrow \boxed{x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

مثال : معادله درجه دوم $5x^2 = 3x + 2$ را به روش کلی حل کنید.

مثال : معادله درجه دوم $t - t^2 = 3$ را به روش کلی حل کنید. (کتاب درسی)

مثال : معادله درجه دوم $9 - 6z + z^2 = 0$ را به روش کلی حل کنید. (کتاب درسی)

تست: یکی از ریشه های معادله $3x^2 - 4x + c = 0$ برابر 2 است. ریشه دیگر کدام است؟

$$\begin{aligned} & \frac{-2}{3} \text{ (4)} & \frac{2}{3} \text{ (3)} & \frac{-1}{3} \text{ (2)} & \frac{1}{3} \text{ (1)} \\ & \frac{3x^2 - 4x - 6}{3} = 0 & & & \\ & 3x^2 - 4x - 6 = 0 & & & \\ & (x-4)(x+2) = 0 & & & \\ & x = 4 \quad x = -2 & & & \\ & \div 3 \quad x = 2 \quad x = -2/3 & & & \end{aligned}$$

$12 - 8 + c = 0$
 $c = -4$

تست: یک ریشه معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ کدام است؟ (سنجش ۱۹ دی ۹۹)

$\sqrt{3} - 1$ (۴)

$1 - \sqrt{2}$ (۳)

$2 + \sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{2} - 1$ (۱)

تست: اگر a ریشه مثبت معادله $3x^2 + ax - 2 = 0$ باشد، ریشه دیگر معادله کدام است؟ (سنجش ۱۹ دی ۹۹)

$\frac{-\sqrt{2}}{6}$ (۴)

$\frac{-2\sqrt{2}}{3}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۱)

تست: به ازای کدام مقدار مثبت برای a حاصل عبارت $(a+2)(a-3) = -3$ می‌شود؟

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۴)

$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (۳)

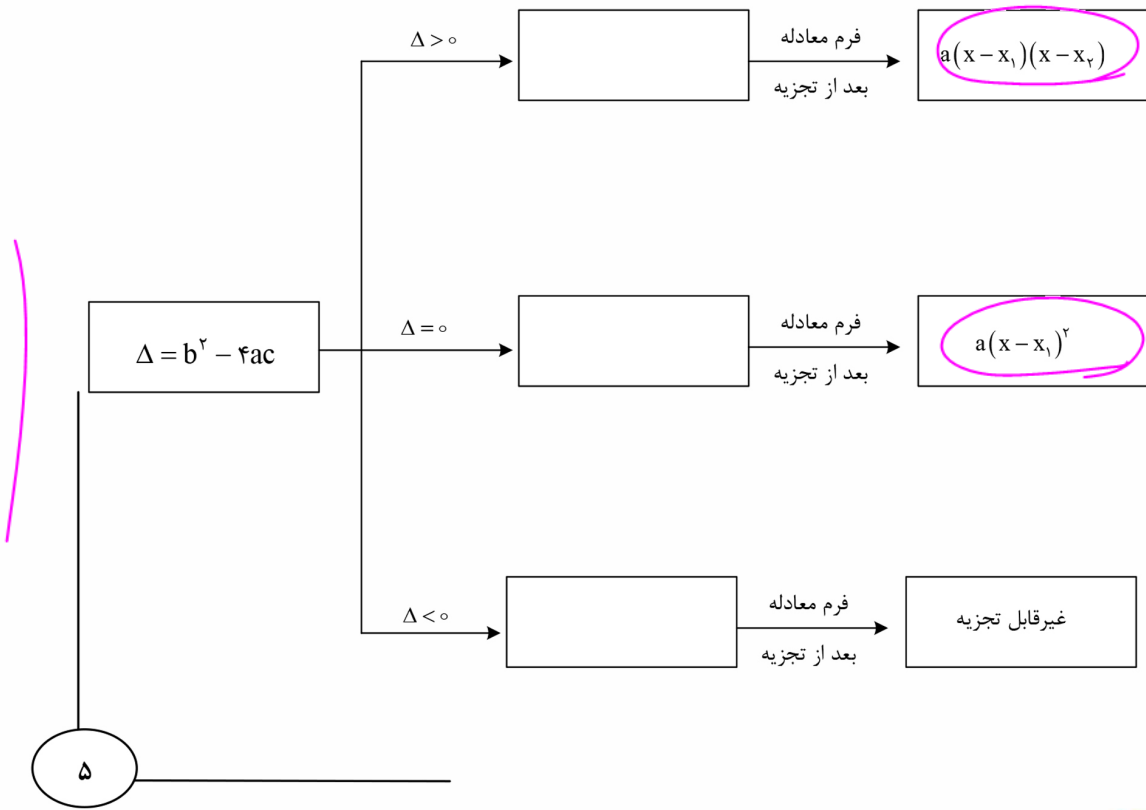
$\frac{\sqrt{13}-1}{2}$ (۲)

$\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ (۱)

$(a+2)(a-3) = -3$
 $a^2 - a - 6 = -3$
 $a^2 - a - 3 = 0$
 $a = \frac{1 + \sqrt{1+12}}{2}$

علامت Δ و تعداد جواب‌های معادله

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مفروض است:



تست: به ازای کدام مقادیر m معادله درجه دوم $(m-2)x^2 - 3x + (m+2) = 0$ دارای یک ریشه مضاعف

$\Delta = 0 \rightarrow 9 - 4(m-2)(m+2) = 0$

است؟ (قلمچی ۱۰ بهمن ۹۹)

$\pm \frac{7}{2}$ (۴) $\pm \frac{5}{2}$ (۳) $\pm \frac{3}{2}$ (۲) $\pm \frac{1}{2}$ (۱)

$9 - 4(m^2 - 4) = 0$
 $9 - 4m^2 + 16 = 0 \rightarrow m^2 = \frac{25}{4} \rightarrow m = \pm \frac{5}{2}$

$a(x-\alpha)(x-\beta) = 0$
 $a(x-\alpha)^2 = 0$ $\alpha = \beta$

تست: اگر معادله درجه دوم $(m + \frac{n}{3})x^2 - (2m - n)x - 3 = 0$ دارای ریشه مضاعف $x = 3$ باشد، حاصل

$a(x-3)^2 = a(x^2 - 6x + 9) = 0$
 $ax^2 - 6ax + 9a = 0$

$9a = -3$
 $a = -1/3$

$-\frac{1}{3}x^2 + 2x - 3 = 0$ $\begin{cases} m + \frac{n}{3} = -1/3 \\ -2m + n = 2 \end{cases}$

$m+n$ کدام است؟ (قلمچی ۲۴ بهمن ۹۹)

$0/25$ (۴) $0/5$ (۳) $0/25$ (۲) $0/2$ (۱)

تست: اگر معادله $mx^2 + (2m+2)x + m+3 = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد مقدار مضاعف چقدر است؟

$\Delta = 0 \rightarrow (2m+2)^2 - 4m(m+3) = 0$
 $4m^2 + 8m + 4 - 4m^2 - 12m = 0$
 $-4m + 4 = 0 \rightarrow m = 1$

$x^2 + 4x + 5 = 0$
 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$

تست: به ازای چند مقدار a عبارت $(a-1)(a+3)$ برابر -10 می شود؟

- (۴) بی شمار (۳) ۲ (۲) ۱ (۱) صفر

بدانید که: هر گاه گفتند معادله درجه دو دارای ۲ ریشه یکسان است ←

مثال: m را طوری تعیین کنید که معادله $-4x^2 - mx - 1 = 0$ دارای جوابهای حقیقی یکسان باشد؟

تست: به ازای کدام مقدار m جواب‌های حقیقی معادله $3x^2 + 4x - m = 0$ با هم یکسان هستند؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

تست: اگر در معادله درجه دوم $ax^2 - 12x + 9 = 0$ تفاضل دو ریشه برابر صفر باشد، یک ریشه معادله کدام

ریشه مضرب $\alpha - \beta = 0 \rightarrow \alpha = \beta$

است؟

$\Delta = 0$
 $144 - 36a = 0 \rightarrow a = \frac{144}{36} = 4$
 $3x^2 - 12x + 9 = 0 \rightarrow \alpha = \beta = -\frac{b}{2a} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

بدانید که: در صورتی که معادله درجه دو مربع کامل است که ←

تست: به ازای کدام مقدار k عبارت $kx^2 + (2k-1)x + k$ مربع کامل است؟

$a(x-\alpha)^2 = 0$
 $\Delta = 0 \rightarrow (2k-1)^2 - 4k^2 = 0$
 $-4k + 1 = 0 \rightarrow k = \frac{1}{4}$

تست: عبارت درجه دوم $A = (m-1)x^2 + \sqrt{3}x + \frac{1}{5}$ مربع کامل است / ریشه معادله $A = 0$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $-5\sqrt{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{5}$

$\Delta = 0$

تست: به ازای کدام مقدار m عبارت $x^2 - \frac{m}{4}x + 28$ مربع کامل است؟

- (۱) $\sqrt{7}$ (۲) 28 (۳) $4\sqrt{7}$ (۴) $8\sqrt{7}$

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مفروض است.

$c=0 \rightarrow ax^2 + bx = 0$

$b=0 \rightarrow ax^2 + c = 0$

$b=c=0 \rightarrow ax^2 = 0 \Rightarrow$

مثال : معادله $2x^2 + (m^2 - 9)x + 4m - m^2 = 0$ مفروض است. مقدار m را بیابید به طوری که:
الف) یکی از ریشه‌های معادله صفر باشد.

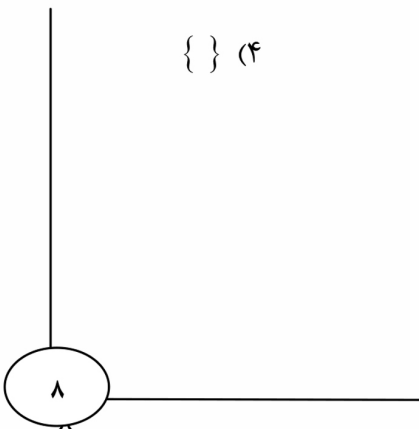
ب) معادله دارای دو ریشه قرینه باشد.

تست: به ازای چه مقادیری از m ، یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2 - (m^2 - 1)x + m^2 - 3m = 0$ برابر صفر است؟

- (۱) ۳ و صفر (۲) ۱ و صفر (۳) ۱ و -۱ (۴) صفر و -۱

تست: اگر معادله درجه دوم $mx^2 - (m^2 - 1)x + (m^2 - 2) = 0$ دارای دو ریشه قرینه حقیقی باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

- (۱) $\{\pm 1\}$ (۲) $\{1\}$ (۳) $\{-1\}$ (۴) $\{\}$



تست: اگر معادله $(x-1)^2 = mx + (2n-1)$ ریشه مضاعف صفر داشته باشد، $m+n$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) -۳

(۱) ۳

الریشه های ریشه‌ای معادله $ax^2 + mx + 10 = 0$ باشند و این معادله بصورت مربع مجموع درجه تجزیه شود.

$m+x_0$
خبر است.

$$(\square + \Delta)^2 = 0 \quad (\sqrt{a}x + \sqrt{10})^2 = 0 \rightarrow \sqrt{a}x + \sqrt{10} = 0$$

$$ax^2 + 2\sqrt{a \cdot 10}x + 10 = 0 \quad x = \frac{-\sqrt{10}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{2}$$

$$m = 2\sqrt{a \cdot 10} = 2\sqrt{20} = 4\sqrt{5}$$

$$m + x_0 = 4\sqrt{5} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

معادله $2x^2 - 11x - 1 = 0$ پس از مربع کامل کردن بصورت $a(x-x_0)^2 + y_0 = 0$ درآمده است. حاصل $x_0 + y_0$ خبر است!

$$2(x - 2.5)^2 - 1 = 0$$

$$x_0 = 2.5$$

$$2(x^2 - 5x + 6.25) - 1 = 0$$

$$y_0 = -9$$

$$2(x - 2.5)^2 - 1 = 0$$

$$2 - 9 = -7$$

$$2(x - 2.5)^2 - 1 - 1 = 0$$

$$2(x - 2.5)^2 - 9 = 0$$

✓
-7
9
-9

$$ax^2 + bx + c = 0$$

هر معادله $ax^2 + bx + c = 0$ می تواند n ریشه داشته باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

حد اکثر n ریشه

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$\Delta > 0$ → 2 ریشه حقیقی

$\Delta = 0$ → 1 ریشه

$\Delta < 0$ → 0 ریشه حقیقی ندارد

بعضی ریشه ها

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

برای هر مقدار صحیح K ، ریشه‌های معادله در نظم $Kx^2 + (2K-1)x + K-2 = 0$ اعداد گویا هستند.

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \in \mathbb{Q} \rightarrow \Delta \text{ باید مربع کامل باشد}$$

~~$$2K+1 = \sum n^2 + \sum n + 1$$~~

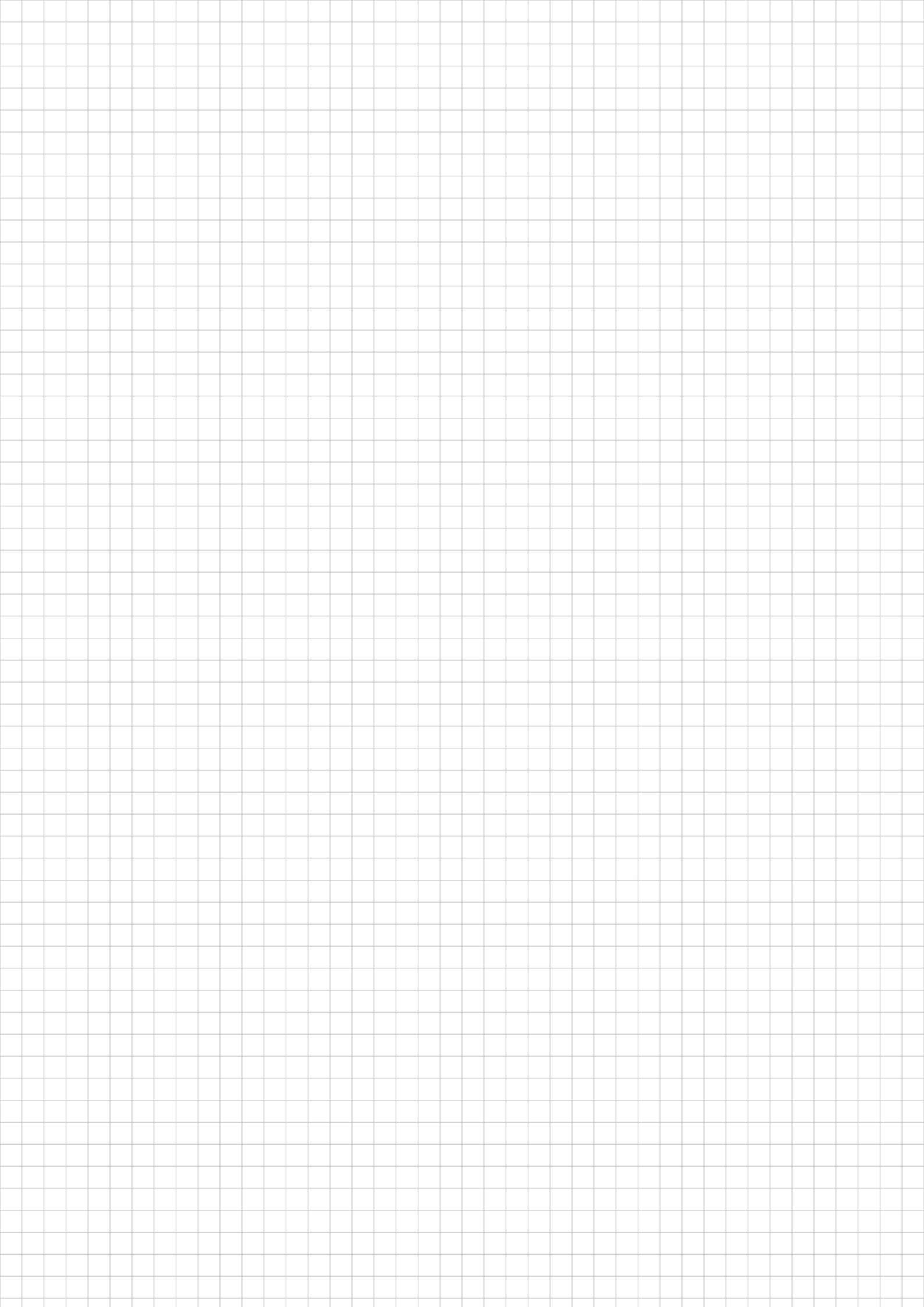
$$K = n(n+1)$$

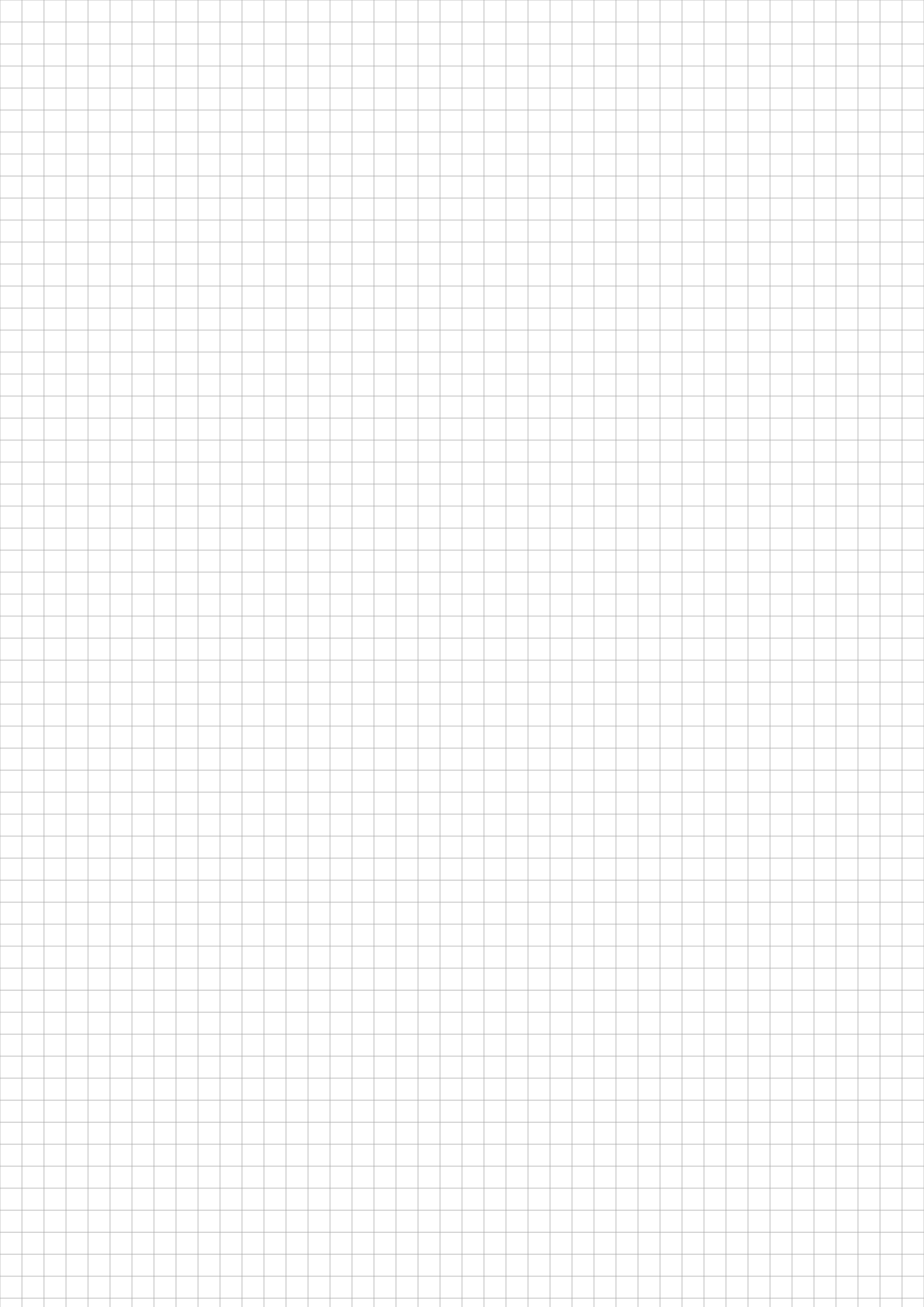
$$\Delta = (2K-1)^2 - 4K(K-2)$$

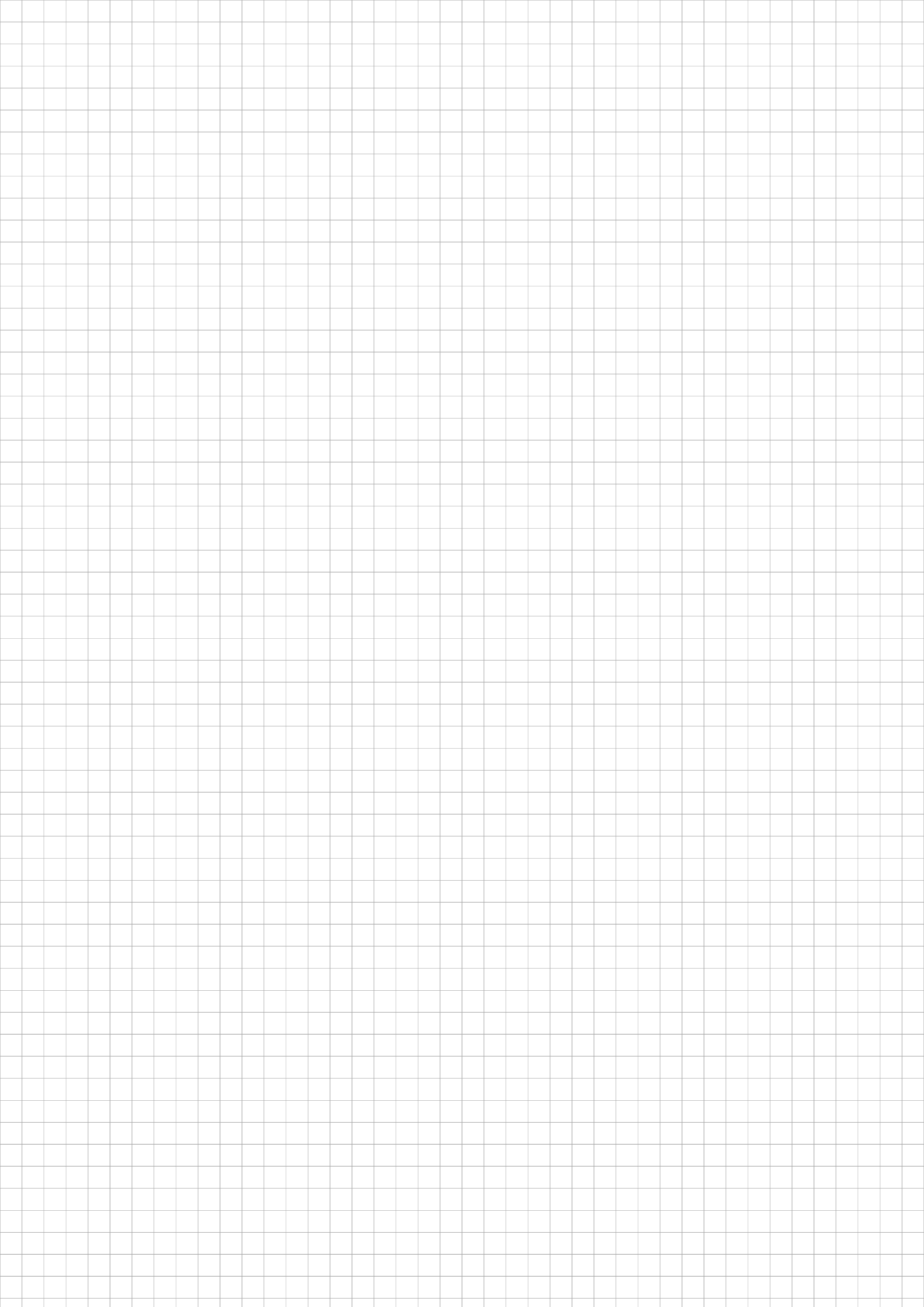
~~$$\Delta = 4K^2 - 4K + 1 - 4K^2 + 8K + 4$$~~

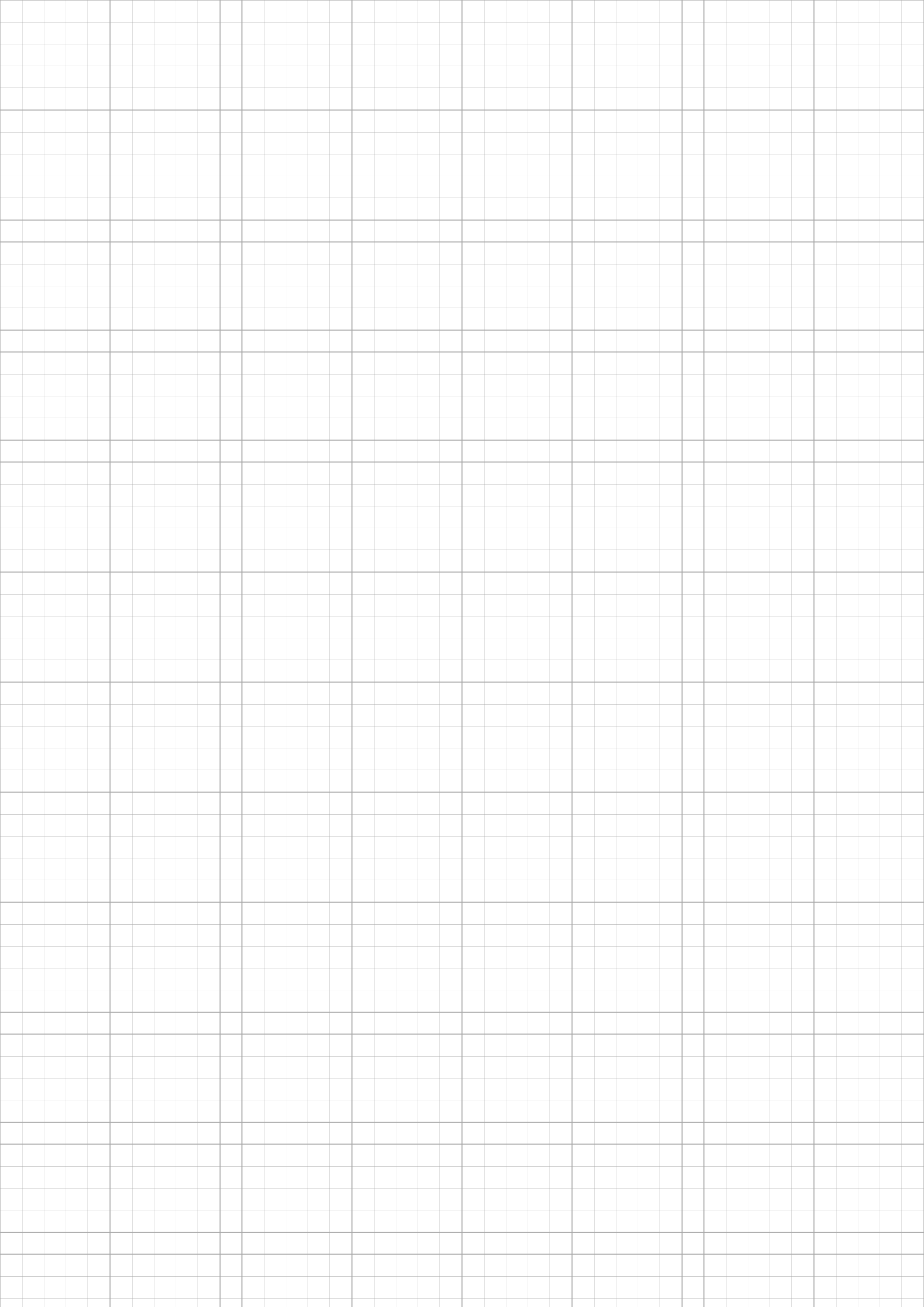
$$\Delta = \underbrace{4K+1}_{\text{فرد}} = \underbrace{m^2}_{\text{فرد}} = (2n+1)^2$$

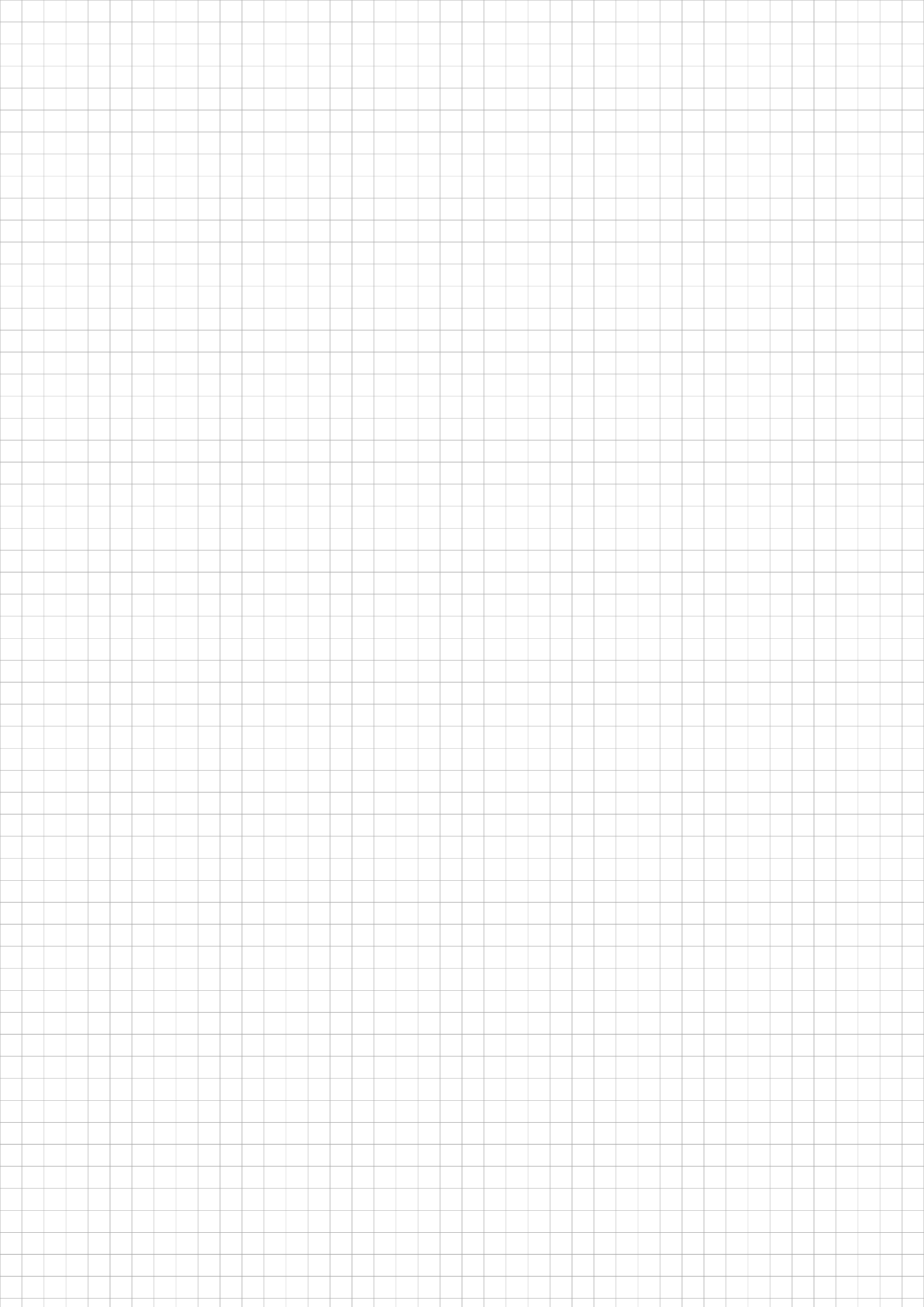
n	1	2	3	\dots	\dots
K	2	6	12	\dots	\dots

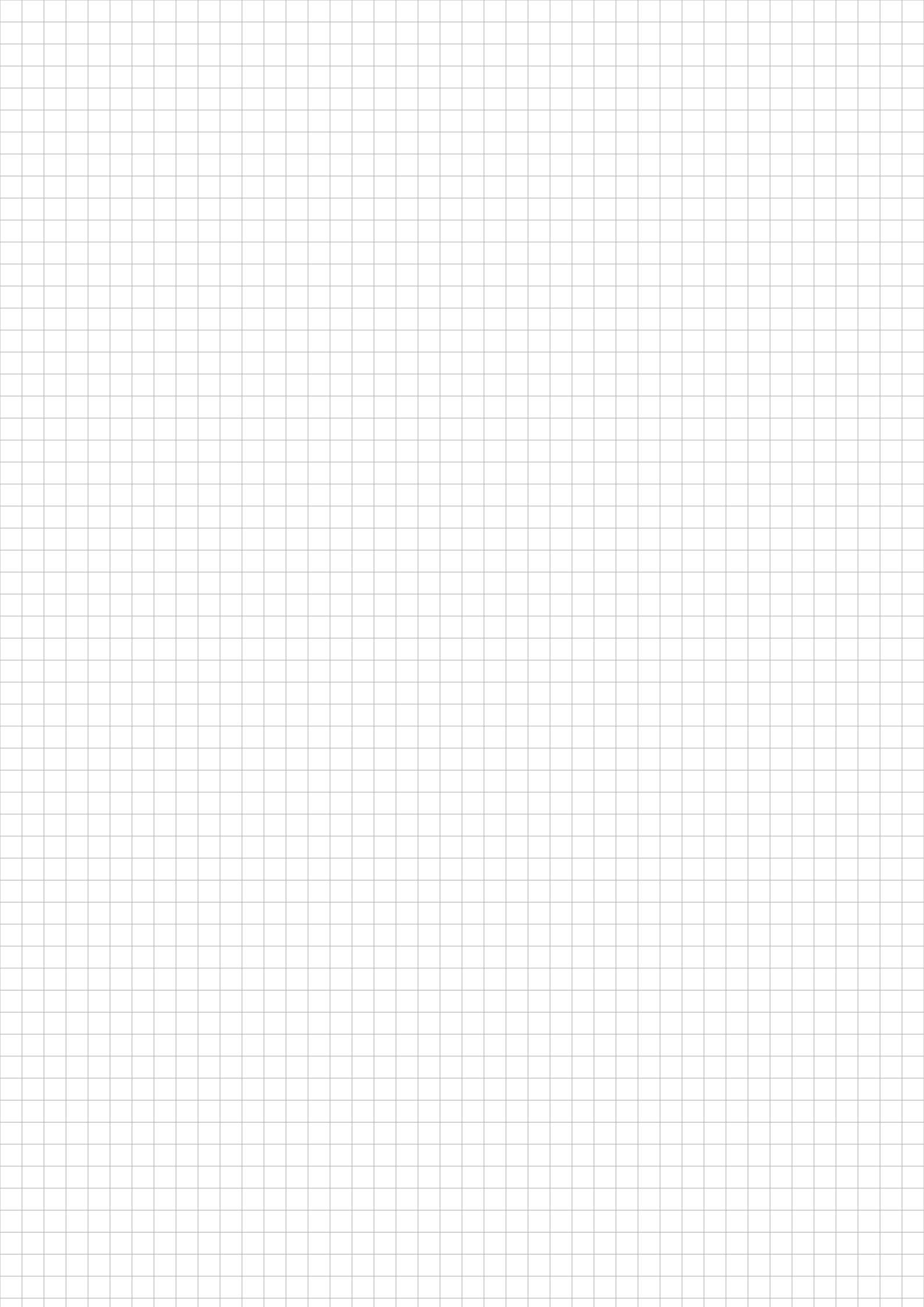


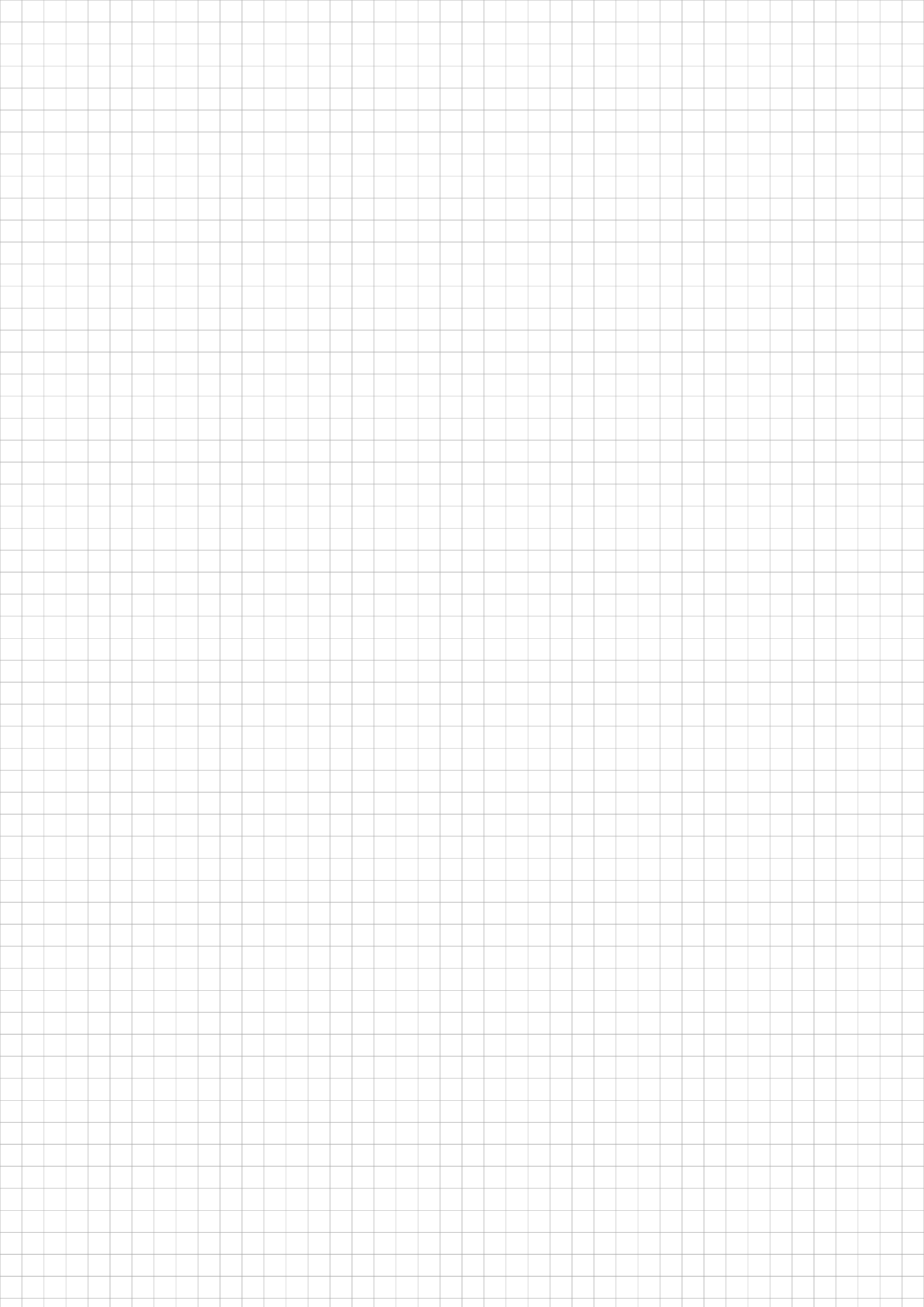


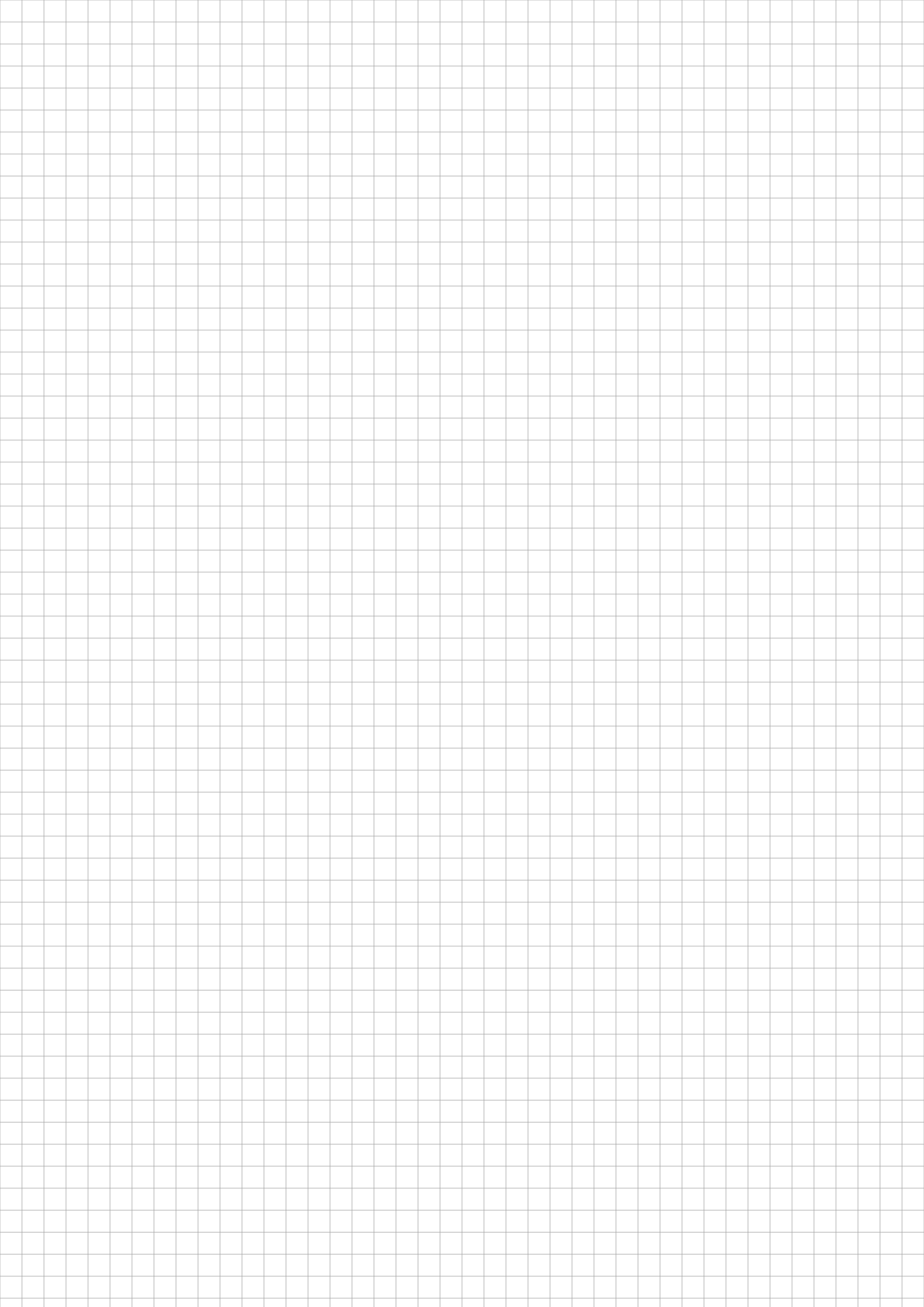












معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن:

هر معادله را که پس از ساده شدن، بزرگ‌ترین توان متغیر در آن برابر ۲ باشد، معادله درجه دوم می‌نامیم. به عبارت دیگر هر معادله به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ که در آن a و b و c اعداد حقیقی هستند و $(a \neq 0)$ را یک معادله درجه دوم می‌نامیم.

روش‌های حل معادله درجه دوم

تجزیه

معادله را تجزیه می‌کنیم سپس هر یک از عامل‌های ایجاد شده را برابر صفر قرار می‌دهیم. دقت کنید که ابتدا باید همه عبارت‌ها را به سمت چپ ببریم تا سمت راست معادله (تساوی) برابر صفر شود.

مثال: معادله $x^2 - 7x + 12 = 0$ را حل کنید.

تست: مجموع جواب‌های معادله $x^4 = 16x^2$ کدام است؟

۴ (۴)

-۸ (۳)

۸ (۲)

۰ (۱)

مثال: معادله $x^2 - 5x + 6 = 0$ را حل کنید.

مثال: معادلات زیر را تجزیه کنید.

الف) $2x^2 - 15x + 27 = 0$

ب) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

ج) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

د) $3x^2 - 4x - 4 = 0$

تست: ریشه‌های معادله $(3t-2)^2 - 4 = 0$ کدام است؟

(۴) $-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}, 0$

(۲) $\frac{4}{3}, \frac{1}{3}$

(۱) $-\frac{4}{3}, 0$

تست: اگر در معادله درجه دوم $ax^2 - (4a^2 + 4a)x + (4a^3 + 6a^2 + 2a) = 0$ یکی از ریشه‌ها $x=2$ و a یک

عدد حقیقی باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای a کدام است؟ (قلمچی ۱۰ بهمن ۹۹)

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) صفر

نکته: در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ که ضرایب a, b, c اعداد گویا هستند اگر یکی از ریشه‌ها $m + \sqrt{n}$ باشد، ریشه

دیگر حتماً $m - \sqrt{n}$ است.

تست: مجموع جواب‌های معادله $((x-1)^2 - x^2) = 5$ کدام است؟

(۴) $1 - \sqrt{5}$

(۳) $1 + \sqrt{5}$

(۲) -۱

(۱) ۱

مربع کامل

۱- ابتدا همه جملات یک طرف تساوی و ضریب x^2 برابر ۱ باشد.

۲- نصف ضریب x را به توان ۲ رسانده و هر چه شد منفی آن مقدار را نیز کنارش قرار می‌دهیم.

۳- سمت چپ تساوی را به صورت یک اتحاد مربع دو جمله‌ای تبدیل می‌کنیم و عدد باقیمانده را به سمت دیگر تساوی

می‌بریم.

مثال: معادله $x^2 - 6x + 4 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید؟ (کتاب درسی)

مثال : معادله $x^2 - 4x + 5 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید؟ (کتاب درسی)

تست: در حل معادله $3x^2 + 10x + 3 = 0$ به روش مربع کامل از چه عددی جذر می‌گیریم؟

$\frac{9}{16}$ (۴)

$\frac{16}{9}$ (۳)

$\frac{9}{25}$ (۲)

$\frac{25}{9}$ (۱)

تست: در حل معادله $3x^2 + x - 4 = 0$ با روش مربع کامل به معادله $(x + m)^2 = n$ رسیده‌ایم. مقدار $m + n$

کدام است؟

$\frac{65}{36}$ (۴)

$\frac{55}{36}$ (۳)

$\frac{45}{36}$ (۲)

$\frac{43}{36}$ (۱)

تست: در حل معادله $x^2 + 5x - 3 = 0$ به روش مربع کامل از عدد کدام گزینه جذر گرفته می‌شود؟ (قلمچی)

۱۶ بهمن ۹۹

$\frac{37}{4}$ (۴)

$\frac{23}{2}$ (۳)

۱۳ (۲)

$\frac{17}{4}$ (۱)

فرمول کلی (Δ)

یک بار دیگر فرآیند مربع کامل‌سازی در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ را نشان می‌دهیم تا به فرمول کلی حل معادله برسیم.

$$ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{+a} x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \longrightarrow$$

$$\underbrace{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}}_{\text{طرفین اول را مربع کامل می نویسم اعداد}} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0 \rightarrow \text{اضافه را به سمت دیگر تساوی می بریم}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می گیریم}} \begin{cases} \left(x + \frac{b}{2a}\right) = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right) = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases} \Rightarrow \boxed{x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

مثال : معادله درجه دوم $5x^2 = 3x + 2$ را به روش کلی حل کنید.

مثال : معادله درجه دوم $t - t^2 = 3$ را به روش کلی حل کنید. (کتاب درسی)

مثال : معادله درجه دوم $9 - 6z + z^2 = 0$ را به روش کلی حل کنید. (کتاب درسی)

تست: یکی از ریشه های معادله $3x^2 - 4x + c = 0$ برابر ۲ است. ریشه دیگر کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

تست: یک ریشه معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ کدام است؟ (سنجش ۱۹ دی ۹۹)

(۴) $\sqrt{3} - 1$

(۳) $1 - \sqrt{2}$

(۲) $2 + \sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{2} - 1$

تست: اگر a ریشه مثبت معادله $3x^2 + ax - 2 = 0$ باشد، ریشه دیگر معادله کدام است؟ (سنجش ۱۹ دی ۹۹)

(۴) $\frac{-\sqrt{2}}{6}$

(۳) $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$

(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

تست: به ازای کدام مقدار مثبت برای a حاصل عبارت $(a+2)(a-3)$ برابر -3 می‌شود؟

(۴) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

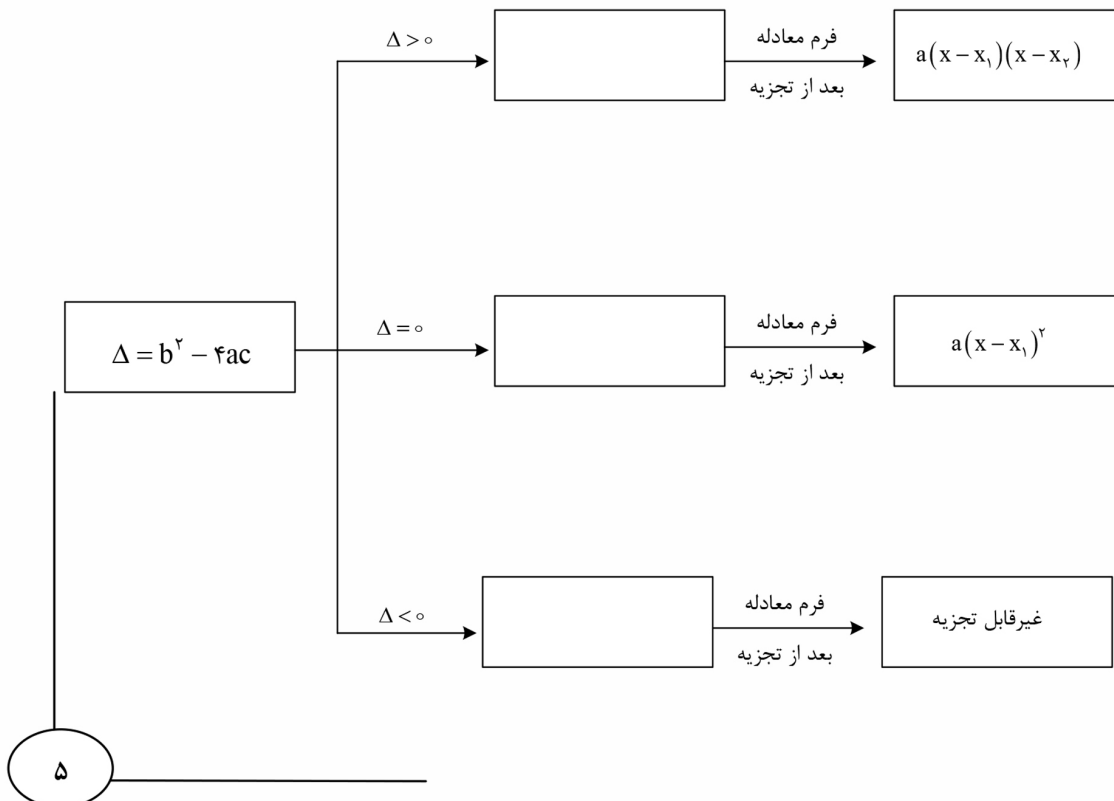
(۳) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{13}-1}{2}$

(۱) $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$

علامت Δ و تعداد جواب‌های معادله

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مفروض است:



تست: به ازای کدام مقادیر m ، معادله درجه دوم $(m-2)x^2 - 3x + (m+2) = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است؟ (قلمچی ۱۰ بهمن ۹۹)

- (۱) $\pm \frac{1}{2}$ (۲) $\pm \frac{3}{2}$ (۳) $\pm \frac{5}{2}$ (۴) $\pm \frac{7}{2}$

تست: اگر معادله درجه دوم $\left(m + \frac{n}{3}\right)x^2 - (2m-n)x - 3 = 0$ دارای ریشه مضاعف $x = 3$ باشد، حاصل $m+n$ کدام است؟ (قلمچی ۲۴ بهمن ۹۹)

- (۱) $0/2$ (۲) $0/25$ (۳) $0/5$ (۴) $0/125$

تست: اگر معادله $mx^2 + (2m+2)x + m + 3 = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد مقدار مضاعف چقدر است؟

- (۱) -1 (۲) -2 (۳) 1 (۴) 2

تست: به ازای چند مقدار a عبارت $(a-1)(a+3)$ برابر -10 می شود؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) بی شمار

بدانید که: هر گاه گفتند معادله درجه دو دارای ۲ ریشه یکسان است ←

مثال: m را طوری تعیین کنید که معادله $-4x^2 - mx - 1 = 0$ دارای جوابهای حقیقی یکسان باشد؟

تست: به ازای کدام مقدار m جواب‌های حقیقی معادله $3x^2 + 4x - m = 0$ با هم یکسان هستند؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

تست: اگر در معادله درجه دوم $ax^2 - 12x + 9 = 0$ تفاضل دو ریشه برابر صفر باشد، یک ریشه معادله کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) 3

بدانید که: در صورتی که معادله درجه دو مربع کامل است که ←

تست: به ازای کدام مقدار k عبارت $kx^2 + (2k-1)x + k$ مربع کامل است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{16}$

تست: عبارت درجه دوم $A = (m-1)x^2 + \sqrt{3}x + \frac{1}{4}$ مربع کامل است / ریشه معادله $A = 0$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $-5\sqrt{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{5}$

تست: به ازای کدام مقدار m عبارت $x^2 - \frac{m}{2}x + 28$ مربع کامل است؟

- (۱) $\sqrt{7}$ (۲) 28 (۳) $4\sqrt{7}$ (۴) $8\sqrt{7}$

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مفروض است.

$c=0 \rightarrow ax^2 + bx = 0$

$b=0 \rightarrow ax^2 + c = 0$

$b=c=0 \rightarrow ax^2 = 0 \Rightarrow$

مثال : معادله $2x^2 + (m^2 - 9)x + 4m - m^2 = 0$ مفروض است. مقدار m را بیابید به طوری که:
الف) یکی از ریشه‌های معادله صفر باشد.

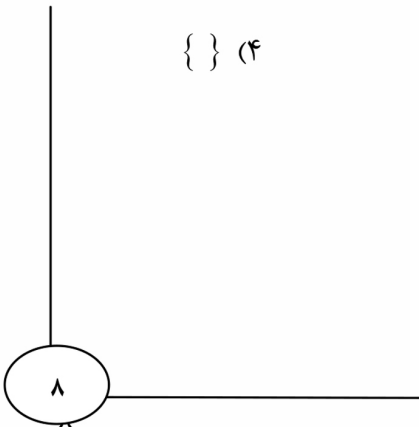
ب) معادله دارای دو ریشه قرینه باشد.

تست: به ازای چه مقادیری از m ، یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2 - (m^2 - 1)x + m^2 - 3m = 0$ برابر صفر است؟

- (۱) ۳ و صفر (۲) ۱ و صفر (۳) ۱ و -۱ (۴) صفر و -۱

تست: اگر معادله درجه دوم $mx^2 - (m^2 - 1)x + (m^2 - 2) = 0$ دارای دو ریشه قرینه حقیقی باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

- (۱) $\{\pm 1\}$ (۲) $\{1\}$ (۳) $\{-1\}$ (۴) $\{\}$



تست: اگر معادله $(x-1)^2 = mx + (2n-1)$ ریشه مضاعف صفر داشته باشد، $m+n$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) -۳

(۱) ۳